

たわみ性地下埋設管の室内実験

LABORATORY EXPERIMENTS ON THE UNDERGROUND FLEXIBLE PIPE

湯 浅 欽 史*

By Yoshichika Yuasa

1. はじめに

この実験は、すでに土木学会論文集 No. 83 に発表した実験に引き続き、1962 年夏、東京大学土質研究室において著者が行なったものである。暗きょ一般の問題点と M.G. Spangler の理論の紹介および批判については、それを参照されたい（以下、前論文と略す）。また、半円筒アーチの応力については、37 年度土木学会年次学術講演会において発表した。今回発表する論文は、とくに flexible pipe を直接目標とした模型実験に関するものである。

たわみ性暗きょが剛性暗きょと異なった取り扱いが必要となる点は、暗きょに作用する側圧が決定的な重要性をもっていることである。たわみ性暗きょはそれ個有の強度よりむしろ、周囲の土が暗きょにおよぼす圧力を均等化することによって、構造物としての強度が期待しうるものである。空気中で上下圧力を加えられるならきわめて小さな荷重しかとりえない薄肉鋼管も、土中に埋設されているなら、管の側方へのたわみが土の反力を誘起し、ある程度以上の管の変形はさまたげられ、かなり大きな鉛直荷重にも耐えることができる。それゆえ、側方反力の大きさとその性質を知ることがたわみ性暗きょ個有の問題としては中心課題となり、力のみでなく変形が大きな役割を演じる。この点についての認識が従来不十分であったと考えられるので、この論文の強調点になっている。

そこで、実験データの整理と解析の中心は、鋼製円管という力学的性質のよく知れた構造物を取り扱い、そのひずみや変形を直接対象としながら円管周囲の土の性質を解明していく、ということにある。問題は

- A. 円管の応力状態を知ること
- B. 円管の変形と土圧との関係から、土の力学的性質を知ること

の2つに一応わけられる。A. は埋設管の設計に直接役立ちうる。B. は“変位する壁”の土圧論（たとえば、シートパイルの土圧）という現代的問題と共通の観点をもっているだけでなく、実用上不明な点の多かったコルゲートパイプの問題への一つの理論的資料とすることができる。また、この点は Spangler の理論の弱点の一つにもなっている。

たわみ性埋設管について Spangler は Trans. of ASCE, vol. 113, pp. 340~343 の中でつぎのように述べている。まず剛性暗きょとの差異としてたわみ量で破壊が支配されることをあげ、暗きょにかかる荷重を知れば弾性限界内では曲げ理論から十分正確にたわみ量を計算しうることをのべ、ついで多数の現場実験の結果からつぎのような結論を導いている。

- (1) 鉛直圧力は Marston の理論で計算でき、等分布荷重とみなせる。
- (2) 鉛直反力は支承幅全体にわたって一様に分布する。
- (3) 水平反力は parabolic に管中央 100° にわたって分布し、その最大圧力は土の受働抵抗係数に水平半径のたわみ量を乗じたものである。
- (4) 以上の結果より、水平たわみ量は次式で表わされる。

$$\Delta = F_d \frac{F_k W_c r^3}{EI + 0.061 \epsilon r^4} \quad (10. (2) \text{ 参照})$$

F_d : deflection lag factor ϵ : 土の受働抵抗係数

F_k : bedding constant r : 円管の半径

W_c : 鉛直荷重 EI : 円管の曲げ剛性

そして、 ϵ の性質がまだ明らかになされていないこととことわり、土質による ϵ の値の変化に説明を加えている。続いて F_d , settlement ratio δ (円管と土との相対変位量を円管隣接部の土の圧縮量で除したもの)、 ϵ が相互に密接に関連していること、施工条件が円管の強度におよぼす影響の重要性を強調している。

Spangler の理論を再検討することをふくめ、この実験で明らかにしたいと思う事項はつぎのようなものである。

- (1) 円管に作用する鉛直圧力の分布状態を推定する。
- (2) 円管に作用する側圧の大きさとその分布形を推定する。これは理論と実際との両面から興味がある。
- (3) 土の圧力係数を知ること。いろいろな物理量が土の変位と圧力の関係にどう効いてくるか、何によって砂の圧力が支配されているか。
- (4) たわみ性暗きょの設計原理をどのような点に求めるべきか、その方向をさぐる。

これらの課題を解くために、比較的均一な条件をえやす

* 正員 工博 法政大学工学部

図-1 実験装置全体図

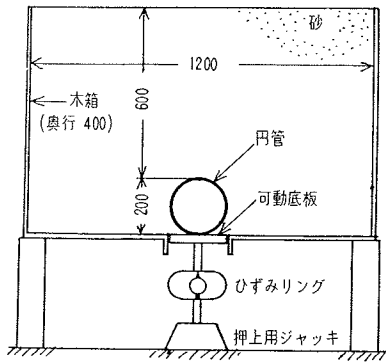
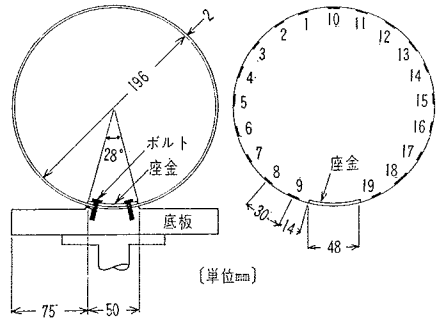


図-2 円管の支承条件 図-3 ストレインゲージの位置および番号



い室内模型を用いた。円管の円周にそって抵抗線ひずみ計をはり、円周にそった管のひずみ分布を調べ、それを中心に考察を進める。

2. 実験の概要

実験装置と実験方法の詳細は前論文を参照されたい。図-1 のような木箱に粒径が 0.8 mm 程度にそろった気乾状態の砂をつめる。木箱の中央底部の可動底板は上下に動かすことができ、ひずみリングを介して押上用ジャッキによって支えられている。円管は肉厚 2 mm の鋼板を外径 200 mm にまるめ、下端を 2 列のボルト (計 18 本) と一枚の座金板によって可動底板にとりつけたものである。この底板上面には、弦長 50 mm の凹円筒面を作り円管を受けている (図-2, bedding angle は約 28°)。ストレインゲージは円管の中央断面内周にそって添付した。30 mm 間隔で 19 枚、ゲージの番号は頂部を No. 10 とし左右対称に No. 1~9, No. 11~19 とする。最上部のゲージ No. 9, No. 19 と座金端との円周上の距離は 14 mm となる (図-3)。

補足実験では、木箱の前面の円管があたる部分を切り抜き、円管内にダイヤルゲージを 3 個設置した。それによって管の半径の変化を直接測定した。

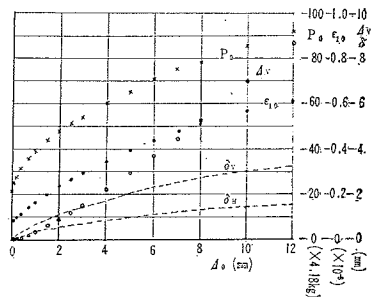
砂高は管頂から砂表面まで 60 cm で、ゆるづめの場合と振動を与えて締固めた場合との 2 種の状態で実験を行なった。ジャッキによって円管を砂中に押し上げるにしたがい、押上量 4_0 がつぎの値のときに各計器の読みをとった。単位は mm。

- ゆるづめ砂 : 0, 0.1, 0.2, 0.4, 0.7, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12
- かたづめ砂 : 0, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0

その後、円管を下げもどして順次測定を行なったが、もどりの過程についてはいっさい省略する。以上の実験のはかに、砂高を 20 cm, 40 cm にしたもの、砂表面に載荷 (偏心荷重もふくむ) したものについても実験したが省略する。

