

薄肉連続曲線桁橋の立体的解析*

小西一郎**
小松定夫***

要旨 各支間において橋軸が円弧状を呈し、中間支点上で相接する曲線線形を有する任意スパン数の連続曲線桁橋に関して構造解析を行なった。

まず中間支点上橋断面における1つの曲げモーメントと1つの曲げねじりモーメントを未知量とする弾性方程式を組立てた。つぎに支間の任意断面における断面力と変形量についての解を、その支間を単純桁橋とみなしたときの荷重による値と、支点モーメントによる値との和として与えた。さらに3スパン連続合成2箱桁橋について、数値計算を行ない各種断面力および変形量に関する影響線を明らかにした。

1. 緒言

単純支持形式の曲線桁橋においては、位置の不安定すなわち転倒の問題が起りうる事が容易に推察される。安定性を確保するという点のみならず、経済的設計のためにも曲線桁橋を連続形式にする方が望ましい。

そこで本文では、円弧と直線とが混在する軸線形状をもつ連続曲線桁橋について薄肉構造理論による立体的解析を行なう。すでに文献 3)、4)の解析および数値計算結果から明らかなように、曲線桁橋が鉛直荷重を受けた場合には、橋断面は曲率中心のまわりの回転をふくむような変位を行なう。したがって一般にたわみは直線桁の場合に比してかなり大きくなる。それで横繫材(横桁、隔板、横構、対傾構、床板など)が橋断面の変形に対し、ある程度の剛性を有する場合について、横繫材の剛性を無限大と考えて、橋断面内の断面力や変形量に関する解式を求める。曲線桁橋について橋断面形状不変の仮定のもとに、一体とする橋断面全体に生ずる断面力と変形量を対象として問題を解決することが簡単で合理的な結果を与えうるものとする。

本文中特に説明がない記号については、文献 1)、2)を参照されたい。

2. 連続曲線箱桁橋のひずみエネルギー

一般の荷重状態において、連続曲線桁橋に生ずるひずみエネルギー Π は次式で表わされる。

$$\Pi = \sum_m \frac{1}{2} \int_0^{\varphi_m} \int_{F_m} \left(\frac{\sigma^2}{E} + \frac{\tau^2}{G} \right) \rho_m dF_m d\varphi_m \dots (1)$$

ここに \sum_m は連続曲線桁橋の全橋長にわたって総和することを意味する。以下添字 m は第 m スパン断面に関する量を表わす。

式(1)中に応力公式[文献3)式(51)、(53)]を代入すれば、整とんののち、次式をうる。

$$\Pi = \sum_m \frac{R_m}{2} \int_0^{\varphi_m} \left\{ \frac{1}{E_s} \left(\frac{M_{ym}^2}{I_{ym}'} + \frac{M_{wm}^2}{C_{wm}} \right) + \frac{1}{G_s} \left(\frac{T_{sm}^2}{J_m} + \frac{Q_{sm}^2}{F_{sm}'} + \frac{Z_m}{C_{wm}^2} T_{wm}^2 \right) \right\} d\varphi_m \dots (2)$$

ここに、 $Z = \int_F q^* \frac{n_g}{t} \frac{\rho}{R} ds \dots (3)$

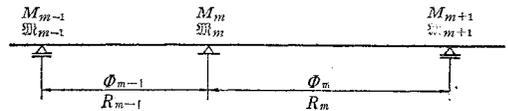
$$\frac{1}{F_s'} = \int_F \bar{q} b^2 \frac{n_g}{t} \frac{\rho^3}{R^3} ds \dots (4)$$

一般にアンダーラインの項は、小さいので省略できる。

3. 連続曲線桁橋の断面力

図-1に示す連続曲線桁橋の支点上断面に切断を入れると、各支間で単純曲線桁橋の形式となり、支点断面に

図-1 連続曲線桁橋



はそれぞれ1つずつの曲げモーメントと曲げねじりモーメントとが作用する。今、第 m 支点における両者の値をそれぞれ M_m および \mathfrak{M}_m と記す。すると中心角 φ_m をはさむ第 m スパンにおいて、支点より中心角 φ_m にある橋断面に生ずる断面力は次式で与えられる。式中、添字 0 を付した量は、第 m スパンを単純曲線桁とみなしたときの荷重による断面力を表わす。また $\varphi_m' = \varphi_m - \varphi_m$ を表わす。

(1) 曲げモーメント M_{ym}

$$M_{ym} = M_{m0} + M_m \frac{\sin \varphi_m'}{\sin \varphi_m} + M_{m+1} \frac{\sin \varphi_m}{\sin \varphi_m} \dots (5)$$

(2) 曲げねじりモーメント M_{wm}

$$M_{wm} = M_{m0} + \mathfrak{M}_m \frac{\sinh \alpha_m \varphi_m'}{\sinh \alpha_m \varphi_m} + \mathfrak{M}_{m+1} \frac{\sinh \alpha_m \varphi_m}{\sinh \alpha_m \varphi_m}$$

* 昭和35年度 土木学会関西支部年次学術講演会に発表 昭.35.11
** 正員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室
*** 正員 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学教室

$$\begin{aligned}
 & + \frac{R_m}{\alpha_m^2 + 1} \left\{ M_m \left[\frac{\sin \varphi_m'}{\sin \Phi_m} - \frac{\sinh \alpha_m \varphi_m'}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right] \right. \\
 & \left. + M_{m+1} \left[\frac{\sin \varphi_m}{\sin \Phi_m} - \frac{\sinh \alpha_m \varphi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right] \right\} \dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

(3) St. Venant ねじりモーメント T_{sm}

$$\begin{aligned}
 T_{sm} = T_{sm0} & + \frac{\mathfrak{M}_m}{R_m} \left(\frac{1}{\Phi_m} - \frac{\alpha_m \cos h \alpha_m \varphi_m'}{\sin h \alpha_m \Phi_m} \right) \\
 & + \frac{\mathfrak{M}_{m+1}}{R_{m+1}} \left(\frac{\alpha_m \cos h \alpha_m \varphi_m}{\sin h \alpha_m \Phi_m} - \frac{1}{\Phi_m} \right) \\
 & + M_m \left[\frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\alpha_m^2 \frac{\cos \varphi_m'}{\sin \Phi_m} + \alpha_m \frac{\cosh \alpha_m \varphi_m'}{\sin h \alpha_m \Phi_m} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{1}{\Phi_m} \right] + M_{m+1} \left[\frac{1}{\Phi_m} - \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\alpha_m^2 \frac{\cos \varphi_m}{\sin \Phi_m} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \alpha_m \frac{\cosh \alpha_m \varphi_m}{\sin h \alpha_m \Phi_m} \right) \right] \dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

(4) 2次ねじりモーメント T_{wm}

$$\begin{aligned}
 T_{wm} = T_{wm0} & + \frac{1}{R_m} \left(\mathfrak{M}_m \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \varphi_m'}{\sin h \alpha_m \Phi_m} \right. \\
 & \left. - \mathfrak{M}_{m+1} \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \varphi_m}{\sin h \alpha_m \Phi_m} \right) + \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left[M_m \left(\frac{\cos \varphi_m'}{\sin \Phi_m} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\alpha_m \cos h \alpha_m \varphi_m'}{\sin h \alpha_m \Phi_m} \right) - M_{m+1} \left(\frac{\cos \varphi_m}{\sin \Phi_m} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \varphi_m}{\sin h \alpha_m \Phi_m} \right) \right] \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

(5) 曲げせん断力 \bar{Q}_m

$$\bar{Q}_m = \bar{Q}_{m0} - \frac{1}{R_{cm}} \left(M_m \frac{\cos \varphi_m'}{\sin \Phi_m} - M_{m+1} \frac{\cos \varphi_m}{\sin \Phi_m} \right) \dots\dots\dots (9)$$

