総合評価の不確実性と代替案の決定

京都大学工学部　正会員　長尾 義三
京都大学工学部　正会員　浅岡 顕
京都大学工学部　正会員　若井 郁次郎

1. 概説

道路，港湾等の土木施設の計画で総合評価が必要とされ，いくつかの手法も提案されている。ところが，一般にこれら土木施設計画の対象は，空間的・時間的スケールが大きく，影響し合う範囲も自然環境のみならず，経済・社会環境と広く，複雑に関連し合っている。複合計画（Comprehensive Planning）といわれている所以でもある。一般に影響する範囲を限定して，まず要因を探索列挙し，さらに，項目・指標を選択し，それについて指標値を計測し，あらかじめ定めた基準値と対照させるか，もしくは効用値に変換して評価を行うことが行われている。しかしこの作業過程で，列挙もれ，計測の困難，価値基準の個人差等，各種要因に基づく不確実性が混入する。この不確実性の処理に当たっては，計画自体の信頼性を高める努力をする一方，悪い影響を大きく，またよい影響を低く見積ったり，計画自体に余裕，弾力性を持たせる等土木設計，土木施工において配慮されることと同様に計画主体において考慮されるが，例えば，信頼性，安全率のように一般的な基準はない。費用便益分析（CBA）における内部収益率，もしくは，社会的割引率を高く見積るというようなことも，わが国の土木計画では，まだ普及していないし，また景観等の評価を含めた総合評価の基準としては不十分である。

総合評価の必要性は認められながら，それを行うに際しての不確実性の処理に関する手法が確立していないことから，計画に対する評価が，各立場ごとに極めて恣意的となり，計画代替案選択を困難ならしめ，また真に必要な計画の実施を遅らせている要因の一つとなっていると思われる。本研究では，上述した土木施設の計画に当たって，施設提供者（施設の管理者であり，計画主体となっている），利用者および被影響者という3つの立場があり，それぞれ異なった価値観に基づいて，提起されたいくつかの代替案にそれぞれ異なった評価をすると仮定する。すなわち，代替案が提起されたとき，各立場が評価する背景となっている各種要因につき，評価項目が選ばれ，それについて代替案ごとに評価値が得られたとする。この値と各立場が行う総合評価値は異なってくる。ここで評価値とは，評価項目について，計測可能な評価指標およびこれに基づく評価指標値を，各立場の効用値に置き換えたものである。総合評価値が異なるのは，各立場が，評価値に与える重みづけが異なるためであると考える。評価値，重みづけは，各計画の行われる地域差，時間差によっても変動する。すなわちこの中にも不確実性が内在する。また，各立場の評価は本来固定的に存在しているものでなく，代替案が出現したとき，それに伴なって，行われるものである。すなわち，この行為（Action）は多分にゲーム的であると見なされる。

よって本研究では，従来から行われてきた総合評価の手法の基本的原理は変更せずに，ただ計画主体の行なってきた評価値での総合評価に代えて，異なれる立場間の評価値と重みづけを導入し，これをゲーム論的な取り扱いのもとで，新たな総合評価手法を提案しようとしたものである。

2. 従来の研究

従来からの土木施設計画の有力な評価法の1つとして古くから費用便益分析がある。すなわち土木施設が置かれる環境にインパクトとなって作用し，それにともなう正や負の諸効果と土木施設の投資になった犠牲量との対比により問題となっている土木施設の代替案の優劣が判断される。基本的には上述した諸効果や犠牲量は，効用もしくは貨幣タームで計測され，たとえば純便益最大（総費用最小）基準や便益費用比最大基準によって代替案が選択される。しかしながら，諸効果や犠牲量を貨幣タームで計測するには費用の2重計算の防止や外部不経済

性（社会的費用）の考慮のもれなどに注意する必要がある。特に，社会的費用の計測は，困難であるばかりでなく，その精度についても多くの問題点を残している。

このように費用や便益の計測範囲を拡大してもなお，貨幣タームで計測し，集計できない評価項目が存在する。たとえば景観である。景観の場合，1人1人の人間が異なった価値観をもち，その価値観に基づいて評価がなされる。それゆえ，景観の評価について集計することに困難があると思われる。[1),2)]

費用便益分析法では，以上のようないくつかの欠点を持つために，今日の土木施設計画のような多目的問題を対象とする場合，適切でない面が見られる。そこで，次に von Neumann や Morgenstern に始まる効用理論の実用化が，Schlaifer，Fishburn，Keeney らによって進められた。[3),4),5),6)] そこでは全能な1人の意思決定者が存在するとの仮定のもとに，多目的計画や土木施設計画がもつ多くの属性で，まず選択する。属性は連続値であっても離散値であってもよい。次に，与件の多目的計画において出現すると思われる属性の最良値，最悪値の範囲を予測し，最良の状態に対して1，最悪の状態に対して0という基準化した効用値を設定する。このような手続きを経て，主観的尺度を客観的尺度に変換する。すなわち，効用という尺度（概念）に統一する。その後，確率同値の方法を使って意思決定者のウェイトを決定する。効用理論の方法によれば，多目的計画の総合評価は可能になるけれども，ウェイトの決定が主観的であるために合理的と言えない問題点が残る。また，効用やウェイトの取り扱いを確率化しても，デタラメに多数の人間を選択してよいかは議論の余地が残るところである。