つぎに生データの一例を図-4 に示す。図中の点と破線はすべて補足実験のゆるづめ砂の場合の実測値である。ストレインゲージは No. 10 (管頂) のみ

図-4 生データの例 (ゆるづめ砂)



記してある。 4_V は管頂の上方への変位、 δ_V は管の鉛直直径変化、 δ_H は水平半径の増加量、である。

測定が終了し砂を箱から排出したときのストレインゲージの値、すなわちイニシアルからのずれは最大 20 micro 程度である。測定中の計器の安定もよいので、ひずみの変化は 3~5 micro、絶対値は 15 micro 程度の精度で十分決定しうると考えられる。むしろ測定値のばらつきは、各実験回ごとの砂の詰め方による砂の状態のばらつきを表現していると思われる。一般に底板全圧力 P_0 は押上量 4_0 の増加にともなって急増し、以降ゆるやかな増加を示すが、ひずみ ϵ は全体になだらかな上に凸の曲線となることが注目される。それゆえ、圧力 P_0 とひずみ ϵ との間には線形関係が保たれていないと想定され、この点については後述する。

3. パイプの計算—モーメント分布と管のたわみ

使用した円管を薄肉円筒と考え、エネルギー法を用いて応用力学的計算をして数値を代入し、いろいろな外力条件についてのグラフを描いた。それらの結果をうるには、表-1 に式の形で示されたものを組み合わせればよい。

曲げモーメントを $M = \tilde{M} w R^2$, 軸力を $T = \tilde{T} w R$ と書くと、 \tilde{M} , \tilde{T} は各々荷重分布の形によって定まる係数であり、荷重の大きさにはよらず中心角 θ の関数である。円管の常数を式に代入すると、ひずみはつぎのようになる。

表-1 パイプの計算結果

荷重状態	θ の範囲	曲げモーメント (wR^2)	軸力 (wR)	$\frac{\delta_V}{\delta_H} \left(\frac{wR^4}{EI} \right)$
	$\alpha \leq \theta \leq \pi$	$\frac{1}{\pi} (\alpha \sin \alpha + \cos \alpha + \sin^2 \alpha \cos \theta - 1)$	$\frac{1}{\pi} \sin^2 \alpha \cos \theta$	-0.01090 +0.01677
	$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$	$\left(\frac{3}{8} + \frac{1}{\pi} \right) - \sin \theta - \frac{1}{3\pi} \cos \theta$ $\left(-\frac{1}{8} + \frac{1}{\pi} \right) - \frac{1}{2} \sin^2 \theta - \frac{1}{3\pi} \cos \theta$	$-\frac{1}{3\pi} \cos \theta - \sin \theta$ $-\frac{1}{3\pi} \cos \theta - \sin^2 \theta$	$\frac{2}{\pi} - \frac{5}{12}$ $\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{12}$
	$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$	$\left(\frac{1}{6} + \frac{11}{18\pi} \right) - \frac{1}{4\pi} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta$ $\left(-\frac{1}{6} + \frac{11}{18\pi} \right) - \frac{1}{4\pi} \cos \theta - \frac{1}{6} \sin^2 \theta$	$-\frac{1}{4\pi} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta$ $-\frac{1}{4\pi} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta$	+0.09715 -0.11011
	$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$	$\left(\frac{5}{24} + \frac{7}{18\pi} \right) - \frac{1}{4\pi} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta$ $\left(\frac{1}{24} + \frac{7}{18\pi} \right) - \frac{1}{4\pi} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta + \frac{1}{6} \sin^3 \theta$	$-\frac{1}{12\pi} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta$ $-\frac{1}{12\pi} \cos \theta - \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \sin^3 \theta$	+0.12280 -0.12200
		$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos^2 \theta$	$-\cos^2 \theta$	$-\frac{1}{6}$ $+\frac{1}{6}$
	$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$	$\frac{1}{8} - \frac{2}{3\pi} \cos \theta - \frac{1}{2} \cos^2 \theta$ $\frac{1}{8} - \frac{2}{3\pi} \cos \theta$	$-\frac{2}{3\pi} \cos \theta - \cos^2 \theta$ $-\frac{2}{3\pi} \cos \theta$	$-\frac{1}{12}$ $+\frac{1}{12}$
		$\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{9\pi} \right) - \frac{1}{2} \cos^2 \theta + \frac{1}{6} \cos^3 \theta$	$-\cos^2 \theta + \frac{1}{2} \cos^3 \theta$	-0.0950 +0.1090
		$\frac{1}{8} - \frac{1}{16} \cos \theta - \frac{1}{4} \cos^2 \theta + \frac{1}{12} \cos^3 \theta$	$-\frac{1}{16} \cos \theta - \frac{1}{2} \cos^2 \theta + \frac{1}{4} \cos^3 \theta$	$-\frac{1}{12}$ $+\frac{1}{12}$

(θ は最下点からはかった中心角)

$$\epsilon = \frac{W}{2.8 \times 10^3} \left(\tilde{M} + \frac{\tilde{T}}{300} \right) : W = 2wR$$

同様に、表-1 における円管のたわみ（直径変化）の係数を $\tilde{\delta}$ と書くと、

$$\delta = \frac{W}{2.8} \tilde{\delta}$$

となる。これらの計算結果は測定値の解析に用いる。

4. 弾性的円管と非弾性的砂との関連

円管に生じるひずみや変形は荷重分布が与えられれば計算することができ、逆にひずみの状態から荷重の様子を想定することがある程度可能である。しかし、非弾性的性質をもつ砂では、変形から力、力から変形を知ることとは応力-ひずみ関係が明瞭ではないので、一般に困難である。今回の実験のテーマは弾性体と非弾性体の接触部分に関することが主要なものであり、両者が相互に干渉し合った結果が実測されているわけで、力学系としては興味あるものである。一つの実験的な関心としては、力学的性質がよくわかっていて計算に載る円管の beha-

avior を観測することによって、比較的性質が不明である砂の behavior を推定することが可能ではないか、ということがある。そのことはまた、砂の力学的性質を知る目的でこのようなタイプの測定器具（反力係数や横方向土圧測定用の）が開発されうる可能性をもっている。たわみ性埋設管を円管と砂とが複合された力学系としてとらえてみると、測定値から計算によって求めた円管の性質を引き去るなら、砂の力学的性質が残りとして得られることになる。さらに、この研究の出発点である Spangler の理論に関連しては、この理論の創造的であると同時に不明確な点である “settlement ratio δ ” に対する一つの接近の道を与える可能性がある。実用上の改良の道としては δ を実測する手段がえられるかもしれないということと、理論面では砂の非弾性的性質を考慮に入れて、管の変形と砂の変位との関係を示す何らかの概念を導入し、settlement ratio と置きかえるのではないかと、ということがある。

実験データの整理と解析にあたっては、以上のような一般的関係をふまえた上で、測定値と円管の計算値との

フィッティングを行なわなければならない。一口でいうなら、砂が非弾性であることの認識、ということである。以下、砂の反力係数と管への横圧力に焦点をしばって考えてみよう。

円管を薄肉の完全弾性体と考え、砂が管におよぼす鉛直合圧力を P_V 、水平合圧力を P_H とし、鉛直水平直径の増加を各々 δ_V, δ_H とする。

$$\begin{cases} \delta_V = a_{VV}P_V + a_{VH}P_H \\ \delta_H = a_{HV}P_V + a_{HH}P_H \end{cases}$$

a_{ij} は j 方向の力によって i 方向に生じる直径増加を与える係数で前節の結果により表-1の右端の値を2.8で除したものである。他方、砂の鉛直・水平方向の反力係数(単位の変位に要する力)を各々 N_V, N_H とすると、円管が砂中に押しこまれる量は底板変位 d_0 と δ_V の和となり、水平方向には片側の変位は $\delta_H/2$ であるから、

$$\begin{cases} P_V = N_V(d_0 + \delta_V) \\ P_H = \frac{1}{2}N_H \delta_H \end{cases}$$