(6) 合ねじりモーメント T_m

$$\begin{aligned}
 T_m = T_{m0} & + \frac{1}{l_m} (\mathfrak{M}_m - \mathfrak{M}_{m+1}) + M_m \left(\frac{\cos \varphi_m'}{\sin \Phi_m} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{\Phi_m} \right) + M_{m+1} \left(\frac{1}{\Phi_m} - \frac{\cos \varphi_m}{\sin \Phi_m} \right) \dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

4. 連続曲線桁橋の弾性方程式

さて支点モーメント M_m および \mathfrak{M}_m を求めるため、桁橋の全系に最小仕事の原理を適用すれば、

$$\frac{\partial \Pi}{\partial M_m} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \mathfrak{M}_m} = 0$$

上式の Π に式(2)を代入し、さらに断面力の公式(5)~(9)を用いて計算を行なえば、未知量 M_m, \mathfrak{M}_m に関する連立方程式をうる。

$$\left. \begin{aligned}
 a_{m,m-1} M_{m-1} + a_{mm} M_m + a_{m,m+1} M_{m+1} + b_{m,m-1} \mathfrak{M}_{m-1} \\
 + b_{mm} \mathfrak{M}_m + b_{m,m+1} \mathfrak{M}_{m+1} &= -L_m \\
 b_{m,m-1} M_{m-1} + b_{mm} M_m + b_{m,m+1} M_{m+1} + d_{m,m-1} \mathfrak{M}_{m-1} \\
 + d_{mm} \mathfrak{M}_m + d_{m,m+1} \mathfrak{M}_{m+1} &= -N_m
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

($m=1, 2, \dots, n-1$)

両端支点で単純支持になっている場合には、

$$M_0 = M_n = 0, \quad \mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_n = 0$$

連立方程式(11)に現われる係数 a, b および d はつぎのように同形の式で与えられる。

$$a_{mm} = \sum_{j=m-1}^m [a]_{mj} \dots\dots\dots (12)$$

そして、

$$\begin{aligned}
 [a]_{mj} = A(\Phi_j) \frac{R_j}{E_s I_{y_j'}} + B(\Phi_j) \frac{R_j^3}{E_s C_{w_j}} \\
 + C(\Phi_j) \frac{R_j}{G_s J_j} + D(\Phi_j) \frac{R_j Z_j}{G_s C_{w_j^2}} \\
 + E(\Phi_j) \frac{1}{G_s F_{s_j'} R_j} \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned}
 a_{m,m-1} = A'(\Phi_{m-1}) \frac{R_{m-1}}{E_s I_{y,m-1}'} \\
 + B'(\Phi_{m-1}) \frac{R_{m-1}^3}{E_s C_{w,m-1}} + C'(\Phi_{m-1}) \frac{R_{m-1}}{G_s J_{m-1}} \\
 + D'(\Phi_{m-1}) \frac{R_{m-1} Z_{m-1}}{G_s C_{w,m-1}^2} \\
 - E'(\Phi_{m-1}) \frac{1}{G_s F_{s,m-1}' R_{m-1}} \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{m,m+1} = A'(\Phi_m) \frac{R_m}{E_s I_{y,m}'} + B'(\Phi_m) \frac{R_m^3}{E_s C_{wm}} \\
 + C'(\Phi_m) \frac{R_m}{G_s J_m} + D'(\Phi_m) \frac{R_m Z_m}{G_s C_{wm}^2} \\
 - E'(\Phi_m) \frac{1}{G_s F_{sm}' R_m} \dots\dots\dots (15)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$A(\varphi_j) = \frac{2\varphi_j - \sin 2\varphi_j}{4 \sin^2 \Phi_j} \dots\dots\dots (16)$$

$$B(\varphi_j) = \frac{1}{(\alpha_j^2 + 1)^2} [A(\varphi_j) - 2\mathfrak{A}(\varphi_j) + \mathfrak{B}(\varphi_j)] \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned}
 C(\varphi_j) = \frac{\alpha_j^2}{(\alpha_j^2 + 1)^2} [\alpha_j^2 E(\varphi_j) + 2\alpha_j \mathfrak{D}(\varphi_j) \\
 + \xi(\varphi_j)] - \frac{1}{\Phi_j} \dots\dots\dots (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D(\varphi_j) = \frac{1}{(\alpha_j^2 + 1)^2} [E(\varphi_j) - 2\alpha_j \mathfrak{D}(\varphi_j) \\
 + \alpha_j^2 \xi(\varphi_j)] \dots\dots\dots (19)
 \end{aligned}$$

$$E(\varphi_j) = \frac{\sin 2\varphi_j + 2\varphi_j}{4 \sin^2 \Phi_j} \dots\dots\dots (20)$$

$$A'(\varphi_j) = \frac{\sin^2 \varphi_j}{2 \sin \Phi_j} - A(\varphi_j) \cos \Phi_j \dots\dots\dots (21)$$

$$\begin{aligned}
 B'(\varphi_j) = \frac{1}{(\alpha_j^2 + 1)^2} [A'(\varphi_j) - 2\mathfrak{A}'(\varphi_j) + \mathfrak{B}'(\varphi_j)] \\
 \dots\dots\dots (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C'(\varphi_j) = \frac{-\alpha_j^2}{(\alpha_j^2 + 1)^2} [\alpha_j^2 E'(\varphi_j) + 2\alpha_j \mathfrak{D}'(\varphi_j) \\
 + \xi'(\varphi_j)] + \frac{1}{\Phi_j} \dots\dots\dots (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D'(\varphi_j) = \frac{1}{(\alpha_j^2 + 1)^2} [-E'(\varphi_j) + 2\alpha_j \mathfrak{D}'(\varphi_j) \\
 - \alpha_j^2 \xi'(\varphi_j)] \dots\dots\dots (24)
 \end{aligned}$$

$$E'(\varphi_j) = \frac{\sin^2 \varphi_j}{2 \sin \Phi_j} + E(\varphi_j) \cos \Phi_j \dots\dots\dots (25)$$

さらに,

$$\mathfrak{A}(\varphi_j) = \frac{\alpha_j \cos h \alpha_j \varphi_j \sin \varphi_j - \sin h \alpha_j \varphi_j \cos \varphi_j}{(\alpha_j^2 + 1) \sin h \alpha_j \varphi_j \sin \varphi_j} \dots\dots\dots (26)$$

$$\mathfrak{B}(\varphi_j) = \frac{\sin h 2 \alpha_j \varphi_j - 2 \alpha_j \varphi_j}{4 \alpha_j \sin h^2 \alpha_j \varphi_j} \dots\dots\dots (27)$$

$$\mathfrak{D}(\varphi_j) = \frac{\alpha_j \sin h \alpha_j \varphi_j \cos \varphi_j + \cos h \alpha_j \varphi_j \sin \varphi_j}{(\alpha_j^2 + 1) \sin h \alpha_j \varphi_j \sin \varphi_j} \dots\dots\dots (28)$$

$$\xi(\varphi_j) = \frac{\sin h 2 \alpha_j \varphi_j + 2 \alpha_j \varphi_j}{4 \alpha_j \sin h^2 \alpha_j \varphi_j} \dots\dots\dots (29)$$

$$\mathfrak{A}'(\varphi_j) = \frac{\sin h \alpha_j \varphi_j - \sin h \alpha_j \varphi_j' \cos \varphi_j - \alpha_j \cos h \alpha_j \varphi_j' \sin \varphi_j}{(\alpha_j^2 + 1) \sin h \alpha_j \varphi_j \sin \varphi_j} \dots\dots\dots (30)$$

$$\mathfrak{B}'(\varphi_j) = \frac{\sin h^2 \alpha_j \varphi_j}{2 \alpha_j \sin h \alpha_j \varphi_j} - \mathfrak{B}(\varphi_j) \cosh \alpha_j \varphi_j \dots (31)$$

$$\mathfrak{D}'(\varphi_j) = \frac{\alpha_j \sin h \alpha_j \varphi_j \cos \varphi_j' - \cos h \alpha_j \varphi_j \sin \varphi_j' + \sin \varphi_j}{(\alpha_j^2 + 1) \sin h \alpha_j \varphi_j \sin \varphi_j} \dots\dots\dots (32)$$

$$\xi'(\varphi_j) = \xi(\varphi_j) \cos h \alpha_j \varphi_j - \frac{\sin h^2 \alpha_j \varphi_j}{2 \alpha_j \sin h \alpha_j \varphi_j} \dots (33)$$

