

一方通行の道路トンネルにおける交通換気

NATURAL VENTILATION CAUSED BY ONE-WAY TRAFFIC THROUGH A VEHICULAR TUNNEL

河村龍馬*・伊吹山四郎**
By Ryūma Kawamura and Shiro Ibukiyama

1. 序 言

道路トンネルの場合、換気は非常に重要な問題である。換気には、自然換気と強制換気があるが、道路トンネルにおいても、鉄道トンネルにおける列車のピストン作用と同様な、自動車自体の空気抵抗に基づく自然換気（交通換気）が存在する。

この種の問題、特に時間的変化のない定常問題については、すでにいくつかの論文^{1), 2)}が発表されているが、非定常問題についての正確な取り扱いは、これまでほとんどなされていない。

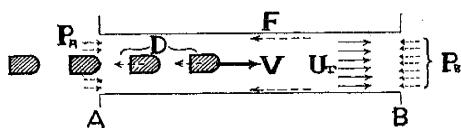
本論文では、一方通行の道路トンネルの交通換気の問題を、非定常解もふくめて、解析的に取り扱い、結果をより厳密な一般化した形で求め、また実際のトンネルに自動車列を走行させた実験結果と比較して示している。

なお、自動車が断続的に出入する場合の換気に関し、トンネル中の空気柱の力学的慣性についても論ずる。

2. トンネルの交通換気と自然風の影響

図-1に示すように、ある瞬間に自動車あるいは自動車列Tが速さVで入口Aから出口Bに向かって進行し、このときトンネル内を U_T なる速さの風が流れているものとする。 U_T は場所的に不変であり、また空気は非圧縮と考えてさしつかえない。ベクトル V と U_T とが相等しくない場合には、自動車列Tは空気抵抗を受ける。この力をDとすると、AB間の空気柱は、自動車列TからDなる反力を受けていることになる。

図-1



AB間の空気柱に加えられる力は、Dのほかにトンネル壁面における摩擦力Fと、A,B両端における圧力による力 P_A と P_B がある。 P_A , P_B は、それぞれA,B端における圧力 p_A , p_B に断面積Sを掛けたもので、方向は常にトンネル内部に向かう力である。

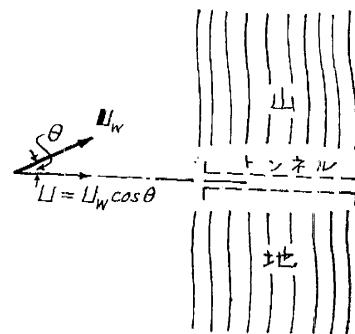
* 工博 東京大学航空研究所教授

** 正員 工博 建設省土木研究所道路部長

自然風が地形の影響を非常に受けやすいから、トンネル内の風と外界の自然風との相関を考える場合に、自然風の風向風速の決定は、きわめて困難である。

ここでは、最も簡単な場合を想定して解析を進めよう。図-2のように、山脈を横断してトンネルが貫通し、その前後方には、自然風に対する障害物は存在しないもの

図-2



とする。風上側のトンネル入口方向に対して、 θ なる角度で自然風が吹き、その風速を U_w とする。山脈の長さが漸くらべて大きい場合には、自然風の成分中山脈に平行なものは、空気力学的にあまり重要でなく、圧力変化などはこれに直角なる成分によって決定される。したがって、図-2の場合にはトンネルの換気に関係する風速としては U_w 自身ではなく $U=U_w \cos \theta$ と考えるのが合理的であろう。以下、自然風の速さとしては U_w ではなく上記の U を使うこととする。

図-3

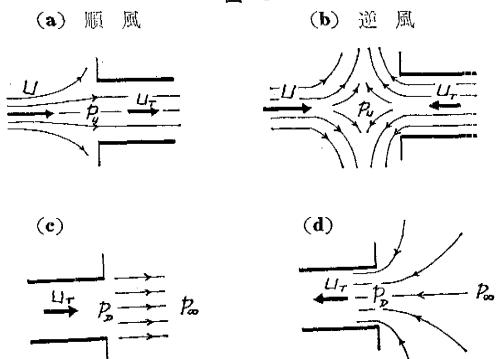


図-3は、トンネルの開口部における気流の状態を模型的に表したもので、(a)は自然風とトンネル内の風が同方向の場合、(b)は逆方向の場合である。

トンネルの遠方風上側の大気圧を p_∞ 、空気密度を ρ

トンネルの入口圧力損失係数を ζ_I 、トンネルの風上側開口部の圧力を p_U とすれば、(a)の場合には、下記の修正されたベルヌーイの式が成立する。

$$\frac{1}{2}\rho U^2 + p_\infty = \frac{1}{2}(1+\zeta_I)\rho U_T^2 + p_U$$

ゆえに、

$$p_U = p_\infty - \frac{1}{2}\rho U^2 \left[\frac{U_T^2}{U^2} (1+\zeta_I) - 1 \right] \quad \dots (1.a)$$