となる。砂が非弾性であるから、底板の押し上げにしたがって、すなわち P や δ にしたがって N が変化していくことを考えると、底板押し上量が d_0 であるようなある砂の状態から、さらに付加的な底板押し上量に対応する砂の状態への微小な変化を考察することが、砂の力学的性質を解明するには有利である。そこで、付加的押し上量 δd_0 に対応する各量の変化分に「 ∂ 」なる記号をつけ、その変化分に対応する反力係数として n_V, n_H を用いると、上式はつぎのようになる。

$$\begin{cases} \partial \delta_V = a_{VV} \partial P_V + a_{VH} \partial P_H \\ \partial \delta_H = a_{HV} \partial P_V + a_{HH} \partial P_H \\ \partial P_V = n_V(\partial d_0 + \partial \delta_V) \\ \partial P_H = \frac{1}{2}n_H \partial \delta_H \end{cases}$$

各式を ∂d_0 で除せば、底板変位 d_0 を独立変数とする力と変位の偏微分係数の間の関係を表わす式となる。[力-変位] 曲線において、 N は原点と各点を結ぶ直線の勾配であり、 n は各点における接線の勾配となっていることに注意する必要がある、 n は $\partial N/\partial d_0$ ではない。それゆえ、暗きよの設計では直接 N が問題となっても、砂の力学的性質を表現するのは n の値と n の変化の様子(例えば d_0 で表わした関数形)である。

これらの式の中で、荷重分布を推定すれば4つの a は円管の計算から求めることができる。 P_V の値は底板全圧 P_0 (ひずみリングの値)によって与えられるという近似を行なうと、結局、4つの関係式の中に5つの未知量 $P_H, \delta_V, \delta_H, n_V, n_H$ があるので、さらに一つの量を測定するか、一つの関係式を導入しなければ各量を求めることはできない(10.(2))。

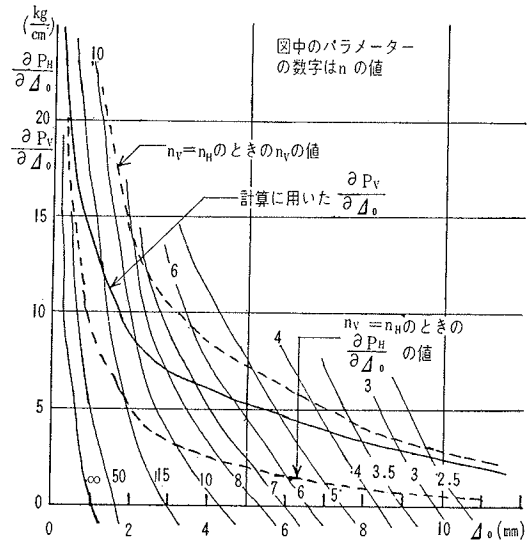
$\frac{\partial P_V}{\partial d_0}, \frac{\partial P_H}{\partial d_0}, \delta_V, \delta_H, n_V, n_H$ が4つの関係式によ

ってどのように結び合わされ、相互に依存し合っているかをみてみよう。4つの式から δ_V, δ_H を消去すると、 n を媒介として P_V と P_H の関係がきまる。

$$\begin{cases} \frac{\partial P_V}{\partial d_0} = n_V \left(a_{VV} \frac{\partial P_V}{\partial d_0} + a_{VH} \frac{\partial P_H}{\partial d_0} + 1 \right) \\ \frac{\partial P_H}{\partial d_0} = \frac{1}{2}n_H \left(a_{HV} \frac{\partial P_V}{\partial d_0} + a_{HH} \frac{\partial P_H}{\partial d_0} \right) \end{cases}$$

d_0 は円管と砂マスとの相対変位を表わすので、 $\partial P_V/\partial d_0, \partial P_H/\partial d_0$ は見かけ上の鉛直、水平反力係数のようなものと考えてもよい。図-5は底板を押し上げると $\partial P_H/\partial d_0$ がどのように変化するかを n_V をパラメーターとして示したものである。同じ目盛で、計算に用いた $\partial P_V/\partial d_0$ (ゆるづめ砂の一例)の値を記入してある(応力分布の形は後述)。なお、同一押し上量 d_0 のとき $n_V = n_H$ を仮定したときの n の値をこのグラフ上で結んだ線と、その n を用いて求めた $\partial P_H/\partial d_0$ を参考として破線で記入してある。後者はつぎの方程式で表わされる。

図-5 側圧の増加率と反力係数の関係



$$a_{VH} \left(\frac{\partial P_H}{\partial d_0} \right)^2 + \left\{ 1 + \left(a_{VV} - \frac{1}{2}a_{HH} \right) \frac{\partial P_V}{\partial d_0} \right\} \frac{\partial P_H}{\partial d_0} - \frac{1}{2}a_{HV} \left(\frac{\partial P_V}{\partial d_0} \right)^2 = 0$$

図-5をみると、まず気づくのは、 n_V のわずかな変化が側圧に大きな差を生じることである。現場測定により、相当の精度で反力係数の性質を決定できないかぎり、暗きよの設計は困難である。また、 n の値は変位の増加にしたがって大幅に減少することが予想でき、ある土について一個の n の値を決めることは現実性にとぼしい。 n_H の変化に対しては側圧はそれほど変わらないので、 n_V と n_H の関係をラフに決めても(例えば $n_H = (0.8 \sim 1.5)n_V$)、側圧の推定範囲は比較的せまく定まる。

砂の力学的性質として興味があるのは、 n_V と P_V (ま

図-6 表-1 より計算した $M^* = \frac{M}{wR^2} + \frac{T}{wR}$ (ゆるづめ砂)

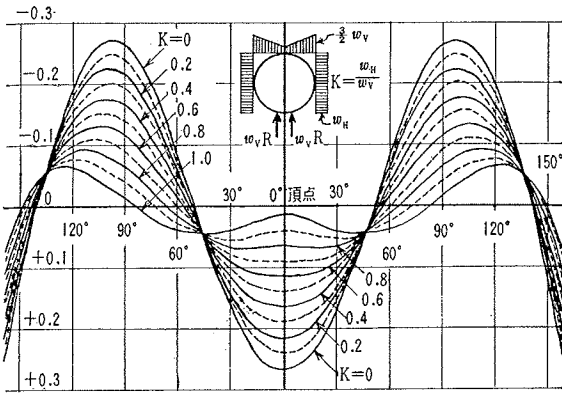
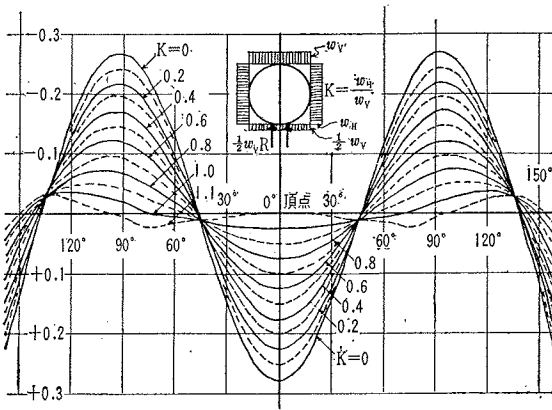


図-7 表-1 より計算した $M^* = \frac{M}{wR^2} + \frac{T}{wR}$ (かたづめ砂)