つぎに,

$$b_{mm} = \sum_{j=m-1}^m [b]_{mj} \dots\dots\dots (34)$$

$$[b]_{mj} = F(\varphi_j) \frac{R_j^2}{E_s C_{wj}} + G(\varphi_j) \frac{1}{G_s J_j} + H(\varphi_j) \frac{Z_j}{G_s C_{wj}^2} \dots\dots\dots (35)$$

$$b_{m,m-1} = F'(\varphi_{m-1}) \frac{R_{m-1}^2}{E_s C_{w,m-1}} + G'(\varphi_{m-1}) \frac{1}{G_s J_{m-1}} + H'(\varphi_{m-1}) \frac{Z_{m-1}}{G_s C_{w,m-1}^2} \dots\dots\dots (36)$$

$$b_{m,m+1} = F'(\varphi_m) \frac{R_m^2}{E_s C_{wm}} + G'(\varphi_m) \frac{1}{G_s J_m} + H'(\varphi_m) \frac{Z_m}{G_s C_{wm}^2} \dots\dots\dots (37)$$

ここに,

$$F(\varphi_j) = \frac{\mathfrak{A}(\varphi_j) - \mathfrak{B}(\varphi_j)}{\alpha_j^2 + 1} \dots\dots\dots (38)$$

$$G(\varphi_j) = \frac{-\alpha_j^2}{\alpha_j^2 + 1} [\alpha_j \mathfrak{D}(\varphi_j) + \xi(\varphi_j)] + \frac{1}{\varphi_j} \dots (39)$$

$$H(\varphi_j) = \frac{\alpha_j}{\alpha_j^2 + 1} [\mathfrak{D}(\varphi_j) - \alpha_j \xi(\varphi_j)] \dots\dots\dots (40)$$

$$F'(\varphi_j) = \frac{1}{\alpha_j^2 + 1} [\mathfrak{A}'(\varphi_j) - \mathfrak{B}'(\varphi_j)] \dots\dots\dots (41)$$

$$G'(\varphi_j) = \frac{\alpha_j^2}{\alpha_j^2 + 1} [\alpha_j \mathfrak{D}'(\varphi_j) + \xi'(\varphi_j)] - \frac{1}{\varphi_j} \dots (42)$$

$$H'(\varphi_j) = \frac{\alpha_j}{\alpha_j^2 + 1} [-\mathfrak{D}'(\varphi_j) + \alpha_j \xi'(\varphi_j)] \dots\dots\dots (43)$$

最後に,

$$d_{mm} = \sum_{j=m-1}^m [d]_{mj} \dots\dots\dots (44)$$

$$[d]_{mj} = \mathfrak{B}(\varphi_j) \frac{R_j}{E_s C_{wj}} + K(\varphi_j) \frac{1}{G_s J_j R_j} + \frac{\alpha_j^2}{R_j} \xi(\varphi_j) \frac{Z_j}{G_s C_{wj}^2} \dots\dots\dots (45)$$

$$d_{m,m-1} = \mathfrak{B}'(\varphi_{m-1}) \frac{R_{m-1}}{E_s C_{w,m-1}} + K'(\varphi_{m-1}) \frac{1}{G_s J_{m-1} R_{m-1}} - \frac{\alpha_{m-1}^2}{R_{m-1}} \xi'(\varphi_{m-1}) \frac{Z_{m-1}}{G_s C_{w,m-1}^2} \dots\dots\dots (46)$$

$$d_{m,m+1} = \mathfrak{B}'(\varphi_m) \frac{R_m}{E_s C_{wm}} + K'(\varphi_m) \frac{1}{G_s J_m R_m} - \frac{\alpha_m^2}{R_m} \xi'(\varphi_m) \frac{Z_m}{G_s C_{wm}^2} \dots\dots\dots (47)$$

ここに,

$$K(\varphi_j) = \alpha_j^2 \xi(\varphi_j) - \frac{1}{\varphi_j} \dots\dots\dots (48)$$

$$K'(\varphi_j) = -\alpha_j^2 \xi'(\varphi_j) + \frac{1}{\varphi_j} \dots\dots\dots (49)$$

式 (14), (15), (36), (37), (46) および (47) から, $a_{m,m+1} = a_{m+1,m}$, $b_{m,m+1} = b_{m+1,m}$, $d_{m,m+1} = d_{m+1,m}$ なる関係が成立することを知る。

5. 弾性方程式の荷重項

代表的な鉛直荷重状態に対し, 弾性方程式の右辺の荷重項をつぎのようにえた。

(1) 等分布荷重

荷重強度 p_j なる等分布荷重が第 j スパンに作用する場合には, 荷重項 L_{mj} および N_{mj} はつぎのようになる。

$$L_{mj} = p_j \left\{ \mathfrak{A}_{1j} A_{1j}^* \frac{R_j}{E_s I_{yj}'} + [\mathfrak{A}_{1j} B_{1j}^* + \mathfrak{A}_{2j} B_{1j}^*] \frac{R_j^3}{E_s C_{wj}} + [\mathfrak{A}_{1j} C_{1j}^* + \mathfrak{A}_{2j} C_{1j}^*] \frac{R_j}{G_s J_j} + [\mathfrak{A}_{1j} D_{1j}^* + \mathfrak{A}_{2j} D_{1j}^*] \frac{Z_j R_j}{G_s C_{wj}^2} + \mathfrak{A}_{1j} E_{1j}^* \frac{1}{G_s F_{sj}' R_j} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

ここに,

$$A_{1j}^* = A(\varphi_j) + A'(\varphi_j) - \frac{1 - \cos \varphi_j}{\sin \varphi_j} \dots\dots\dots (51)$$

$$B_{1j}^* = \frac{1}{(\alpha_j^2 + 1)^2} [A(\varphi_j) + A'(\varphi_j) - 2 \mathfrak{A}(\varphi_j) - 2 \mathfrak{A}'(\varphi_j) + \mathfrak{B}(\varphi_j) + \mathfrak{B}'(\varphi_j)] \dots\dots\dots (52)$$

$$B_{1j}^* = \frac{1}{\alpha_j^2 (\alpha_j^2 + 1)} \left[\mathfrak{A}(\varphi_j) + \mathfrak{A}'(\varphi_j) - \frac{1 - \cos \varphi_j}{\sin \varphi_j} - \mathfrak{B}(\varphi_j) - \mathfrak{B}'(\varphi_j) + \frac{\cos h \alpha_j \varphi_j - 1}{\alpha_j \sin h \alpha_j \varphi_j} \right] \dots (53)$$

$$C_{1j}^* = \frac{\alpha_j^2}{(\alpha_j^2 + 1)^2} \{ \alpha_j^2 [E(\varphi_j) - E'(\varphi_j)] + 2 \alpha_j [\mathfrak{D}(\varphi_j) - \mathfrak{D}'(\varphi_j)] + \xi(\varphi_j) - \xi'(\varphi_j) \} \dots\dots\dots (54)$$

$$C_{l2}^* = \frac{1}{\alpha_j^2 + 1} \left\{ \alpha_j^2 \left(\frac{\Phi_j}{2} - \frac{1 - \cos \Phi_j}{\sin \Phi_j} \right) + \alpha_j [\mathfrak{D}'(\Phi_j) - \mathfrak{D}(\Phi_j)] + \xi'(\Phi_j) - \xi(\Phi_j) + \frac{\Phi_j}{2} - \frac{\cosh \alpha_j \Phi_j - 1}{\alpha_j \sinh \alpha_j \Phi_j} \right\} \dots\dots\dots(55)$$

