

## 砂礫床面における砂礫の二、三の特性について

## ON THE SOME PROPERTIES OF SANDS AND GRAVELS ON A GRANULAR SURFACE

# 土屋義人・西平福宏\*\*

**要旨** 本文は流水による砂礫の移動限界や流砂の機構を考察するのに必要な砂礫床面における砂礫の特性として、砂礫床面に露出する砂礫数とその分布および砂礫の静止摩擦角をとりあげ、主として実験的に考察したものである。

## 1. 緒 言

流水による砂礫の移動限界や流砂の問題は、いずれも水流と砂礫床面との境界における現象であるから、砂礫の特性を表示するには砂礫床面における特性をとりあげるのが好都合のように考えられる<sup>1), 2)</sup>。しかしながら、従来より砂礫の特性に関する考察はかなり行なわれてきたにもかかわらず、主として単一砂礫の特性か、あるいは砂礫全体の特性を実験結果にもとづいて表示するという方法がとられてきたので<sup>3)</sup>、砂礫床面における砂礫の特性をこれから推定することはむずかしい。

一方、著者らは水流による砂礫の移動限界を究明するにあたって、断片的ではあるが砂礫床面における砂礫の特性について主として実験的に究明してきたので<sup>1)</sup>、本文ではそうした特性のうち砂礫床面に露出する砂礫数とその分布および砂礫の静止摩擦角とについて考察した結果について述べる。

## 2. 砂礫床面に露出する砂礫数とその分布

### (1) 一様砂礫の場合

砂礫が単位面積あたりに何個あらわれているかということは、緒言で述べたように、砂礫の移動限界の問題のみならず、流砂の問題の解明においても必要な砂礫の性質である。図-1 は木津川および庄内川両の砂礫について露出砂礫数  $\bar{N}$  と粒径  $d$  との関係を測定した結果であって、当然のことながら、砂礫の形状の影響や測定上の問題もあって、かなり実験値はばらついているが、平均的には

なる関係によって表わされるようである。

## (2) 混合砂礫の場合

混合砂礫の場合における単位面積あたりの露出砂礫数

を対数正規分布とみなせる混合砂礫について実験した結果が 図-2(1) である。その測定は混合砂礫の床面に大小の砂礫が複雑に突出することからかなり困難であり、また測定者によって結果が相違することも考えられたの

図-1 一様砂礫の場合の単位面積当たりの露出砂礫数と粒径との関係

**Fig. 1** Relation between number of sand grains exposed per unit area and size of sand grains, in case of uniform sand.

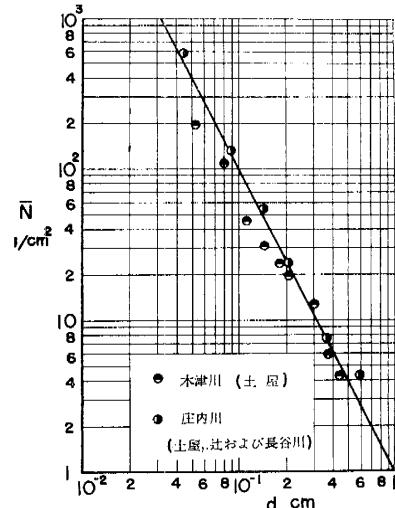
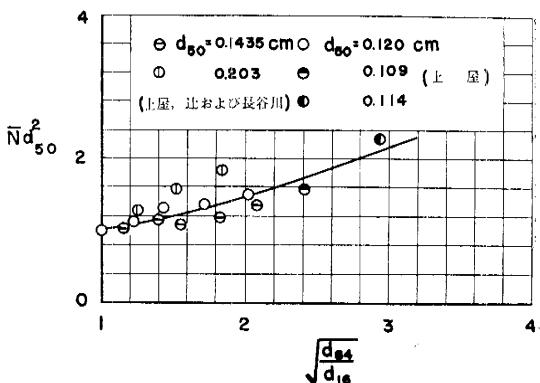


図-2(1) 混合砂礫の場合の単位面積当たりの  
露出砂礫数と標準偏差との関係

**Fig. 2(1)** Relation between number of sand grains exposed per unit area and standard deviation of graded sand gravels.