たは n_v と $d_0 + \delta_v$ の関係と n_H と P_H (または n_H と δ_H) の関係が、どのような類似と差異をもつかにあり、暗きよ周辺の砂を isotropic として取り扱えるか orthotropic として取り扱わねばならないかを定めるものである。しかし、同一の圧力に対応する n_v と n_H が等しいという仮定 (ある d_0 のとき $n_v = n_H$ という仮定ではなく、 $P_v = P_H$ のとき $n_v = n_H$) の下に4つの式を解くことは複雑なので、円管のひずみ分布から横圧力 P_H を推定してから検討することにする。

5. 圧力分布形の推定

薄肉円管に鉛直力 P_v 、水平力 P_H がある仮定された分布をもって作用する場合に、円周に生じる fiber strain は 3. の計算結果より次式で与えられる。

$$\epsilon = \frac{1}{2.8 \times 10^3} \left(P_v \tilde{M}_v + P_H \tilde{M}_H + \frac{P_v \tilde{T}_v + P_H \tilde{T}_H}{300} \right)$$

\tilde{M} 、 \tilde{T} は表-1 中の中心角 θ の関数で与えられた係数である。 P_H/P_v を K とすると

$$\epsilon = \frac{P_v}{2.8 \times 10^3} \left\{ \tilde{M}_v + \frac{\tilde{T}_v}{300} + K \left(\tilde{M}_H + \frac{\tilde{T}_H}{300} \right) \right\}$$

図-8 換算ひずみ分布 (ゆるづめ砂の例) パラメーターは底板変位 d_0 (単位 mm)

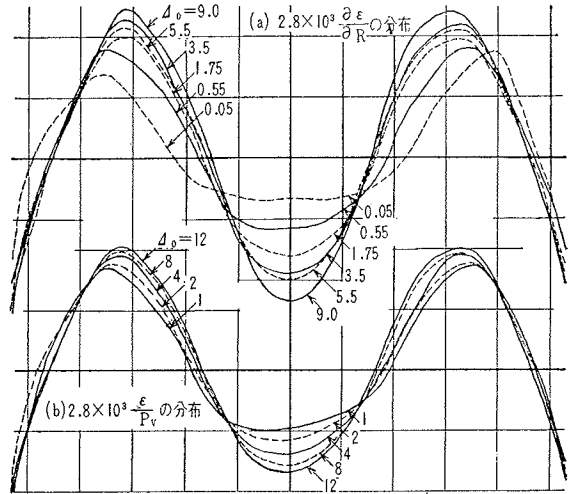
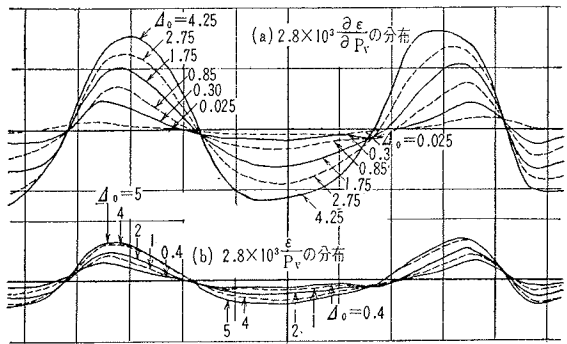


図-9 換算ひずみ (かたづめ砂の例) パラメーターは底板変位 d_0 (単位 mm)



となり、カッコ内を M^* と書くと、 M^* は鉛直水平圧力の比 K と、圧力分布形によって定まる。

そこで、

$$M^* = 2.8 \times 10^3 \frac{\epsilon}{P_v}$$

の形を用いて、 K をパラメーターとした計算値 M^* と測定値 P_v 、 ϵ より求めた右辺とを比較し、どのような圧力分布形が適用しうるかを推定する。これらの結果を、図-6~9 に示す。図-6, 7 は表-1 よりの計算値、図-8 はゆるづめ砂での実測値の一例、図-9 はかたづめ砂での実測値の一例である。図-8, 9 の (a) は微少変化分について、すなわち $2.8 \times 10^3 \times \frac{\partial \epsilon}{\partial d_0} \frac{\partial P_v}{\partial d_0}$ の分布とその変化を示すグラフである。グラフはいずれも円周を直線に伸ばして頂点を中央に最下点を左右端にして描いたものである。

ゆるづめ砂の場合には計算値と実測値がよく一致しているが、かたづめ砂の場合には実測値に合致するひずみ分布を与えるような荷重分布を表-1 の組み合わせによって得ることは困難であった。それは、fitting を行なう際

に、つぎのような互いに矛盾する要求をすべて満たすことができなかったからである (θ は最下点からの中心角)。

- ① (+) 最大値に対する (-) 最大値の割合
- ② (-) 最大値の生じる位置 (一般に $\theta \leq 90^\circ$ の点)
- ③ $M^*=0$ となる位置 (θ が 45° と 135° 付近の2カ所)
- ④ 変曲点の位置 (おもに $90^\circ < \theta < 180^\circ$ の箇所)

そのために、頂点付近でよい一致をえる荷重状態と、側部付近でよい一致をえる荷重状態とは違ってくる(後述)。かたづめ砂の場合には、一般にごく小さな M^* のものを作れる可能性をもち、かつ全体に矛盾が少ない形として図-7の分布形を選定した。この分布がもつ最大の弱点は上述①の点にあり、とくに $d_0=1\text{mm}$ 程度のとき実測値に生じる (+) 最大値と (-) 最大値との大きな差に合わせることができないことである。本来、荷重分布形は管の変形が増大するにつれ変化するものであろうが、ここで行なったような単純な計算の範囲では fitting の改善を求められないので、以下の解析においては図-6, 7 に示した分布形にもとづくことにする。また、 θ が小さな円管下部付近では、計算で仮定した支承条件の狂いが大きく効いているので、考察の対象外とする。

6. ひずみ分布の測定値と計算値とより横圧力 P_H の推定

前節の定性的な考察をもとに、実測値と計算値の量的な比較を行ない、 M^* の中にふくまれるパラメーター $K=P_H/P_V$ または $k=\partial P_H/\partial P_V$ を推定する。これによって横圧力とその性質を明らかにすることはたわみ性円管の設計に直接役立つばかりでなく、4. で導いた式より砂の力学的 behavior を明らかにする手がかりとなる。

図-6 と 図-8, 図-7 と 図-9 を重ね合わせるにより、ゆるづめ砂かたづめ砂について k および K が押上量 d_0 の増加にともなってどのように変化しているか調べてみる。結果をまとめると、 k については図-10(a), K については図-10(b) のようになる。前節のおわりにのべたことを考慮して、頂部付近での一致と側分付近での一致とにわけて記入した。参考のため 4. の式を用いてかたづめ砂について計算し、つぎのような n の限界の線をハッチによって示す。

$$0 < n_V < \infty : \frac{\partial P_H}{\partial P_V} > \frac{a_{VV}}{a_{VH}} - \frac{1}{a_{VH} \cdot \frac{\partial P_V}{\partial d_0}}$$

$$0 < n_H < \infty : \frac{\partial P_H}{\partial P_V} < -\frac{a_{HH}}{a_{HV}}$$

図-10(a) から、変形の進行にともなう側圧の性質はつぎのようなものであることがわかる。ゆるづめ砂では、鉛直圧力の 80% 程度からはじまりかなり急速に側圧の増加割合を減じ、管の変形がすすむ。 $d_0=2\sim 3\text{mm}$ に達すると $k=0.3$ 程度で一応の安定状態に入り、以後ゆるやかにその値を減じ、 $d_0=10\text{mm}$ 以上ではほとんど側圧の増加を期待できない。他方、かたづめ砂では、初期の k は 1.1 程度であり、大きな側圧をうけて管の変形はきわめて小さい。以後ほぼ直線的に k の値を減じるが、 $d_0=5\text{mm}$ においても約 50% の値を保っている。実験してはいないが、それ以上の変形に対しては側圧の増加は減退するかもしれない。