$$D_{l1}^* = \frac{1}{(\alpha_j^2 + 1)^2} \{ \alpha_j^2 [\xi(\Phi_j) - \xi'(\Phi_j)] + 2 \alpha_j [\mathfrak{D}'(\Phi_j) - \mathfrak{D}(\Phi_j)] + E(\Phi_j) - E'(\Phi_j) \} \dots\dots\dots(56)$$

$$D_{l2}^* = \frac{-1}{(\alpha_j^2 + 1) \alpha_j} \{ \alpha_j [\xi(\Phi_j) - \xi'(\Phi_j)] + \mathfrak{D}'(\Phi_j) - \mathfrak{D}(\Phi_j) \} \dots\dots\dots(57)$$

$$E_{l1}^* = E(\Phi_j) - E'(\Phi_j) \dots\dots\dots(58)$$

$$N_{mj} = p_j \left\{ [\mathfrak{L}_{1j} B_{n1}^* + \mathfrak{L}_{2j} B_{n2}^*] \frac{R_j^2}{E_s C_{wj}} + [\mathfrak{L}_{1j} C_{m1}^* + \mathfrak{L}_{2j} C_{m2}^*] \frac{1}{G_s J_j} + [\mathfrak{L}_{1j} D_{n1}^* + \mathfrak{L}_{2j} D_{n2}^*] \frac{Z_j}{G_s C_{wj}^2} \right\} \dots\dots\dots(59)$$

ここに,

$$B_{n1}^* = \frac{1}{\alpha_j^2 + 1} [\mathfrak{M}(\Phi_j) + \mathfrak{M}'(\Phi_j) - \mathfrak{B}(\Phi_j) - \mathfrak{B}'(\Phi_j)] \dots\dots\dots(60)$$

$$L_{mj} = \frac{W_j}{R_{0j}} \left\{ \mathfrak{L}_{2j} A_{l1}^{**} \frac{R_j}{E_s I_{sj}'} + (\mathfrak{L}_{2j} B_{l2}^{**} + \mathfrak{L}_{3j} B_{l3}^{**}) \frac{R_j^3}{E_s C_{wj}} + (\mathfrak{L}_{2j} C_{l2}^{**} + \mathfrak{L}_{3j} C_{l3}^{**}) \frac{R_j}{G_s J_j} + (\mathfrak{L}_{2j} D_{l2}^{**} + \mathfrak{L}_{3j} D_{l3}^{**}) \frac{Z_j R_j}{G_s C_{wj}^2} + \mathfrak{L}_{2j} E_{l1}^{**} \frac{1}{G_s F_{sj}' R_j} \right\} \dots\dots\dots(66)$$

ここに,

(i) $j=m$ に対しては,

$$A_{l1}^{**} = A'(\psi_m) \cdot \sin \psi_m' + A(\psi_m') \cdot \sin \psi_m \dots\dots\dots(67)$$

$$B_{l2}^{**} = \frac{1}{(\alpha_m^2 + 1)^2} \{ \alpha_m \{ \sin h \alpha_m \psi_m' \cdot [\mathfrak{M}''(\psi_m) - \mathfrak{B}'(\psi_m)] + \sin h \alpha_m \psi_m \cdot [\mathfrak{M}(\psi_m') - \mathfrak{B}(\psi_m')] \} + \sin \psi_m' \cdot [A'(\psi_m) - \mathfrak{M}'(\psi_m)] + \sin \psi_m \cdot [A(\psi_m') - \mathfrak{M}(\psi_m')] \} \dots\dots\dots(68)$$

$$B_{l3}^{**} = \frac{1}{(\alpha_m^2 + 1) \alpha_m} \{ \sin h \alpha_m \psi_m' [\mathfrak{B}'(\psi_m) - \mathfrak{M}''(\psi_m)] + \sin h \alpha_m \psi_m \cdot [\mathfrak{B}(\psi_m') - \mathfrak{M}(\psi_m')] \} \dots\dots\dots(69)$$

$$C_{l2}^{**} = \frac{\alpha_m^3}{(\alpha_m^2 + 1)^2} \{ \sin h \alpha_m \psi_m' [\alpha_m \mathfrak{D}'(\psi_m) + \xi'(\psi_m)] - \sin h \alpha_m \psi_m [\alpha_m \mathfrak{D}(\psi_m') + \xi(\psi_m')] - \sin \psi_m' [\alpha_m E'(\psi_m) + \mathfrak{D}''(\psi_m)] + \sin \psi_m [\alpha_m E(\psi_m') + \mathfrak{D}(\psi_m')] \} \dots\dots\dots(70)$$

$$C_{l3}^{**} = \frac{\alpha_m}{\alpha_m^2 + 1} \left\{ \sin h \alpha_m \psi_m' \cdot [\alpha_m \mathfrak{D}(\psi_m') + \xi(\psi_m')] - \sin h \alpha_m \psi_m \cdot [\alpha_m \mathfrak{D}'(\psi_m) + \xi'(\psi_m)] - \left(\alpha_m \frac{\sin \psi_m'}{\sin \Phi_m} + \frac{1}{\alpha_m} \frac{\sinh \alpha_m \psi_m'}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \right\} + \frac{\psi_m'}{\Phi_m} \dots\dots\dots(71)$$

$$D_{l2}^{**} = \frac{1}{(\alpha_m^2 + 1)^2} \{ \alpha_m^2 \{ \sin h \alpha_m \psi_m' \cdot [\mathfrak{D}(\psi_m') - \alpha_m \xi(\psi_m')] - \sin h \alpha_m \psi_m \cdot [\mathfrak{D}'(\psi_m) - \alpha_m \xi'(\psi_m)] \} + \sin \psi_m [E(\psi_m') - \alpha_m \mathfrak{D}(\psi_m')] - \sin \psi_m' \cdot [E'(\psi_m) - \alpha_m \mathfrak{D}''(\psi_m)] \} \dots\dots\dots(72)$$

$$D_{l3}^{**} = \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \{ \sin h \alpha_m \psi_m' [\mathfrak{D}'(\psi_m) - \alpha_m \xi'(\psi_m)] - \sin h \alpha_m \psi_m [\mathfrak{D}(\psi_m') - \alpha_m \xi(\psi_m')] \} \dots\dots\dots(73)$$

$$E_{l1}^{**} = E(\psi_m') \sin \psi_m - E'(\psi_m) \sin \psi_m' \dots\dots\dots(74)$$

(ii) $j=m-1$ に対して,

$$A_{l1}^{**} = A(\psi_{m-1}) \sin \psi_{m-1}' + A'(\psi_{m-1}') \sin \psi_{m-1} \dots\dots\dots(75)$$

$$B_{l2}^{**} = \frac{1}{(\alpha_{m-1}^2 + 1)^2} \{ \alpha_{m-1} \{ \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' \cdot [\mathfrak{M}(\psi_{m-1}) - \mathfrak{B}(\psi_{m-1})] + \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} [\mathfrak{M}''(\psi_{m-1}') - \mathfrak{B}'(\psi_{m-1}')] \} + \sin \psi_{m-1}' [A(\psi_{m-1}) - \mathfrak{M}(\psi_{m-1})] + \sin \psi_{m-1} \cdot [A'(\psi_{m-1}') - \mathfrak{M}''(\psi_{m-1}')] \} \dots\dots\dots(76)$$

$$B_{n2}^* = \frac{1}{\alpha_j^2} \left[\mathfrak{B}(\Phi_j) + \mathfrak{B}'(\Phi_j) - \frac{\cosh \alpha_j \Phi_j - 1}{\alpha_j \sinh \alpha_j \Phi_j} \right] \dots\dots\dots(61)$$

