交通需要予測の予測精度について

北海道大学　正員 ○ 山形 耕一
北海道大学　学生員　桐越　信

1．はじめに

都市交通計画では，交通需要予測を発生交通量と集中交通量の予測，分布交通量の予測，交通機関別交通量の予測，配分交通量の予測という一連のプロセスを通して行っている。交通需要の予測は将来の見通しにたった意思決定である交通計画にひとつの有力な情報を提供するものであるが，それぞれの予測段階で，モデルビルディング時において，情報収集の有限性，情報の精度，さらにはモデルの不適合，また予測時においてモデルに取り入れられた説明変数の予測精度，計画環境の構造変化等の様々な誤差が介入する。くわえて，これらの誤差が以降の予測段階に伝播することが，交通需要予測の予測精度の明確な把握を困難なものとしている。そこで本研究では，計画環境の構造変化はないと仮定し，予測精度への影響要因をいくつか考え、これらが注目する予測量にどのように影響するかを分析し，データの調査精度，モデルの精度，さらには予測のための入力データの作成精度のバランスの上に立った予測プロセスを構築することを目的としている。

2．予測精度への影響要因

本研究では予測精度への影響要因として，①モデル作成時の入力データの精度，②モデルの精度，③モデルに取り入れられた説明変数の予測誤差を取り上げた。

①のモデル作成時の入力データの精度はパラメータの精度に影響を与える。交通需要予測モデルでは，多くの場合モデルの外的基準は発生交通量，分布交通量等の交通量であり，これらの交通量のデータは，パーソントリップ調査や自動車ＯＤ調査等のような標本調査によって収集される。従って交通量のデータは標本誤差を持つ。これらを入力データとしてパラメータの推定を行うならば，標本誤差ゆえにパラメータの推定値は変動する。それゆえ，このパラメータの変動により，予測誤差が生じる。②のモデルの精度は，一般に残差平方和で表現されるが，これは予測値まわりの実現値の分布範囲を規定するものであり、これが小さいほど予測値と実現値の乖離は小さいと期待される。残差平方和はモデルを複雑にすることによって小さくなるが，他方モデルを複雑にすると，入力データの精度が低い場合には推定されるパラメータが不安定となり、さらにモデルに取り入れられた説明変数の予測誤差にも敏感に反応するようになり予測精度は低下する。③のモデルに取り入れられた説明変数の予測誤差は，説明変数自体の予測の難しさに起因する。モデルによる予測は，モデルの説明変数にその予測値を代入することによってなされるが，説明変数の予測値自体が誤差を持つとモデルによる予測値も誤差を持つことになる。モデル固有の誤差の小さいモデルが構築されても，説明変数の予測誤差がある水準を越えると，予測精度が著しく低下する。予測精度に対する①，②，③の影響を考えると，予測対象（Y_o）と予測誤差（ω_o^*）の関係は図１に示される。図１において，モデル作成時の観測値をy_i，真値をY_i，観測誤差をv_iとすると，

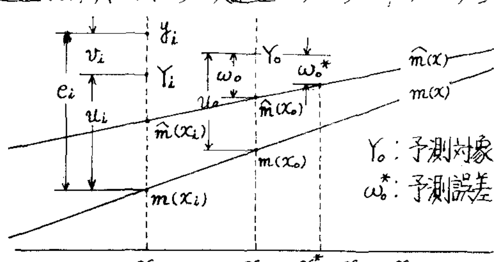

図１　予測対象と予測誤差

$$y_i = Y_i + v_i \quad \text{―――――――――――――――} \quad (1)$$

となる。一方，真のモデルによる理論値，すなわちy_iの期待値を$m(x_i)$，真値Y_iと$m(x_i)$との差u_iをモデルに取り込まれなかった要因の偶然的影響と考え，平均０，分散σ_{u}^2をもつ確率変数とすると，