かたづめ砂では、小さな変形に対する側方圧力をかなりくわしく(鉛直圧力の 1.07~1.11)、しかも安定的に推定できそうである。それに反しゆるづめ砂では、微小な変位(例えば管径の 1/400, 砂かぶりの 1/1200)に対しても、期待しうる側圧は大きく変動(約 30%)するし、おそらく施工上のちょっとした差によってこれらの値がかなり影響をうけることが予想される。

実用上の意味が大きい K (側圧と鉛直圧力そのものの比)については、図-10(b) に示してある。現状では砂の挙動が十分解明されていないので、この K の値を直接設計に用いることはできず、 k についての考察を考えに入れなければならない。それにもとづいた新しい設

図-10(a) 底板変位に対する $k = \frac{\partial P_H}{\partial P_V}$ の変化

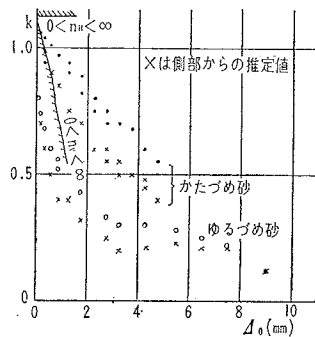
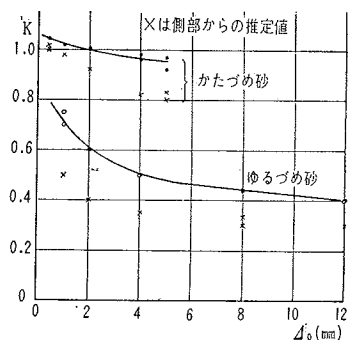


図-10(b) 底板変位に対する $K = \frac{P_H}{P_V}$ の変化



計原理が確立されてはじめて、この K の値の実用価値がでてくると思われる(8.(4)を参照)。

7. 反力係数 n_V, n_H の推定

反力係数を求めるには、前節で求めた $\partial P_H/\partial P_V$ を用いるのと、 δ_V, δ_H の実測値を用いるのと、二通りのやり方がある。まず、側圧を用いるには 4. で記した式より

$$\begin{cases} \frac{1}{n_V} = \frac{1}{\frac{\partial P_V}{\partial A_0}} + a_{VV} + a_{VH} \frac{\partial P_H}{\partial P_V} \\ \frac{1}{n_H} = \frac{1}{2} \left(a_{HH} + a_{HV} \frac{1}{\frac{\partial P_H}{\partial P_V}} \right) \end{cases}$$

図-6, 7 の圧力分布を用いるとすると, a_{ij} の値は表-1 から計算するとつぎのようになる。

ゆるづめ砂の場合	かたづめ砂の場合
$a_{VV} = -0.104704$	$a_{VV} = -0.095501$
$a_{VH} = +0.098165$	$a_{VH} = +0.093955$
$a_{HH} = -0.083333$	$a_{HH} = -0.083333$
$a_{HV} = +0.083333$	$a_{HV} = +0.083333$

砂が管から受ける変位量は鉛直方向に ($A_0 + \delta_V$), 水平方向に $1/2 \delta_H$ ではない。なぜなら, 鉛直方向の変位については, 管底は A_0 , 変位し管頂は ($A_0 + \delta_V$) 変位するが, 管のつぶれを上下対象とすると管側 ($\theta = 90^\circ$ の点) は ($A_0 + 1/2 \delta_V$) 変位することになるからである。水平方向も, $1/2 \delta_H$ ではなく, それを管の鉛直投影面に関し平均化しなければならない。たわみの関数形は計算によって求められるが複雑なので, δ の分布形を中央に山のある sinusoidal なものと仮定して平均化を行なう。管中心から水平方向に座標 τ をとると管の上半分のたわみの分布は

$$\delta'_{V(\tau)} = \frac{1}{2} \delta_V \left\{ 1 + \cos\left(\frac{\pi\tau}{2R}\right) \right\} \quad : -R \leq \tau \leq R$$

で表わせる。底板押上量 A_0 は管のすべての部分に等しく加わるので, 鉛直方向の砂の変位量 A_V はつぎのようになる。

$$A_V = A_0 + \frac{1}{R} \int_0^R \delta'_{V(\tau)} d\tau = A_0 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\right) \delta_V$$

同様の計算を水平方向について行なうと

$$A_H = \frac{1}{\pi} \delta_H$$

となる。これらの平均化を考慮してはじめの式を書き直し, 数値を代入する。

<ゆるづめ砂の場合>

$$\begin{cases} \frac{1}{n_V} = \frac{1}{\frac{\partial P_V}{\partial A_0}} - 0.06120 + 0.04871 \frac{\partial P_V}{\partial P_V} \\ \frac{1}{n_H} = -0.01895 + 0.02232 \frac{1}{\frac{\partial P_H}{\partial P_V}} \end{cases}$$

<かたづめ砂の場合>

$$\begin{cases} \frac{1}{n_V} = \frac{1}{\frac{\partial P_V}{\partial A_0}} - 0.05582 + 0.04871 \frac{\partial P_H}{\partial P_V} \\ \frac{1}{n_H} = -0.01895 + 0.04272 \frac{1}{\frac{\partial P_H}{\partial P_V}} \end{cases}$$

計算結果の概略をまとめると, つぎのようになる。

直径変化の実測値から側圧と反力係数を求めるには簡

d_0 mm	ゆるづめ砂の例				かたづめ砂の例			
	n_V (kg/cm)	n_H (kg/cm)	A_V (mm)	A_H (mm)	n_V (kg/cm)	n_H (kg/cm)	A_V (mm)	A_H (mm)
0.3	59.2	69.8	0.097	0.070	400	625	—	0.198
1.25	22.3	44.6	0.557	0.239	57.8	250	0.510	0.486
2.25	12.7	29.2	1.157	0.380	28.6	121	1.156	0.742
4.5	7.4	18.4	2.730	0.621	13.6	56	2.754	1.224
7.5	4.4	14.6	5.071	0.856				
11.0	2.3	6.3	8.050	1.041				

単な計算によってなしうる。 δ_V を用いたものと δ_H を用いたものと, おのおの二通り求まる。

$$\frac{\partial P_H}{\partial A_0} (\text{ゆるづめ砂}) : 1.2564 \frac{\partial P_V}{\partial A_0} + 16.80 \frac{\partial \delta_V}{\partial A_0}$$

$$\text{または } 1.1780 \frac{\partial P_V}{\partial A_0} - 16.80 \frac{\partial \delta_H}{\partial A_0}$$

$$\frac{\partial P_H}{\partial A_0} (\text{かたづめ砂}) : 1.1460 \frac{\partial P_V}{\partial A_0} + 16.80 \frac{\partial \delta_V}{\partial A_0}$$

$$\text{または } 1.1275 \frac{\partial P_V}{\partial A_0} - 16.80 \frac{\partial \delta_H}{\partial A_0}$$