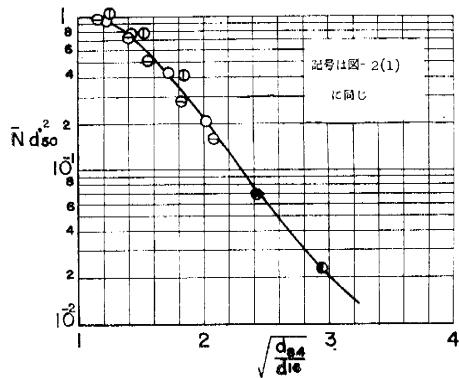


\* 正員 京都大学助教授 防災研究所

\*\* 正員 京都大学助教授 防災研究室  
西松建設KK土木設計部

図-2(2) 混合砂礫の場合の単位面積当りの露出砂礫数と標準偏差との関係

Fig. 2(2) Relation between number of sand grains exposed per unit area and standard deviation of graded sand gravels.



で、何人かの測定者の平均をもって実測値とした。この結果によれば、当然のことながら標準偏差  $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$  とともに露出数は増加することがわかる。ここに  $d_{16}$  や  $d_{84}$  はそれぞれ重量累加百分率において 16% や 84% に対応した粒径である。また図-2(2) は  $d_{50}$  の代りに後述する砂礫床面に露出する砂礫の個数分布における中央粒径  $d_{50'}$  を用いて、同様に実験値を整理したものである。図-2(1) の結果と比較して、後者のほうが実験値をよくまとめているように思われる。いずれにしてもこれらの表示法によって、すべての実験結果をかなりうまく整理しうることがわかる。

つぎに、そうした露出数の分布について考えることにしよう。混合砂礫の床面は砂礫が不規則に並んでいて、その配列を厳密に論ずることは実際上不可能である。しかしながら、その配列が統計的に一様であると仮定すれば、その分布を考察することができる。いま単位面積あたりに突起する総砂礫数を  $\bar{N}$ 、混合砂礫の粒度分布および表面に露出する砂礫の頻度分布をそれぞれ粒径  $d$  の関数として  $f(d)$  や  $\varphi(d)$  とし、さらに表面に露出する砂礫が統計的に一様に分布しているものとすれば、つぎの関係が成立するはずである。

$$\bar{N} K'(\pi/6) d^3 \sigma g \varphi(d) (1/d) / \int_0^a \bar{N} K'(\pi/6) \cdot d^3 \sigma g \varphi(d) (1/d) dd = f(d) \quad (1)$$

ここで、 $\sigma$  : 砂礫の密度、 $g$  : 重力の加速度、 $a$  や  $b$  : それぞれ粒度分布における最大および最小の砂礫の大きさ、 $K'$  : 砂礫の形状によってきまる係数で球形のとき  $K'=1$ 、である。式(1)を変形すると、

$$\varphi(d) = A f(d) / d^2 \quad (2)$$

となる。ここに、 $A$  は砂礫の形状に関する係数  $K'$  によって定まる定数である。この式(2)が重量百分率による粒度分布  $f(d)$  と表面に露出する砂礫の頻度分布

$\varphi(d)$  との間の基本的な関係式である。

一例として粒度分布  $f(d)$  が対数正規分布にしたがうるものとし、その累加関数を  $F(d)$  として

$$f(d) = dF(d)/d\xi = (1/\sqrt{\pi}) e^{-\xi^2} \quad (3)$$

で与えられるものとしよう。ここに、 $\xi = (1/\sqrt{2}\sigma_0)(y - \bar{y})$ 、 $y = \log_e d$  であり、 $\bar{y}$  :  $y$  の平均値、 $\sigma_0$  : 標準偏差で  $(1/2)\log_e(d_{84}/d_{16})$  によって表わされる。

