

# 粗面水路における土砂流の抵抗法則およびその応用

## FRICITION COEFFICIENTS OF SEDIMENT-LADEN STREAMS IN CHANNELS WITH SOLID ROUGH BOUNDARIES

日 野 幹 雄\*

By Mikio Hino

**要 旨** 本論文では、著者の固一液二相流に関する理論<sup>1)</sup>の一部を応用して、種々の実験資料を検討しつつ、粗面水路での土砂流の抵抗法則を論じた。土砂濃度が普通の自然の流れに見られる程度で、水路底面が固定粗面であれば、移動床の場合や土砂のパイプ輸送の場合と異なると、土砂濃度が増加するにつれて抵抗係数の減少がみられる。この点に関してここで与えた理論値と種々の実験値はかなり高濃度の土砂流についても一致することが示された。抵抗係数の減少の割合は数%から高々10%であるが、長い水路系では全水頭損失の変化はかなり大きな値となる。具体的な応用例として、水力発電所出力が季節的に変動する問題を取りあげ、実測値に関する検討を行なった。

### 1. 緒 論

水路の抵抗係数は、流水が土砂その他の浮遊物をふくむ場合には、普通の場合と異なってくる。土砂流に関しては、古くから研究が行なわれ、移動床水路における抵抗係数はかなりよく知られている<sup>2), 4), 5)</sup>。しかし、固定床水路の土砂流については、表面きって抵抗法則が論じられたのは少ないようである。

他方、高分子材料の発達によって、その流体力学的性質に関する研究——つまり非 Newton 流体<sup>6)</sup>の研究が盛んになるにつれて、土木工学の分野で取り扱われる高濃度の混相流についてこの知識を応用しようとする試みがなされつつある。このような非 Newton 流体としての取り扱いのされうる流れとしては、下水道の汚泥<sup>7), 8)</sup>やグラウト用のセメント・ミルク<sup>9)</sup>、また時には微細な土粒子の高濃度液の輸送<sup>10), 11), 12)</sup>の問題がある。

ここでは、自然河川にみられる程度の濁度の土砂流を対象として抵抗係数の変化を論ずることとする。流れが土粒子を浮遊すれば、流れの内部構造が変わり、したがって流速分布が変化する。これに関しては V.A. Vanoni<sup>13)</sup>の研究以来、多くの実験的・理論的研究が積み重ねられてきた。

流速分布の変化、いわゆる Karman 定数の減少は、流れの抵抗係数を減少させる要素であるが、多くの場

合、土砂流は移動床での砂澱の発生と関連しており、この砂澱による抵抗係数の変化のオーダーがはるかに大きいことは、V.A. Vanoni and G.N. Nomicos<sup>14)</sup>によって明らかにされたとおりであり、一般には Karman 定数の減少に起因する抵抗係数の変化の割合は小さく問題にされない。

しかし、近頃は愛知用水のような長大な水路が建造されたり、また水力発電所の導水路には 10 km 以上におよぶものがあるから、たとえ流水が沈砂池を通過して水路に導かれた低濃度の土砂流であっても全水路長にわたる水頭損失の変化は無視しえない場合も起こってくる。この論文の最後に例としてあげた信濃川発電所（最大出力 180 000 kW）の場合には、毎年 4 月にくらべて 9 月の最大出力が 8 000 kW も少なくなっている。この量は、優に小さな水力発電所の出力に相当している。そのため数年間にわたり原因調査が行なわれてきたが、決定的要因は不明であった。しかし著者はこの出力差は、結局 4 月の融雪期の濁度の高い水のため水路抵抗に変化が生ずることによる結論するにいたった<sup>2)</sup>。

つぎに、土砂流にみられる流体としての性質の変化のいくつかについて大略を記す。

**a) 動粘性係数の変化** 液体の中に固体粒子が浮遊すれば、見かけ上動粘性係数 $\nu$ が増加する。球形粒子の低濃度層流について、A. Einstein<sup>15)</sup>は粒子によるエネルギー逸散率の増加を考慮して、つぎのような理論式を導いた。

$$\nu_e = \nu(1 + 2.5C) \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $C$ は粒子の体積濃度である。このほかに種々の公式があるが、H. Eilers<sup>16)</sup>の実験式

$$\left(\frac{\nu_e}{\nu}\right)^{1/2} = 1 + \frac{2.5C}{2(1 - 1.35C)} \dots\dots\dots(2)$$

は広い粒子濃度範囲にわたって実験とよく一致する。C. Elata and A.T. Ippen<sup>17)</sup>や J.W. Daily and T.K. Chu<sup>18)</sup>は、中立浮遊粒子による滑面水路流の乱流抵抗法則が hydraulically smooth な領域では、水の $\nu$ の代りに式(2)の $\nu_e$ を用いた式

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{\kappa_0} \ln\left(\frac{U_0 h}{\nu_e} \sqrt{\frac{f}{8}}\right) + A_s - \frac{1}{\kappa_0} \dots\dots\dots(3)$$

によって表わされることを実験的に明らかにした。ここ

\* 正員 工博 電力中央研究所技術研究所

に、 $f$  は抵抗係数； $U_0$  は平均流速； $h$  は水深または円管の半径； $\kappa_0$  は粒子を浮遊しない場合の Karman 定数 (=0.4)； $A_s$  は定数 (=5.5) である。この場合には、抵抗係数  $f$  は粒子濃度とともに増加する。