$$C_{n1}^* = \frac{\alpha_j^2}{\alpha_j^2 + 1} \{ \alpha_j [\mathfrak{D}'(\Phi_j) - \mathfrak{D}(\Phi_j)] + \xi'(\Phi_j) - \xi(\Phi_j) \} \dots\dots\dots(62)$$

$$C_{n2}^* = \xi(\Phi_j) - \xi'(\Phi_j) + \frac{\cosh \alpha_j \Phi_j - 1}{\alpha_j \sinh \alpha_j \Phi_j} - \frac{\Phi_j}{2} \dots\dots\dots(63)$$

$$D_{n1}^* = \frac{\alpha_j}{\alpha_j^2 + 1} \{ \alpha_j [\xi'(\Phi_j) - \xi(\Phi_j)] + \mathfrak{D}(\Phi_j) - \mathfrak{D}'(\Phi_j) \} \dots\dots\dots(64)$$

$$D_{n2}^* = \xi(\Phi_j) - \xi'(\Phi_j) \dots\dots\dots(65)$$

(2) 軸方向線荷重

この荷重状態に対しては、(1)の等分布荷重の場合の荷重項 L_{mj} と N_{mj} において、 $\mathfrak{L}_{1j} \rightarrow \bar{R}_j^2$, $\mathfrak{L}_{2j} \rightarrow \bar{R}_j R_{0j}$, $p_j \rightarrow W_j$ と置きかえれば、そのまま利用できる。

(3) 横方向線荷重

半径方向に単位長さあたり W_j なる強度の線荷重が作用する場合について考える。載荷位置を $\varphi_j = \psi_j$ とする。

$$B_{I_3}^{**} = \frac{1}{(\alpha_{m-1}^2 + 1)\alpha_{m-1}} \{ \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' \cdot [\mathfrak{B}(\psi_{m-1}) - \mathfrak{U}(\psi_{m-1})] + \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} \cdot [\mathfrak{B}'(\psi_{m-1}') - \mathfrak{U}'(\psi_{m-1}')] \} \dots \dots \dots (77)$$

$$C_{I_2}^{**} = \frac{\alpha_{m-1}^3}{(\alpha_{m-1}^2 + 1)^2} \{ \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' \cdot [\alpha_{m-1} \mathfrak{D}(\psi_{m-1}') + \xi'(\psi_{m-1}')] - \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} \cdot [\alpha_{m-1} \mathfrak{D}(\psi_{m-1}) + \xi(\psi_{m-1})] \} + \sin \psi_{m-1}' [\alpha_{m-1} E(\psi_{m-1}) + \mathfrak{D}(\psi_{m-1})] - \sin \psi_{m-1} [\alpha_{m-1} E'(\psi_{m-1}') + \mathfrak{D}'(\psi_{m-1}')] \dots \dots \dots (78)$$

$$C_{I_3}^{**} = \frac{\alpha_{m-1}}{\alpha_{m-1}^2 + 1} \left\{ \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' \cdot [\alpha_{m-1} \mathfrak{D}(\psi_{m-1}') + \xi'(\psi_{m-1}')] - \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} \cdot [\alpha_{m-1} \mathfrak{D}(\psi_{m-1}) + \xi(\psi_{m-1})] \right\} + \frac{\psi_{m-1}}{\Phi_{m-1}} \dots \dots \dots (79)$$

$$D_{I_2}^{**} = \frac{1}{(\alpha_{m-1}^2 + 1)^2} \{ \alpha_{m-1}^2 \{ \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' [\mathfrak{D}(\psi_{m-1}') - \alpha_{m-1} \xi'(\psi_{m-1}')] + \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} [\alpha_{m-1} \xi'(\psi_{m-1}') - \mathfrak{D}'(\psi_{m-1}')] \} + \sin \psi_{m-1}' [E(\psi_{m-1}) - \alpha_{m-1} \mathfrak{D}(\psi_{m-1})] + \sin \psi_{m-1} [\alpha_{m-1} \mathfrak{D}'(\psi_{m-1}') - E'(\psi_{m-1}')] \} \dots \dots (80)$$

$$D_{I_3}^{**} = \frac{1}{\alpha_{m-1}^2 + 1} \{ \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' [\alpha_{m-1} \xi'(\psi_{m-1}') - \mathfrak{D}(\psi_{m-1})] + \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} [\mathfrak{D}'(\psi_{m-1}') - \alpha_{m-1} \xi'(\psi_{m-1}')] \} \dots \dots \dots (81)$$

$$E_I^{**} = E(\psi_{m-1}) \sin \psi_{m-1}' - E'(\psi_{m-1}') \cdot \sin \psi_{m-1} \dots \dots \dots (82)$$

つぎに,

$$N_{mj} = \frac{W_j}{R_{0j}} \left\{ [\mathfrak{L}_{2j} B_{n_2}^{**} + \mathfrak{L}_{3j} B_{n_3}^{**}] \frac{R_j^2}{E_s C_{\omega j}} + [\mathfrak{L}_{2j} C_{n_2}^{**} + \mathfrak{L}_{3j} C_{n_3}^{**}] \frac{1}{G_s J} + \frac{[\mathfrak{L}_{2j} D_{n_2}^{**} + \mathfrak{L}_{3j} D_{n_3}^{**}]}{G_s C_{\omega j}^2} \frac{Z_j}{G_s C_{\omega j}^2} \right\} \dots \dots \dots (83)$$

(i) $j=m$ に対して,

$$B_{n_2}^{**} = \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \{ \alpha_m [\mathfrak{B}'(\psi_m) \cdot \sin h \alpha_m \psi_m' + \mathfrak{B}(\psi_m') \cdot \sin h \alpha_m \psi_m] + \mathfrak{U}'(\psi_m) \sin \psi_m' + \mathfrak{U}(\psi_m') \cdot \sin \psi_m \} \dots \dots (84)$$

$$B_{n_3}^{**} = \frac{-1}{\alpha_m} \{ \mathfrak{B}'(\psi_m) \sin h \alpha_m \psi_m' + \mathfrak{B}(\psi_m') \cdot \sin h \alpha_m \psi_m \} \dots \dots \dots (85)$$

$$C_{n_2}^{**} = \frac{\alpha_m^3}{\alpha_m^2 + 1} \{ \xi(\psi_m') \sin h \alpha_m \psi_m - \xi'(\psi_m) \cdot \sin h \alpha_m \psi_m' + \mathfrak{D}''(\psi_m) \cdot \sin \psi_m' - \mathfrak{D}(\psi_m') \sin \psi_m \} \dots \dots \dots (86)$$

$$C_{n_3}^{**} = \alpha_m \{ \xi'(\psi_m) \cdot \sin h \alpha_m \psi_m' - \xi(\psi_m') \cdot \sin h \alpha_m \psi_m \} + \frac{\sin h \alpha_m \psi_m'}{\sin h \alpha_m \Phi_m} - \frac{\psi_m'}{\Phi_m} \dots \dots \dots (87)$$

$$D_{n_2}^{**} = \frac{\alpha_m}{\alpha_m^2 + 1} \{ \alpha_m^2 [\xi(\psi_m') \cdot \sin h \alpha_m \psi_m - \xi'(\psi_m) \cdot \sin h \alpha_m \psi_m'] + \mathfrak{D}(\psi_m') \cdot \sin \psi_m - \mathfrak{D}'(\psi_m) \sin \psi_m' \} \dots \dots (88)$$

$$D_{n_3}^{**} = \alpha_m \{ \xi'(\psi_m) \cdot \sin h \alpha_m \psi_m' - \xi(\psi_m') \cdot \sin h \alpha_m \psi_m \} \dots \dots \dots (89)$$