式(3)を式(2)に代入して変形し、さらに規格化すれば、 $\varphi(\xi)$  はつぎのように表わされる。

$$\varphi(\xi) = (1/\sqrt{\pi}) e^{-\xi^2}, \quad \xi' = \sqrt{2}\sigma_0 + \xi \quad (4)$$

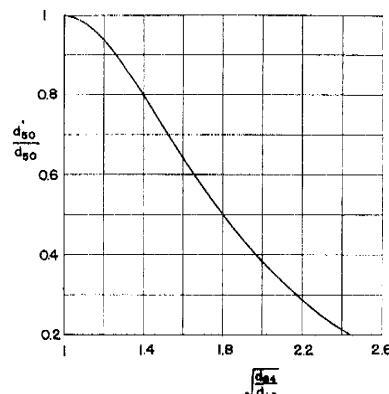
したがって、この関係と式(3)とを比較して、 $\varphi(d)$  もまた対数正規分布にしたがい、その標準偏差は  $f(d)$  のそれと同一であり、平均値のみが相違することがわかる。いま一般の粒度分布に対しても、同様な取り扱いをするための便法として、 $f(d)$  や  $\varphi(d)$  の平均値をそれぞれ  $d_{50}$  や  $d_{50'}$  とすれば、式(3)と式(4)との比較から、次式が得られる。

$$\log_e(d_{50}/d_{50'}) = 2\sigma_0^2 \quad (5)$$

上式において  $\sigma_0 = (1/2)\log_{10}(d_{84}/d_{16})$  として、式(5)を図示すれば、図-3 が得られる。すなわち砂礫床面に露出する砂礫数の分布は粒度分布と等しい標準偏差をもち、平均値が図-3 で表わされるだけ粒度分布の場合より小さくなったり対数正規分布となる。なお、対数正規分布から非常にはずれた粒度分布の場合には、式(2)にもとづいて直接計算すればよいであろう。

図-3  $d_{50'}/d_{50}$  と  $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$  との関係

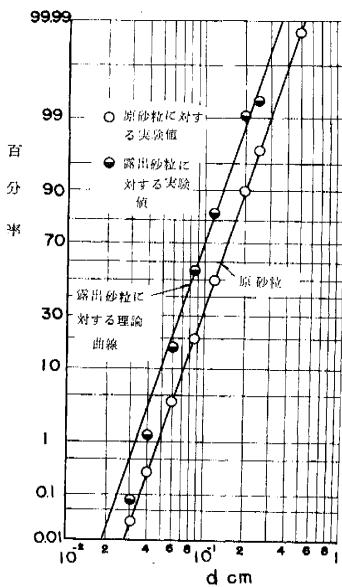
Fig. 3 Relation between  $d_{50'}/d_{50}$  and  $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$



混合砂礫の床面に露出する砂礫の個数分布を実験的に測定することは実際には困難であるが、つぎに述べるような方法によれば、近似的に  $\varphi(d)$  を求めることができる。すなわち、まず混合砂礫を構成するおののおのの砂礫をその大きさごとに色わけしておき、単位面積あたりに露出している同一色の砂礫の数を数えることによって、その分布  $\varphi(d)$  が求められる。図-4 はこのようにして得られた測定結果の一例であって、 $d_{50} = 0.12 \text{ cm}$ 、

図-4 露出砂礫数の分布に対する実験結果と理論結果との比較

Fig. 4 Comparison of theoretical curve for frequency distribution of exposed sand gravels and experimental results.



$(d_{10}/d_{10})^{1/2} = 1.50$  の対数正規分布にしたがう混合砂礫に対するものである。図中には前述した  $\psi(d)$  に対する理論曲線をも示したが、実験値とよく一致していることがわかる。

なお、以上のようにして露出砂礫の分布が明らかにされたわけであるから、この結果をもとに前述した露出砂礫数を求めることができるかもしれないが、この場合は大小の砂礫がどのように組合わされるかによって相違していくことから、適確にその総砂礫数を求ることは困難であろう。