図-11 砂の変位量と反力係数の関係

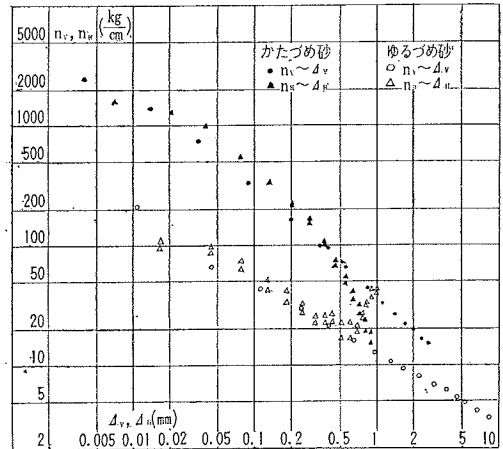
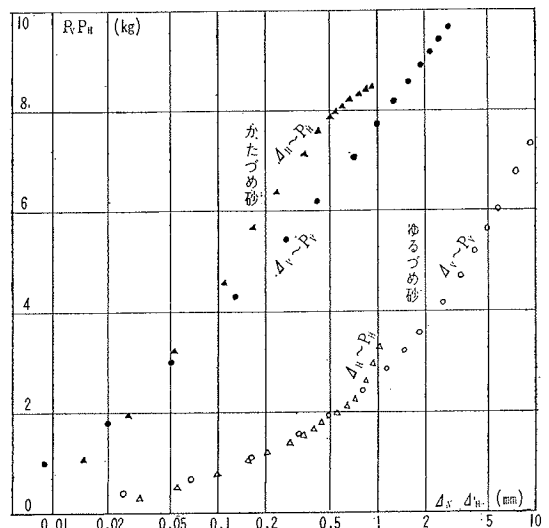


図-12 合圧力と砂の変位の関係



$$n_V = \frac{\partial P_V}{\partial \Delta_V} = \frac{\frac{\partial P_V}{\partial \Delta_0}}{1 + 0.8183 \frac{\partial \delta_V}{\partial \Delta_0}}$$

$$n_H = \frac{\partial P_H}{\partial \Delta_H} = \frac{\frac{\partial P_H}{\partial \Delta_0}}{0.3183 \frac{\partial \delta_H}{\partial \Delta_0}}$$

計算結果のうち、平均変位と反力係数の関係(鉛直方向 $\Delta_V \sim n_V$ 、水平方向 $\Delta_H \sim n_H$)を両対数目盛で図-11に、平均変位と合圧力の関係(同じく $\Delta_V \sim P_V$ 、 $\Delta_H \sim P_H$)を半対数目盛で図-12に示す。二種の n_H の値がプロットしてあるのは上述のとおり δ_V を用いたものと δ_H を用いたものがあるからで、一般に δ_V を用いたもののほうが大きい。なお、図-11においてゆるづめ砂の n_H が $\Delta_H = 0.7 \text{ mm}$ 以降増加に転じている理由は明らかでない。

8. 実験結果より砂の力学的性質の検討

砂の締め具合によって、砂の力学的性質がどのように影響をうけるかという点を中心に、実験結果をまとめてみよう。

(1) 全般的にいえることは、前の論文でも再三言及してきたことであるが、砂密度を10%程度増加させることにより、変位に対していちじるしく鋭感な性質となる。そして管への圧力、とくに側圧が大きく、しかも同一の相対変位を与えた場合、円管の構造的破壊の指標である管の変形量にはそれほどの差がない。それゆえ砂地盤での施工では、入念な締めが必要である。

(2) 側圧 P_H の増加割合 ($\partial P_H / \partial \Delta_0$)、および P_V の増加割合 ($\partial P_V / \partial \Delta_0$) とそれとの比をみよう(図-10(a))。 P_H も P_V もその増加率は指数的に減じていくが(例えば図-5)、 P_H のほうがいちじるしい。かたづめ砂では、 P_H の増加率は同一の側方変位量 Δ_H のとき、ゆるづめ砂の約10~5倍の値を示す(図-11において $\Delta_H = 0.01 \sim 0.5 \text{ mm}$)。 $\partial P_H / \partial P_V$ は6.で述べたとおり、ゆるづめ砂では圧力増加が期待できる変形初期にその値を急減させ、側部がやや締った状態で安定した値となるが、そのときには鉛直圧力の増加自体が減少しているので、側圧は大きくならない。他方かたづめ砂では、 $\partial P_H / \partial P_V$ は変形に対しほぼ直線的に減少していくので、初期の側圧増加がかなり期待できる。

(3) 破壊にいたるパターンの違いが存在するようと思われる。ゆるい砂では「管と砂との相対的移動→管の変形→砂中のせん断領域の拡大→側圧の安定」という各段階を通して yield するようである。かたづめ砂では、相対変形が小さい間は鉛直圧力と同程度の側圧が作用し、変形が進行すると反力係数が指数的に減じ ($\log n_H$ は、はじめ $\log \Delta_H$ とついで Δ_H と linear な関係)、側方への破壊、または鉛直水平両方の砂の yield に至るよ

うである。ただし、この最後の点については、与えた相対変位の最終値が小さい ($\Delta_0 = 5 \text{ mm}$) ために明確にされていず、砂の層厚と管の剛性を変えた今後の実験によってかたづめ砂での破壊過程が明らかにされるであろう。

(4) 鉛直荷重と水平荷重の比 P_H/P_V の定量的変化を整理してみると、ゆるづめ砂では0.8ぐらいからはじまり、 $\Delta_0 = 4 \text{ mm}$ 以後0.5~0.4で安定し、かたづめ砂では1.05~0.95に直線に近く減じる(図-10(b))。すなわち、かたづめ砂での P_H/P_V はゆるづめ砂でのその1.4倍→1.9倍ぐらいの値となる。たわみ性円管の力学的状態は側圧に大きく依存しているので、この倍率が埋設管全体としての強度的目安となる。変形の進行とともにこの倍率が増加傾向にあることから設計荷重から破壊荷重にいたるまでの荷重に対しかたづめ砂が高い信頼度を有していると考えてよい。なお、現実のかたづめ砂にある埋設管では一般に大きな鉛直荷重が生じやすいかわりに、周囲の砂と管との相対変位はゆるづめ砂の数分の一であろうことを考えに入れると、いっそう有利となる。

(5) 円管の外力条件と応力状態が砂密度によってどのような差をもっているかを、やや実際の立場からみてみよう。埋設管の設計やその安定性を考える場合に、ゆるづめ砂とかたづめ砂の実験結果を比較しようとしても、相対変位と円管への外力の生じ方、砂と管の挙動、破壊の性状などが異なるので、どのような時点で両者を比較するのが適切かが問題となる。すなわち単に底板押上量 Δ_0 の等しいときとか、鉛直荷重 P_V が等しいときに比較するということができない。そこで、管と砂をふくめた構造物の破壊へのプロセスを考え、両者が同等と思われる“段階”に至ったところ すなわち yield point のような時点をとりあげてみよう。

図-10(a)よりゆるづめ砂では $\Delta_0 = 7 \sim 7.5 \text{ mm}$ の点を取りだす。かたづめ砂ではこの図からははっきりしないが、変位に対する敏感さが2倍以上であることを考え、底板全圧力の動きを比較して、上の点に対応するものとして $\Delta_0 = 3.5 \sim 4 \text{ mm}$ とする。両者の比較をつぎのような表にまとめてみる。

	見かけ上の砂と管との相対変位	底板全圧力	管頂部のひずみ	管側部のひずみ	直径変化	k	K
ゆるづめ砂	7.5	246	+340×10 ⁻⁶	-410×10 ⁻⁶	1.71	0.22	0.45
かたづめ砂	3.75	725	+210×10 ⁻⁶	-390×10 ⁻⁶	1.07	0.67	0.97
両者の比	2.0	0.34	1.62	1.05	1.60	0.33	0.46

かたづめ砂では相対変位が小さく荷重が大きいことが推測され、一見たわみ性管の特性を十分生かせないように思える。しかし、むしろ逆に構造物の強度は周囲の砂の安定性に依存しているので、そのような状態のもとでも、円管に生じる応力と管径変化は、かたづめ砂のほうが小さくなる。同時に、K(側圧/鉛直圧)の比よりk(側