つぎに、自然風とトンネル内の風との風向が逆の場合には、風上側のトンネル開口部付近の流線の横様は、図-3(b)のようになると考えられる。このとき自然風はトンネルから吹き出す風と衝突して一度せき止められるから、開口部付近の圧力は、自然風のせき止め圧力に等しくなる。したがって、つぎの関係が成立する。

$$p_U = \frac{1}{2}\rho U^2 + p_\infty \quad \dots (1.b)$$

トンネルの風下側開口部付近は、一応自然風の後流中に入ってしまうので、ここでは自然風の風速は0、圧力は大気圧と考えられる。風下側のトンネルの開口部の圧力を p_D とすれば、図-3(c),(d)のように考えられるから、 p_D はつぎのようになる。

$$p_D = p_\infty \quad \dots (1.c)$$

$$p_D = p_\infty - \frac{1}{2}\rho U_T^2 (1+\zeta_I) \quad \dots (1.d)$$

いま、トンネルの自動車入口側開口部の状態を添字1、出口側を添字2で区別することとし、 p_1 をトンネル入口圧力、 p_2 をトンネル出口圧力、自動車の進行方向を正にとると、自然風とトンネル風との風向によって、つぎの4つの場合が生ずる。

$$1) \quad U > 0, \quad U_T > 0, \quad 2) \quad U < 0, \quad U_T > 0$$

$$3) \quad U > 0, \quad U_T < 0, \quad 4) \quad U < 0, \quad U_T < 0$$

1)の場合には、入口が風上側、出口が風下側になるから、(1.a)の p_U と(1.c)の p_D との差がトンネル両端における風による圧力差となり、これに、大気圧勾配によってトンネル入口と出口との間に生ずる圧力差 $4p_\infty$ を付加すれば、

$$1) \quad p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho U^2 \left[1 - \frac{U_T^2}{U^2} (1+\zeta_I) \right] + 4p_\infty \quad \dots (2)$$

が得られる。同様にして、他の3つの場合については、

$$2) \quad p_1 - p_2 = -\frac{1}{2}\rho U^2 \left[1 + \frac{U_T^2}{U^2} (1+\zeta_I) \right] + 4p_\infty \quad \dots (3)$$

$$3) \quad p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho U^2 \left[1 + \frac{U_T^2}{U^2} (1+\zeta_I) \right] + 4p_\infty \quad \dots (4)$$

$$4) \quad p_1 - p_2 = -\frac{1}{2}\rho U^2 \left[1 - \frac{U_T^2}{U^2} (1+\zeta_I) \right] + 4p_\infty \quad \dots (5)$$

が得られる。

つぎに、トンネル中に1台も自動車が入っていない場

合を考える。この場合のトンネル内の風速を U_{T_0} とする。この場合、トンネル両端の圧力差は、 U_{T_0} によって生ずる壁面摩擦のための圧力損失とつり合うことになる。 U_{T_0} によって生ずる圧力損失の大きさは、(1/2) $\rho U_{T_0}^2 \lambda L/D$ となり、その方向は、 U_{T_0} と反対となる。したがって、前記4つの場合について、それぞれ式(2)~(5)を使って、

- 1) $\frac{1}{2}\rho U_{T_0}^2 \lambda \frac{L}{D} = \frac{1}{2}\rho U^2 \left[1 - \frac{U_{T_0}^2}{U^2} (1+\zeta_I) \right] + 4p_\infty$
- 2) $\frac{1}{2}\rho U_{T_0}^2 \lambda \frac{L}{D} = -\frac{1}{2}\rho U^2 \left[1 + \frac{U_{T_0}^2}{U^2} (1+\zeta_I) \right] + 4p_\infty$
- 3) $-\frac{1}{2}\rho U_{T_0}^2 \lambda \frac{L}{D} = \frac{1}{2}\rho U^2 \left[1 + \frac{U_{T_0}^2}{U^2} (1+\zeta_I) \right] + 4p_\infty$
- 4) $-\frac{1}{2}\rho U_{T_0}^2 \lambda \frac{L}{D} = -\frac{1}{2}\rho U^2 \left[1 - \frac{U_{T_0}^2}{U^2} (1+\zeta_I) \right] + 4p_\infty$

が得られる。これらを整理すれば、 U_{T_0} が求められる。

- 1) $U_{T_0} = U \sqrt{\frac{1}{c} (1+4c_p)} \quad (U > 0, U_{T_0} > 0)$
- 2) $= -U \sqrt{-\frac{1}{c} (1-4c_p)} \quad (U < 0, U_{T_0} > 0)$
- 3) $= -U \sqrt{-\frac{1}{c} (1+4c_p)} \quad (U > 0, U_{T_0} < 0)$
- 4) $= U \sqrt{\frac{1}{c} (1-4c_p)} \quad (U < 0, U_{T_0} < 0)$

ただし

$$c = \lambda \frac{L}{D} + (1+\zeta_I), \quad 4c_p = \frac{4p_\infty}{1/2\rho U^2}$$

である。

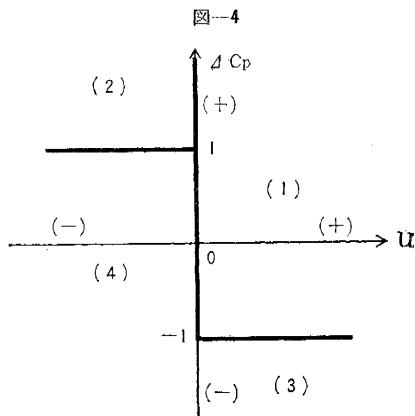


図-4は、 U と $4c_p$ との関係において、上記4つの場合の成立する範囲を示したものである。

3. 交通換気の微分方程式

交通換気の微分方程式は、トンネル内の空気柱の慣性力と、自動車空気抵抗の反力、トンネル壁面の摩擦力およびトンネルの両端の圧力差によって作用する力の合力とがつり合うという条件によって与えられる。各項を数式化すれば、

$$\text{慣性力} = \rho LS \frac{dU_T}{dt}$$

ただし、 t は時間、 L はトンネル全長、 S はトンネル断面積を表わし、風の方向は、自動車の進行方向を正とする。

空気抵抗の反力

$$= [\text{sign}(V - U_T)] \frac{1}{2} \rho (V - U_T)^2 n C_D A$$

ただし、 $[\text{sign } x] = 1$ ($x > 0$)、 $[\text{sign } x] = -1$ ($x < 0$) を表わす。また n はトンネル内にある自動車台数、 V はその速度、 C_D は 1 台の自動車の抵抗係数、 A は自動車の前面面積である。ここでは、簡単のため、すべての自動車は同一寸法、同一速度で規則正しく一定の車頭間隔 l を保ちつつ進行するものとする。