この他に多数の多目的計画手法が開発されているが，変数が連続と仮定している場合が多い。したがって，特定の問題にしか適用できないという制限がつく。土木施設計画に適用するに際しては，今後改良・工夫が必要とするものと思われる。

一方，多数の人間を対象にして，その人間集団がもつ価値観を調査する方法として，従来より心理学，社会学方面で発達してきた多変量解析手法がある。[7),8),9)] 多変量解析手法は，大別して以下のように2分類できると思われる。

第1は，現象分析である。これは多人数の集団がおかれている環境の中で，その集団に属する人々がどのような要因に重きをおいているかを多数例による統計的法則に基づいて観察するものである。したがって多人数集団の内面観察により要因の寄与率などを知るには十分であるが，将来の現象に関する結論は言えない。それは，多人数集団の環境の変化にしたがって要因の寄与率や要因の内容が変化するためである。

第2は，意識調査である。これも多人数の人間に対してデータを収集するが，属性値のウェイトを人間の数で決めるものである。そのために人間の意識反応に関して現在ならびに将来における一貫性の保証がなければ，せっかくの調査結果が無意味になってしまう恐れがある。また，一般に意識調査は，ある時間軸断面で，特定の空間・人間集団を対象として実施されるので，その範囲に限り議論が可能である。そのため今後出現するプロジェクトについては，上記のような調査で得られた結果を直接に援用しても信頼性が乏しいと思われる。したがって，この欠点を克服するために多数の同様の事例調査を行なっても有意義なものかは問題として残る。すなわち，このような調査が普遍性をもつには多数の事例について行なうことであるが，その実施は困難で，また将来時点において有意義かどうかは疑わしい。

以上のような多変量解析による手法は多くの時間と経費とを必要とするばかりでなく目的とする結果が得られないこともある。そこで少数のサンプルで合理的な属性のウェイトを決めようとする研究例がある。[10),11)] それは，市場調査などにおける消費者の嗜好の調査である。そこでは少数の人間にアンケートを行う。その後，数理計画手法により定式化された問題を解くことにより属性のウェイトを決定する方法である。この方法では，回答者の意識反応の一貫性を保証するために，それをチェックする方法が設定されている。この点で従来の多変量解析法よりも優れている。しかし，アンケートの回答者は，ある商品を長期にわたって消費し，商品を知りつくしていることが前提となっている。そのため，この方法を土木施設計画のように将来に出現する問題に直接適用してよいかどうかは問題として残る。ただし，このような調査法によるウェイトの求め方は客観的な側面があるために再

考する価があると思われる。また，最近，数理計画手法を使った興味深い論文が，A. D. Pearman によって報告されている。[12] 彼の方法によれば評価項目の順序があらかじめ与えられれば，問題は線形計画法により定式化できる。さらにこの方法の優れた点は，ある変数変換を行えば手計算によって簡単に解くことが可能になるところである。このような方法による属性のウェイト算出法は今後とも開発されると思われる。

以上述べてきたように，多くの方法が属性のウェイトを決定するために開発されてきたが，土木施設計画の総合評価にはまだ十分と言えないだろう。複数立場を考慮した土木施設計画の総合評価問題においてゲーム理論の適用が考えられる。ゲーム理論適用にあたっての前提条件の詳細は第3章において述べるが，基本的には von Neumann の min－max 定理を適用する。今問題を簡単にするため属性が与えられているとして属性のウェイトを線形計画法によって解く方法を提案する。この方法によれば，簡単にウェイトが算出されるばかりでなく，問題の基本的性質を損うことなく合理的な代替案の総合評価と決定が可能になると考えられる。

3. ゲーム論的な総合評価・代替案決定手法

3.1. 問題の一般的な構成

前章で概括したいくつかの総合評価手法とは別に，本章ではゲーム論的な見地から，新らしい総合評価手法とこれにもとづく代替案の決定手法とを提案する。

著者らは，この論文では土木施設計画の総合評価について，とくに以下の点に注目した。

① 評価主体（評価を下す人々）は通常複数存在する（たとえば，施設提供者，利用者，被影響住民など）。

② 評価主体に，事前に（まだ確定していないような）当該計画の評価を聞くことはむつかしい。

③ 個々の評価主体は，確定的な評価を常に安定的に下しうるとはかぎらない（評価はしばしば揺れ動く）。

①～③の諸点は，多属性効用理論や市場調査の手法を，多目的な土木施設計画の総合評価に直接適用することを困難にしている基本的な障害である。これらの障害は，評価主体を特定することをやめることによって避けることができる。各評価項目（属性）に対しどのようなウェイトづけがなされるかは，わからない，として問題をたて直せばよい。

施設提供者と評価主体とのゲームとして代替案決定と総合評価とをとらえ直してみることにしよう。どのような代替案を出すかが施設提供者の出す「手（Action）」であり，複数の評価項目にどのようなウェイトづけを下すかが評価主体の出す「手」であると考えるのである。互いに相手の出す手は未知である。前項②で述べたように施設提供者（代替案決定者）は事前に相手の出す手（ウェイトづけ）を予知することはむつかしく，仮にそれが可能としても③で述べたように，それとても不確実性につつまれている。しかも，実際には①に述べたように評価主体は複数いるのであるから，もともと「相手」を具体的に特定することすらむつかしいのである。このような事情は問題が統計的決定理論（この理論にしたがえば，評価主体に対するアンケート調査等によってウェイトが次第にはっきりわかってくるとされる[13]）によってではなく，ゲームの理論によってより現実的に記述されるであろうことを示唆している。施設提供者（代替案決定者）は決定基準としてミニマックス原理を用いるのがこの場合実際的であろう（この決定基準のより現実的な修正は次節で述べられるのだが）。すなわち，もっとも意地悪な（あるいは予想もしない最悪の）ウェイトづけによる評価がなされるとしても，その評価値は，他の代替案の出し方にくらべて最高であるというような手を選択する基準である。もっとも堅実な，いわば「勝ちもしないが負けもしない」的な決定基準であり，多目的な土木施設計画には許容的であると考えている。

