路上交通量観測による自動車OD交通量の推計

岡山大学　正員　井上博司

1. はじめに

交通計画を立案するための交通需要予測法については，現在では主としてパーソントリップ法が用いられており，最近では非集計モデルの新しい手法が提案されている。パーソントリップ法では調査および集計，解析に膨大な費用と人員，期間を投入することが必要である。広域的な都市圏で長期的な総合交通計画を立案するためには，このような大規模な調査が必要であることはいうまでもないが，限られた地域で比較的近い将来を目標とした道路計画を立案するような場合，あるいは交通管制を計画するような場合にはもっと費用のかからない他の予測方法が用いられるべきである。

本稿では地域内の自動車OD交通量を推計する簡易的な手法として，道路網上の主要地点において観測された自動車交通量のデータから，OD交通量を推計するための基礎的理論を述べる。この手法の特徴は，個々の自動車トリップの起終点を調査することなしに，ただ主要地点を通過する自動車交通量を調査するだけでOD交通量を推定することにある。

交通量調査データを用いてOD交通量を推定する方法はこれまで Jensen, T and S. K. Nielsen[1)]，OECD研究グループ[2)]，飯田恭敬[3)]，佐佐木綱，井上矩之[4)]等によって研究されてきた。しかし従来の方法では道路交通量の変動に関する考察が十分でないために，推定法そのものの合理性を欠いており，必ずしも説得性のあるモデルが得られていない。

本研究においては，統計学的手法を用いてOD交通量を推定するための基礎的理論を展開している。まずOD交通量を確率変数として取り扱い，その確率分布を理論的に誘導する。OD交通量を確率論的にとらえると，路上観測交通量の値は確率変数の1つの実現値として考えることができる。このような概念の上に立って，平均OD交通量の最尤推定値としてOD交通量の値を推定する手法を述べる。

2. OD交通量の確率分布

従来OD交通量は一定の値として確定的に取り扱われてきた。しかしOD交通量が毎日同じであるはずはない。OD交通量は毎日変動しているが，そのうちには月変動，曜日変動などの周期的な変動と，全くの偶然による日変動とが含まれる。周期的な変動はもし定量的にとらえられるならば，その影響を補正することが可能であると考えられるので，以下では全くの偶然による日変動のみを考察の対象とする。

いまある特定のODペアーに関するトリップについて考える。このODペアーに関するトリップを行う人の数を m 人とする。ここでモデルを簡単にするために次の仮定をおく。

(1)　各トリップはそれぞれ確率的に独立である。

(2)　各人が1日に行うこのODに関するトリップ数は 0または1である。

(3)　各人がどの特定の1日にこのODに関するトリップを行う確率も皆等しい。

以上の仮定のもとで，各人が特定の1日にこのODに関するトリップを行う確率を p，第 i 番目の人が行うトリップ数を T_i とすると，

$$P(T_i=0)=1-p\ ,\qquad P(T_i=1)=p$$

であるから，T_i の平均値および分散は次のように表わされる。

$$\mu_{T_i}=p\ ,\qquad \sigma_{T_i}^2=p(1-p)$$

ところである特定の1日に起るこのODペアーのトリップ数 X は，m 人についての T_i の和に等しいから，

$$X=\sum_{i=1}^{m}T_i$$

となる。通常多くの人がこのODに関するトリップを行う可能性があると考えてよいので，中心極限定理より，Xは正規分布に従うと考えられる。

OD交通量Xの平均値および分散は，トリップはそれぞれ独立であるという仮定より，

$$\mu_x = mp, \qquad \sigma_x^2 = mp(1-p) = \mu_x(1-p)$$

となる。ここでpの値はODペアーによって変わらないとする。このときOD交通量Xの分散は平均値μ_xに比例することになる。分散σ_x^2はpの値によって左右されるが，買物や娯楽などの自由目的トリップよりも出勤や通学などの目的のトリップほどpの値が大きいと考えられるので，分散は小さくなる。pの値が非常に小さいかあるいはトリップの発生がまったくランダムであると考えられる場合には分散はほぼ平均値に等しい。

ODペアーiの平均OD交通量をμ_iとすると，分散は平均値に比例するということより$\alpha\mu_i$ $(\alpha=1-p)$となる。したがってODペアーiのOD交通量X_iの確率密度関数は次のようになる。

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha\mu_i}}\, e^{-\frac{(x_i-\mu_i)^2}{2\alpha\mu_i}} \qquad (1)$$

3. OD交通量の標本分布

何等かの値を推定する場合，その値に関係する情報の量が多いほどより良い推定値が得られることはいうまでもない。そこでOD交通量を推定するために路上観測交通量とともに過去に行われたOD調査の結果を用いるということを考えてみる。この場合その間にOD交通量のパターンが変わらないことが前提になるから，OD交通量調査時点とあまり年月が隔っていないことが必要である。