つぎに、

$$\text{壁面摩擦力} = -[\text{sign } U_T] \frac{1}{2} \rho U_T^2 \lambda \frac{L}{D} S$$

両端の圧力による力 = $(p_1 - p_2)S$

したがって、微分方程式はつぎのように書ける。

$$\begin{aligned} \rho LS \frac{dU_T}{dt} &= [\text{sign}(V - U_T)] \frac{1}{2} \rho (V - U_T)^2 n C_D A \\ &\quad - [\text{sign } U_T] \frac{1}{2} \rho U_T^2 \lambda \frac{L}{D} S + (p_1 - p_2)S \end{aligned} \quad \dots(7)$$

式 (2)～(5) に式 (6) を代入して、 $4p_\infty$ と U とを消却すると、 $(p_1 - p_2)$ はつぎのように表わされる。

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= [\text{sign } U_{T_0}] C \cdot \frac{1}{2} \rho U_{T_0}^2 \\ &\quad \cdots [\text{sign } U_T] \frac{1}{2} \rho U_T^2 (1 + \zeta_1) \end{aligned}$$

これを式 (7) に代入して整理すれば

$$\begin{aligned} \rho LS \frac{dU_T}{dt} &= [\text{sign}(V - U_T)] \frac{1}{2} \rho (V - U_T)^2 n C_D A \\ &\quad - ([\text{sign } U_T] U_T^2 - [\text{sign } U_{T_0}] U_{T_0}^2) \frac{1}{2} \rho c S \end{aligned} \quad \dots(8)$$

と書ける。 U_{T_0} は外界の条件を代表する定数と考えられ、式 (6) によって与えられる。

式 (8) の中には、 V 、 U_T 、 U_{T_0} の 3 つの速度が入っている。これら相互間の大小関係を考えると非常に多様な場合を生ずるが、自然に発生しうる状態にある限られた範囲内しか起こらない。

たとえば、 $V > U_{T_0} > U_T > 0$ という範囲を考えてみよう。まず、トンネル内に自動車がないときに正の方向に U_{T_0} なる風速の風が吹いており、そこへ U_T より速い速度 V で自動車が同じ方向に進入してくれれば、 $V > U_{T_0}$ であるから、トンネル内の風速は増大し $U_T > U_{T_0}$ とならなければならない。したがって、上記の不等式の場合には起こりえない。他の範囲についても同様な考察を進めて行くと、自然的に成立可能な範囲としては、つぎの 4 つの場合に限られることが証明できる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{I)} \quad U_{T_0} \geq U_T \geq V \geq 0 \\ \text{II)} \quad V \geq U_T \geq U_{T_0} \geq 0 \\ \text{III)} \quad V \geq U_T > 0 \geq U_{T_0} \\ \text{IV)} \quad V \geq 0 \geq U_T \geq U_{T_0} \end{array} \right\} \quad \dots(9)$$

図-5 の $U_{T_0} \sim U_T$

平面で影線部分が成立
不可能範囲を示し、残
りの番号を付した部分
が、それぞれ式 (9) の
各範囲に対応する。

微分方程式 (8) によ
って規定される U_T の
変化は、図-5 の上で
は縦軸に平行な直線
($U_{T_0} = \text{一定}$) で表わさ
れるから、I), II) の場合は U_T のとり得る範囲は、
それぞれ I), あるいは II) の外にはでない。これに対
し III) および IV) の場合には III) から IV), あるいはそ
の逆の変化もおこってきしつかえない。

微分方程式 (8) を一般化するため、つぎの置き換えを行なってこれを無次元化する。

$$\left. \begin{array}{l} U = Vu, \quad U_T = Vu_T \\ t = (L/V)\tau' \end{array} \right\} \quad \dots(10)$$

この置き換えによって式 (8) はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \frac{du_T}{d\tau'} &= [\text{sign}(1 - u_T)] n K, (1 - u_T)^2 \\ &\quad - K_2 ([\text{sign } u_T] u_T^2 - [\text{sin } u_{T_0}] u_{T_0}^2) \end{aligned} \quad \dots(11)$$

ただし、

$$K_1 = \frac{1}{2} C_D \frac{A}{S}, \quad K_2 = \frac{1}{2} \left[\lambda \frac{L}{D} + (1 + \zeta_1) \right] = \frac{1}{2} C$$

で、それぞれ自動車 1 台あたりの抵抗とトンネルの摩擦係数とを表わす無次元係数である。

式 (11) は、トンネル内に n 台の自動車があり、速度 V で走っている状態で成り立つ微分方程式である。

いま、車頭間隔を l 、先頭車がトンネル入口に達した時間を $t=0$ とし、

$$\left. \begin{array}{l} \tau_0' = l/L, \quad K_2 \tau' = \tau, \quad K_2 \tau_0' = K_2 l/L = \tau_0 \\ K = K_1/K_2 \end{array} \right\} \quad \dots(12)$$