このように問題をとらえるためには，各代替案が各評価項目に対してもつ（単属性の）評価値が事前に与えられていることが前提となる。この評価値は，それが効用タームか不効用タームかによっていわゆる「利得マトリックス」ないし「損失マトリックス」を構成するのだが，この構成にまつわる諸問題は，次章で詳しく述べるこ

ととし，とりあえずここでは，このようなマトリックスが与えられているとして零和２人ゲームのミニマックス定理と，その解のもつ（我々のこの問題にとっての）基本的な性質とだけを以下に記述しておこう。

［　記号・定義１　］

$\theta_1, \theta_2, \cdots\cdots, \theta_k$ ：　評価項目

Θ ：　$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \cdots\cdots, \theta_k\}$

τ ：　$\theta_1, \theta_2, \cdots\cdots, \theta_k$ の重みベクトル，

$$\tau = (\tau(\theta_1), \tau(\theta_2), \cdots\cdots, \tau(\theta_k))'$$

$$0 \leq \tau(\theta_i) \leq 1, \quad (i = 1, 2, \cdots\cdots, k)$$

$$\sum \tau(\theta_i) = 1.$$

Θ^* ：　$\tau \in \Theta^*$　（全ての可能なベクトル τ の集合）

a ：　代替案

$\mathcal{A}$ ：　代替案集合

δ ：　$\mathcal{A}$ 上での確率（密度）分布，決定法則

$$\int_{\mathcal{A}} \delta(a) = 1, \qquad \delta(a) \geq 0$$

D^* ：　$\delta \in D^*$　（全ての可能な δ の集合）

$l(\theta_i, a)$ ：　損失関数．代替案が a のとき，θ_i なる評価項目に対してこの代替案が受ける評価を不効用タームで表わしたもの。不効用タームで測定されているのであるから小さいほどよい。

（注）$\mathcal{A}$ が離散集合 $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n\}$ のとき $l(\theta_i, a_j)$ が損失マトリックスを構成する。

$R(\theta_i, \delta)$ ：　$l(\theta_i, a)$ の $\delta(a)$ による期待値（ベイズ統計学でいうリスク）．

$$R(\theta_i, \delta) \stackrel{d}{=} \int_{\mathcal{A}} l(\theta_i, a)\, \delta(a)\, da$$

S ：　リスクセット $\{(R(\theta_i, \delta), i = 1, 2, \cdots, k) \mid \delta \in D^*\}$

$r(\tau, \delta)$ ：　ベイズリスク

$$r(\tau, \delta) \stackrel{d}{=} \sum_{i=1}^{k} \tau(\theta_i) R(\theta_i, \delta)$$

［ Minimax 定理（文献（14）による記述］

「有限個の要素からなる $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \cdots\cdots, \theta_k\}$ をもつ基本決定問題 $\{\Theta, \mathcal{A}, R\}$ に対し，リスクセット S が下に有界であれば

$$\inf_{\delta \in D^*} \sup_{\tau \in \Theta^*} r(\tau, \delta) = \sup_{\tau \in \Theta^*} \inf_{\delta \in D^*} r(\tau, \delta) = V$$

が成立し，損失の期待値を最大にするという意味で最悪な重みづけベクトル $\bar{\tau}$ が存在する。しかも S が下に閉じておれば，許容的なミニマックス決定法則 $\underline{\delta}$ が存在し，$\underline{\delta}$ は $\bar{\tau}$ のベイズである。ここに $V = r(\bar{\tau}, \underline{\delta})$ は，このゲームの値である。」

von Neumann によるこの定理は余りに有名であるが，ここでは，我々の問題にとって大事な以下の系を証明抜きでかかげておく。この系は，代替案を選択する決定法則 δ がどのような混合方略であるかを与えるものである。

〔系　1〕　もし $\mathcal{A}$ が n コの要素からなる離散集合

$$\mathscr{A} = \{ a_1, a_2, \cdots, a_n \}$$

であれば，ミニマックス決定法則 $\underline{\delta}$ は，たかだか $\min(n, k)$ の個数の代替案の間で確率的な混合方略となる。」

〔系 2〕 $\mathscr{A}$ が無限集合で，かつ，損失関数の集合

$$\mathscr{L} = \{ \ell(\theta_i, a), i = 1, 2, \cdots, k \mid a \in \mathscr{A} \}$$