いまOD調査における抽出率をg（拡大率$K=1/g$）とすると，ある特定の人がサンプリングされ，かつトリップを行った確率はpgとなる。したがってOD調査によってちょうどzトリップだけ抽出される確率は，

$$g(z) = \binom{m}{z}(pg)^z(1-pg)^{m-z}$$

となる。ここでmは十分大きい値であると考えると，この分布は正規分布$N(mpg,\ mpg(1-pg))$に近似することができる。

ところで推定OD交通量は$S = Kz = z/g$であるからSの分布は，$N(mp,\ mp(1-pg)/g)$となる。この分布の分散は，OD交通量の標本における分散と，OD交通量自体の分散の和に等しい。

結局ODペアーiの推定OD交通量S_iの確率密度関数は，

$$g(S_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta\mu_i}}\, e^{-\frac{(S_i-\mu_i)^2}{2\beta\mu_i}} \qquad (2)$$

となる。ここに$\beta = (1-pg)/g$である。

4. 断面交通量の確率分布

交通量観測データからOD交通量を推計しようとするときの一番大きな問題は，起終点間の経路選択をどのように扱うかということである。各ODペアーの経路選択率についての信頼しうるデータが得られれば，高い精度でOD交通量を推定することができる。しかし通常は経路選択率がわからないので，これを交通量配分により求めるのが妥当であろう。そのためにはまずOD調査によって得られているOD交通量を等時間原則により道路網に配分してみる。次に得られた配分交通量から各ODについての経路選択率を推定する。これらについてはすでに開発されている手法[5),6)]を用いることができる。こうして求まった経路選択率を不変のものとしてOD交通量推計に用いる。

いま各OD交通は一定の割合でそれぞれいくつかの経路を選択すると仮定する。ODペアーiの交通がk番目の経路を選択する割合をr_{ik}とする。また係数δ_{ikj}を，ODペアーiのk番目の経路が道路区間jを通る場合に1，通らない場合に0と定義する。このとき，道路区間jの計算交通量Y_jは，

$$Y_j = \sum_i \sum_k \delta_{ik,j} r_{ik} x_i$$

となる。各トリップは独立であるという仮定より，Y_j の平均値および分散は

$$\mu_{Y_j} = \sum_i \sum_k \delta_{ik,j} r_{ik} \mu_i \quad , \quad \sigma_{Y_j}^2 = \alpha \sum_i \sum_k \delta_{ik,j} r_{ik} \mu_i = \alpha \mu_{Y_j}$$

となる。OD交通量 X_i は正規分布に従うから，Y_j も正規分布に従う。したがって Y_j の密度関数は次式で与えられる。

$$h(Y_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha\mu_{Y_j}}} e^{-\frac{(Y_j-\mu_{Y_j})^2}{2\alpha\mu_{Y_j}}} \tag{3}$$

5．最尤法によるOD交通量の推定

路上交通量観測データと過去のOD調査によるOD表とを用いて現在のOD交通量を推定する。本研究ではOD交通量は確率変数として取り扱っているので，OD交通量の値として母平均値を推定することを考える。そのための手法として最尤推定法を用いる。最尤推定法は確率変数の観測値を1つの実現値と考えて，観測された実現値の組合せが得られる同時確率（密度）が最大になるような母数を求めるという手法である。

いまOD i についてOD調査から求められた推定OD交通量を S_i^*，路上交通量観測から求められた道路区間 j の交通量を Y_j^* とする。このような実現値の生起する同時確率密度すなわち尤度関数は，

$$L(S^*, Y^*; \mu) = \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta\mu_i}} e^{-\frac{(S_i^*-\mu_i)^2}{2\beta\mu_i}} \prod_j \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha\mu_{Y_j}}} e^{-\frac{(Y_j^*-\mu_{Y_j})^2}{2\alpha\mu_{Y_j}}} \tag{4}$$

となる。$L(S^*, Y^*; \mu)$ を最大にする μ_i の値がOD交通量の平均値の最尤推定値である。

式(4)を最大にすることは困難なので，ここで若干の近似を行う。いま求めようとしているOD交通量の値は過去のOD調査によって求められている推定OD交通量の値とあまり変わらないはずである。そこで式(2)における分散 $\beta\mu_i$ を過去のOD調査によって求められているOD交通量の値 S_i^* を用いて βS_i^* に近似する。断面交通量の分布の分散についても同様に $\alpha\mu_{Y_j}$ を αY_j^* で近似する。

以上の近似によって尤度関数は次のようになる。

$$L(S^*, Y^*; \mu) = \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta S_i^*}} e^{-\frac{(S_i^*-\mu_i)^2}{2\beta S_i^*}} \prod_j \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha Y_j^*}} e^{-\frac{(Y_j^*-\sum_i\sum_k \delta_{ik,j} r_{ik}\mu_i)^2}{2\alpha Y_j^*}}$$

$$= \left(\prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta S_i^*}}\right)\left(\prod_j \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha Y_j^*}}\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}\left\{\sum_i \frac{(S_i^*-\mu_i)^2}{\beta S_i^*} + \sum_j \frac{(Y_j^*-\sum_i\sum_k \delta_{ik,j} r_{ik}\mu_i)^2}{\alpha Y_j^*}\right\}} \tag{5}$$