なる変換を行なって、式 (11) を式 (9) で示された 4 つの場合にわけて書けば、

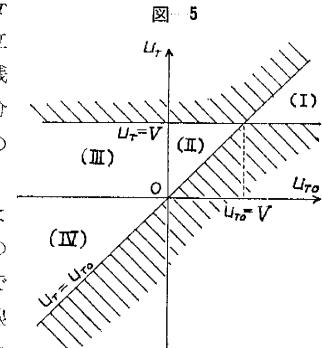
$$\text{I)} \quad u_{T_0} \geq u_T > 1$$

$$\begin{aligned} \frac{du_T}{d\tau} &= -(nK + 1)u_T^2 + 2nKu_T \\ &\quad + (-nK + u_{T_0}^2) \end{aligned} \quad \dots(13. \text{ I})$$

$$\text{II)} \quad 1 \geq u_T \geq u_{T_0} > 0$$

$$\begin{aligned} \frac{du_T}{d\tau} &= (nK - 1)u_T^2 - 2nKu_T \\ &\quad + (nK + u_{T_0}^2) \end{aligned} \quad \dots(13. \text{ II})$$

$$\text{III)} \quad 1 \geq u_T \geq 0 \geq u_{T_0}$$



$$\frac{du_T}{d\tau} = (nK-1)u_T^2 - 2nKu_T + (nK-u_{T_0}^2) \quad \dots \dots \dots \text{(13. III)}$$

IV) $0 \leq u_T \leq u_{T_0}$

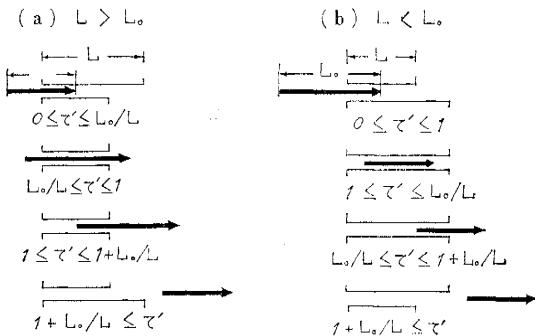
$$\frac{du_T}{d\tau} = (nK+1)u_T^2 - 2nKu_T + (nK-u_{T_0}^2) \quad \dots \dots \dots \text{(13. IV)}$$

式(13)は、 K および u_{T_0} をパラメーターとする相似方程式である。初期条件を与えることによって、この式から、実際に生じ得るすべての場合の解を求めることができある。

ここまででは、自動車の空気抵抗は、個々の自動車に集中的に作用するものとして取り扱ってきた。この点をさらに近似化して、1台の自動車の抵抗が車頭間隔の間に一様に分布するものとして、連続的な取り扱いをしたほうが便利な場合も多い。つぎにこの仮定にもとづいた微分方程式を導くこととする。

自動車台数 n に対応する車列の長さを x とし、 $x=nl$ と定義する。長さ L_0 の車列を考え、その先頭がトンネル入口に達した時間を $t=0$ とする。ある時間にトンネル内に n 台の自動車があり、したがって車列のうち $x=nl$ だけの長さがトンネル中にあるものとすると、 L (トンネル長さ)と L_0 との大小に応じて、 x と t との関係は、それぞれ図-6(a), (b) のようになる。

図-6



いま、 $\xi = x/L$ とおき式(10)の τ' を使えば、

1) $L \geq L_0$ の場合

- a) $\xi = \tau'$ $(0 \leq \tau' \leq L_0/L)$
- b) $= L_0/L$ $(L_0/L \leq \tau' \leq 1)$
- c) $= (1 + L_0/L) - \tau'$ $(1 \leq \tau' \leq 1 + L_0/L)$
- d) $= 0$ $(1 + L_0/L \leq \tau')$

2) $L_0 \geq L$ の場合

- a) $\xi = \tau'$ $(0 \leq \tau' \leq 1)$
- b) $= 1$ $(1 \leq \tau' \leq L_0/L)$
- c) $= (1 + L_0/L) - \tau'$ $(L_0/L \leq \tau' \leq 1 + L_0/L)$
- d) $= 0$ $(1 + L_0/L \leq \tau')$

分布抵抗の場合の微分方程式は、集中抵抗の場合の式(11)の n の代りに、

$$n = \frac{x}{l} = \frac{L}{l} \xi$$

と置くことによって得られる。すなわち、

$$\frac{du_T}{d\tau'} = [\text{sign}(1-u_T)]k_1(1-u_T)^2\xi - K_2([\text{sign } u_T]u_T^2 - [\text{sign } u_{T_0}]u_{T_0}^2) \dots \dots \dots \text{(14)}$$

ただし、

$$k_1 = K_1 \frac{L}{l} = \frac{1}{2} \frac{C_{DAL}}{S \cdot l}$$

式(14)の ξ は τ' の関数で前記1), 2), に示された値をとるものとする。

1), 2)ともa)の場合(車列がトンネルに入り始める場合)には式(12)と同種の置き換え、

$$K_2 \tau' = \tau, k_1/K_2^2 = k \dots \dots \dots \text{(15)}$$

を用いて、つぎの相似方程式を得る。

$$\text{a) } \frac{du_T}{d\tau} = [\text{sign}(1-u_T)]k(1-u_T)^2\tau - ([\text{sign } u_T]u_T^2 - [\text{sign } u_{T_0}]u_{T_0}^2) \dots \dots \dots \text{(14. a.)}$$

ただし $0 \leq \tau \leq K_2$ 1), a)

あるいは $0 \leq \tau \leq K_2 L_0/L$ 2), a)

b), d)に対しても

$$\frac{du_T}{d\tau} = [\text{sign}(1-u_T)]\alpha k(1-u_T)^2 - ([\text{sign } u_T]u_T^2 - [\text{sign } u_{T_0}]u_{T_0}^2) \dots \dots \dots \text{(14. b. d.)}$$

$$\alpha = K_2, \quad K_2 \leq \tau \leq K_2 L_0/L \quad 1), b)$$

$$= 0, \quad K_2(1 + L_0/L) \leq \tau \quad 1), d); 2), d)$$

$$= L_0/L, \quad K_2 L_0/L \leq \tau \leq K_2 \quad 2), b)$$

また、c)についても

$$K_2 \left\{ \left(1 + \frac{L_0}{L} \right) - \tau' \right\} = -T$$

とおけば、

$$\frac{du_T}{dt} = -[\text{sign}(1-u_T)]k(1-u_T)^2 T - ([\text{sign } u_T]u_T^2 - [\text{sign } u_{T_0}]u_{T_0}^2) \dots \dots \dots \text{(14. c.)}$$

$$-K_2 \leq T \leq 0$$

となる。以上が連続的取り扱いにおける微分方程式である。

4. 定常解

自動車列の長さが前後方に無限に延びていてトンネル内をほぼ一定数の自動車が走行している状態が長時間続ければ、トンネル内の風は最終的に一定の風速に達して飽和する。このときの解を定常解と定義する。