が下に（有界で）閉じており，かつ下に凸ならば，ミニマックス決定法則 $\underline{\delta}$ は純粋方略となる。」

以上のことは，図1によるミニマックス決定法則の幾何学的説明からも明瞭である。

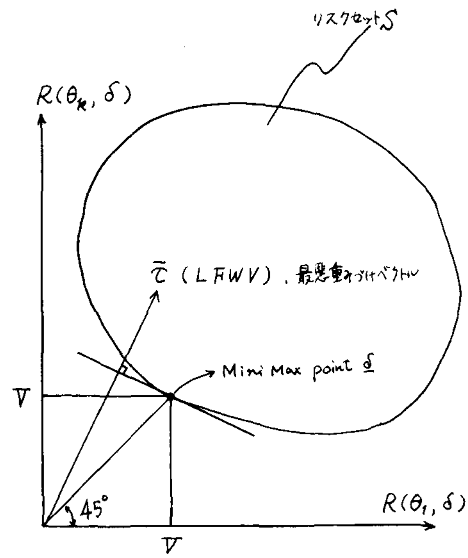

図1 ミニマックス決定法則の幾何学的解釈

$\underline{\delta}$ が施設提供者の代替案の出し方であり，この出し方がいわゆる「期待効用最大原理，期待損失最小原理」にのっとっていると解釈したときの総合評価の重みづけベクトルは $\bar{\tau}$ で与えられる。$\bar{\tau}$ のことを特別にここでは，「最悪重みづけベクトル，Least Favourable Weight Vector」と呼ぶことにする。

もし $\underline{\delta}$ 以外の代替案の出し方をしたときには，$\underline{\delta}$ によるリスク V をさらに上回る大きなリスクを与えるような重みづけベクトルが他に存在する。だからこそ $\underline{\delta}$ で代替案を決定（選択）すべきというのがミニマックス決定規準の考え方である。ともかくも，どのような重みづけによる総合評価がなされるか皆目わからないのであるから，このような決定原理は，一部の賭博好き（risk taker）を除いて，大方の納得をうることができるであろうと考えている。

$\mathscr{A}$ が離散集合のときのミニマックス決定法則 $\underline{\delta}$ と最悪重みづけベクトル $\bar{\tau}$ の数値計算は，線型計画法によって容易になされることは広く知られている（文献15)16) など）。

3・2 重みづけに制約を課したときのミニマックス決定法則の構成

「k コの評価項目 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k$ についてどのような重みづけがなされるのか施設提供者には皆目わからない」とするのはそれほど実際的でないかも知れない。とはいえ，重みづけベクトルの統計的推定（たとえば文献13)など）ができるほどのデータも確率モデルも用意されているわけでもない。そこで著者らは，評価項目 $\theta_1, \theta_2 \cdots$ の重み $\tau(\theta_1), \tau(\theta_2), \cdots$ の大きさの順序だけは事前に知らされているとして問題を展開することにした。

評価主体がどのような重みづけによって総合評価を下してくるかはわからないのだが，しかし少くともその重みづけの大小の順序関係だけはある定められたルールを守って，評価がなされると考えるのである。評価主体に課せられるこのような制約は，評価主体が当該計画の評価主体に選ばれているという特殊的事情以外に，同時にこの主体が広く社会の良識ある一構成主体でもあることを要請する社会的規範を反映するであろう。自分たちだけに都合のよい，社会的には許容しがたい無茶苦茶な重みづけなどは許さないとするものだからである。

このような制約はまた，つぎのようにも解釈することができる。評価主体は通常複数存在すると先に述べた。これらの評価主体は，評価項目の重みづけについて互いに相いれない拮抗した要求をもっていることが多い。し

かし，これら評価主体間の協議と互いの説得行動を通じて，重みの順序に関してある合意が得られたと考えよう。ここでいう評価主体に課す制約とは，この合意内容を意味している。残念なことだが，しかしもちろん，この合意がどのように形成されるかはこの論文の視野を越えている。

このように，評価主体の出す手（重みづけ）に制約があるときのミニマックス決定法則の構成アルゴリズムをとくに代替案集合$\mathcal{A}$が離散的である場合について，以下のように与える。これは2種類の線形計画問題からなる。

〔記号・定義 2 〕

$\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k$ ： 評価項目。ただし，

τ_i ： θ_i の重み，$\tau_i = \tau(\theta_i)$，

が，与えられた制約を満足したとき

$$\tau_i - \tau_{i+1} \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, \cdots, k-1$$

となるよう，あらかじめ評価項目の順序が並べかえられている。

$\mathcal{A}$ ： 代替案の集合，離散集合，nコの要素からなる。

$a_1, a_2, \cdots, a_n$ ： $\mathcal{A}$ の要素

l_{ij} ： 損失，$l_{ij} \overset{d}{=} l(\theta_i, a_j)$，$i = 1, 2, \cdots k$，$j = 1, 2, \cdots n$

代替案a_jが評価項目θ_iに対してもつ不効用の値

δ_j ： 決定法則，代替案a_jを選択する確率

$$\delta_j \overset{d}{=} \delta(a_j) \quad , \quad \sum_{j=1}^{n} \delta_j = 1 \quad , \quad \delta_j \geq 0 \quad , \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

Step 1.　つぎの線形計画問題を解く。

$$\text{Maximize} \quad r(\tau, a_j) = \sum_{i=1}^{k} \tau_i l_{ij}$$

$$\text{Subject to} \quad \sum \tau_i = 1,$$
$$\tau_i - \tau_{i+1} \geq 0, \quad (i = 1, 2, \cdots\cdots, k-1)$$
$$\tau_i \geq 0, \quad (i = 1, 2, \cdots\cdots, k)$$

