Fuzzy代数による土木施設評価手法

三菱総合研究所　正員　○本多　均
東京工業大学　正員　渡辺　隆
東京工業大学　正員　森地　茂

1. はじめに

土木施設は、異なる価値観，評価構造を有する複数の主体から評価されるものであり，その計画はこれら種々の評価を総合的に取り入れる必要がある。従って土木施設を総合的に評価する上では、①種々の価値観を有する各主体の評価構造の解明，②各主体の評価による土木施設の総合評価手法の解明，という2点が必要である。②に関しては，複数目標下における評価等の観点から幾つかの研究が既になされている。①に関しては、従来各主体のなす土木施設の評価を説明要因の客観的評価値及び重み付けによる線型結合で表現する方法が多く用いられてきた。従って各主体間の評価構造の違いは，主に選択される説明要因の違いにより表わされてきた。

しかし、土木施設を実際に利用する主体側の便益を，土木施設を供給する側の費用のように客観的に表現することは一般に難しく主観的に表現する方が適切である場合が多い。従って特に土木施設を利用するものの評価構造を表現する上では，①要因を客観的評価値ではなく，主観的評価値により表現する，②各要因評価から土木施設の結合する構造自体に評価主体の主観性を導入する，という2点を十分に考慮する必要がある。

本論文は，土木施設の利用者の主観的評価構造を対象として上記2点を考慮した1つの土木施設評価モデルを提案し、本モデルによる土木施設のサービス水準と利用者側の評価との関連性を公共交通機関の利用者の評価を例にとり分析したものである．

2. 土木施設評価モデルの定式化

(1) 土木施設評価に関する仮定

土木施設は、一般に数多くの要因により特性づけられ総合的に評価される。しかしある主体が個別の土木施設を評価する時、常に「そのすべての評価要因を同時に理解し総合的に比較判断している」というのは限られた場合である．すなわち各主体は，個別の土木施設の提供するサービスとその水準に応じ通常は一部分の要因の評価により土木施設全体を評価していると考えられる。

上記観点からの土木施設評価モデルの開発をするため、土木施設に対する主観的評価構造について以下のような仮定を設定する。

仮定－1）　土木施設の評価に際して、各要因はその主観的評価値により評価される。要因の主観的評価は、客観的評価値に対応して決定される。

仮定－2）　土木施設は、そのサービスの水準に応じすべてあるいは一部の要因のみで評価される。すなわち、

①土木施設を特性づけるのに重要な要因のサービス水準あるいは主観的評価値ほど他の要因のサービス水準と無関係に土木施設の評価を代表する可能性が高い。この一部の要因のみによる土木施設の評価値には、それら要因の重要度に応じ固有の上限値が存在する。以後これらを、それら要因の評価上限値と呼ぶ。

②土木施設の主観的総合評価の向上は、重要度（評価上限値の高さ）の高い要因の組合せについてのサービス水準を順次向上させることにより効率的に実現される。

③土木施設の主観的総合評価の最高値は、すべての要因の組合せについてサービス水準をそれ

ぞれ組合せに対応する重要度と同水準まで引き上げることにより実現される。

（2）モデルの定式化

（1）の仮定を反映する土木施設評価モデルは、fuzzy代数を用いることで以下のようにその評価構造の主観的あいまいさを明示的に組み込んで定式化できる。

仮定－1）は、fuzzy set（付－1参照）を用いることにより、

土木施設の要因iの主観的評価値は、「要因iが好ましい」というfuzzy setのmembership function $M_i(\cdot)$にその客観的評価値x_iを代入した値$M_i(x_i)$である，

と表現できる。以後$M_i(\cdot)$を要因iの要因評価関数と呼ぶ。$M_i(\cdot)$は、fuzzy setの定義から

性質－1）　$M_i(\cdot) \in [0,1]$：　土木施設を評価する上での要因iの主観的評価値は、$[0,1]$で表現され全く好ましくないとき「$M_i(\cdot)=0$」，非常に好ましいとき「$M_i(\cdot)=1$」である，

性質－2）　$M_i(x_i') > M_i(x_i)$：　土木施設の要因iについて客観的評価値がx_iよりx_i'のときの方が主観的に評価が高いことを意味する，

という性質を有する。

仮定－2）は、要因評価関数$M_i(\cdot)$及びfuzzy integral，fuzzy measure（付－2参照）により次のように定式化できる。

fuzzy integral　$$\mathrm{U}(\mathbb{X}) = \bigvee_{S_j \in \Omega} \left[\left\{ \bigwedge_{X_i \in S_j} M_i(x_i) \right\} \wedge G_\lambda(S_j) \right] \qquad \text{------(式－1)}$$