圧増加量/鉛直圧増加量)の比が小さいことは、かたづめ砂でまだ側圧増加の余地のあることを示している。このことから「ゆるい砂地盤としまった砂地盤に埋設されたたわみ性管が周囲の地盤沈下や盛土の沈下によって大きな荷重をうけた場合、もし力学的に類似の段階になっても、ゆるづめ砂に埋設された管のほうが破壊により接近している」と考えることができる。しまった砂地盤は沈下や相対変位量が小さいというだけでなく、側圧の安定性においてきわめてすぐれている。ただ「砂の相対密度いかにによって許容変形量を変えるべきだ」という考え方は以上のことだけでは論証不十分であろう。

(6) 反力係数 n_V と n_H について。ゆるづめ砂では鉛直方向の変位との関係 $n_V \sim \Delta V$, 水平方向の変位との関係 $n_H \sim \Delta H$ とともに、降伏まで指数的で、そのうえ両者は同一の log-log 直線上にある。かたづめ砂の場合、 $n_V \sim \Delta V$ は指数的だが、 $n_H \sim \Delta H$ は $\Delta H > 1 \text{ mm}$ で log n_H と ΔH が直線関係にある(図-11)。

(7) 砂マスは弾性的ではないので、砂の性質を反力係数ということで追求した場合、それが直接圧力と関係するのか変位と関係するのかという問題は興味深いものに思える。今回の実験からは、砂の物理的状態を定式化しやすい形で $P \sim n$ 関係が反映してはいずれ(図-12)、変位量が n を支配していると考えられる立場のほうが解析に有利であるということが出来る。常識的に考えても、砂に生じた変位(管によって押された量)によって砂の局部的密度変化や構造の再配列が生じると思われるので、その際そのような状態変化を生じた結果として、砂が管におよぼす圧力は変位量を媒介として反力係数と結びついていると考えるほうが、現象の把握には好都合である。もちろん、応力とひずみの本質の関係は「鶏と卵」と同様に一方的因果関係をふくんではいないと考えるのが正しいが、ここに述べたことは、土圧論を変形の立場から再構成することが何らかの実験の意味をもちはしないか、という問題提起である。

9. 変形と圧力, 砂と管

結果として今回の実験の主要なテーマとなり、データを整理する上で興味を中心となったのは砂の変位と圧力との関係である。すなわち土中の構造物と砂とのかかわり合いであり、より一般的には「変形を考えた土圧論」ともいえる。一つの grain として砂がもつ弾性的性質が粒体の有限変形では全く異なった性質を示すことが明らかとなった。限界状態において砂マスを塑性物体として取り扱うことはかなりの合理性をもっているが、過渡状態ではわずかな変位に対しても砂の力学定数は広範に変わりうる。confined compression のように grain to grain の normal pressure が主要なものである場合には、近似的に弾性体として解析しうるが、粒子の相対位

置の有限のずれが現象を支配するものでは無理があるように思える。それゆえ、数学的弾性論を砂に適用する場合、あくまで付加的微小変形に対して可能であるのであって、累積された変位または累積された圧力と力学的定数の関係を砂の物性的研究によって明らかにし、それによって状態変化をつみ重ねてゆく方式をとらねばならないであろう。

前論文の中で興味をひいた現象の一つは、砂中の変位の状態と圧力の状態が重なり合わないことである。一般に、圧力に関する影響域は小さく、底板付近に限られ、しかも大きな gradient をもっている。他方変位の状況は、平面的な変化の仕方が一様でなく、砂マスをいくつかの特徴的部分に分類しうる。それらは、つぎの4つにわけうる。

- A. 底板の動きを比較的忠実に表現している底板直上部の core (場合によっては砂表面に達する柱状体)
- B. 乱れの伝達域で、等値線図の密なすべり領域
- C. 小さな底板変位では変化のとぼしい、箱の中央にある砂表面部分
- D. B と不変域との中間帯

砂の力学定数が与えられた外的変位の大きさによっていちじるしく変化するのみでなく、空間的にもまったく非等質に分布していることを示している。問題となる構造物の境界面においても、与えられた条件の中で砂に“定まらない定数”しか与えない。変位と圧力の関係を示す“定数”の分布と変位や圧力の分布を見くらべることによって、変位の状況と圧力の状況の差異を説明しうるような<定数↔変位, 圧力>の関係を定式化することが、実際面からの追求として考えうる。これを手がかりとして、現象の実体的解釈への道が開かれる可能性がある。

円管を用いた実験の解析結果は2つのことを意味している。一つは管の応力状態から砂の性質を知りうる道があること、一つはたわみ性管の強度に効いてくる要素(たとえば反力係数)と管の剛性によらず効いてくる要素(たとえば土の圧縮率)とがあるが、両者は内的関連をもっていること、である。それゆえ、たわみ性管に関係のない factor と直結した factor を区別して取り扱っても、砂の性質が解明されないかぎり一般論は展開できない。通常の土圧計は土中に埋設されたある物体の変化の様子から土中の状態を推定しようとするものであるが、壁の変形を制限しようとする立場にあり、土の性質を意識的に考えに入れ、それをとり入れて利用するという観点はない。ここでいうのは、砂が非弾性的性質をもっていることを考慮したうえで、弾性体と非弾性体がかかわり合う関係から砂の性質を明らかにすることである。たわみ性管を設計するさいに求めねばならぬ物理量を何にするかということを実際上の問題として追求する

と同時に、剛性暗きょの設計法にたわみを考えた計算を付加するのではなく、構造物と砂で構成される力学系の設計式(特例として剛性暗きょの設計式を与えるような)を求めるといことを設計方式の問題として独自に追求する必要がある。この立場からは、砂中の状態に焦点をもった前論文の実験結果はたわみ性管の問題に役立つものである。

剛性暗きょでは、外力としての砂の圧力を知れば十分なわけであるが、砂にとっての条件は変位の形で与えられる。この点において、砂マスが完全弾性体で近似しえないというとらえ方よりも、管の応力状態と砂の変形状態が one to one correspond していない点に注目することが重要な意味をもって来る。砂中の状態が管の応力を決定しようとしても、その逆は直接には必ずしもいえないからである。

10. 埋設管設計方式への意見

今回の実験結果と前節の検討にもとづいて、まず Spangler の理論へのコメントをなし、今後の研究の方向を提示したい。

(1) 側圧の分布形

管と砂との相対変位の与え方が、室内実験と現場の条件ではやや違いがあるので、Spangler の示したものと鉛直圧力の分布形には差がでるかもしれないが、水平圧力の分布形には大きな差がないであろうと考えた。結果は逆で、彼は parabolic な横圧力を仮定しているが、中央に荷重が集中する分布形ではひずみ分布の fitting がほとんど不可能で、むしろ中央の荷重が小さい形が望ましい。図-6, 7 の分布形でも、側部の大きな negative moment に fit させることができないことから、parabolic な仮定は設計上危険側となる。管の水平たわみ量の分布は中央部が最大となるにもかかわらず、砂の反力がそれに比例していないことになる。この点においても、反力係数を一定の値とすることへの疑問が生じる。