(ii) $j=m-1$ に対して,

$$B_{n_2}^{**} = \frac{1}{\alpha_{m-1}^2 + 1} \{ \alpha_{m-1} [\mathfrak{B}(\psi_{m-1}) \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' + \mathfrak{B}'(\psi_{m-1}') \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}] + \mathfrak{U}(\psi_{m-1}) \cdot \sin \psi_{m-1}' + \mathfrak{U}'(\psi_{m-1}') \cdot \sin \psi_{m-1} \} \dots \dots \dots (90)$$

$$B_{n_3}^{**} = \frac{-1}{\alpha_{m-1}} \{ \mathfrak{B}(\psi_{m-1}) \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' + \mathfrak{B}'(\psi_{m-1}') \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} \} \dots \dots \dots (91)$$

$$C_{n_2}^{**} = \frac{\alpha_{m-1}^3}{\alpha_{m-1}^2 + 1} \{ \xi(\psi_{m-1}') \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' - \xi'(\psi_{m-1}) \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} + D''(\psi_{m-1}') \cdot \sin \psi_{m-1} - \mathfrak{D}(\psi_{m-1}) \cdot \sin \psi_{m-1}' \} \dots \dots \dots (92)$$

$$C_{n_3}^{**} = \alpha_{m-1} \{ \xi'(\psi_{m-1}') \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' - \xi(\psi_{m-1}) \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} \} + \frac{\sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}'}{\sin h \alpha_{m-1} \Phi_{m-1}} - \frac{\psi_{m-1}'}{\Phi_{m-1}} \dots \dots \dots (93)$$

$$D_{n_2}^{**} = \frac{\alpha_{m-1}}{\alpha_{m-1}^2 + 1} \{ \alpha_{m-1}^2 [\xi(\psi_{m-1}') \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' - \xi'(\psi_{m-1}) \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}] + \mathfrak{D}(\psi_{m-1}') \cdot \sin \psi_{m-1} - \mathfrak{D}'(\psi_{m-1}) \cdot \sin \psi_{m-1}' \} \dots \dots \dots (94)$$

$$D_{n_3}^{**} = \alpha_{m-1} \{ \xi'(\psi_{m-1}') \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1}' - \xi(\psi_{m-1}) \cdot \sin h \alpha_{m-1} \psi_{m-1} \} \dots \dots \dots (95)$$

式 (68)~(95) にふくまれる係数 \mathfrak{U} と \mathfrak{D} は次式で与えられる。

$$\mathfrak{U}''(\varphi_j) = \frac{\alpha_j \cos h \alpha_j \varphi_j \sin \varphi_j' + \sin h \alpha_j \varphi_j \cos \varphi_j' - \alpha_j \sin \varphi_j}{(\alpha_j^2 + 1) \sin \varphi_j \sin h \alpha_j \varphi_j} \dots \dots \dots (96)$$

$$\mathfrak{D}''(\varphi_j) = \frac{\cos h \alpha_j \varphi_j' \sin \varphi_j - \alpha_j \sin h \alpha_j \varphi_j' \cos \varphi_j + \alpha_j \sin h \alpha_j \varphi_j}{(\alpha_j^2 + 1) \sin \varphi_j \sin h \alpha_j \varphi_j} \dots \dots \dots (97)$$

(4) 集中荷重

第 j スパン内の断面 $\varphi_j = \psi_j$ 上, 曲率中心 O より半径 \bar{R}_j の点に集中荷重 P_j が作用する場合には, $W_j \rightarrow R_{0j}P_j, \mathfrak{L}_{2j} \rightarrow \bar{R}_j, \mathfrak{L}_{3j} \rightarrow R_{0j}$ と置きかえれば, (3) 項の各式がそのまま適用できる。

以上のような荷重が, 第 m スパンおよび第 $m-1$ スパンに同時に載荷した場合には, 荷重項 L_m および N_m はつぎのようである。

$$L_m = L_{mm} + L_{m,m-1}, N_m = N_{mm} + N_{m,m-1} \dots (98)$$

6. 直線桁と曲線桁とが連続する場合

直線桁と曲線桁とが中間支点上で連続するような連続桁橋に関しては, 曲線桁の部分は 4. 5. に示す公式によって, 弾性方程式の, そのスパンに関する係数および荷重項を計算できる。直線桁部分のスパンに関してはつぎの公式を用いよう。

(1) 弾性方程式の係数

a) 第 m スパンが直線の場合

$$a_{mm} = \frac{l_m}{3 E_s I_{ym}'} + \frac{1}{G_s F_{wm} l_m} + [a]_{m,m-1} \dots (99)$$

$$a_{m,m+1} = \frac{l_m}{6 E_s I_{ym}'} - \frac{1}{G_s F_{wm} l_m} \dots (100)$$

ここに F_w は腹板総断面積

$$b_{mm} = [b]_{m,m-1} \quad b_{m,m+1} = 0$$

$$d_{mm} = \frac{\bar{\mathfrak{S}}(l_m)}{E_s C_{wm}} + \frac{\bar{K}(l_m)}{G_s J_m} + \alpha_m^2 \bar{\xi}(l_m) \frac{Z_m}{G_s C_{wm}^2} + [d]_{m,m-1} \dots (101)$$

$$d_{m,m+1} = \frac{\bar{\mathfrak{S}}'(l_m)}{E_s C_{wm}} + \frac{\bar{K}'(l_m)}{G_s J_m} - \alpha_m^2 \bar{\xi}'(l_m) \frac{Z_m}{G_s C_{wm}^2} \dots (102)$$

ここに l は支間長である。また,

$$\bar{\mathfrak{S}}(x_m) = \frac{\sin h 2 \alpha_m x_m - 2 \alpha_m x_m}{4 \alpha_m \sin h^2 \alpha_m l_m} \dots (103)$$

$$\bar{K}(x_m) = \alpha_m^2 \bar{\xi}(x_m) - \frac{1}{l_m} \dots (104)$$

$$\bar{\xi}(x_m) = \frac{\sin h 2 \alpha_m x_m + 2 \alpha_m x_m}{4 \alpha_m \sin h^2 \alpha_m l_m} \dots (105)$$

$$\bar{\mathfrak{S}}'(x_m) = \frac{\sin h^2 \alpha_m x_m}{2 \alpha_m \sin h \alpha_m l_m} - \bar{\mathfrak{S}}(x_m) \cdot \cos h \alpha_m l_m \dots (106)$$

$$\bar{K}'(x_m) = -\alpha_m^2 \cdot \bar{\xi}'(x_m) + \frac{1}{l_m} \dots (107)$$

$$\bar{\xi}'(x_m) = \bar{\xi}(x_m) \cosh \alpha_m l_m - \frac{\sin h^2 \alpha_m x_m}{2 \alpha_m \sin h \alpha_m l_m} \dots (108)$$

b) 第 $m-1$ スパンが直線桁の場合

$$a_{mm} = \frac{l_{m-1}}{3 E_s I_{y,m-1}'} + \frac{1}{G_s F_{w,m-1} l_{m-1}} + [a]_{mm} \dots (109)$$

$$a_{m,m-1} = \frac{l_{m-1}}{6 E_s I_{y,m-1}'} - \frac{1}{G_s F_{w,m-1} l_{m-1}} \dots (110)$$

$$b_{mm} = [b]_{mm}, \quad b_{m,m-1} = 0$$

$$d_{mm} = \frac{\bar{\mathfrak{S}}(l_{m-1})}{E_s C_{w,m-1}} + \frac{\bar{K}(l_{m-1})}{G_s J_{m-1}} + \alpha_{m-1}^2 \bar{\xi}(l_{m-1}) \frac{Z_{m-1}}{G_s C_{w,m-1}^2} + [d]_{mm} \dots (111)$$

$$d_{m,m-1} = \frac{\bar{\mathfrak{S}}'(l_{m-1})}{E_s C_{w,m-1}} + \frac{\bar{K}'(l_{m-1})}{G_s J_{m-1}} - \alpha_{m-1}^2 \bar{\xi}'(l_{m-1}) \frac{Z_{m-1}}{G_s C_{w,m-1}^2} \dots (112)$$