### 3. 砂礫面における砂礫の静止摩擦角

#### (1) 一様砂礫の場合

緒言で述べたように、砂礫の移動開始の問題を論ずる場合には、砂礫の静止摩擦角が問題となってくる。これは板に対する砂礫をニス付けし、その上に一様に砂礫を敷いてから板を徐々に傾斜させ、砂礫が動きはじめるときの砂面の傾斜角を測定することによって求められる。しかし、このような測定法によってもつぎに述べるような問題点があるわけで、以下若干の測定結果とともに問題点を二、三考察してみよう。

図-5は、粒径がなるべく一様になるように、ふるいで  $0.025 \sim 0.03 \text{ cm}$ ,  $0.04 \sim 0.06 \text{ cm}$ ,  $0.06 \sim 0.085 \text{ cm}$ ,  $0.085 \sim 0.120 \text{ cm}$ ,  $0.120 \sim 0.20 \text{ cm}$ ,  $0.20 \sim 0.25 \text{ cm}$ ,  $0.25 \sim 0.50 \text{ cm}$  の範囲にわけ、ふるいの日の平均値として得られる粒径  $0.0275 \text{ cm}$ ,  $0.0500 \text{ cm}$ ,  $0.0725 \text{ cm}$ ,

図-5 一様砂礫の場合の傾斜角と落下重量百分率との関係

Fig. 5 Relation between inclination angle of granular surface and frequency distribution of fallen sand gravels.

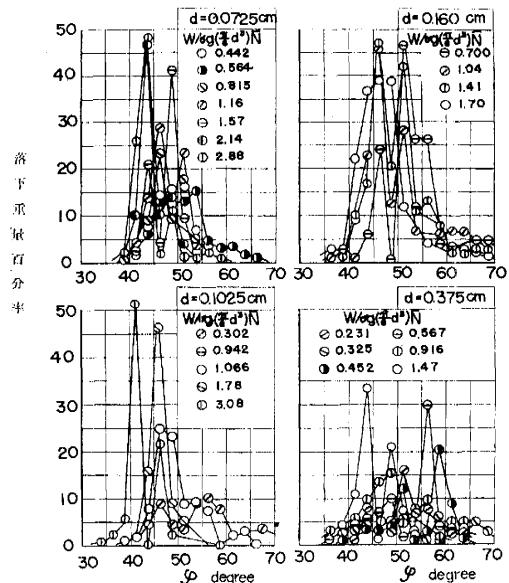


図-6 砂礫の静止摩擦角の中央値と  $S_0$  との関係

Fig. 6 Relation between median value of static friction angle and  $S_0$ .

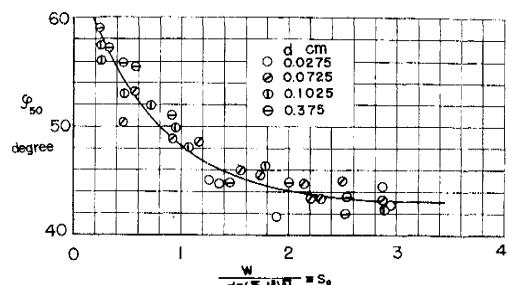
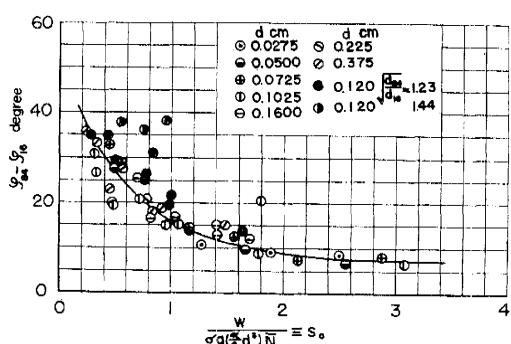


図-7 砂礫の静止摩擦角のばらつきと  $S_0$  との関係

Fig. 7 Relation between variations in static friction angle and  $S_0$ .