（注）この問題は，変数変換

$$\gamma_i = \tau_i - \tau_{i+1}, \quad (i = 1, 2, \cdots\cdots, k-1)$$
$$\gamma_k = \tau_k$$
$$g_{ij} = \sum_{l=1}^{i} l_{lj}$$

とおくことにより，ただひとつの汎関数制約をもつだけのつぎの単純な線形計画問題に帰着させられる。それは，

$$\text{Maximize} \quad r(\tau, a_j) = \sum_{i=1}^{k} \gamma_i g_{ij}$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^{k} i \gamma_i = 1$$
$$\gamma_i > 0, \quad (i = 1, 2, \cdots\cdots, k)$$

この解は，よく知られているように，唯一のγ_iに対してだけ正の値を与え，他は全てzeroにするものである。唯一の正の値は，制約条件から

$$\gamma_i = \frac{1}{i}$$

であるから，結局解は，

$$\max_{i \in [1,2,\cdots,k]} \frac{1}{i}\sum_{l=1}^{i} g_{lj} = \frac{1}{i^*}\sum_{l=1}^{i^*} g_{lj}$$

なる i^* に対してだけ

$$\gamma_{i^*} = \frac{1}{i^*}$$

であり，他は

$$\gamma_i = 0 \qquad (i \neq i^*)$$

によって与えられる。

（注おわり）．

［記号・定義3］

τ_{ij}^* ： Step 1 における問題の解。

（注）a_1 から a_n の各代替案それぞれについて解が定まるから，2つの添字で表わされる。$(\tau_{1j}^*, \tau_{2j}^*, \cdots\cdots, \tau_{kj}^*)'$ は代替案 a_j に対して最悪の評価を与えるウェイトづけベクトルになっている。ただし，もちろん与えられた制約

$$\tau_{ij}^* - \tau_{i+1,j}^* \geq 0 \quad , \quad (i = 1, \cdots\cdots, k-1)$$

を満たしている。

τ_j^* ： $\tau_j^* \triangleq (\tau_{1j}^*, \tau_{2j}^*, \cdots\cdots, \tau_{kj})'$，　$(j = 1, 2, \cdots\cdots, n)$

γ_{mj} ：
$$\gamma_{mj} \triangleq r(\tau_m^*, a_j) = \sum_{i=1}^{k} \tau_{im}^* \, l(\theta_i, a_j) = \sum_{i=1}^{k} \tau_{im} l_{ij} \;, \qquad \begin{pmatrix} m = 1, 2, \cdots\cdots, n \\ j = 1, 2, \cdots\cdots, n \end{pmatrix}$$

（注）γ_{jj} は Step 1 の問題における目的関数の最大値。

w ： τ_j^* $(j = 1, 2, \cdots, n)$ に対するウェイトづけベクトル．

w_m ： w の要素，　$w = (w_1, w_2, \cdots, w_m, \cdots, w_n)'$

$$\sum_{m=1}^{k} w_m = 1 \quad , \qquad 0 \leq w_m \leq 1.$$

<u>Step 2</u>　つぎのミニマックス問題を解く。

$$V(\underline{\delta}, \overline{w}) = \inf_{\delta \in D^*} \sup_{w} r(w, \delta)$$

ただし，

$$r(w, \delta) = \sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_m \delta_j \gamma_{mj} \quad \lrcorner$$

最悪ウェイトづけベクトルを単に $\overline{\tau}$ と書くと，このでは，

$$\overline{\tau} = \tau^* \cdot w \quad , \quad \tau^* = (\tau_{ij}^*)$$

によって得られる。すなわちその要素

$$\bar{\tau} = (\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \cdots\cdots, \bar{\tau}_k)$$

は、

$$\bar{\tau}_i = \sum_{j=1}^{n} \tau_{ij} w_j$$

で求められる。当初の制約条件

$$\bar{\tau}_i - \bar{\tau}_{i+1} \geq 0$$

は、

$$\tau_{ij} - \tau_{i+1,j} \geq 0, \qquad w_j \geq 0$$ よりしたがう。

また、損失マトリックス（l_{ij}）に関して $\underline{\delta}$ が $\bar{\tau}$ のベイズになっていることは、ミニマックス定理（$\underline{\delta}$ が（γ_{mj}）に関して $\bar{w}$ のベイズ）より明らかである（証明略）。したがって $\underline{\delta}$ を期待効用最大化規準から説明するならば、$\underline{\delta}$ が想定している最悪ウェイトベクトルは $\bar{\tau}$ で与えられるのである。

以上与えたアルゴリズムを要約すれば以下のようになる。

① 損失マトリックス（l_{ij}）の各列につき、Step. 1 の計算を行う。その結果、τ_j^*（$j=1, 2, \cdots\cdots, n$）をうる。

② τ_j^*（$j=1, 2, \cdots\cdots, n$）を新しい行にして、$n \times n$ 正方行列 γ_{mj} をつくる。

③ 正方形ゲーム γ_{mj} のミニマックス決定法則を求める。

4. 提案手法の実施例による検討

前章で提案された総合評価・代替案決定手法の適用に際しての諸前提（やこれに起因する適用限界）等を、具体的な計画策定の数値計算例を援用しながら、明らかにしていこう。

4.1. 問題の説明，手法適用の諸前提

高速道路の施設（インターチェンジ）計画を例に考察する。

表1はこの施設の評価項目を列挙したものであり、例示として簡単化されている。ここでは5つの大評価項目を有している。この大評価項目のそれぞれは、これも表中に示しているように、いくつかの小評価項目に分れている。表の右端にはそれぞれ評価を下すための物理的基礎資料の尺度，以下評価指標と呼ぶことにするが，をも合わせて記入している。このような評価項目と評価指標とは Byington による文献17) を参考にした。