$$Y_i = m(x_i) + u_i \quad \text{―――――――――――――――} \quad (2)$$

となる。（１），（２）式より

$$y_i = m(x_i) + u_i + v_i \qquad (3)$$

となる。（３）式の関係にあるモデル作成時の入力データ（y_i）から$m(x)$の推定モデル$\hat{m}(x)$が得られる。予測対象をY_0とし，説明変数の予測誤差をΔx_0とすると，推定モデル$\hat{m}(x)$による予測誤差ω_0^*は

$$\omega_0^* = m(x_0) + u_0 - \hat{m}(x_0 + \Delta x_0) \qquad (4)$$

となるので，その分散は，

$$E[\omega_0^{*2}] = E[\{m(x_0) + u_0 - \hat{m}(x_0 + \Delta x_0)\}^2] \qquad (5)$$

となる。モデルとして重回帰モデルを考えると，$m(x) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k x_k$，$\hat{m}(x) = \hat{\beta}_0 + \sum_{k=1}^{p} \hat{\beta}_k x_k$ であるから，

$$E[\omega_0^{*2}] = (K+1)\sigma_u^2 + K\sigma_v^2 + \sum_{k=1}^{p} V[\Delta x_{k0}](V[\hat{\beta}_k] + \beta_k^2)$$

$$\fallingdotseq (K+1)\sigma_u^2 + K\sigma_v^2 + \sum_{k=1}^{p} V[\Delta x_{k0}]\beta_k^2 \qquad (6)$$

ここで，$K = \frac{1}{n} + \sum_{k=1}^{p}\sum_{k'=1}^{p} \bar{x}_k \bar{x}_{k'} S^{kk'} + \sum_{k=1}^{p} x_{k0}^2 S^{kk'} + 2\sum_{k>k'}^{p}\sum^{p} x_{k0} x_{k'0} S^{kk'} - 2\sum_{k=1}^{p} x_{k0} \sum_{k'=1}^{p} \bar{x}_{k'} S^{kk'}$

$S^{kk'}$；説明変数間の偏差平方和・積和行列の逆行列の kk'要素

である。（６）式で，$(K+1)\sigma_u^2$は全予測誤差に対するモデルの不適合による影響を表わし，$K\sigma_v^2$はモデル作成時のデータの精度による影響を表わし，$\sum_{k=1}^{p} V[\Delta x_{k0}]\beta_k^2$は取り入れられた説明変数の予測誤差の影響を表わしている。

3．予測精度への影響要因のシミュレーションによる分析

本研究では，交通需要予測プロセスのうち，「発生交通量と集中交通量の予測―分布交通量の予測」の部分を取り出し，前節で示された各要因の影響をシミュレーションにより定量的に分析した。図2はそのフローチャートである。シミュレーションでは，モデル作成時の入力データおよびモデルに取り込まれた説明変数の入力データにいくつかの水準の誤差を人為的に与え，これらの組合せにおける予測値の仮定された真値との一致性を検討した。またモデルの精度に関しては，発生交通モデル，集中交通モデルにおいて，１～４変数のモデルを作成し，各モデルにおける予測精度の一致性を検討した。一致性の検討には，次のような指標を定義して用いている。

$$C = 1.0 - \sum_{i=1}^{z}(\hat{Y}_i - Y_i)^2 \Big/ \sum_{i=1}^{z}(Y_i - \bar{Y})^2 \qquad (7)$$

ここで，入力データの精度の影響をみるために，Y_iは入力データではなく誤差を与える前の真値と仮定した原データにおける発生交通量，集中交通量，分布交通量である。$\bar{Y}$はそれらの平均交通量である。$\hat{Y}_i$は発生交通モデル，分布交通モデルのアウトプットである。

3.1　モデル作成時の入力データの精度の影響

入力データの精度の影響は，昭和47年度道央圏パーソントリップ調査によって得られた分布交通量を真値と考え，それに一定の誤差を人為的に与えた入力データを作成し，この入力データから得られるパラメータを用いたモデルによる予測値と原データとの間の一致性を分析した。この人為的な誤差は擬似的な調査誤差である。発生交通量，集中交通量については，直接誤