0.1025 cm, 0.160 cm, 0.225 cm, および 0.375 cm の砂礫についてニス付けした砂礫床面上に置く砂礫の量を種々変化させて、板の各傾斜角  $\varphi$  における落下砂礫の量の分布を検討したものである。図-6 はこの場合の分布における中央値  $\varphi_{50}$  と砂礫を敷き並べる厚さ  $S_0$  との関係を示した結果である。ここに  $S_0$  は敷き並べた砂礫の単位面積あたりの重畳  $W$  を前述した単位面積あたりに露出している砂礫数  $\bar{N}$  にその一個の平均の重さをかけたもので割ったものであり、一応粒径の何倍の厚さで敷き並べたかを表わしているものである。また図-7 はその分布におけるばらつきの程度を全体の 84% が落下する角度  $\varphi_{84}$  と 16% が落下する角度  $\varphi_{16}$  との差 ( $\varphi_{84} - \varphi_{16}$ ) の変化を示したものである。これらの結果によれば、 $S_0$  の増加とともに  $\varphi_{50}$  および ( $\varphi_{84} - \varphi_{16}$ ) ともにかなり急速に減少することがわかり、特に  $S_0$  の小さいときには両者ともかなり大きな値を示すことになるが、これらの事実は砂礫をニス付けした面が十分均一でないことによるであろう。なお、板の長さが最大 15 cm までの実験の範囲では、ニス付けした砂礫床面の長さによってはこれらの結果にはほとんど変化がないことがわかった。

一方、図-5 によって明らかのように、40°~45° 付近のある傾斜角において最初急激に砂礫が落下するところが見出され、また傾斜面がかなり大きくなてもなお砂礫が残っていることがわかるであろう。このうち後者は前述したように、ニス付けした砂礫床面が自然状態を現わさずニス付けのため砂礫床面が局所的に不均一であるために、そのような場所にとどまつた砂礫が落下するには、かなり傾斜角を大きくしなければならないからである。

以上のことから、ここで取り扱っている分布全体についての議論は前述した砂礫床面の不均一性のため過疎な結論はできないであろう。この場合図-5 に示されたような分布をもつ測定値に対して、その代表値としてどこをとるかということについて考えるべきである。図-5 によれば、最初に落下量が急増する傾斜角は  $W/\sigma g(\pi/6) d^3 \bar{N} \equiv S_0$  の値が極端に小さくない場合以外は大体 45° 付近の値を示し、大きな変化はないようである。いいかえれば、ニス付けした砂礫床面の不均一性がこの付近ではあまり顕著にあらわれないものと考えてよいであろう。こうしたことから、著者らは砂礫の静止摩擦角としてそのような傾斜角、またはそれに対応するものを採用することにする。一様粒径の砂礫に対する静止摩擦角の測定結果は、さきの論文でしばしば述べたように<sup>4)</sup>、大部分は以上の分布は測定せず最初に落下量が急増するときの傾斜角を測定したものである。そして、それらの結果によれば、粒径の大きさに関係なく、大体  $\varphi = 45^\circ$  程度の値を示している。また砂礫の形状によっても当然変化するはずであるが、ばらつきがかなり大きいことから形状

の効果を検討するまでには至っていない。

つぎに図-8 は粒径  $k$  の砂粒を一様にニス付けした砂礫床面の上に直径  $d$  の鋼球を置いた場合の静止摩擦角を測定した結果である。この場合の静止摩擦角に対する代表値は前述した一様粒径の場合と同様に直観的に決定したが、あまり大きなばらつきはなかった。また図-9 は同様な測定法による Eagleson ら<sup>5)</sup>の実験結果を著者のものと比較して示したが、その代表値の決定の仕方については明確でない。これらの結果によれば、傾向はかなり一致しているが、量的には相違している。このことは前述したように、代表値の決定の仕方に依存することはいうまでもないが、ニス付けした砂礫床面上の不均一性にも大きく原因しているものと考えられる。さらに図-10 は鋼球の代りに砂粒を置いた場合であって<sup>4)</sup>、各砂粒の形状の影響のために、実験値が非常に散乱している。そして球の場合にくらべて  $d/k$  の増加とともに静止摩擦角の減少の仕方はあまり急激でないことがわかる。

なお、ここでとりあげた砂礫の静止摩擦角と、従来より測定されてきた息角 (angle of repose) とは本質的に相違するわけであり、後者はその測定方法からむしろ動摩擦角とみなしてよいことを付記しておく。

図-8 砂面上における球の静止摩擦角の  $d/k$  による変化

Fig. 8 Relation between static friction angle of sphere and  $d/k$ .