大評価項目の下には，この項目をとりあげるべきであると最も強く主張したであろう，評価主体を合わせて記入している。この例の場合は，施設提供者も同様に評価主体の1人であることになっている。さて以下を仮定しよう。

【前提1】 表1のような評価項目と評価指標のとり上げ方が妥当であるということについて，全評価主体（または広く社会一般）の間で合意が形成されている。

さてつぎに，代替案群 $\mathcal{A}$ を用意する。本章の数値例では後述するように10コの代替案を用意した、$\mathcal{A}$ の構成にまつわる問題の考察は先にのばすとして，各代替案のそれぞれにつき以下を仮定しよう。

【前提2】 各代替案において，表1右端に示した評価指標の値がいかなるものとなるかは，すでに各種「専門家」によって予測がされている（物理的 assessment）。

表1　評価項目と評価指標

最適輸送施設

大評価項目（主たる評価主体）		小評価項目	評価指標
輸送の円滑性（利用者）		輸送時間	短縮時間（分）
		自由走行	サービス水準
		運転者のストレス	直接価値
安全性（利用者）		死亡事故	死亡事故の減少量
		傷害事故	傷害事故の減少量
		対物事故	対物事故の減少量
環境への影響（被影響住民）		騒音	道路境界線上での騒音レベル（dB）
		景観	直接価値
		水質汚濁	増加率（％）
		大気汚染	増加率（％）
地域社会経済に及ぼす影響（被影響住民）	経済性	産業の増進	従業員の所得の増加量（％）
		雇用の増加	仕事の増加数
		税金の増加	評価額の増加量
		防火の促進	現場までの平均到着時間の減少
	社会性	住居地の改善	直接価値
		モービリティの増進	直接価値
		レクリエーションの増進	直接価値
		地域の成長	直接価値
建設及び管理（施設提供者）	建設費		円
	管理費	利用者の費用	円／年　の　減少
		設備費	円／年　の　減少

「専門家」がどのように選ばれるかは，ここでは問わないこととする。

つぎに，この評価指標値を効用値（または不効用値）に変換しなければならない（評価値への変換）。この変換はおそらく表1の大項目の下に記入した各評価主体が中心となってそれぞれ積極的になすであろう。小項目のそれぞれの効用の大項目へのまとめ上げも，やはり，これら各評価主体によってなされるであろう。この作業に対し，ここでは，以下を前提とする。

〖 前提3 〗　各評価指標につき，効用（または不効用）の最大値・最小値をもたらす2つの評価指標値，すなわち効用（または不効用）がその上に定義されるところの評価指標値の range は，あらかじめ全評価主体の間で合意がとられている。

この合意がないとあとで評価主体の間で大きなトラブルを生じるであろうことは見易いことである。この合意はしかし，物理的な評価指標値が意味する諸影響についての科学的考察も基礎にもたなければならない。たとえば SO_x 濃度に関する環境基準値が人体に及ぼす影響等については，それが科学的に全く未解明であるうちは効用換算もできるものではない。したがって〖 前提3 〗は，〖 前提2 〗と同様「専門家」による助言，その他が重要であることを示している。

物理的な評価指標値を評価値（効用もしくは不効用）に変換する方法は別に指定しない。著者らはただ以下の2点を覚え書きとして記すにとどめる。

① 表1に記したような評価指標値のいくつかは確率変数と見なすのが妥当であろう。ここでいう確率変数の意味は，評価指標値の物理的変動という意味以外に，予測手法に起因する，予測の不確実性をも意味している。このような不確実性下での意思決定のためには効用の定義は，von Neumann と Morgenstern による確率くじの方法が，期待効用最大化原理を導くという点で，我々にとって都合がよい。

② もちろん，しかし，著者らは全ての評価指標値の評価値換算にこの確率くじの方法を用いるべきとは主張したりしない。これはたとえば，建設費用の効用換算について考えれば明瞭であろう。著者らは，社会所得の分配が，個々人（ここでは評価主体）の賭博に対する嗜好・趣味によって支配されるべきであるなどとは，思っていない。

以上3つの前提にもとづいて得た，表1の大評価項目に対する10コの代替案がつくる評価値によって示されるマトリックスを表2にかかげる。

表2　マトリックス l_{ij} の詳細

評価項目	代替案群									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
輸送の円滑性	6.10	3.70	4.40	1.70	5.00	7.20	5.30	2.80	6.60	5.60
安全性	7.30	3.40	2.40	4.70	7.90	5.40	3.00	3.90	6.30	5.10
環境への影響	5.70	5.92	6.90	4.80	8.10	1.70	5.41	4.05	6.35	4.40
地域社会・経済に及ぼす影響	4.00	3.10	7.30	5.70	2.40	4.60	4.90	5.20	2.50	4.20
建設及び管理	3.80	4.96	2.90	5.60	8.60	4.60	4.42	7.10	6.38	5.15

この表の値は，すべて損失（不効用）を表わしていて，最大の損失に10点，最小の損失に0点をふりあてて，各評価項目につき10コの代替案を評価したものである。この表の理解を助けるために Factor Profile を図2にかかげた。