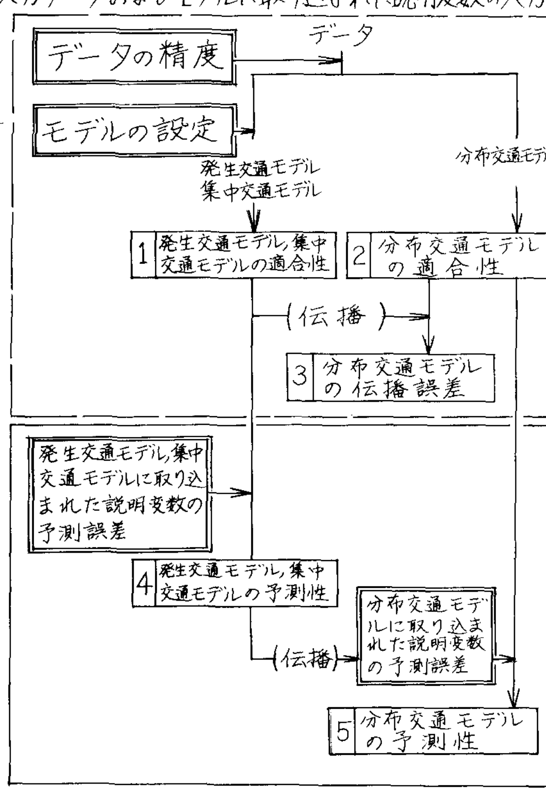

図2　予測精度分析のフローチャート

差を与えることはせず，前述の分布交通量を加算することによって，人為的誤差をもつ発生交通量，集中交通量とした。人為的誤差をもつ入力データは次のようにして作成した。調査設計の基準となるゾーンペアの分布交通量を$\bar{T}$とし，それに与える相対誤差を$RSD^*(\bar{T})$とすると，分布交通量Tをもつゾーンペアにおける相対誤差$RSD(T)$は標本調査理論より次のようになる。

$$RSD(T)=RSD^*(\bar{T})\times\sqrt{\frac{1-P}{P}}\Big/\sqrt{\frac{1-P^*}{P^*}} \qquad (8)$$

ここでP^*は$\bar{T}$の総トリップ数に占める割合で，PはTの総トリップに占める割合である。この$RSD(T)$を用いて，人為的誤差をもつ入力データT_0を

$$T_0=T\times(1.0+RSD(T)\times R(0,1)) \qquad (9)$$

とした。ここで，$R(0,1)$は$N(0,1)$の正規乱数である。

発生交通モデル，集中交通モデル，分布交通モデルにおけるモデル作成時の入力データの精度の影響をモデルの精度毎に計測しているのがフローチャートの1の発生交通，集中交通モデルの適合性，2の分布交通モデルの適合性である。そして，発生交通，集中交通モデルの出力が分布交通モデルの入力として用いられ，誤差の伝播が生じた複合誤差を計測しているのがフローチャートの3の分布交通量の伝播誤差である。

3.2 モデルに取り込まれた説明変数の予測誤差

説明変数の予測誤差の影響をみるために，説明変数 X に一定水準の誤差を与えた説明変数の予測値 W を作成し，Wによる予測値 $\hat{Y}_i$ と真値と仮定した原データ Y_i との間の一致性指標を算出した。フローチャートの4の発生交通，集中交通モデルの予測性は，発生交通量および集中交通量の予測段階における精度であり，5の分布交通量の予測性は，分布交通量におけるところの，発生交通量，集中交通量段階での誤差を複合した累積の予測精度である。一定水準の誤差を与えた説明変数の予測値Wは次のようにして作成した。

$$W=X\times(1.0+RSD(X)\times R(0,1)) \qquad (10)$$

ここで，$RSD(X)$はXに与えた相対誤差であり，$R(0,1)$は$N(0,1)$の正規乱数である。

3.3 モデルの精度

モデルの精度は，モデルに取り込む説明変数の差異による適合性の違いにより表現した。発生交通モデル，集中交通モデルに重回帰モデルを用い，モデルに取り込む説明変数を1～4変数として，4種類のモデルを分析の対象とした。変数は次の通りである。