空気抵抗が自動車に集中するという考え方の場合には、定常解は式(13)において

$$\frac{du_T}{d\tau} = 0, \quad n = N = \frac{L}{l}$$

と置いて得られる。 L/l が整数にならない場合には、これに最も近い整数を N とおけば十分である。

また、分布された抵抗を仮定する場合には、1), b) で $L_0/L \rightarrow \infty$, $\tau \rightarrow \infty$ の状態がこれに相当し、式(14.b)において $d/d\tau = 0$ とおけばよい。定常解に関する限り、この2つの取り扱いによって、相違は生じない。ここでは式(13)から出発することとする。

定常解 u_{T_∞} は、各場合に応じてつきの4つの2次式を解いて得られる。

$$\text{I)} \quad u_{T_0} > u_{T_\infty} \geq 1$$

$$-(C+1)u_{T_\infty}^2 + 2Cu_{T_\infty} + (-C + u_{T_0}^2) = 0 \quad \dots \dots \dots (15. \text{ I})$$

$$\text{II)} \quad 1 \geq u_{T_\infty} \geq u_{T_0} \geq 0$$

$$(C-1)u_{T_\infty}^2 - 2Cu_{T_\infty} + (C + u_{T_0}^2) = 0 \quad \dots \dots \dots (15. \text{ II})$$

$$\text{III)} \quad 1 \geq u_{T_\infty} \geq 0 \geq u_{T_0}$$

$$(C-1)u_{T_\infty}^2 - 2Cu_{T_\infty} + (C - u_{T_0}^2) = 0 \quad \dots \dots \dots (15. \text{ III})$$

$$\text{IV)} \quad 0 \geq u_{T_\infty} \geq u_{T_0}$$

$$(C+1)u_{T_\infty}^2 - 2Cu_{T_\infty} + (C - u_{T_0}^2) = 0 \quad \dots \dots \dots (15. \text{ IV})$$

ただし、

$$C = NK = \frac{C_D A L / Sl}{\lambda L / D + (1 + \zeta_1)}$$

これらの代数式の根のうち規定された領域外にあるものを捨てれば、解は $u_{T_\infty} \sim u_{T_0}$ 平面における1本の連続な曲線で表わされる。その性質をつぎに示す。

$C > 1$ の場合、式(15.I)は点 $(u_{T_\infty} = 1, u_{T_0} = 1)$ を通り $u_{T_\infty} = u_{T_0}/(1+C) + 1/(1+C)$ を漸近線とする双曲線。式(15.II)は、 $u_{T_\infty} = C/(C-1)$, $u_{T_0} = 0$ を中心とし、横、縦軸の長さがそれぞれ $2\sqrt{C}/(C-1)$,

図-7

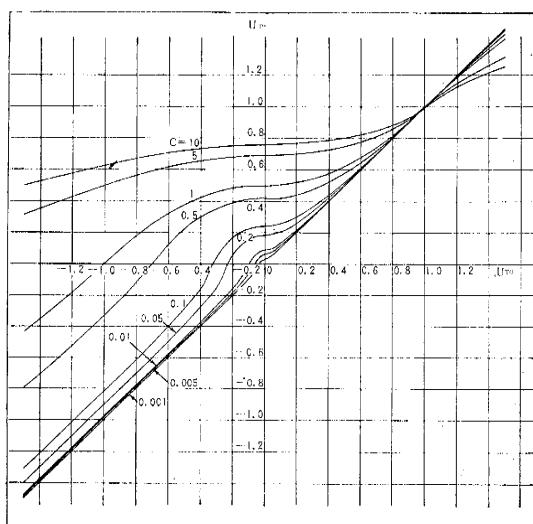
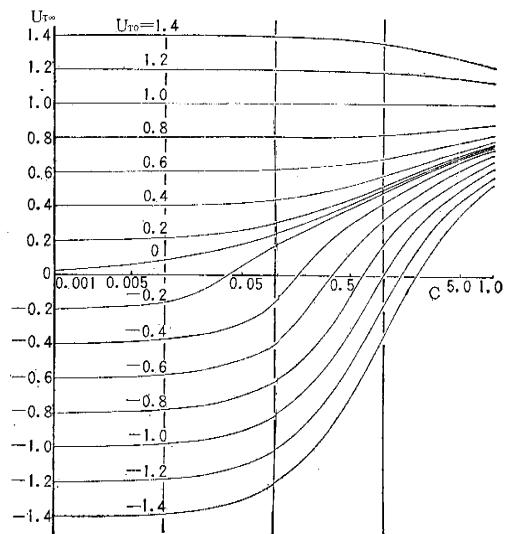


図-8



$2\sqrt{C}/(C-1)$ であるような、だ円、式(15.III)は u_{T_∞} 軸を軸とし、 $u_{T_\infty} = \sqrt{C}/(\sqrt{C}+1)$, $u_{T_0}=0$ および $u_{T_\infty}=0$, $u_{T_0}=-\sqrt{C}$ を通る双曲線、式(15.IV)は $u_{T_\infty}=0$, $u_{T_0}=-\sqrt{C}$ を通り(15.I)と同じ漸近線を持つ双曲線となる。