一般に沈砂池などを通った河川濁水は 10 分の数  $gr/l$  の粒子濃度であり、極端に濁った場合を考えても  $1\text{ gr/l}$  ( $C=0.00038$ ) であるから、土砂粒子の浮遊による動粘性係数の変化は考えなくてもよい。また、われわれの対象とする流れが完全粗面領域にあって、抵抗法則は式 (3) でなく後に記する式 (7b) で表わされる点からしても、動粘性係数  $\nu$  の変化は、抵抗係数の変化に直接の影響をおよぼすことはない。

**b) 流速分布** ある任意点の流速  $U$  は、その点の壁面からの距離を  $y$ ；壁面の摩擦応力を  $\tau_0$ ；水の密度を  $\rho$ ；摩擦速度を  $U_* (= \sqrt{\tau_0/\rho})$ ；壁面の相当粗度を  $k_s$  として

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + A_1 \dots\dots\dots (4)$$

で表わされる。 $A_1$  は粗度 Reynolds 数  $\left(\frac{U_* k_s}{\nu}\right)$  の関数である<sup>19)</sup>。(開水路流では、 $A_1$  は Froude 数にも関係するといわれる<sup>20)</sup>)。完全粗面領域では、

$$A_1 = A_r (=8.5)$$

で式 (4) は

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + A_r \dots\dots\dots (4')$$

となる。

固体粒子を浮遊すれば、Karman 定数  $\kappa$  が減少することはよく知られている。著者は、前論文<sup>1)</sup>において  $\kappa$  の変化に関する一般理論式 (5a)、(5b) を発表し、それが種々の実験資料とよく一致することを示した。

$$\frac{\kappa_0}{\kappa} = \frac{(1+\beta C_a)}{2} [1 + \{1 + 4B\kappa_0(1+\beta C_a)s\}^{1/2}] \dots\dots\dots (5a)$$

ここに、

$$s = \frac{\rho(r-1)gv_s C_a(h-\delta)}{\rho_a U_*^3 \ln \frac{h}{\delta}} \dots\dots\dots (5b)$$

$\beta$  : 定数 (=2.0)

$B$  : 定数 (=13)

$r$  : 粒子の比重

$C_a$  : 断面平均粒子濃度

$v_s$  : 粒子の沈降速度

$\delta$  : viscous sublayer の厚さ、または粗度の高さ (=  $k_s$ )

この式は、土砂粒子の場合だけでなく一般の浮遊粒子の場合の  $\kappa$  を与える公式であるほかに、濃度の低いところでの  $\kappa$  の微妙な変化をもよく表わす点を特徴としている。

土砂流の場合  $\beta C_a$  は 1/100 以下の値で 1 にくらべて無視しうるので、式 (5a) の代りにつぎの式 (5a') を

用いてよい。

$$\frac{\kappa_0}{\kappa} = \frac{1}{2} [1 + \{1 + 4B\kappa_0 s\}^{1/2}] \dots\dots\dots (5a')$$

**e) 抵抗係数** 流速分布関数を全断面にわたって積分すれば、底面の粗滑に関係なく最大流速  $U_1$  と平均流速  $U_0$  との間につぎの関係が導かれる。

$$U_1 = U_0 + \frac{1}{\kappa} U_*$$

これと式 (4) で  $y=h$  とし、抵抗係数  $f$  を

$$f = 8 \left( \frac{U_*}{U_0} \right)^2 = \frac{8ghI}{U_0^2} = 8 \frac{\tau_0}{\rho U_0^2} \dots\dots\dots (6)$$

で定義すれば、

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{U_0 h}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{f}{8}} \right) + \left( A_s - \frac{1}{\kappa} \right) \dots\dots (7a)$$

(滑面,  $\frac{U_* k_s}{\nu} < R_s$ )

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{k_s} + \left( A_r - \frac{1}{\kappa} \right) \dots\dots\dots (7b)$$

(粗面,  $R_r < \frac{U_* k_s}{\nu}$ )

の関係が導かれる。完全乱流域における Manning の平均流速公式に用いられる粗度係数  $n$  と  $f$  との関係は

$$\frac{1}{n} = \sqrt{g} R^{-1/6} \sqrt{\frac{8}{f}} \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{1}{n} = \sqrt{g} h^{-1/6} \sqrt{\frac{8}{f}} \quad (\text{水路幅が水深にくらべて大きい場合})$$

である。

移動床の場合には、 $f$  の変化は、すべて式 (7b) の  $k_s$  の変化によるとして、実験・次元解析から<sup>3), 4)</sup> 例えば ( $d$  を粒子径として)

$$\left. \begin{aligned} \log \frac{k_s}{d} &= 3.48 \left[ 1 - 0.225 \left\{ \frac{U_*^2}{(r-1)gd} \right\}^{-1/2} \right] \\ &\quad \text{(砂澱発生)} \\ \log \frac{k_s}{d} &= 1 + 0.769 \log \left\{ \frac{U_*^2}{(r-1)gd} \right\} \\ &\quad \text{(砂澱の発生しつかない砂)} \\ \log \frac{k_s}{d} &= D + 3.0 \log \left\{ \frac{U_*^2}{(r-1)gd} \right\} \\ &\quad \text{(砂澱の発生前および Dune から Antidune への遷移の際の砂澱消滅時)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

などの関係が得られている。

われわれは水路底が粗面固定床の場合の抵抗係数の変化を以下に検討する。

## 2. 土砂浮遊による固定床水路の抵抗係数の変化

抵抗係数と流速分布の関係は、式 (7) のとおりであり、また土砂浮遊による Karman 定数  $\kappa$  の変化は式 (5) に示すようになるから、土砂濃度と  $k_s$  もしくは  $A$  との関係を知れば、 $f$  の値を理論的に求めることができる。また、逆に  $f$  が実験的に求められているとき、 $\kappa$  の実験