(1) 弾性方程式の荷重項

a) 等分布荷重 横断面方向に幅 a_j を有する荷重強度 p_j なる等分布荷重が, 第 j スパンに載荷する場合について荷重項 L_{mj}, N_{mj} をつぎの式で求める。 e_j は荷重の重心とせん断中心との距離である。

$$L_{mj} = \frac{p_j a_j l_j^3}{24 E_s I_{y_j}'} \dots (113)$$

$$N_{mj} = p_j e_j a_j \left(\frac{\bar{C}_n^*}{G_s J_j} + \frac{\bar{D}_n^* Z_j}{G_s C_{w_j}^2} \right) \dots (114)$$

ここに, 第 m スパンが直線の場合は, $j=m$

第 $m-1$ スパンが直線の場合は, $j=m-1$ とする。

$$\bar{C}_n^* = \bar{\mathfrak{S}}(l_j) + \bar{\mathfrak{S}}'(l_j) + \bar{\xi}(l_j) - \bar{\xi}'(l_j) - \frac{l_j}{2} \dots (115)$$

$$\bar{D}_n^* = \bar{\xi}(l_j) - \bar{\xi}'(l_j) \dots (116)$$

b) 軸方向線荷重 荷重強度 W_j なる線荷重が偏心距離 e_j で載荷する場合には, L_{mj} および N_{mj} は公式 (113) および (114) において, $p_j a_j \rightarrow W_j$ と置きかえればそのまま準用できる。

c) 横方向線荷重 横断面方向に幅 a を有する荷重強度 W なる線荷重が, $x=c$ に偏心距離 e で作用する場合について考える。

① 第 m スパンが直線桁の場合: 第 m スパンが直線桁で同じスパンに上記の線荷重が載荷すれば荷重項はつぎのようになる。

$$L_{mm} = \frac{W_m a_m c_m}{6 E_s I_{y_m}'} (2 l_m - c_m)(l_m - c_m) \dots (117)$$

$$N_{mm} = W_m e_m a_m \left(\frac{\bar{B}_n^{**}}{E_s C_{wm}} + \frac{\bar{C}_n^{**}}{G_s J_m} + \frac{\bar{D}_n^{**} Z_m}{G_s C_{wm}^2} \right) \dots (118)$$

そして $l_m - c_m = c_m'$ と置けば, 各項の係数は, つぎのようである。

$$\bar{B}_n^{**} = -\frac{1}{\alpha_m} [\bar{\mathfrak{S}}'(c_m) \cdot \sin h \alpha_m c_m' + \bar{\mathfrak{S}}(c_m') \sin h \alpha_m c_m] \dots (119)$$

$$\bar{C}_n^{**} = \alpha_m [\bar{\xi}'(c_m) \cdot \sin h \alpha_m c_m' - \bar{\xi}(c_m') \cdot \sin h \alpha_m c_m] + \frac{\sinh \alpha_m c_m'}{\sinh \alpha_m l_m} - \frac{c_m'}{l_m} \dots (120)$$

$$\bar{D}_n^{**} = \alpha_m [\bar{\xi}'(c_m) \cdot \sin h \alpha_m c_m' - \bar{\xi}(c_m') \cdot \sinh \alpha_m c_m] \dots (121)$$

② 第 $m-1$ スパンが直線桁の場合:

$$L_{m,m-1} = \frac{W_{m-1} \alpha_{m-1} c_{m-1}}{6 E_s I_{y,m-1} l_{m-1}} (l_{m-1}^2 - c_{m-1}^2) \quad (122)$$

$$N_{m,m-1} = W_{m-1} e_{m-1} \alpha_{m-1} \left(\frac{\bar{B}_n^{**}}{E_s G_{w,m-1}} + \frac{\bar{C}_n^{**}}{G_s J_{m-1}} + \frac{\bar{D}_n^{**} Z_{m-1}}{G_s C_{w,m-1}^2} \right) \dots\dots\dots (123)$$

ここに,

$$\bar{B}_n^{**} = \frac{-1}{\alpha_{m-1}} [\bar{\mathfrak{B}}(c_{m-1}) \cdot \sin h \alpha_{m-1} c_{m-1}' + \bar{\mathfrak{B}}'(c_{m-1}') \sin h \alpha_{m-1} c_{m-1}] \dots\dots\dots (124)$$

$$\bar{C}_n^{**} = \alpha_{m-1} [\bar{\xi}'(c_{m-1}') \cdot \sin h \alpha_{m-1} c_{m-1} - \bar{\xi}(c_{m-1}) \cdot \sin h \alpha_{m-1} c_{m-1}'] + \frac{\sin h \alpha_{m-1} c_{m-1}}{\sin h \alpha_{m-1} l_{m-1}} - \frac{c_{m-1}}{l_{m-1}} \dots\dots\dots (125)$$

$$\beta_m = \beta_{m0} + \frac{R_m^2}{E_s C_{wm}(\alpha_m^2 + 1)} \left\{ \left(\mathfrak{M}_m - \frac{R_m}{\alpha_m^2 + 1} M_m \right) \left(\frac{\sin h \alpha_m \varphi_m'}{\sin h \alpha_m \varphi_m} - \frac{\sin \varphi_m'}{\sin \varphi_m} \right) + \left(\mathfrak{M}_{m+1} - \frac{R_m}{\alpha_m^2 + 1} M_{m+1} \right) \left(\frac{\sin h \alpha_m \varphi_m}{\sin h \alpha_m \varphi_m} - \frac{\sin \varphi_m}{\sin \varphi_m} \right) \right\} + \frac{\lambda_m}{R_m \sin \varphi_m} \left\{ M_m (\varphi_m \cos \varphi_m' - \varphi_m' \sin \varphi_m) + M_{m+1} (\varphi_m \cos \varphi_m - \varphi_m \sin \varphi_m) \right\} \dots\dots\dots (127)$$

ここに,

$$\lambda = \frac{R^2}{2} \left[\frac{R^2}{E_s C_w(\alpha^2 + 1)} + \frac{1}{E_s I_y'} \right] \dots\dots\dots (128)$$

(2) たわみ δ_m

せん断中心のたわみ δ_m は次式で与えられる。

$$\delta_m = \delta_{m0} + R_{0m} \left\{ \frac{\mathfrak{M}_m}{G_s J_m} \left[\frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\frac{\sin h \alpha_m \varphi_m'}{\sin h \alpha_m \varphi_m} + \alpha_m^2 \frac{\sin \varphi_m'}{\sin \varphi_m} \right) - \frac{\varphi_m'}{\varphi_m} \right] + \frac{\mathfrak{M}_{m+1}}{G_s J_m} \left[\frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\frac{\sin h \alpha_m \varphi_m}{\sin h \alpha_m \varphi_m} + \alpha_m^2 \frac{\sin \varphi_m}{\sin \varphi_m} \right) - \frac{\varphi_m}{\varphi_m} \right] - M_m \left[\frac{R_m}{G_s J_m (\alpha_m^2 + 1)^2} \left(\frac{\sin h \alpha_m \varphi_m'}{\sin h \alpha_m \varphi_m} + \alpha_m^2 + 2 \alpha_m^2 \frac{\sin \varphi_m'}{\sin \varphi_m} \right) + \frac{R_m}{G_s J_m} \frac{\varphi_m'}{\varphi_m} \right] + \frac{\lambda_m}{R_m \sin \varphi_m} (\varphi_m \cos \varphi_m' - \varphi_m' \sin \varphi_m) \right\} - M_{m+1} \left\{ \frac{R_m}{G_s J_m (\alpha_m^2 + 1)^2} \left(\frac{\sin h \alpha_m \varphi_m}{\sin h \alpha_m \varphi_m} + \alpha_m^2 + 2 \alpha_m^2 \frac{\sin \varphi_m}{\sin \varphi_m} \right) + \frac{R_m}{G_s J_m} \frac{\varphi_m}{\varphi_m} \right\} + \frac{\lambda_m}{R_m \sin \varphi_m} (\varphi_m \cos \varphi_m - \varphi_m \sin \varphi_m) \right\} \dots\dots\dots (129)$$