4.2 数値計算結果の素描

表2に対して，最悪ウェイトづけベクトル $\overline{\tau}$ とミニマックス決定法則 $\underline{\delta}$ とを計算した結果を表3にかかげる。

表4～7は，評価項目に対するウェイトづけの順序に制約を設けたときの，最悪ウェイトづけベクトル $\overline{\tau}$ とミニマックス決定法則 $\underline{\delta}$ とを示している。$\overline{\tau}$ を表わす表の中の評価項目の順序はこの制約にしたがって左からウェイトの大きい順に並べなおされている。

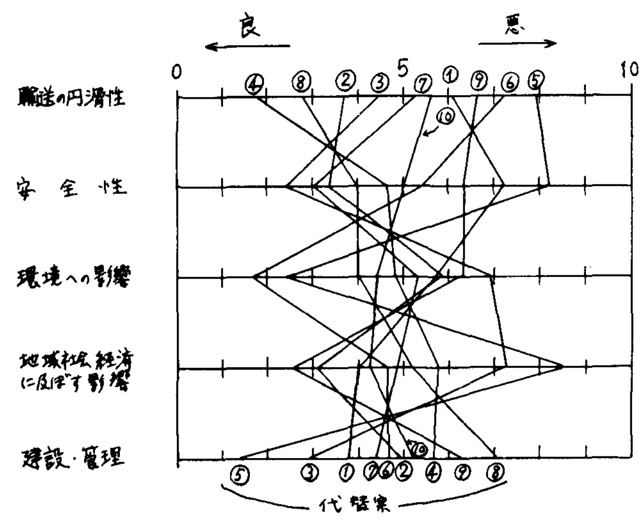

図2　代替案群の Factor Profile

4.3 提案手法の実施可能性の一考察

いままでに提案した計画の総合評価・代替案決定手法の実施可能性（feasibility）は，先に述べた前提もふくめて多くの側面から論じられねばならないが，

ここでは，特に損失マトリックス（l_{ij}）の作製にあたっての評価主体の側から可能ないわゆる“bluffing”の問題と，これに関連して代替案群 $\mathcal{A}$ の構成の問題とにだけ簡単にふれておく。

表4と5をみよう。これは輸送の円滑性の評価項目に最大のウェイトをかけるように制約が働いたときの $\bar{\tau}$，$\underline{\delta}$ が示されている。$\underline{\delta}$ は表4では代替案2と代替案4との間の混合戦略が最適と出ている。表5では，代替案2が確率1で選択されている（純粋方略）。代替案4は，図2からもわかるように，なるほど全ての代替案の中で輸送の円滑性だけは最も秀れている。しかし，総合評価の結果は，輸送の円滑性に最もウェイトをかけるという施設の利用者にとっては好ましい制約にもかかわらず，代替案2との混合戦略，または代替案2が最適と出ている。もし輸送の円滑性を極端に願う評価主体がいて代替案2に代わって代替案4が選択されるよう戦略をめぐらしたとしよう。この種の戦略のうちで最悪なものは，真の損失マトリックスが表2，図2であるにもかかわらず，このマトリックスの第1行について，代替案4以外はすべて10の損失をつけることである。すなわち「うその評価」をすればよい。他の行を操作しても，代替案4を選ばせることは可能だが，しかし，この評価主体はおそらく施設の利用者であるから，他の評価項目の評価については発言権が少いであろう。したがって，自己の発言権が最も強く保証されるであろう場，すなわち表2の第1行の数値だけで「うそ」を言うのである。このようにすれば，首尾よく代替案4を選ばせることができる。同じことは，他の評価主体についてもいうことができる。このような戦略は絶対に許してはならない。これを避けるには，たとえば，評価指標値から評価値への変換の関数だけをあらかじめ各評価主体に聞いておき，代替案群 $\mathcal{A}$ は事前に公表しないなど種々の方策が考えられる。しかし，基本は，各評価主体と施設提供者の間の信頼関係であることは言うまでもない。これがないかぎり，この総合評価手法に実施可能性はないといってよい。

今代替案集合 $\mathcal{A}$ の事前の公開の問題にふれたが，どのような $\mathcal{A}$ を用意するかということについては，施設提供者の側にも，ある種の謙虚さと科学性が要求される。どのような総合評価を受けようとも，ともかく $\mathcal{A}$ の中から選ばれるにはかわりないのであるから，このかぎりでは「仏様の掌のうち」であるにすぎないのである。この問題に関する著者の1人の意見はすでに文献18），19）に述べている。

表3　ウェイトに制約がない場合　（$\bar{V}$ = 4.61）

評価項目	輸送の円滑性		安全性		環境への影響		地域社会経済に及ぼす影響		建設及び管理	
$\bar{\tau}$	0.196		0.250		0.202		0.215		0.137	
代替案	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\underline{\delta}$	0.0	0.387	0.160	0.143	0.0	0.310	0.0	0.0	0.0	0.0

表4　ウェイトに制約がある場合（その1）（$\bar{V}$ = 4.255）

評価項目	輸送の円滑性		安全性		環境への影響		地域社会経済に及ぼす影響		建設及び管理	
$\bar{\tau}$	0.421		≥ 0.421		≥ 0.079		≥ 0.079		≥ 0.0	
代替案	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\underline{\delta}$	0.0	0.865	0.0	0.135	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