(2) 反力係数

鉛直荷重 P_V 、水平荷重 P_H より水平直径の変化 δ_H は

$$\delta_H = \frac{R^3}{EI} d_{HV} \cdot P_V - \frac{R^3}{EI} d_{HH} \cdot P_H$$

となり、 d_{ij} は j 方向の力によって i 方向に生じる管径変化を求める係数(表-1 右端)である。なお各記号は符号を正にとる。中心角 100° の parabolic 分布では

$$P_H = 0.511 R \delta_H \epsilon$$

となる(最大圧力 $= \frac{1}{2} \delta_H \epsilon$ として)。これを用いて前式を書き直すと、Spangler の式をうる。

$$\delta_H = \frac{d_{HV} \cdot P_V R^3}{EI + 0.511 d_{HH} (\epsilon R^3)}$$

ここで、 $d_{HH} = 0.1194$ 。4.において、4つの方程式に5つの未知数があり、さらに1つの量を知るか1つの関係

式を導入するかしなければならないと指摘したが、この式では ϵ を与えて解決している。Spangler の考え方の特色は

$$p_H = \epsilon \cdot 4H(\theta) \quad 4H(\theta) : \text{水平方向たわみの分布}$$

とおき、 ϵ は P_V や $4H$ に無関係に土質によって定まる常数とし、 $4H(\theta)$ を parabolic な分布で近似したもの、と考えることができる。 $4H(\theta)$ が parabolic に近似できても $p_H(\theta)$ はそうならない。 ϵ は図-12 から明らかのように、変位置に大きく左右され、 P_H は $4H$ ではなくむしろ $\log 4H$ と線形関係にあり、彼の仮定は少なくとも砂地盤については無理がある(図-11 で n_H が広範囲に変動すること)。現状では、通常の土質調査と土質試験を行なって ϵ を求め、上式を用いてたわみ性管の設計をするには困難があり、地盤の沈下特性や土の圧縮性、管の剛性などを経験的に勘案して断面決定を行なうことになる。

(3) 新しい方向

たわみ性埋設管は<土圧>管の応力ではなく、変形を軸にしてその解析を行なわねばならない。

砂の力学的性質および、それと管との相互作用において、変形を考慮することがいかに大切かをいままで強調してきたが、ここで破壊条件において変形が果たす役割を考えてみよう。3.で行なった計算より、管のたわみ量と fiber strain は次式で与えられる($\tilde{\delta}$, \tilde{M} は表-1 の係数)。

$$\left(\frac{\delta}{R}\right) = \frac{w}{EI} \tilde{\delta} R^3, \quad \epsilon = \frac{w}{EI} \tilde{M} R^2 y$$

w は荷重強度、 EI は曲げ剛性、 R は半径、 y は中立軸から外縁までの距離である。この両式を比較すると、たわみは半径の3乗にひずみは2乗に比例するので、管径がある値をこえると、たわみが支配的要素となる。ある荷重状態のとき、管のたわみの弾性限界 $\delta/R = 0.02$ (コルゲートパイプの例)と fiber の弾性限界 $\epsilon = 10^{-3}$ ($\sigma_y = 2100 \text{ kg/cm}^2$ に相当)とが同時に起こるような管径を求めてみる。 $\tilde{\delta} = 1/6$, $\tilde{M} = 1/4$ を用い、両式の $w/(EI)$ を等置することによって

$$\left(\frac{y}{R}\right) = \frac{\tilde{\delta} \epsilon}{\tilde{M} \left(\frac{\delta}{R}\right)} = \frac{1}{30}$$

をえる。大型コルゲートパイプの波形の y はほぼ 2.5 cm 程度であるので、 $D = 1.5 \text{ m}$ 以上ではたわみに対する弾性限度が先に突破される。弾性限界以上の外力を受けて変形が進行すると、局部応力は相対的に緩和し、たわみの増加はむしろ加速されるので、破壊の状態では変形について許容値を与えねばならない。コルゲートパイプでは、通常管径の 5% のたわみを許している(以上の考察を厳密に行なうには、波形のつぶれをも考慮して、管全体の変形を deflection theory を用いて解かねばならない)。

以上の意味のほか、砂が非弾性体であること、反力係数は変位の増加とともに急減していくことから、「管と砂との複合された構造物としての暗きょ」の破壊規準として管の変形（砂にとっては土圧を mobilize する変位量）をとる方式は、十分検討に値すると思う。以下に述べるものはまだきわめて粗雑なものであるが、変形を主体とした設計法の考え方の例として提起してみたい。

管のたわみ量を δ 、鉛直荷重を $P_V = wR$ とすると

$$-\delta = a \frac{PR^3}{EI}$$

a は表-1 の係数。荷重を変位の関数と考えると

$$P_V = F_1(\Delta_V) = F_1\left(s - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\right)\delta_V\right) = F(\delta_V)$$

と書き (s は管に対する周囲の土の沈下量), $P_H/P_V = K$ を用いると

$$\begin{aligned} -\delta_V &= (a_{VV}P_V + a_{VH}P_H) \frac{R^3}{EI} \\ &= \frac{12 a_{VV}}{E} F(\delta_V) \left(1 + \frac{a_{VH}}{a_{VV}} K\right) \left(\frac{R}{t}\right)^3 \end{aligned}$$

ここで, $a_{VV} = -1/10$, $a_{VH} = 1/12$, $R/t = f$ を代入するとつぎの式をえる。

$$\delta_V = \frac{6}{5E} F(\delta_V) \left(1 - \frac{5}{6} K\right) f^3$$

この式に対して Spangler の式は, K のところに ($\epsilon \delta$) の関数をおき $F(\delta_V)$ のところに W (鉛直荷重で, 別に計算しておく) をおいて, δ について解いたものである。この式では逆に, K を一定な値と仮定し, 変位と圧力の関数形を未知なものとして $F(\delta_V)$ の形で用いている。等沈下面 H_0 や settlement ratio は, せん断力の mobilization という考えによって $F(\delta_V)$ なる関数形にふくまれている。

$F(\delta_V)$ の構造を明らかにするのが最も重要な仕事となる。すでに K は明らかにされているので, つぎのよう

な変形を行ない, グラフィカルに解いて, $F(\delta_V)$ の性質を明らかにしなければならない。

$$\frac{5 E \delta_V}{6 \left(1 - \frac{5}{6} K\right) f^3} = F(\delta_V)$$

$F(\delta_V)$ は砂の性質に依存しているので, 管のたわみ δ_V より, 平均化した砂の変位 Δ_V に直接関連をもっていると考えられる。そこで, 今回の実験結果から $F_1(\Delta_V)$ の試案を出すとするれば 図-12 の $\Delta_V \sim P_V$ を参照にしてつぎのようなものが定性的に合う。

$$\frac{F(\Delta_V)}{r D H_0} = 1 + \alpha \log(1 + \beta \Delta_V)$$

r は砂の単位体積重量, D は管径, H_0 は砂高であり, α は H_0/D に, β は砂の性質 (とくに相対密度) によって定まる。 β は 8.(1) でふれた敏感度のようなものである。 α と β を大きざっぱに推定すると,

$$\text{ゆるづめ砂} \quad \alpha = 2.1 \sim 2.2 \quad \beta = 6 \sim 8 \text{ mm}^{-1}$$

$$\text{かたづめ砂} \quad \alpha = 2.9 \quad \beta = 500 \text{ mm}^{-1}$$

のような値が今回の実験結果からえられる。 α は H_0/D , すなわち管径を単位とする砂高の値に近いと考えられ, β は砂が反応する最小変位量の逆数のような性質があるという作業仮説が立てられるように思う。多種類の実験を行なうのみでなく, 砂の変形機構の実体的解明を行なううちで, 以上の式 (あるいは他の表示) と係数 α , β の意味づけがなされねばならない。

謝 辞

研究の全過程を通じて, 東京大学 最上武雄教授から有益な助言と指導をいただいたことを心から感謝し, ここにお礼の言葉を述べさせていただく。実験に際しては東京大学土質研究室の諸氏にお世話になり, 経済的には富士製鉄の援助を受けた。加藤 茂, 吉田喜忠 両助手, ならびに富士鉄 宇井允文氏, 土質調査所 森 博氏に深謝する次第である。 (原稿受付: 1963.5.8)