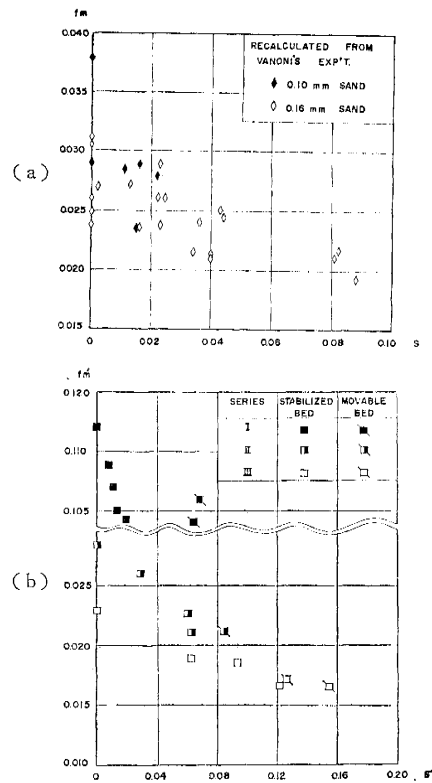
値もしくは(5ab)式で計算される $\kappa$ の理論値を式(7b)に代入して得られる抵抗係数 $f$ が実験値以上に変化していれば、土砂浮遊によって $k_s$ もしくは $A$ が変化すると結論される。いま、このような $\kappa$ の変化以外の要因による $f$ の変化はすべて $k_s$ の変化によると考え(移動床の場合には $\kappa$ の変化をもふくんで $k_s$ としているので)、移動床の場合と区別するために $k_{s*}$ と記号をつける。理論的にはこの $k_{s*}$ の変化についてはなんらの関係式も得られていないので、以下には種々の実験資料を再整理解釈して議論を推めることにする。

土砂流の流速分布・抵抗係数に関する実験のうち、資料が生のまま発表されており、かつ実験精度が高く評価されているのは、Vanoni<sup>(13)</sup>、Vanoni and Nomicos<sup>(14)</sup>およびH.M. Ismail<sup>(21)</sup>のものである。このうちIsmailの実験は水路床に砂を敷いた移動床で行なわれており、砂漣の発達状態がそれぞれのrunについて異なっているので $k_{s*}$ に対する土砂浮遊の作用を調べるのに利用しえない。Vanoniの実験は、浮遊土砂の数倍の径(0.48および0.88mm)の砂をペーストで水路床にはりつけたものを用いており、土砂濃度は0~3.36 gr/lの範囲で行なわれた。流れの状態を検討すれば、実験は大部分“完全粗面領域”で行なわれている。他方、Vanoni and Nomicosの実験では、水路底面に土砂を敷いて移動床とし、いったん土砂流を流して砂漣の発達が定常化したのち、化学薬品で砂漣を固定した。この砂漣を固定した凹凸の大きい粗面水路で、土砂を浮遊した流れ、土砂を浮遊しない流れの実験を行なっている。土砂濃度の範囲は、0~6.92 gr/lである。この実験は、4つのSeriesについて行なわれたが、そのうち最後のSeries IVでは、 $R_* = U_* k_{s0} / \nu$ で定義される粗度レイノルズ数が $R_s < R_* < R_r$ の間にあり、式(7b)が適用されず $k_{s*}$ を正確に求めないので議論の対象から除外することにする。

$\kappa$ の変化を支配するのは、パラメーター $s$ [式(5b)]であるから、抵抗係数 $f$ も $s$ の値によって変化するであろうことが予測されるので、この関係を前論文で求めてある $s$ を用いてVanoni, Vanoni and Nomicosの実験資料を再整理すれば、図-1のようになる。 $f$ の減少率はVanoni and NomicosのSeries Iで5%( $m=3.64$  gr/l), Series IIで25%( $m=4.60$  gr/l), Series IIIで28%( $m=8.08$  gr/l)にも達している。図-1(a)で点が散らばっているのは、一つには $f$ が $\kappa$ つまり $s$ のほかに $k_s, h/k_s$ にも関係し、この値が一定ではないためであり、また相当粗度 $k_s$ の測定にはもともと高い精度が期待できないからである。

一般に、 $\kappa$ は流速分布の勾配——つまり数個の実測点を結ぶ直線の勾配から求められるのに反して、相当粗度 $k_{s*}$ は、この半対数グラフ上の流速分布曲線と座標軸の交点として求められるか、または抵抗係数を測定して求

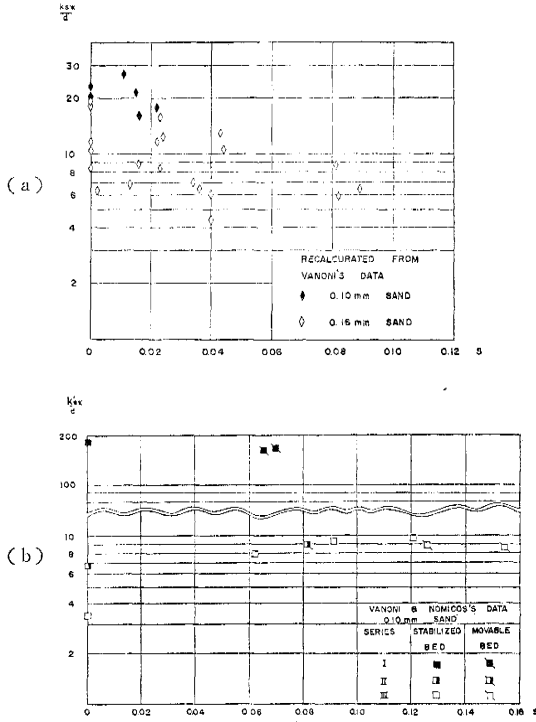
図-1 (a),(b) 土砂浮遊による抵抗係数の変化  
Fig. 1 (a),(b) Variation of the friction coefficient due to suspension of sediment:  $s$ -Non-dimensional sediment concentration parameter [Eq. (5b)]