$C=1$ の場合：式(15.II), (15.III)がそれぞれ極限として放物線となるほかは前に同じ。

$C < 1$ の場合：式(15.II)が双曲線、式(15.III)がだ円となるほかは $C > 1$ の場合に同じ。

図-7は $u_{T_\infty} \sim u_{T_0}$ (パラメーター C)の関係、図-8は $u_{T_\infty} \sim C$ (パラメーター u_{T_0})の関係を示す図表である。

5. 非定常解

(1) 集中抵抗の場合

自動車の空気抵抗がそれぞれの自動車に集中して作用すると考えた場合の非定常解は、種々の場合に対応する初期条件にもとづいて解くことによって求められる。

この微分方程式は、トンネル内に自動車が n 台走行している状態で成立するものであるから、台数が変化すれば定数 n の値も変わってくる。

たとえば、空のトンネルに自動車列が進入しあはじめるときを考えれば、先頭車が入口に入ってから $\tau = \tau_0$ (このとき2番目の車が入りはじめる)までの間は $n=1$ で初期条件は $\tau=0$ で $u_T=u_{T_0}$ である。これで微分方程式および初期条件がきまるから解が $u_T=u_T(\tau)$ の形で求められる。いま、 $u_{T,1}=u_T(\tau=\tau_0)$ とおく。

つぎに、 $\tau=\tau_0$ から $2\tau_0$ までは式(14)で、 $n=2$ とおく、初期条件は明らかに $\tau=\tau_0$ で $u_T=u_{T,1}$ である。以下同様の操作をくり返して行なうが、 n 台の走行状態

$$(I) \frac{du_T}{d\tau} = -k(1-u_T)^2\tau - (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (18.I)$$

$$(II) \frac{du_T}{d\tau} = k(1-u_T)^2\tau - (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (18.II)$$

$$(III) \frac{du_T}{d\tau} = k(1-u_T)^2\tau - (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (18.III)$$

$$(IV) \frac{du_T}{d\tau} = k(1-u_T)^2\tau + (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (18.IV)$$

初期条件は $\tau=0$ で $u_T=u_{T_0}$ である。

いま、 $\tau \neq 0$ 、すなわち車列がトンネルに入り始めた初期の状態を調べるために、 u_T を τ の級数に展開して、その3乗以上を捨てれば、

$$(I) u_T = u_{T_0} - (k/2)(1-u_{T_0})^2\tau^2$$

$$(II) u_T = u_{T_0} + (k/2)(1-u_{T_0})^2\tau^2$$

$$(IV) u_T = u_{T_0} + (k/2)(1-u_{T_0})^2\tau^2$$

が得られる。(III) ではこのような初期の状態が生じ得ないことは図-9から明らかである。この結果から、車列がトンネルに入り始めると、トンネル内の風速は(I)では τ^2 に比例して減少し、(II), (IV) では τ^2 に比例して増大し始めることがわかる。

b) 車列の長さが無限大で長時間自動車がトンネルを満たして進行している場合 このときの微分方程式は(14.b)で $\alpha=K_2$ となる。

$$(I) \frac{du_T}{d\tau} = -kK_2(1-u_T)^2 - (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (19.I)$$

$$(II) = kK_2(1-u_T)^2 - (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (19.II)$$

$$(III) = kK_2(1-u_T)^2 - (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (19.III)$$

$$(IV) = kK_2(1-u_T)^2 + (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (19.IV)$$

$\tau \rightarrow \infty$ のとき、 u_T は定常解 u_{T_∞} に指數関数的に近づいて、最後に一致する。

c) 車列が十分長く、 u_T が定常解 u_{T_∞} に達した後車列がトンネルから抜け出す場合 このときは式(14.c)が適用される。この式で、

$$T = -K_2 + \tau$$

とおけば、 τ は最後尾車がトンネル入口に達したときからはかった無次元時間となり、初期条件は $\tau=0$ で $u_T=u_{T_0}$ である。式(14.c)を書きかえると、

$$\frac{du_T}{d\tau} = -[\text{sign}(1-u_T)] \{k(1-u_T)^2\tau - K_2k(1-u_T)^2\} - ([\text{sign } u_T]u_T^2 - [\text{sign } u_{T_0}]u_{T_0}^2)$$

となる。これを各場合についてさらに整理すると、

$$(I) \frac{du_T}{d\tau} = -(C-1)(u_T - u_{T_\infty})(u_T - u_{T_\infty}') + k(1-u_T)^2\tau \quad (20.I)$$

$$(II), (III), (IV) = (C-1)(u_T - u_{T_\infty})(u_T - u_{T_\infty}') - k(1-u_T)^2\tau \quad (20.II, III, IV)$$

$\tau \neq 0$ における解はつぎのようになる：

$$(I) u_T = u_{T_\infty} + \frac{k}{2}(1-u_{T_\infty})^2\tau^2$$

$$(II), (III), (IV) u_T = u_{T_\infty} - \frac{k}{2}(1-u_{T_\infty})^2\tau^2$$

したがって、車列がトンネルから抜け出しあはじめるとき、(I) の場合は u_T は τ^2 に比例して増大し、そのほかの場合は τ^2 に比例して減少しあじめることがわかる。

d) 車列が抜け出してから長時間経った場合 このときは式(14.d)が適用される。

$$\frac{du_T}{d\tau} = -([\text{sign } u_T]u_T^2 - [\text{sign } u_{T_0}]u_{T_0}^2)$$

したがって

$$(I), (II) \frac{du_T}{d\tau} = -(u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (21.I, II)$$