表5　ウェイトに制約がある場合（その2）（$\bar{V}$ = 4.220）

評価項目	輸送の円滑性		安全性		地域社会経済に及ぼす影響		環境への影響		建設及び管理	
$\bar{\tau}$	0.2		≥ 0.2		≥ 0.2		≥ 0.2		≥ 0.2	
代替案	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\underline{\delta}$	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

表6　ウェイトに制約がある場合（その3）（$\bar{V}$ = 4.359）

評価項目	安全性		環境への影響		輸送の円滑性		地域社会経済に及ぼす影響		建設及び管理	
$\bar{\tau}$	0.298		≥ 0.298		≥ 0.148		≥ 0.128		≥ 0.128	
代替案	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\underline{\delta}$	0.0	0.692	0.0	0.0	0.0	0.213	0.0	0.095	0.0	0.0

表7　ウェイトに制約がある場合（その4）（$\bar{V}$ = 4.220）

評価項目	地域社会経済に及ぼす影響		輸送の円滑性		安全性		環境への影響		建設及び管理	
$\bar{\tau}$	0.2		≥ 0.2		≥ 0.2		≥ 0.2		≥ 0.2	
代替案	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\underline{\delta}$	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

5. 結論

土木施設計画の総合評価と代替案の選択手法について，評価主体の複数性と総合評価の不確実性に注目して，新しくゲーム論的な見地から，一方法を提案した。その基礎は，これまでのとくに多属性効用関数による多目的計画手法で見られた「評価者と（代替案選択の）意思決定者の同一性」の考えを排除し，両者のゲームとして問題をとらえ直すことにある。決定原理としては，ミニマックス原理を考えているが，評価主体の側の手（総合評価のためのウェイトづけ）に制約を設けた上でのミニマックス決定法則も同様に誘導しておいた。提案された方法の，土木施設計画への適用可能性（feasibility）については，今後広く検討されてゆくことが必要であるが，高速道路施設計画を例にとった具体的な数値計算例はこの手法の適用可能性をある程度示唆している。

提案した手法によれば，異なる評価項目間のウェイトづけの数値は，用意されている代替案群の性質を反映する。このことを少し詳しく説明しておこう。具体的な数値計算の中で議論された評価項目は，①輸送の円滑性，②安全性，③環境への影響，④地域社会経済に及ぼす影響，⑤建設および管理 であった。従来の多属性効用関数理論にもとづく多目的計画手法によれば，唯一の「合理的な意思決定者」は，先験的に上記①～⑤の評価項目に対するウェイトを用意していることになっている。議論の要は原理的にはこの意思決定者が先験的に有しているはずのウェイトづけの考え方を確率くじその他によりいかにうまくひき出すかということに終始する。このかぎりでは，ウェイトづけの値は，用意された代替案の性質をなんら反映しない。一方，提案された手法は，このような「唯一の合理的意思決定者」を前提とするのでなく，これよりははるかに実在的なペイオフマトリックスのみを前提とする。そして計算されるウェイトづけベクトルは，このマトリックスに依存してきまり，何ら先験的にきまっているものではない。提案された方法の本質的な理解と批判はまずこの点の差異に注目してはじめられなければならないと考えている。

参考文献

1) 土木計画学研究委員会：土木計画学シンポジウム No.1～12，土木学会.

2) 土木計画学研究委員会：土木計画学講習会テキスト No.1～12，土木学会.

3) von Neumann, J. and Morgenstern, O.: Theory of games and economic behavior, Princeton Univ. Press, 1947.

4) Schlaifer, R: Analysis of Decisions under Uncertainty, McGraw-Hill, 1969.

5) Fishburn, P.C.: Utility theory for decision making, ORSA No.18, John Willey & Sons, 1970.

6) Keeney, R.L. and Raiffa, H: Decision with Multiple Objectives: Preferences & Value Trade offs, John Willey & Sons, 1976

7) 奥野忠一，久米均，芳賀敏郎，吉沢正：多変量解析法，日科技連，1971.

8) 奥野忠一，その他5名：続多変量解析法，日科技連，1976.

9) 安田三郎，海野道郎：改訂2版 社会統計学，丸善，1977.

10) Farquhar, P.H. and Rao, V.R: A balance model for evaluating subsets of multiattributed items, Management Science, Vol.22, No.5, 1976

11) Pekelman, D. and Sen, S.K.: Mathematical programming models for the determination of attribute weights, Management Science, Vol.20, No.8, 1974

12) Pearman, A.D.: Uncertainty and the transport investment decision, World conference on Transport Research, proceedings, Rotterdam, 1977.

13) 谷明良，宮武信春：通勤経路選好特性の計量化手法，土木学会論文報告集，No.267，pp.83～87，1978.

14) Ferguson, T.S.: Mathematical statistics, a decision theoretic approach, pp.81～86, Academic Press, 1967.

15) Dantzig, G.B.: Linear programming and extensions, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1963.

16) Koopmans, T.C.: Activity Analysis of Production and Allocation, Yale University Press, 1971.

17) Byington, S.R: Reducing uncertainty in interchange design Evaluations, Public Roads, Vol.38, No.4, March, 1975.

18) 全国大会実行委員会：土木工学における不規則現象とその評価，土木学会誌，56-2，1971.

19) 長尾義三：土木技術者としての意思と行動，土木学会誌，58-1，pp.60～68，1973.