められるので $\kappa$ にくらべて実験の精度はいちじるしく低くなる。このことを考えれば、図-1や以下の図の点はかなりきれいな傾向を示していると考えられる。

図-1から粗面水路の抵抗係数 $f$ は、 $\kappa$ (すなわち $s$ )のみに関係し、土砂濃度が普通程度であれば $k_{s*}$ はほぼ一定であろうと考えられる。この関係をさらによく検討するために式(7b)に $f, \kappa, h$ の実験値を代入して $k_{s*}$ を求め、 $s_c - k_{s*}/d$ のグラフを画けば図-2のようになる。ただし、図-2(b)において、Series I, IIでは $s_c=0$ の $\kappa$ が測定されていず、Series IIIでは $s_c=0$ の場合には流れが遷移領域( $R_s < R_* < R_r$ )にあって、いずれのSeriesも浮遊砂のない $s_c=0$ の $k_{s*}$ の推定値は不確実である。これらの点を考えれば、 $k_{s*}$ はこの実験の範囲ではほぼ一定であると結論してよからう(この図で横軸( $s_c$ )は、式(5b)において $\theta$ を $s=0$ のときの相当粗度 $k_{s0}$ に等しいとして計算した値であり、それぞれのrunについて式(7b)から求められた実験値 $k_s$ をもちいて式(5b)から計算された値 $s$ とは多少異なっているので区別するため $s_c$ とした。また、primeをつけた $f', s_c'$ などは側壁の影響を補正した資料から求めた値であることを示している)。

図一2 (a),(b) 浮遊土砂と相当粗度の関係  
**Fig. 2 (a),(b)** Relationship between sediment concentration and equivalent roughness ( $k_{s*}$ )



図一2 (b) に示した、大きな砂漣を固定した Series I では、かなりの高濃度の場合にも  $k_{s*}$  は一定、むしろ土砂濃度の増加によって減少する傾向すら認められる。これは粗面の凹部が、これより細かい砂粒子で埋められて粗度が小さくなめらかになり、また掃流土砂の輸送に要するエネルギーはかなり小さいためであると解釈される。同じく、Vanoni and Nomicos の Series III の掃流砂の多い run 5, 5A と砂漣固定の run 6; および遷移域にあって  $k_{s*}$  を正確に求めえなかったので図から省略した Series IV の run 7 と run 8c, 8d をくらべるとやはり掃流土砂の輸送に要するエネルギーはそう大きくはないと結論される。

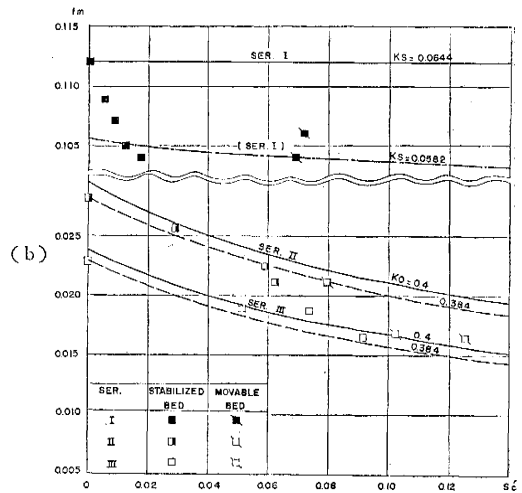
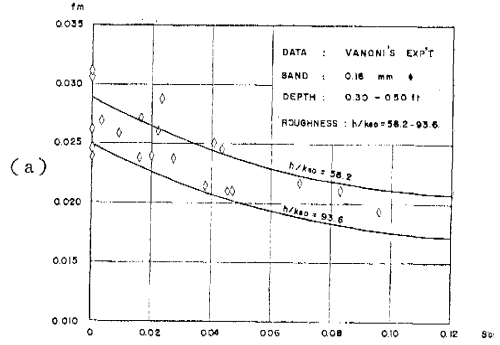
移動床の  $k_s$  を支配するパラメーター  $\psi = \frac{U_*^2}{(r-1)gd}$  の影響に関しても資料を検討したが特別な関係は見出さなかった。

以上の議論と Elata and Ippen や Daily and Chu の滑面水路での実験から定性的に次の様に結論される。① 相当粗度が浮遊砂の粒径にくらべて十分小さい水路では、浮遊砂濃度とともに  $k_{s*}$  も増加し、② 相当粗度が砂の粒径と同程度から十数倍ぐらいならば、掃流土砂量がある値に達するまでは、 $k_{s*}$  は一定とみなしうるし、③ 相当粗度が砂の粒径にくらべて極端に大きい水路では、 $k_{s*}$  は不変もしくは多小の減少を示す。