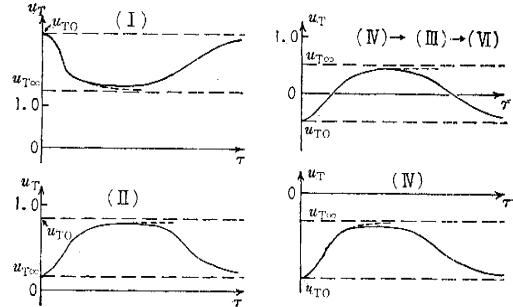
$$(IV) = (u_T^2 - u_{T_0}^2) \quad (21.IV)$$

(III) の場合はわからないことはすでに述べたとおりである。 $\tau \rightarrow \infty$ における漸近解は、

$$(I), (II) u_T = u_{T_0} + Ae^{-2u_{T_0}\tau}$$

$$(IV) = u_{T_0} + Ae^{2u_{T_0}\tau}$$

図-10



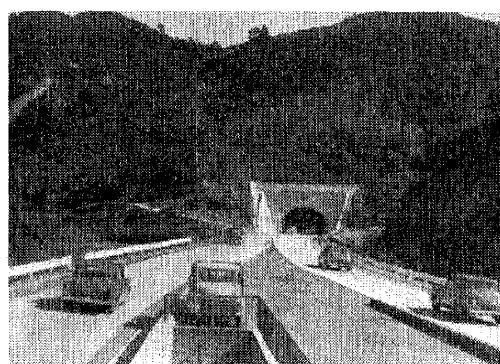
Aは積分常数で、(I) では負、(II), (IV) では正となる。

以上の考察によって各場合における u_T の変化の状態をほぼ正確に知ることができた。図-10は u_T と τ との関係を定性的に示したものである。

6. 実験結果との比較

昭和33年10月7日より12日にかけて、開通直前の北九州道路奥田トンネルにおいて、日本道路公团よりの

写真-1 トンネルに向かって走行する試験車
(乗用車) 群



委託によって建設省土木研究所道路研究室が実施した。

この実験は、借上げの乗用車およびトラックそれぞれ24台を、奥山トンネルの小倉側から門司側に向かって一方に走らせたもので、自動車の速度を40, 50, 60および70km/hの4段階に指定して走行させた。また、交通量は速度に応じて車頭間隔を変化させることによって、180, 360, 700および1300台/hの4段階の状況をモデル的に作り上げた。

トンネル全長 $L=641\text{m}$

トンネル断面の水力学的直径 $D=7.32\text{m}$

トンネル断面積 $S=46.1\text{m}^2$

が、このトンネルの寸法であった。

走行によって生ずる風速の測定は、自動車の走行に危険のない点で行なわなければならないから、おのずから、その位置が限定された。しかし、またトンネルの平均風速を示すと思われる位置でなければならない。よって、トンネル縦断方向には、トンネルのほぼ中心を、横断方向には、自動車の走行に危険のない場所として、まずトンネルの車道中心線上とした。

その線上の高さとしては、これまでに道路トンネルにおいて風速分布を実測した経験から、平均風速を示す大体の位置と考えられる舗装面より高さ1.5mの点とし、ここにビラム型風速計および熱線風速計を設置した。

この位置が、正しく平均風速を示す位置であるかどうかは疑問であるが、自動車が走行する最中に、またその限られた時間内に、他の多くの点を測定して、平均風速を求める方法をとることは、時間的にも、また空間的にも不可能であった。

しかし、トンネルの断面形状上のこの点の位置からいって、得られた風速は平均風速と大差ない値であったものと考えてよいであろう。

写真-1は、トンネルに向かって走行する乗用車群、写真-2は同じくトラック群、写真-3はトンネル内の状況、写真-4は同じくトンネル内の風速計の配置状況である。

計算に使った定数の値は、

写真-2 トンネルに向かって走行する試験車
(トラック) 群

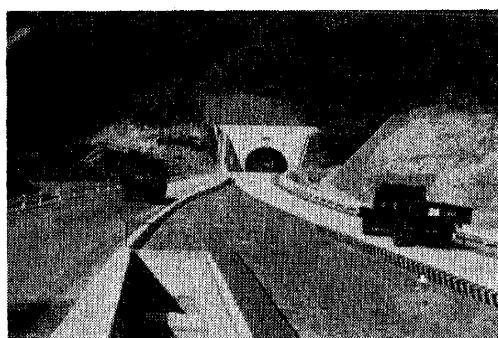
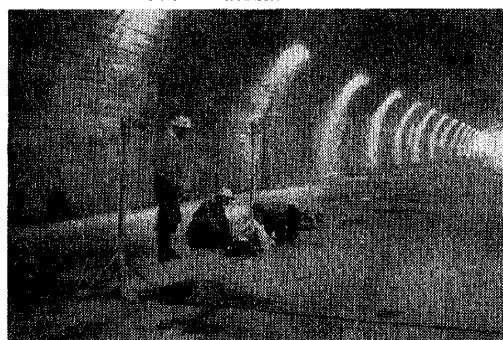


写真-3 トンネル内測定点より走行していく
トラックを見た状況



写真-4 計測機のすえつけ



自動車前面面積 $A=2.3\text{m}^2$ (乗用車)
 $=5.5\text{m}^2$ (トラック)

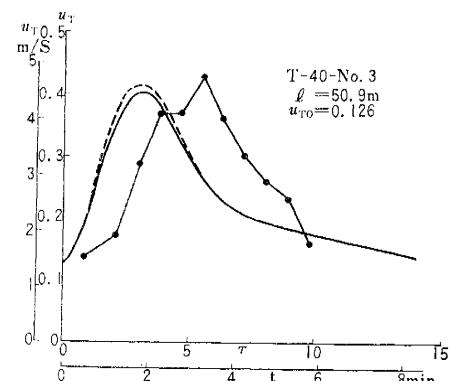
自動車抵抗係数 $C_D=0.4$ (乗用車)
 $=1.0$ (トラック)