$\mathrm{U}(\mathbb{X})$：土木施設$\mathbb{X}$の主観的総合評価値

X_i　：土木施設$\mathbb{X}$を特性づけるi番目の要因．（$\mathbb{X} = \bigcup_{i=1}^{n} X_i$）　この$X_i$の客観的評価値は$x_i$で表わされる。

Ω　：土木施設$\mathbb{X}$の部分集合S_j（$j = 1 \sim 2^n$）すべてを要素にもつ通常の集合，すなわち$\mathbb{X}$のベキ集合

fuzzy measure　$$G_\lambda(X_i \cup X_{i'}) = G_\lambda(X_i) + G_\lambda(X_{i'}) + \lambda G_\lambda(X_i) \cdot G_\lambda(X_{i'}) \;,\; -1 < \lambda < \infty \qquad \text{------(式－2)}$$

$$G_\lambda\left(\bigcup_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{\lambda}\left[\prod_{i=1}^{n}(1 + \lambda G_\lambda(X_i)) - 1\right] = 1 \qquad \text{------(式－3)}$$

$G_\lambda(\cdot)$：土木施設$\mathbb{X}$の要因部分集合S_jとその評価上限値との関係を示す集合関数である。以後この$G_\lambda(\cdot)$を評価上限値関数と呼ぶ．

なお$\cup$は和集合を表わし，$\vee$，$\wedge$は上記$\mathbb{X}$が有限集合であるので以下のような意味をもつ演算子である。

$$a \vee b = \max\{a, b\}, \qquad \bigvee_{i=1}^{n} a_i = \max\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$$

$$a \wedge b = \min\{a, b\}, \qquad \bigwedge_{i=1}^{n} a_i = \min\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$$

ここで（式－1），（式－2）による土木施設評価モデルの性質及び仮定－2）との関係を示すと次のようになる。

性質－3）　（式－2），（式－3）及び性質－1）に示された$M_i(\cdot)$の性質から土木施設$\mathbb{X}$の主観的総合評価値$\mathrm{U}(\mathbb{X})$は，$[0,1]$で表現され，$\mathrm{U}(\mathbb{X})=1$のとき$\mathbb{X}$は主観的に最も好ましいこと，$\mathrm{U}(\mathbb{X})=0$のとき全く好ましくないことを意味する。

性質－4）　（式－1）は，［　］内を最大とする一部の要因S_jにより$\mathrm{U}(\mathbb{X})$が決定されることを表わしており仮定－2）に対応する。

性質－5）　（式－1）の$\left\{ \bigwedge_{X_i \in S_j} M_i(x_i) \right\}$は，仮定－2）の②を表現するものである。

また（式－2）によりすべての要因部分集合S_jの評価上限値$G_\lambda(S_j)$が決定でき、またすべての要因X_iの要因評価関数$M_i(\cdot)$が決定されると、土木施設評価モデル（式－1）により土木施設の主観的総合評価値$U(\mathbb{X})$が得られる。

3．土木施設評価モデルの特性

土木施設評価モデル（式－1）により、「土木施設のサービス水準と主観的総合評価値との関係」は、どのように表現されるものなのかを、ここでは土木施設として公共交通機関を例にとりケース・スタディを行い解析する。

（1）要因評価関数，評価上限値関数推定結果

公共交通機関のサービスは、利用者の利用経路$\mathbb{X}$の所要時間X_1，運賃X_2，アクセス徒歩時間X_3，乗り換え回数X_4，混雑度X_5という5つの要因により主観的に評価されるものとする。この5要因について要因評価関数$M_i(\cdot)$，主観的評価上限値$G_\lambda(\cdot)$及び評価上限値関数$G_\lambda(\cdot)$の係数λを推定した結果が（表－1）である。但しデータとして昭和52年に行なわれた「都市交通手段の利用に関する意識調査」（運輸省，運輸経済研究センター）結果から世田谷区内深沢の通勤者の新玉川線開通前の利用，代替経路データを用いた。この結果と新玉川線開通後の新玉川線利用経路データを用いて開通後の各個人の利用経路を推定した際の精度は、的中率93.1％（表－1）と非常に高い。これから本モデルの将来予測力が十分あることを確認できる。なお本モデルが他のModal Split Modelと比較しても十分に説明力を有することは、既に検討，発表した。（文献－1参照）

また（表－1）の客観的評価上限値とは、主観的評価上限値$G_\lambda(X_i)$と要因評価関数$M_i(x_i)$から算定したx_iである。

（2）土木施設のサービス水準と主観的総合評価

ここでは、モデル（式－1）による主観的総合評価がどのようなサービス水準を反映するのかをみるため、あるサービス水準にある経路の評価要因がどんな評価要因のサービス水準の向上と対応するのかという面から解析した。