したがって土砂を浮遊しない場合の水路の相当粗度を  $k_{s0}$  とすれば (土砂浮遊によってもこれが変化しないとして) 粗面水路土砂流の抵抗係数  $f$  を

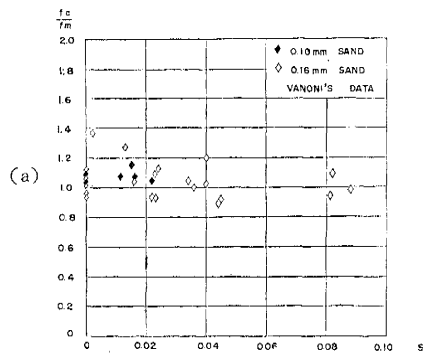
図一3 (a),(b) 土砂浮遊による抵抗係数の減少—  
 実験との比較 (その1)

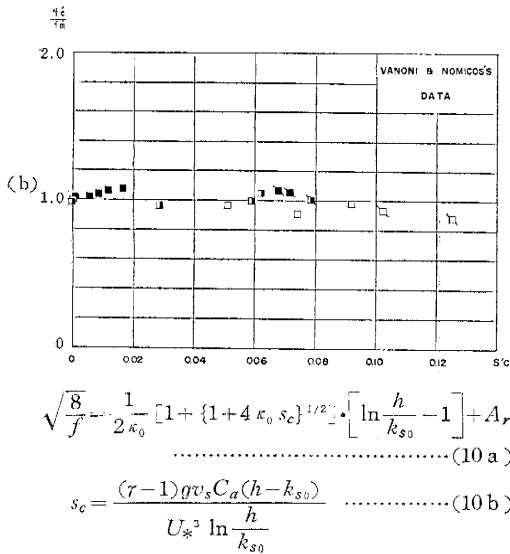
**Fig. 3 (a),(b)** Reduction of friction coefficient with increasing sediment concentration. Solid lines are the theoretical curves [Eqs. (10 a,b)]



図一4 (a),(b) 抵抗係数の変化に関する理論値と  
 実験値の比較 (その2)

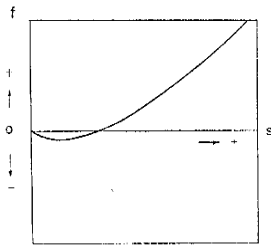
**Fig. 4 (a),(b)** Ratios of the theoretically determined friction coefficients to those of experiments.





から求めることができる。  
この式 (10 a, b) から求めた抵抗係数の計算値  $f_c$  と実験値  $f_m$  を比較したのが 図-3 (a) (b) である。図-3 (a) では、 $h/k_{s0}$  は一定でなく、明確な比較ができないので、 $f_c$  と実験値  $f_m$  の比でくらべたのが 図-4 (a), (b) である。これから、実験値とこの理論による計算値がかなりよく一致していることがわかる。

図-5 広範囲にわたる土砂濃度と抵抗係数の関係  
Fig. 5 Trend curve for friction coefficient.



土砂濃度が増すにつれて、またおそらくは浮遊土砂径が大きくなるにつれて、粒子の底面への衝突や堆積の作用によって  $f$  の減少率が少なくなり、まもなく  $f$  は増加に向かうが、この過程（したがって式 (10) の適用限界）はいまだ明らかでなく今後の研究課題である (図-5)。

3. 応用—水力発電所出力の季節的変動

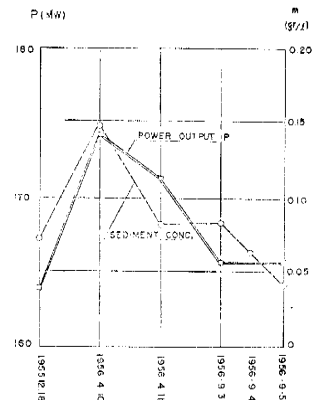
水力発電所の導水路の壁面に、夏期に水棲動物が繁殖し、そのため水路抵抗が季節的に増大し、発電所出力が低下することのあるのはよく知られている。しかし、出力の季節的変動は、このような理由によってのみ起こるとは限らない。例えば、東京電力KKの信濃川発電所における夏期の最大出力低下は、水棲動物の繁殖の影響はほとんどみられないといわれる。

信濃川発電所は、出力約 180 000 kW の流れ込み式の大水力発電所である。導水路の全長は約 22 km で、断面は変形長円型の暗きよで、水流はその大部分を自由表面をもつ状態で流れている。取水流量が十分にあるのは、春の雪融けの 4 月頃と秋口の 9 月台風シーズンの年 2 回である。4 月期には、180 000 kW の需要をまかないのが春の出水期を境として漸次低下の傾向をたどり、9 月期には取水地点での流量は十分あるにもかかわらず最大出力は 172 000 kW 程度まで低下して以後冬期に向かって上昇の傾向を示す。出力変化率は、ほぼ 4.5 % であるが、総出力の差の絶対値は、優に小規模の水力発電所出力に相当する。このため昭和 30 年以後、調査委員会が設置され、詳細な実測や検討がなされた。調査委員会の報告書<sup>22)</sup>の要点を抜粋させてもらうと、つぎようになる。