X_1；従業人口総数（人），　X_2；夜間人口（人），　X_3；就業人口（人），　X_4；第2次従業人口（人）

モデルの精度の影響は，入力データの精度および説明変数の精度と組み合わせて，シミュレーション計算しており，フローチャートの1～5のそれぞれでその影響が算出されている。シミュレーションでは，乱数を変えて10回の計算を行っている。

4 シミュレーションの結果

4.1 発生交通量の予測精度

真値と仮定した原データにおいて，重回帰分析によって作成されたモデルが表1である。目的は全目的である。当然のことであるが，集中交通量についてもパラメータ，寄与率ともに同様の結果を得ている。入力データの精度の変化に対する，発生交通モデルの一致性指標の変化を表2に示す。ここで$RSD^*(\bar{T})$は平均分布交通量$\bar{T}$に与えた相対誤差の誤差水準を示している。平均発生交通量$\bar{G}$の相対誤差は$RSD^*(\bar{G})\fallingdotseq RSD^*(\bar{T})/\sqrt{Z}$；Z＝ゾーン数，で示される。CASE1～CASE4は表1のそれと同じ変数を取り込んだモデルの場合を示す。CASE1～CASE4ともに$RSD^*(\bar{T})=0.50$

表1 真値と仮定した交通量による発生交通量モデル

CASE1	${}_1G_i=21633.63+3.04X_{1i}$	R=0.889
CASE2	${}_2G_i=952.35+2.86X_{1i}+1.20X_{2i}$	R=0.977
CASE3	${}_3G_i=-179.21+3.08X_{1i}+5.00X_{2i}-8.21X_{3i}$	R=0.993
CASE4	${}_4G_i=711.39+3.40X_{1i}+4.67X_{2i}-7.28X_{3i}-2.49X_{4i}$	R=0.995

までは，ほとんど変化がない。これは$RSD^{*}(\bar{G})$が小さいからであり，$RSD^{*}(\bar{G})$が0.25を越えると，各モデルとも一致性指標は表1の寄与率(R)よりも幾分小さくなる。すなわち，重回帰分析を用いた発生交通モデルでは，外的基準の調査誤差が0.25程度までは安定した予測値が得られる。次に発生交通モデルに取り込まれた説明変数の予測誤差の影響を表3，表4に示す。表3はモデル作成時の入力データの誤差がないとした場合の一致性指標の変化であり，表4は入力データの誤差の水準を$RSD^{*}(\bar{T})$を0.50とした場合の一致性指標の変化である。ここで，$\boxed{4}$の発生交通量の予測性はいずれのCASEにおいても説明変数の予測誤差が大きくなるに従い予測精度は低下するが，CASE3，CASE4においては，この傾向が甚しく$RSD(X)$が10%前後となると，CASE1，CASE2よりも予測精度は低下する。このことは，複雑なモデルほど，取り込まれた説明変数の予測誤差に敏感であって，誤差の水準が低いうちは高い予測性を維持できるが，予測誤差の水準が高くなると予測性は著しく悪化する傾向にある。F検定をベースとした重回帰分析の変数増減法による変数選択法では，発生交通量モデルとして変数4個を取り込んだCASE 4が最良のモデルとなるが，この例に示された如く，予測モデルの変数選択における変数の取り込みすぎは，予測精度を悪くする傾向にある。表4でも同様のことがいえるが，表3と表4とを比較することにより，$RSD^{*}(\bar{G})$が6～7%程度であれば，入力データの精度は一致性指標の変化にほとんど影響しないということがわかる。通常のパーソントリップ調査では，目的別発生交通量レベルでこの程度の調査精度は確保されている。以上のことから，発生交通量の予測に関しては，入力データの精度より、モデルの複雑さや，それに関連してモデルに取り込まれた説明変数の予測誤差が予測精度に強く影響することがわかる。