式(5)を最大にするためには

$$F = \sum_i \frac{(S_i^*-\mu_i)^2}{\beta S_i^*} + \sum_j \frac{(Y_j^*-\sum_i\sum_k \delta_{ik,j} r_{ik}\mu_i)^2}{\alpha Y_j^*}$$

を最小にすればよい。

Fを μ_i で偏微分して0とおくと，

$$-\frac{2(S_i^*-\mu_i)}{\beta S_i^*} - \sum_j \frac{2(Y_j^*-\sum_i\sum_k \delta_{ik,j} r_{ik}\mu_i)\sum_k \delta_{ik,j} r_{ik}}{\alpha Y_j^*} = 0 \tag{6}$$

となる。これより μ_i $(i=1,2,\cdots\cdots,n)$ に関する次の連立一次方程式が得られる。

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}\mu_1 + a_{12}\mu_2 + \cdots\cdots\cdots + a_{1n}\mu_n = b_1 \\ a_{21}\mu_1 + a_{22}\mu_2 + \cdots\cdots\cdots + a_{2n}\mu_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}\mu_1 + a_{n2}\mu_2 + \cdots\cdots\cdots + a_{nn}\mu_n = b_n \end{array}\right\} \tag{7}$$

ここに，

$$a_{ij} = \begin{cases} i=j \text{のとき} \\ \quad \dfrac{1}{\beta S_i^*} + \sum_k \sum_{k'} \sum_l \dfrac{r_{jk'} r_{ik} \delta_{jk'l} \delta_{ikl}}{\alpha Y_l^*} \\ i \neq j \text{のとき} \\ \quad \sum_k \sum_{k'} \sum_l \dfrac{r_{jk'} r_{ik} \delta_{jk'l} \delta_{ikl}}{\alpha Y_l^*} \end{cases}$$

$$b_i = \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha} \sum_k \sum_l \delta_{ikl} r_{ik}$$

連立一次方程式(7)を μ_i ($i=1,2,\cdots\cdots,n$) に関して解くと，ＯＤ交通量の平均値の最尤推定値が得られる。またＯＤ交通量の確率密度関数(1)式を用いて，平均値の信頼区間が求められる。

6．まとめ

交通量観測データから自動車ＯＤ交通量を推定する手法を述べてきた。この手法ではすべての道路区間での交通量観測は必要ではなく，主要な地点での交通量観測だけを行なえばよい。しかし交通量観測する道路区間の数が多いほど確度の高い推定値が得られることはいうまでもない。この方法はパーソントリップ法その他の従来のＯＤ調査に比べて，調査に要する費用が非常に低廉であるという長所をもつ。したがってパーソントリップ調査後のＯＤ交通量の経年変化を知りたい場合や，交通管制のための交通量推計にこの方法を用いると有用であろう。

またこの手法は自動車交通の場合だけではなく，その他のマストランシットのＯＤ交通量推計にも用いることができる。自動車交通よりもマストランシット利用トリップの方が経路選択率が安定していると思われるので，適用がより容易である。

本研究で残された問題は，定数α，βにどのような値を与えたらよいのか，経路選択率がどの程度信頼しうるのか，ＯＤ交通量の周期的な変動および傾向変動をどのように取り扱うのか，過去のＯＤ調査結果が利用できない場合にはどうするかなどである。これらについてさらに検討を加えるとともに，実際への適用によって推計法の有効性を挙証することが必要である。

〈参考文献〉

1) J. Holm, T. Jensen, S.K. Nielsen, A. Christensen, B. Johnsen, and G. Ronby ; "Calibrating Traffic Models on Traffic Census Results Only," Traffic Engineering and Control, Vol 17 No.4, April 1976.

2) OECD Road Research Group; "Urban Traffic Models: Possibilities for Simplification", OECD, Paris, August 1974, pp98–102.

3) 飯田恭敬；"サンプル交通調査と実測道路区間交通量による道路網交通需要推計法"，交通工学，Vol.13 増刊号，1978年2月，pp17–25. など

4) 佐佐木綱，井上矩之 その他；"大気汚染から見た街路と高速道路の交通の分担"，文部省科学研究費研究成果報告書，1978年3月．

5) Hiroshi Inouye ; "An Investigation on Computational Methods of Traffic Assignment in Road Networks", Memoirs of the School of Engineering Okayama University, Vol 11. No.2, January 1977. など

6) 井上博司；"等時間原則交通量配分における経路交通量の推定"，交通工学，Vol.13 No.1，1978年1月，pp 3–9.