- ㊸ 水虫の繁殖はトンネル入口から数 km にすぎないが、水頭損失の増加は 22 km の全長にわたって生じており、水虫は出力変化の主原因と見なしえない。また事実、水虫の除去後も出力の回復はほとんどみられない。
- ㊹ 水温の差による水の単位重量 ( $w$ ) の差は約 0.4 % である。
- ㊺ 雪融け期の流水は濁っており土砂の重量濃度は 31 年 4 月には 0.1~0.2 gr/l、9 月には 0.05 gr/l 程度であり、かつ粒径は 4 月はほぼ 0.8~0.05 mm で 9 月の 0.3~0.05 mm にくらべて粗い砂から成っている。土砂粒子の混入による単位重量の差は 0.006 % にすぎない。
- ㊻ 5 台の水車のうち 2 台ごと毎年冬期 (1~3 月) に水車ランナーを順次取り替えている。したがって水車効率 ( $\eta$ ) は 4 月頃が最もよく、順次低下しており年間低下率 1.5 % で、9 月では約 0.6 % の低下があるといわれる。
- ㊼ 31 年 4 月と 9 月の実測結果では 1.0~1.2 % である。
- ㊽ 2 本の導水路は発電所直上で連絡水槽

図-6 出力と土砂濃度の変化の関係  
[文献 22) より転載]

Fig. 6 Relationship between power output and sediment concentration as observed on Shinogawa Power Station, Japan. [Reproduced from reference 22)]



(単働調圧水槽)に一度導かれ、その後ペンストックに接続している。水槽水位は水車の運転上の理由によって常に一定水位に保つように水車ガイドベーンの開度で調節している。運転状態の近傍ではガイドベーン開度の変化による水車効率の変化はない。また発電機下流の放水口水位は多少の変動があるがほぼ一定である。しいていえば、4月のほうが高い。したがって、有効落差 ( $H_e$ ) は一定で、むしろ4月のほうが少なめである。④ 図-6 に示すように、出力変動と濁度が強い相関がある。しかし、細部までは必ずしも一致していない。

発電所出力  $P$  は、

$$P = \eta w Q H_e \dots\dots\dots(11)$$

である。変動量を  $\Delta$  をつけて表わせば

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta \eta}{\eta} + \frac{\Delta w}{w} + \frac{\Delta H_e}{H_e} + \frac{\Delta Q}{Q} \dots\dots\dots(12)$$

である。上に述べたところによれば、4月を基準として9月には水車ランナーの取り替えで  $\Delta \eta/\eta = -(1 \sim 1.2)\%$ 、温度変化によって  $\Delta w/w = -0.4\%$ 、そのほか  $\Delta H_e/H_e = 0\%$ 、 $\Delta Q/Q = -2.0\%$  で、出力は  $\Delta P/P = -3.5\%$  である。このいろいろな出力変動要因のうち、流量  $Q$  の変化の原因は、水棲動物の繁殖によるものでないと結論されたが、つぎのように流れが土砂を浮遊することによる流速分布の変化として説明しうる。

流速分布の変化に関する理論 [式 (5a,b)] は、二次元水路に関するものであるから、長円形断面の開水路をもつ信濃川発電所の場合について、直接の計算はできない。そこで、これと同じくらいの規模の二次元水路を考えて、土砂浮遊による抵抗係数の変化のオーダーを検討してみる。そのような水路として

水深:  $h = 500$  cm

粗度:  $k/h = 0.002, 0.0005$

をとり、浮遊土砂についてはつぎの範囲で検討する。

土砂濃度:  $m = 0 \sim 1$  gr/l

砂の比重:  $\gamma = 2.65$

砂の沈降速度:  $v_s = 1, 2, 5$  cm/sec

式 (10 a,b) によって計算した Karman 定数  $\kappa$  と抵抗係数  $f$  の減少と土砂濃度の関係は、図-7,8 に示すとおりである。

また、導水路の損失水頭  $H_L$  は

$$H_L = f \frac{L}{D} \frac{U_0^2}{2g} = f \frac{L}{DA^2} \cdot \frac{Q^2}{2g} \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{\Delta H_L}{H_L} = \frac{\Delta f}{f} + 2 \frac{\Delta Q}{Q}$$

である。導水路入口の水位は4月・9月で差がなく、また水路末端水位は先に述べたように一定に調節されている。したがって、

$$\frac{\Delta Q}{Q} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f} \dots\dots\dots(13)$$

である。図-8 から  $\Delta Q/Q = -1.0\%$  ぐらいとなる。

この値は、すでに述べた出力変化に関する諸要因のうちで最も大きいものの一つであるが、実測値2.0%にくらべてまだ少ない。この理由は、水路が二次元でなく、

図-7 (a),(b) 土砂濃度と Karman 定数の関係  
Fig. 7 (a),(b) Relationship between sediment concentration and the Karman constant.

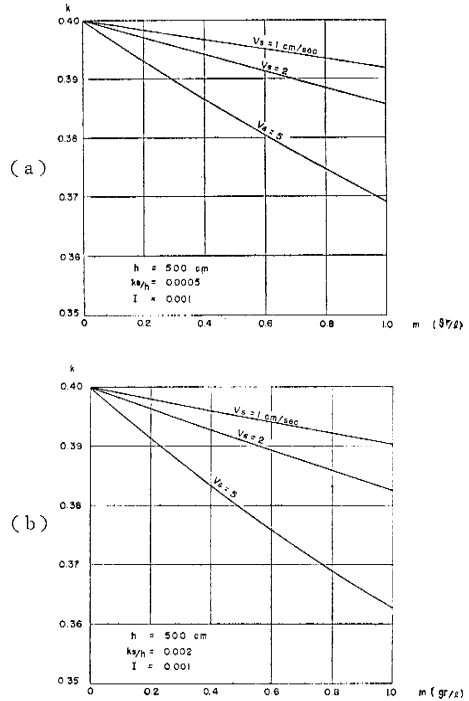
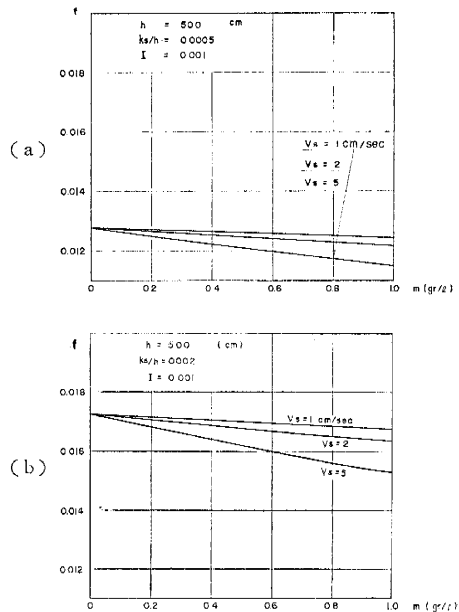