4.2　分布交通量の予測

真値と仮定した原データにおいて、パラメータを推定した分布交通量モデルが次式である。

$$T = 0.03 \times \frac{G^{0.64} A^{0.63}}{D^{1.39}} \qquad R = 0.610$$

ここでTは分布交通量，Gは発生交通量，Aは集中交通量，Dは時間距離を表わしている。パラメータは対数変換で線形化して求めた。パラメータ推定時における入力データ精度の変化に対する分布交通モデルの一致性指標$\boxed{2}$の変化を表5に示す。

表2　入力データ精度の変化による発生交通モデルの一致性の変化

$RSD^{*}(\bar{T})$	$RSD^{*}(\bar{G})$	CASE1	CASE2	CASE3	CASE4
0.05	0.007	0.889	0.977	0.993	0.995
0.10	0.013	0.889	0.977	0.993	0.995
0.15	0.020	0.888	0.976	0.993	0.995
0.20	0.026	0.888	0.976	0.992	0.995
0.25	0.033	0.888	0.976	0.992	0.995
0.30	0.039	0.888	0.976	0.992	0.994
0.35	0.046	0.888	0.976	0.992	0.994
0.40	0.053	0.888	0.976	0.992	0.994
0.45	0.059	0.888	0.976	0.992	0.994
0.50	0.066	0.888	0.976	0.992	0.994
1.00	0.132	0.881	0.968	0.984	0.989
1.50	0.197	0.859	0.945	0.961	0.964
2.00	0.263	0.819	0.901	0.917	0.937
2.50	0.329	0.727	0.804	0.855	0.809
3.00	0.395	0.634	0.718	0.733	0.686

表3　説明変数が予測誤差をもつ場合の発生交通量の予測の一致性（入力データの誤差　無）

RSD(X)	CASE1	CASE2	CASE3	CASE4
0.025	0.888	0.975	0.988	0.990
0.050	0.886	0.974	0.977	0.982
0.075	0.880	0.968	0.951	0.942
0.100	0.875	0.966	0.914	0.918
0.125	0.871	0.965	0.876	0.896
0.150	0.871	0.955	0.827	0.850
0.175	0.866	0.948	0.769	0.783
0.200	0.851	0.944	0.666	0.711
0.225	0.841	0.933	0.545	0.605
0.250	0.835	0.920	0.555	0.599

表4　説明変数が予測誤差をもつ場合の発生交通量の予測の一致性（入力データの誤差　$RSD^{*}(\bar{T})=0.50$）

RSD(X)	CASE1	CASE2	CASE3	CASE4
0.025	0.886	0.975	0.987	0.990
0.050	0.884	0.972	0.975	0.977
0.075	0.882	0.968	0.944	0.936
0.100	0.873	0.958	0.911	0.909
0.125	0.865	0.945	0.842	0.866
0.150	0.857	0.942	0.831	0.812
0.175	0.858	0.944	0.760	0.739
0.200	0.850	0.941	0.628	0.677
0.225	0.836	0.901	0.567	0.545
0.250	0.835	0.917	0.537	0.539

表5では，入力データの誤差の水準RSD*(T)が5～25％の範囲において，入力データが誤差をもつときの方が，一致性が良くなるという奇妙な現象が生じている。これは対数変換に基く，パラメータ推定法に起因するものと考えられる。表7は表5に対応した入力誤差をもつ場合の推定パラメータ（10回のシミュレーションの平均値）であるが，入力誤差によってモデルの構造自体に変化が生じている。これは，モデル作成時の入力誤差として正負方向にそれぞれ同じ大きさの誤差を与えたとしても，対数変換によって負方向の誤差が相対的に大きく評価されるためである。とくに，分布交通量に与えられる相対誤差RSD(T)はTが小さくなると大きくなるため，この影響はゾーン間距離が大きく，分布交通量が少ないゾーンペアにおいて著しい。それゆえ，誤差が大きくなるに従ってパラメータrの絶対値は大きくなっているものと考えられる。このことより，ゾーン内々交通量における一致性向上が生じていると考えられる。