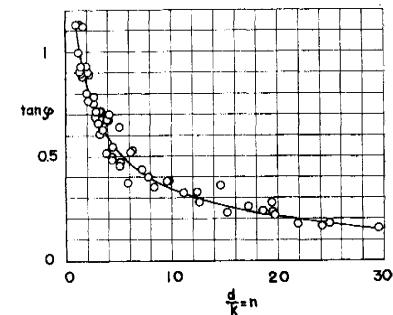


図-9 砂面上における球および砂粒の静止摩擦角の  $d/k$  による変化

Fig. 9 Relation between static friction angle of sphere and sand grain and  $d/k$ .

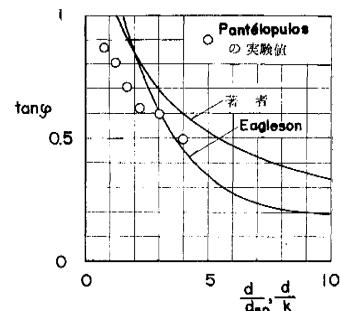
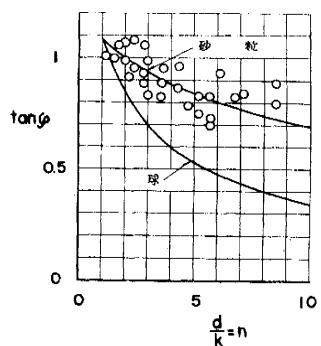


図-10 砂面上における砂礫の静止摩擦角の  $d/k$  による変化

Fig. 10 Relation between static friction angle of sand gravel and  $d/k$ .



## (2) 混合砂礫の場合

単一砂礫の静止摩擦角の測定法とその結果について前述したが、同様な方法によって混合砂礫について測定した結果を簡単に述べよう。前述した図-7には2種類の混合砂礫に対する実験値を図示しておいたが、一様粒径の場合にくらべてかなりばらつきが大きくなることがわかる。中央粒径に対しても同様な結果がえられたが、その結果については省略した。混合砂礫の場合も单一砂礫の場合と同様に、ニス付けした砂礫床面の状態が重要な問題となることから、図-6と同様な結果を示し、その代表的な摩擦角としては单一砂礫の場合と同様な考慮のもとに、最初に落下量が急増する板の傾斜角をとることにした。図-11はこうした実験値とともに直観でその限界をみつけて測定した結果を標準偏差  $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$  との関係で示したもので、静止摩擦角の代表値  $\bar{\phi}$  はその標準偏差の増大とともに減少することがわかる。

一方、図-12は中央粒径  $d_{50}=0.202\text{ cm}$ ,  $(d_{84}/d_{16})^{1/2}=2.10$  の十分対数正規分布にしたがう混合砂礫について

図-11 混合砂礫の平均の静止摩擦係数と  $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$  との関係

Fig. 11 Relation between static frictional coefficient of graded sand gravels and  $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$ .

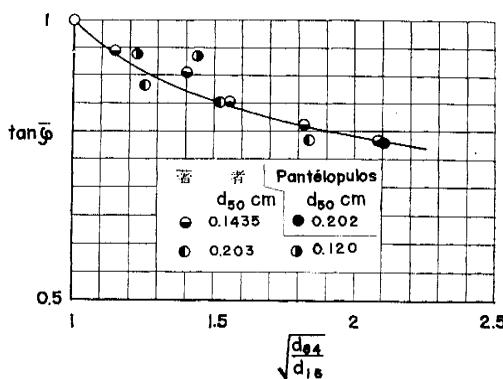
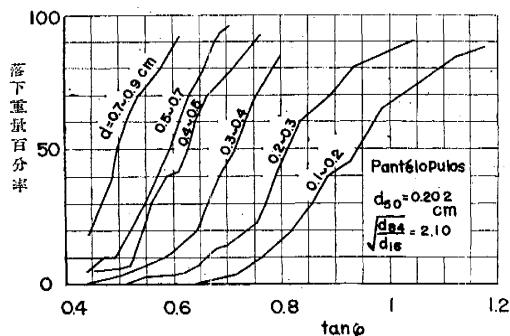