図-8 (a),(b) 土砂浮遊による抵抗係数の変化—計算例  
Fig. 8 (a),(b) Examples of reduction of friction coefficient due to suspension of sediment, as calculated by Equations (10 a) and (10 b)



理論がそのまま適用しえないことにもよるが、ほかにつぎの二点をあげることができる。① 土砂濃度の測定は水路末端と水車下流の放水口で行なったものであるが、その測定点数が少なく濃度の濃い底面近くの資料がないことや、水路上流の浮遊砂濃度はもっと高く、22 km の長い水路の途中で徐々に沈降して掃流形式で輸送される量が多く、測定を行なった水路末端ではかなり浮遊砂濃度が低くなっているであろう。すでに Vanoni and Nomicos の実験資料で検討したように、掃流砂が砂漣を形成するほど多くなければ、これによる損失エネルギーは無視しうる。② 壁面の粗度に比べて土砂粒子が十分細かく、土砂によって凹部が埋められて相当粗度が小さくなっていると考えられる。なお、図-6 において出力と濁度が完全に同一の変化をしていないのは、水車効率の変化をを差し引いていないことや、 $f$  の変化が土砂の濃度のみならず、沈降速度つまり砂粒子径にも関係する点によって説明しうるであろう（粒度分析を行なった9月3, 4日では3日より4日のほうが粗い砂であり5日も3日に比べて粗い砂であったと考えられる）。

著者の解釈によれば、信濃川発電所の9月期における“出力低下”は、実のところ4月融雪期の高濁度の流水による“出力増加”なのである。もし、4月期の水の濁度が9月期のそれに等しければ、この融雪期の最大出力はもっと小さくなり、水車ランナーの取りかえによる水車効率分だけ大きくなるにすぎないと思われる。

土砂濃度が増加するにつれて、図-8 の抵抗係数もやがて増加の傾向を示し、移動床の抵抗法則に近づくであろうが、この点については不明の点が多く今後の研究を要する問題である。

#### 4. 結 語

本論文では、流れが土砂を浮遊した場合の固定床粗面水路の抵抗係数の変化を、固一液二相流に関する著者の理論を応用して論じ、抵抗係数の減少の程度を明らかにした。固定床粗面水路の土砂流の抵抗係数は、式(10 a, b) で求められる。また、種々の実験資料を再整理、解析して理論と比較しその正当性を証し、最後に実際の水力発電所の出力の季節的変動の問題の解明に適用した。

本論文のために貴重な調査資料をお借しいただいた、電力中央研究所 岡田篤也研究担当、工藤正介研究員に深く感謝の意を表します。また、めんどろな資料整理の計算をおねがひした電力中央研究所 平尾 睦、山田宣子両嬢にも、謝辞を提したいと思ひます。

#### 参 考 文 献

- 1) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，92号，11-22，(1962)
- 2) 日野幹雄：水力発電所出力の季節的変動，第四回電力中研，「第二部講演と懇談の会」講演集77-81 11月(1962)

- 3) 石原・本間 編：応用水理学，中 I，p. 38 丸善出版(1958)
- 4) 松梨順三郎：開水路における移動床の不安定性について，土木学会論文集 62号，25-32 (1959)
- 5) Shen, H.W.: Development of bed roughness in alluvial channels, Proc. ASCE, 88, [HY 3], 45-58, (1962)
- 6) Wilkinson, W.L.: Non-Newtonian fluids, fluid mechanics, mixing and heat transfer, Pergamon Press (1960)
- 7) Behn, V.C.: Derivation of flow equations for sewage sludges, Proc. ASCE, 86, [SA 6] 59-81 (1960)
- 8) Behn, V.C.: Flow equations for sewage sludges, J. WPCF, 32, [7], 728-740, July (1960)
- 9) 伊藤 剛：グラウト用セメント ミルグの非ニュートン流体的特性，(未刊行)
- 10) 矢野勝正・苗村滋克：高濃度流の特性について，土木学会第17回年次学術講演会講演概要第II部，(1962)
- 11) 矢野勝正・大同淳之：土砂輸送パイプの抵抗法則について，土木学会第17回年次学術講演会講演概要第II部，(1962)
- 12) 松梨順三郎：土砂による濁流の二，三の特性について，土木学会第17回年次学術講演会講演概要第II部，(1962)
- 13) Vanoni, V.A.: Transportation of suspended sediment by water, Proc. ASCE 87, (1944), Trans. ASCE 111, 67-133 (1946)
- 14) Vanoni, V.A. and Nomicos, G.N.: Resistance properties of sediment-laden streams, Trans. ASCE, 126 1140-1175 (1961)
- 15) Einstein, A.: Ann. Phys. 19, p. 286 (1906), 34, p. 591 (1911)
- 16) Eilers, H.: Kolloid-Z, 97, p. 313 (1941)
- 17) Elata, C. and Ippen, A.T.: The dynamics of open channel flow with suspensions of neutrally buoyant particles, MIT Hydrodynamics Laboratory, Tech. Rep. [45] Jan (1961)
- 18) Daily, J.W. and Chu, T.K.: Rigid particle suspensions in turbulent shear flow: Some concentration effect, MIT Hydrodynamics Laboratory, Tech. Rep. [48] Oct. (1961)
- 19) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, p. 421, Fig. 20-20 (1955)
- 20) 石原・本間編：応用水理学，中 II，p. 404 丸善KK (1958)
- 21) Ismail, H.M.: Turbulent transfer mechanism and suspended sediment in closed channel, Proc. ASCE 77, (1951), Trans ASCE 117, 409-445 (1952)
- 22) 信濃川発電所出力調査委員会：信濃川発電所出力調査委員会報告(第一報)，電研・第2号印刷物(1958)