表5　入力データ精度の変化による分布交通モデルの一致性の変化

RSD*(T)	一致性
0.05	0.617
0.10	0.625
0.15	0.641
0.20	0.629
0.25	0.618
0.30	0.604
0.35	0.591
0.40	0.586
0.45	0.574
0.50	0.566

表6　入力データ精度の変化による発生・分布交通モデルの一致性（伝播誤差）

RSD*(T)	CASE2	CASE3
0.05	0.568	0.610
0.10	0.570	0.617
0.15	0.555	0.628
0.20	0.540	0.624
0.25	0.530	0.607
0.30	0.518	0.601
0.35	0.515	0.585
0.40	0.491	0.576
0.45	0.477	0.564
0.50	0.496	0.564

モデル作成時の入力データの精度が一致性に与える影響は，発生交通モデルの場合に比較して，やや小さいが，RSD*(T)が30％を越えると顕在化する。そして，同率の誤差を与えた場合のシミュレーション値の分散も大きくなり，精度の安定性を欠く。次に表6は，モデル作成時の入力データの誤差が，発生交通，集中交通，および分布交通モデルに及ぼす影響が累積した場合の一致性指標である。これは入力誤差をもつデータから作成された発生交通，集中交通モデルの出力を分布交通モデルに入力して計算される伝播誤差であり，発生交通，集中交通モデルに取り込まれた説明変数の予測誤差がないと考えられる場合には，この一致性指標によって，全プロセスの予測精度が評価される。

表7　入力データ精度の変化による分布交通モデルのパラメータの変化

RSD*(T)	k	α	β	r
0.05	0.0264	0.64	0.64	1.39
0.10	0.0325	0.67	0.66	1.44
0.15	0.0081	0.71	0.70	1.49
0.20	0.0051	0.73	0.72	1.54
0.25	0.0033	0.76	0.74	1.57
0.30	0.0031	0.77	0.75	1.62
0.35	0.0024	0.77	0.76	1.62
0.40	0.0025	0.77	0.75	1.65
0.45	0.0031	0.76	0.75	1.68
0.50	0.0019	0.77	0.77	1.64

発生交通，集中交通モデルに取り込まれた説明変数の予測誤差が，分布交通量に与える影響を表8に示す。表8では，モデル作成時の入力データに誤差はないものとしている。ここでは，説明変数の予測誤差に基く，表3の発生交通量，集中交通量段階の予測誤差が伝播され，説明変数の予測誤差の水準RSD(X)の増加とともに，一致性は低下する。とくにモデルが複雑なCASE3，CASE4でこの傾向が著しく，RSD(X)が15％を越えると簡単なCASE1，CASE2の方が良い一致性を示す。表9はモデル作成時の入力データの誤差および，説明変数の予測誤差を合わせた場合の分布交通量における累積誤差である。そして，この一致性は，本研究で考えたプロセス全体を通しての予測の一致性を示し，最終的評価の対象となる。表9によるとCASE3,

表8　説明変数が予測誤差をもつ場合の分布交通量の予測の一致性（入力データの誤差　無）

RSD(X)	CASE1	CASE2	CASE3	CASE4
0.025	0.517	0.562	0.599	0.611
0.050	0.514	0.561	0.595	0.607
0.075	0.515	0.560	0.573	0.589
0.100	0.520	0.559	0.563	0.583
0.125	0.512	0.558	0.527	0.552
0.150	0.513	0.553	0.509	0.537
0.175	0.497	0.536	0.461	0.493
0.200	0.501	0.542	0.438	0.467
0.225	0.497	0.536	0.401	0.440
0.250	0.494	0.518	0.319	0.368