図-12 混合砂礫の静止摩擦角に対する Pontélopulos の実験結果

Fig. 12 Experimental results on static friction angle of graded sand gravels (after Pantélopulos)



て Pantélopulos<sup>6)</sup> がおののの砂粒の静止摩擦角を前述した方法とほぼ同じ測定法によって測定した結果を示したものである。この結果から、混合砂礫を構成しているおののの砂礫の静止摩擦角は、粒径が大きいほど小さくなることがわかる。この実験事実を図-9に示す著者および Eagleson らの結果と比較するために、図-12において落下重量百分率が 50% に相当する  $\phi$  の値を中心粒径  $d_{50}$  とおののの砂礫の大きさ  $d$  との比  $d/d_{50}$  の関係として表わし同図に示した。前述したように静止摩擦角に対する代表値のとり方に問題はあるが、砂礫床面上における球の静止摩擦角と同様な傾向を示している。図-10の結果とはかなり相違しているが、砂礫の大きさが大きいほど静止摩擦角が小さくなるという事実が明確にされる。また図-12に示した測定結果の全体の平均値を計算して図-11に図示したが、その結果は前述した著者らの測定値にきわめてよく一致していることがわかる。

以上の測定結果を総括して、混合砂礫を構成しているおののの砂礫の静止摩擦角は標準偏差  $(d_{84}/d_{16})^{1/2}$  の増加とともに小さくなることがわかる。

## 4. 結 語

以上、本文においてはまず砂礫床面に露出数とその分布について考察して、一様砂礫および混合砂礫の場合について単位面積あたりに露出する砂礫数を実験的に明らかにし、また混合砂礫の場合には砂礫床面に露出する砂礫数の分布について一般的な関係を求め、実験結果と比較してその妥当性を確かめた。さらに砂礫床面における砂礫の静止摩擦角について実験し、その場合の問題点を示して、実用上の観点から一様砂礫および混合砂礫の静止摩擦角を明らかにした。以上の結果は流水による砂礫の運動機構を充明する場合の基礎資料として役立つものと考えてよいであろう。

本研究を行なうにあたり、ご指導をたまわった京都大学岩垣雄一教授に深く感謝するとともに、実験ならびに実験結果の整理に熱心に協力していただいた安藤 慎氏に謝意を表する。

#### 参考文献

- 1) 岩垣雄一・土屋義人・西平福宏：混合砂の流砂機構に関する考察，第6回水理研究会講演会講演概要，昭36.5, pp. 1-5.
- 2) 土屋義人：混合砂礫の限界掃流力に関する研究，京大防災研究所年報，第6号（投稿中）。
- 3) たとえば Sediment Transportation Mechanics; Introduction and Properties of Sediment Task Committe on Preparation of Sediment Manual,

Committe on Sedimentation, Hydraulic Division, Proc. A.S.C.E., Vol. 88, No. HY 4, 1962, pp. 77-107.

- 4) 岩垣雄一・土屋義人：限界掃流力に関する基礎的研究，土木学会論文集 第41号，昭31.12, pp. 1-38, または土屋義人：滑面水路床の下流端における洗掘限界，土木学会論文集 第80号，昭37.4, pp. 18-29.
- 5) Eagleson, P.S. and Dean, R.G. : Wave-Induced Motion of Bottom Sediment Particles, Proc. A.S.C.E., Vol. 85, No. HY 10, 1959, pp. 53-80.
- 6) Pantelopoulos, L. : Etude experimentale du mouvement par charriage de fond d'ud mélange de matériaux, Recherches sur la similitude du charriage, Proc. of 7th General Meeting of I.A.H.R., 1957, p. D 30-1-24.

(原稿受付：1962.11.19)