#### 記 号 (Notations)

- A: 水路断面積 (cross-sectional area of channel)  
 $A_1$ : 定数 (constant)  
 $A_r$ : 定数 (constant of velocity distribution for rough channel)  
 $A_s$ : 定数 (constant of velocity distribution for smooth channel)  
 B: 定数 (constant) [B=13]  
 C: 土砂の体積濃度 (volume concentration of sediment)  
 $C_a$ : 断面平均濃度 (average value of C over cross section)  
 d: 砂粒子の径 (diameter of sediment particles)  
 f: 抵抗係数 (friction coefficient)  
 g: 重力加速度 (gravitational acceleration)  
 $H_s$ : 有効落差 (available head of a hydroelectric power

station)  
 $H_L$ : 導水路の損失水頭 (head loss of channel)  
 $I$ : 水路の底勾配 (slope of channel)  
 $k_s$ : 相当粗度 (equivalent roughness)  
 $k_{s0}$ : 浮遊砂のない水路の相当粗度 (equivalent roughness for flow with no sediment)  
 $k_{s*}$ : 土砂流の相当粗度 ( $k_s$  for sediment-laden stream)  
 $m$ : 土砂の重量濃度 (mass concentration of sediment in gr/l)  
 $n$ : Manning の粗度係数 (Manning's roughness coefficient in meter unit)  
 $P$ : 出力 (power output)  
 $Q$ : 流量 (discharge rate)  
 $R$ : 径深 (hydraulic radius)  
 $s$ : 式 (5 b) で定義されるパラメーター (parameter defined by Eq. (5 b))  
 $s_c$ : (10 b) で定義されるパラメーター (parameter defined by Eq. (10 b))  
 $U$ : 流速 (velocity)  
 $U_0$ : 平均流速 (mean velocity)  
 $U_1$ : 最大流速 (maximum velocity)

$U_a$ : 摩擦速度 (shear velocity)  
 $v_s$ : 土砂粒子の沈降速度 (settling velocity of a sand particle)  
 $w$ : 単位重量 (specific weight =  $\rho g$ )  
 $y$ : 底面からの距離 (distance from channel bottom)  
 $\beta$ : 定数 (constant) [=2.0]  
 $\gamma = \rho_s/\rho$   
 $\delta$ : 粘性底層の厚さ, または相当粗度 (thickness of viscous sublayer or height of roughness element =  $k_s$ )  
 $\eta$ : 水車・発電機の効率 (efficiency of a power plant)  
 $\kappa$ : Karman 定数 (Karman constant)  
 $\kappa_0$ : 浮遊砂のない流れの Karman 定数 (Karman constant for flow with no sediment)  
 $\nu$ : 動粘性係数 (kinematic viscosity)  
 $\nu_e$ : 見かけの動粘性係数 (effective kinematic viscosity)  
 $\rho$ : 水の密度 (density of water)  
 $\rho_a$ : 土砂流の平均密度 (average density of sediment-laden stream)  
 $\rho_s$ : 土砂粒子の密度 (density of sand particle)  
 $\tau_0$ : 底面摩擦応力 (shearing stress at channel bottom)

(原稿受付: 1962.12.5)

正 誤 表

論文集 92 号 登載論文 日野幹雄著: 「固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化」

頁	欄	行	誤	正
11	左	14	中立浮遊粒子	中立浮遊粒子
12	左	20	かったし	かった
12	右	28	式(5 a)のうち $\sqrt{\bar{u}^2}$	$\sqrt{\bar{u}^2}$
13	左	10	式(9 a)のうち $\sqrt{\bar{u}^2}$	$\sqrt{\bar{u}^2}$
13	右	4, 5, 6, 13	$\sqrt{\bar{u}^2}$	$\sqrt{\bar{u}^2}$
13	右	27	式(17)のうち $\frac{U_*}{h}$	$\frac{U_*^3}{h}$
13	右	12	である	である
14	左	37	$\bar{u}^2$	$\bar{u}^2$
14	右	25	粘性底面	粘性底層
15	右	19	$S_2$	2
17	右	13	粘性層	粘性底層
17	右	32	の誤差	削除
19	左	18	practicle	particle
19	左	35	$\sqrt{\tau_0/\rho_0}$	$\sqrt{\tau_0/\rho_a}$
19	右	2	粘性層	粘性底層