CASE４は，説明変数の予測誤差による予測精度の低下が著しいため，説明変数の予測誤差が小さい場合には，有効なモデルであるが，これが20％を越えると，モデルとしての有効性が疑問視される。この点，CASE１およびCASE２は，必ずしも十分な一致性は有しないにせよ，説明変数の予測誤差が大きい場合にも適用し得るモデルといえよう。道央都市圏パーソントリップ調査では，平均的なゾーンペアの分布交通量における相対誤差は，全目的で約25％，目的別で約50％となる。発生交通モデルの入力データの予測誤差を10％と想定すると，全目的分布交通量の予測の一致性は，CASE２～４のいずれにおいても0.50程度となる。従って，発生交通モデルとしては，操作の簡便性を考えて，２変数程度の簡略なものを用いて十分であろう。また，目的別の予測を行う場合には，複雑なモデルでは予測誤差を大きくする危険性がある。

表９　説明変数が予測誤差をもつ場合の分布交通量の予測の一致性
（入力データの誤差 $RSD^{*}(T)=0.50$）

RSD(X)	CASE１	CASE２	CASE３	CASE４
0.025	0.507	0.512	0.576	0.612
0.050	0.501	0.504	0.558	0.590
0.075	0.500	0.509	0.555	0.542
0.100	0.485	0.491	0.467	0.517
0.125	0.484	0.472	0.397	0.481
0.150	0.502	0.505	0.368	0.465
0.175	0.504	0.487	0.326	0.429
0.200	0.460	0.400	0.143	0.234
0.225	0.495	0.505	0.131	0.243
0.250	0.473	0.448	0.154	0.220

5．結　論

本研究では，交通需要予測の一連のプロセスのうち，「発生交通量，集中交通量の予測――分布交通量の予測」を取りあげ，予測精度への影響要因として，①モデル作成時のデータの精度，②モデルの精度，③モデルに取り込まれた説明変数の予測誤差を考え，これらが注目する予測量の精度にどのように影響するかを理論的に検討し，これをシミュレーションによって数値分析し，交通需要予測プロセスにおける調査設計，モデルの作成，予測作業の精度面での関連性について把握した。その結果を要約すると，

1）予測精度への影響要因を明らかにし，その相互関係を（１）式によって表現した。σ_u^2 と $\sum_{k=1}^{p}\beta_k^2 V[\Delta x_{ki}]$ はモデルの複雑さを介して関係があり，一般には互いにトレードオフの関係にある。

2）モデルに取り込まれた説明変数の予測誤差は，相対誤差で10～15％となると影響が現われてくる。とくに多くの説明変数を含む場合にその影響が甚しい。このことより予測モデルの簡略化の方向が示唆され，変数の選択も含めて，採用すべきモデルの決定は需要予測の一連のプロセスを通じての予測誤差を考慮してなされるべきであることがわかる。

3）モデル作成時のデータの精度が予測精度に与える影響は比較的小さいが，発生交通量，分布交通量モデルにおいて外的基準の誤差が相対誤差で25％を越えると予測精度が低下する。

なお，分布交通量モデル作成時における入力データの誤差の影響の分析には，対数変換によるパラメータ推定法の影響があるため，非線形回帰法等他のパラメータ推定法を用いての検討が必要であろう。

本論文の作成にあたって，終始御指導いただいた北海道大学五十嵐日出夫教授に心から感謝の意を表します。

参考文献

1）杉恵頼寧，松岡康弘：交通量推定モデルにおける累積予測誤差，第13回日本都市計画学会学術研究発表会論文集，1978，P181～P186

2）太田勝敏：交通需要予測の誤差分析，土木学会第28回年次学術講演会講演概要集第４部，1973，P133～P134

3）山形耕一：交通需要推定モデルにおける入力データ精度の影響について，土木学会第31回年次学術講演会講演概要集第４部，1976，P238～P239

4）山形耕一，佐藤馨一，岩立忠夫：予測誤差を考慮した重回帰モデルの変数選択について，土木学会第33回年次学術講演会講演概要集第４部，1978，P49～P50