（表－1）要因評価関数，評価上限値推定結果 及び その説明力

評価要因	要因評価関数 $M_i(\cdot)$		評価上限値 $\lambda=-0.9994$ 主観的 $G_\lambda(\cdot)$	客観的 x_i	パラメータ推定時の説明力（的中率）	開通後の利用経路予測力（的中率）
X_1：所要時間	$\sqrt{1-0.01174x_1}$ 0	$x_1\leq 85$分 $x_1>85$分	$G_\lambda(X_1)=0.80226$	$x_1=30.4$分	64.1 ％	93.1 ％
X_2：運賃	$1-0.002679x_2$ 0	$x_2\leq 373$円 $x_2>373$円	$G_\lambda(X_2)=0.28066$	$x_2=268.5$円		
X_3：アクセス徒歩時間	$1-0.0324x_3$ 0	$x_3\leq 31$分 $x_3>31$分	$G_\lambda(X_3)=0.53350$	$x_3=14.4$分		
X_4：乗り換え回数	$1-0.232x_4$ 0	$x_4\leq 4$回 $x_4>4$回	$G_\lambda(X_4)=0.13477$	$x_4=3.7$回		
X_5：混雑度（注）	$1.29-0.29x_5$ 0	$x_5\leq 4$ $x_5>4$	$G_\lambda(X_5)=0.70755$	$x_5=2.0$		

（注）混雑度の客観的評価値x_iは、「最も長く利用する公共交通機関の車内混雑状況」に対応して次の値を用いる。

$x_5=1$：ほぼ全員座れる　　　$x_5=2$：ほぼ全員つり革につかめる

$x_5=3$：肩がふれ合い半数近くがつり革をつかめない

$x_5=4$：かなり混雑しており，週刊誌がかろうじて読める

$x_5=5$：身動きがとれない．

経路の各要因について個別にその客観的評価値をΔ(Xi)（表－2）づつサービス水準を向上させたとき、その初期の総合的サービス水準の違い（表－2のCASE－1とCASE－2）により経路の主観的総合評価の向上パターンが異なる。（図－1）

CASE－1は、すべての要因についてそのサービス水準がその評価上限値に比べ低い場合である。従ってすべての要因のサービス向上に呼応して経路の主観的評価も向上している。但しその向上の限度は、要因の重要度に対応している。

CASE－2では所要時間，混雑度のサービス向上のみに経路の主観的総合評価値が呼応して向上している。これは初期設定サービス水準が、各要因の評価値と評価上限値との関係からみたとき所要時間，混雑度に相対的問題があることを示している。また初期設定サービス水準が所要時間について30分短縮されたとすると、（図－1）に示されるように経路評価は、相対的にサービス水準の低い混雑度，乗り換え回数のサービス向上と呼応する。

このように、土木施設評価モデル（式－1）は、各サービス水準の状況を評価値に反映することができるという土木施設計画を考える上で利用度の高い特性を有する。

4. 結　論

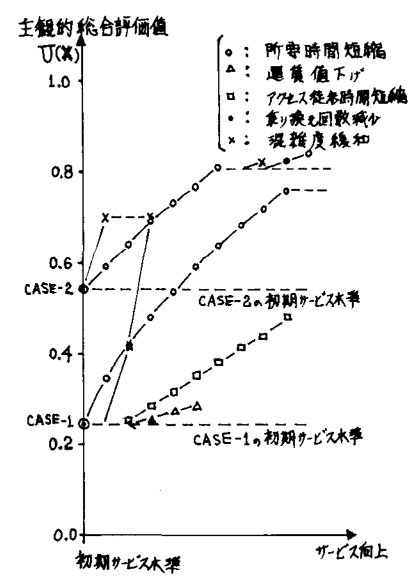
ここで提案した土木施設の主観的評価モデルの現状説明力，将来予測力は十分あることは検証できた。また土木施設のサービス水準を反映するモデルであることも解析結果から理解できる。

以上より土木施設評価モデル（式－1）は、コミュニティー施設等の利用者の主観的評価が重視される土木施設の計画において、整備の各段階における利用者等の期待に応えていく政策決定の際の有効な手段となると考えられる。

今回例として取り上げた土木施設は、公共交通機関という評価要因の明確な施設であり、かつ評価主体を利用者のみに限定している。従って今後評価要因が明示的に取り上げにくい土木施設について複数の評価主体による評価問題を取り扱えるようモデルの改良が必要である。