トンネル入口圧力損失係数 $\zeta_1=0.5$

トンネルの摩擦損失係数 $\lambda=0.02$

である。車頭間隔 I は試験時の速度 V と交通量から決定される。

図-11



以上のような定数を使って計算したもののうち、典型的ないくつかの結果をつぎに示す。図-11は試験番号T-40-No. 3 (Tはトラック, Cは乗用車, つぎの数字40は速度km/hを示す)についての実験結果および計算結果を与えるもので、横軸に先頭車がトンネル入口に

進入した瞬間からの時間、縦軸にトンネル内の風速をとっている。

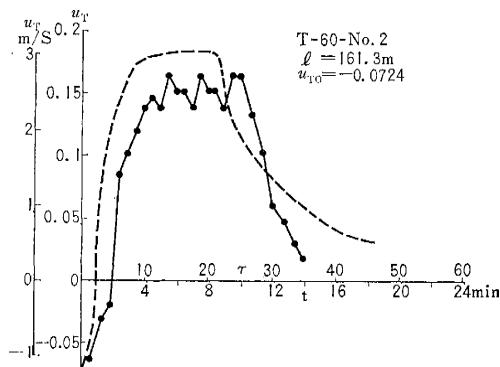
実線は一様分布抵抗の仮定による計算値、破線は集中抵抗の仮定にもとづく計算値であり、黒丸は実地試験によって得られた実験値である。

実験結果の大体の傾向は計算結果ときわめて相似していて、トンネル内の交通換気風の持続時間および最大風速では理論と実験の一一致はきわめてよい。

ただ、実験のほうが実時間にして約1分程度おくれた経過を示しているが、これは多分試験に用いた計測方法の誤差および自動車走行のせん断抵抗による空気流境界層の形成などによるものと推定される。

つぎに、図-12は試験番号T-60-No.2に関するも

図-12



ので、前図と同様に集中抵抗の仮定によって計算した結果（破線）と実験値（黒丸）とを示している。この試験では、実験開始時には逆風であったものがトラックの通行によって、順風に変わり、したがって計算は前記領域IVから出発し、領域IIIにわたって行なわれた。本例においても、理論と実験との一致は比較的良好で実験値の時間的おくれの傾向も前例と全く同様である。

図-13から図-15までの三図は、それぞれの図に示した試験番号に対する計算結果と実験値とを示したものである。

図-13

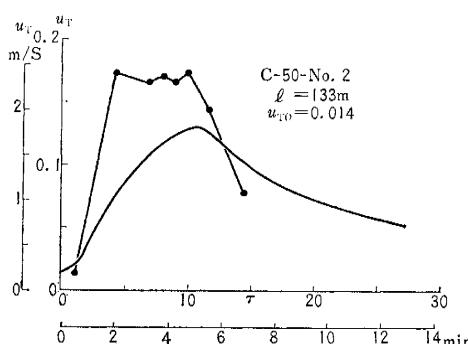


図-14

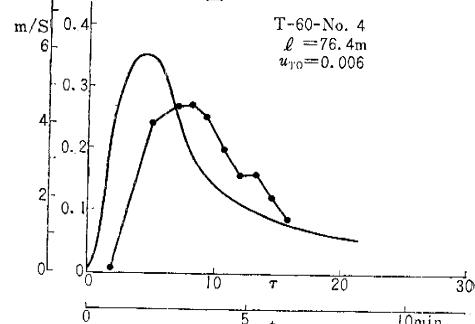
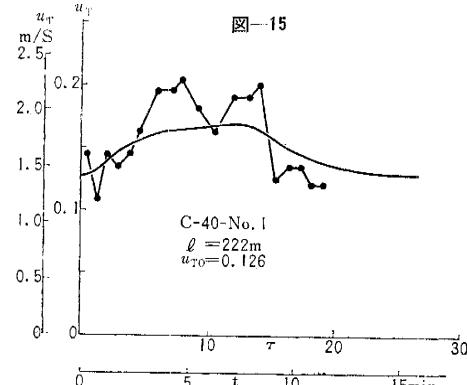


図-15



7. 結 語

以上、数例についての計算と実験との比較から明らかのように、実験の粗さおよび計算における各種定数(C_D 、 λ 、 ζ_1 等)の粗雑な設定にもかかわらず、両者は定性的にも定量的にも、かなりよく一致しているといえる。

したがって、本論文に述べたトンネル内の非定常交通換気に関する理論は、ほぼ正しく実際の状態を記述するものであることがわかる。

また、理論における仮定（集中抵抗が一様分布抵抗か）の相違も、実用的には、ほとんど同一の結果を与えることが明らかになった。

本論文の理論的追及は河村が、現場試験は伊吹山が担当した。なお本研究にご協力いただいた建設省北陸地建道路部長 比留間 豊、土木研究所トンネル研究室長 小川哲夫、日本道路公団 小林一夫・田島利男・中道文基、北九州道路工事事務所の諸氏に誌上をもって厚く感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) 村山朝郎：隧道内の気流に関する理論的考察、土木学会誌 第29卷 第3号
- 2) 日本道路公団計画部技術課：名神高速道路トンネルの換気について、(2) 交通換気の実験とその適用について、高速道路 Vol. III, No. 4
- 3) 日本道路公団計画部技術課：トンネルの交通換気および自然換気調査試験研究編、1. 一方通行道路トンネルにおける交通換気試験、名神トンネル試験研究技術資料-III
- 4) 建設省土木研究所：一方通行道路トンネルの交通換気
(原稿受付：1982.12.5)