最後に本研究にあたり適切な御指導を賜わった東京工業大学　菅野道夫助教授に深く感謝の意を表する次第である。

（図－1）サービス向上と主観的総合評価



（表－2）初期設定サービス水準とサービス向上の条件

評価要因	サービス向上 Δ(Xi)	公共交通機関　初期　サービス水準 CASE－1 客観的評価値 xi	CASE－1 主観的評価値 ui	CASE－1 主観的総合評価値	CASE－2 客観的評価値 xi	CASE－2 主観的評価値 ui	CASE－2 主観的総合評価値
X_1：所要時間	5分	80分	0.2466	0.2466	60分	0.5437	0.5437
X_2：運賃	20円	350円	0.0624		200円	0.4642	
X_3：アクセス徒歩時間	1分	25分	0.1900		15分	0.5140	
X_4：乗り換え回数	1回	4回	0.0720		3回	0.3040	
X_5：混雑度	1	5	0.0		3	0.4200	

<参考文献>

1. 本多均，渡辺隆，森地茂：「あいまいさを考慮した経路選択モデルについて」，土木学会第33回年次学術講演会講演概要集第4部，1978
2. L.A.Zadeh："fuzzy sets"，Information and Control，8，1965
3. M.Sugeno："Theory of Fuzzy Integrals and its Applications"，1974
4. 水本雅晴：「Fuzzy代数とその応用」，数理科学 No.82（1970,4）～No.126（1973.12）

<付－1> fuzzy set

人間は，「所要時間が短い」というような概念を主観的に定義しているが従来の集合論ではその境界が不明確で取り扱えない。このような人間の主観の介入により境界の不明確な物の集まり，概念を数学的に取り扱えるようにL.A.Zadehは，文献－2でfuzzy setという新しい集合論を提案した。これは以下のように定義される。

［定義］ Xは，その要素xにより構成される空間である。このときX上のfuzzy set $\tilde{A}$は，次のようなmembership function $M_{\tilde{A}}(\cdot)$により特性づけられる集合である。

$$M_{\tilde{A}}(\cdot) : x \rightarrow [0,1] \quad \text{-----}(1)$$

ここで［0,1］はmembership functionと呼ばれる。また$M_{\tilde{A}}(x)$は，xがfuzzy set $\tilde{A}$に属するgradeを示すもので1に近ければxの$\tilde{A}$に属する度合の高いこと，0に近ければ低いことを意味するものである。

<付－2> fuzzy measure，fuzzy integral

物理的，客観的不確かさは，従来加法性により特性づけられる確率測度を用いたルベーグ積分，確率期待値により定量的に把握されてきた。しかし従来の確率測度は人間のもつ主観性の介入による不確かさを表現する上では加法性という点で問題点をもつ。そこで菅野は，文献－3で主観的不確かさを扱えるよう加法性より弱い単調性により特性づけられる測度fuzzy measure，及びこれをもとにして主観的不確かさを定量化するfuzzy integralを提案した。ここではこのfuzzy measure，fuzzy integralを紹介する。

［定義］ Xを連続体の濃度をもつ集合とする。Xの部分集合の単調族$\mathcal{F}$上で

i）非負有界性 $F \in \mathcal{F} \Rightarrow G(F) \in [0,1]$，$G(\phi)=0$，$G(X)=1$ -----（2）

ii）単 調 性 $F, F' \in \mathcal{F}, F \subset F' \Rightarrow G(F) \leqq G(F')$ -----（3）

iii）連 続 性 $F_n \in \mathcal{F}$，$\{F_n\}$が単調 $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} G(F_n) = G(\lim_{n\to\infty} F_n)$ -----（4）

という特性を有する集合関数$G(\cdot)$をfuzzy measureと呼ぶ。

ここで単調族$\mathcal{F}$は以下のような性質を有する。

i）$\phi \in \mathcal{F}$，$X \in \mathcal{F}$ -----（5）

ii）$F_n \in \mathcal{F}$，$\{F_n\}$が単調 $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} F_n \in \mathcal{F}$ -----（6）

但しXが有限集合のときfuzzy measureの定義においてiii）連続性は必要ない。

ここでXをn個の要素からなる有限集合と定義したとき，上記定義を満足する集合関数として入－則fuzzy measure【本論（式－2），（式－3）】がある。

［定義］ fuzzy可測空間（$X, 2^X$）上の領域A内での単関数$h: F \rightarrow [0,1]$，$F \subset X$ のfuzzy integralは以下のように定義される。

$$\int_A h(x) \cdot G(\cdot) = \bigvee_{F \in 2^X} [\{\bigwedge_{x \in F} h(x)\} \wedge G(A \cap F)] \quad \text{-----}(7)$$

fuzzy integral 式（7）は，本論（式－1）に対応するものである。