したがって橋断面内でせん断中心より外側、半径方向に Y なる水平距離にある点のたわみ $\delta_m(Y)$ は、次式で与えられる。

$$\delta_m(Y) = \delta_m - Y \beta_m \dots\dots\dots (130)$$

8. 数値計算例

図-2 に示すように3スパン連続合成箱桁橋について、断面力の影響線を求めてみる。3つのスパンはいずれも、33.527 m の等スパンで、両側スパンは直線桁からなり中央スパンは曲率半径 30 m の円弧状の曲線桁からなるものとする。また有効幅員は 6.705 m で、全橋長にわたって等断面とする。横断面の形状および主要寸法は文献 4) の数値計算例のものと同じである。

移動する単位集中荷重について、弾性方程式を組立てた。まず、断面諸量は厳密には直線支間と曲線支間で相違し、つぎのようである。

$$C_{w1} = C_{w3} = 0.48803 \times 10^{12} \text{cm}^6$$

$$\bar{D}_n^{**} = \alpha_{m-1} [\bar{\xi}'(c_{m-1}') \cdot \sin h \alpha_{m-1} c_{m-1} - \bar{\xi}(c_{m-1}) \cdot \sin h \alpha_{m-1} c_{m-1}'] \dots\dots\dots (126)$$

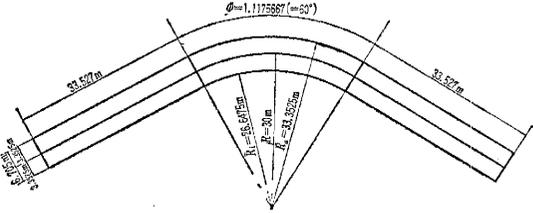
d) 集中荷重 第 j スパンが直線桁で同じスパンに集中荷重 P_j が載荷する場合には、c) の結果において $W_j \alpha_j \rightarrow P_j$ と置きかえ、 $j=m$ あるいは $j=m-1$ として式 (117)~(121) あるいは式 (122)~(126) をそのまま準用すればよい。

7. 連続曲線桁橋の変形量

連続曲線桁橋のたわみおよび断面回転角は、いずれもそのスパンを単純桁とした場合の値と支点モーメントによる値との和として与えられる。

(1) 断面回転角 β_m

図-2 連続曲線桁橋



$$C_{w2} = 0.48135 \times 10^{12} \text{cm}^6 \quad I_{y1} = I_{y3} = 10.2308 \times 10^6 \text{cm}^4$$

$$I_{y2} = 10.2601 \times 10^6 \text{cm}^4 \quad J_1 = J_3 = 4.9773 \times 10^6 \text{cm}^4$$

$$J_2 = 5.0229 \times 10^6 \text{cm}^4 \quad \alpha_1 = \alpha_3 = 1.972 \times 10^{-3} / \text{cm}$$

$$\alpha_2 = 5.9364$$

諸係数の数値は、

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}(\Phi_2) &= 0.150365, & \mathfrak{S}(\Phi_2) &= 0.0822389, \\ \mathfrak{D}(\Phi_2) &= 0.107373, & \xi(\Phi_2) &= 0.0822466, \\ \mathfrak{S}(I_1) &= 248.130, & \bar{K}(I_1) &= 0.666751 \times 10^{-3}, \\ \bar{\xi}(I_1) &= 248.154, & K(\Phi_2) &= 2.00365, \\ \mathfrak{W}(\Phi_2) &= 0.0302612, & \mathfrak{S}'(\Phi_2) &= 1.24758 \times 10^{-3}, \\ \mathfrak{D}'(\Phi_2) &= 0.182272, & \xi'(\Phi_2) &= 1.69043 \times 10^{-3}, \\ K'(\Phi_2) &= 0.835229 \\ A(\Phi_2) &= 0.447812, & B(\Phi_2) &= 0.174600 \times 10^{-3}, \\ C(\Phi_2) &= 0.0255884, & D(\Phi_2) &= 1.94798 \times 10^{-3}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(\Phi_2) &= 0.934857, & F(\Phi_2) &= 1.87982 \times 10^{-3}, \\ G(\Phi_2) &= 0.195003, & H(\Phi_2) &= -0.0623891, \\ A'(\Phi_2) &= 0.253435, & B'(\Phi_2) &= 0.147829 \times 10^{-3}, \\ C'(\Phi_2) &= 0.0245678, & D'(\Phi_2) &= 0.948405 \times 10^{-3}, \\ E'(\Phi_2) &= 0.858866, & F'(\Phi_2) &= 0.800575 \times 10^{-3}, \\ G'(\Phi_2) &= 0.159026, & H'(\Phi_2) &= -0.0282130, \end{aligned}$$

これより、弾性方程式を行列表示すれば、式(131)のようである。

$$\begin{bmatrix} 1.424510 & 0.561727 & 0.637130 \times 10^{-3} & 0.471472 \times 10^{-3} \\ 0.561727 & 1.424510 & 0.471472 \times 10^{-3} & 0.637130 \times 10^{-3} \\ 0.637130 \times 10^{-3} & 0.471472 \times 10^{-3} & 8.923880 \times 10^{-6} & 0.7331305 \times 10^{-6} \\ 0.471472 \times 10^{-3} & 0.637130 \times 10^{-3} & 0.7331305 \times 10^{-6} & 8.923880 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_2 \\ M_3 \\ \mathfrak{M}_2 \\ \mathfrak{M}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_2 \\ L_3 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(131)$$

荷重項は、①第1スパン載荷 $L_2=L_{21}, L_3=0, L_3=0, N_2=N_{21}, N_3=0$, ②第2スパン載荷 $L_2=L_{22}, L_3=L_{22}, N_2=N_{22}, N_3=N_{22}$, ③第3スパン載荷 $L_2=0, L_3=L_{33}, N_2=0, N_3=N_{33}$.

(1) 断面力の影響線

弾性方程式(131)の解から、中間支点Bにおける曲げモーメント M_2 と曲げねじりモーメント \mathfrak{M}_2 に関する影響線を描けば、図-3,4のようになる。以下図において実線は有効幅員の外縁、点線は内縁、鎖線は中央にそって単位集中荷重を移動した場合を示す。

支点曲げモーメントに関しては中央スパンの曲線部分において、外桁側載荷でかなり大きい縦距を有する。また内桁側載荷では比較的小さい。すなわち外桁側載荷は内桁側載荷の約2倍の大きさとなる。ところが両側ス

図-3 支点Bの曲げモーメント影響線

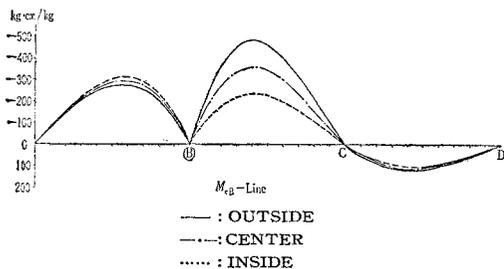
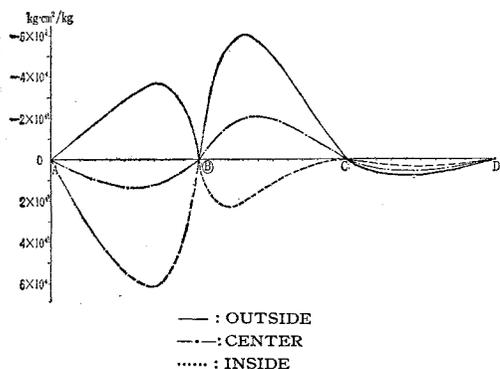


図-4 支点Bの曲げねじりモーメント影響線 \mathfrak{M}_2



ンの直線部分においては、荷重の偏心は橋断面曲げモーメントにあまり影響しないことがわかる。

支点曲げねじりモーメントの影響線については、支点Bをはさむ側スパン AB と中央スパン BC においては、外桁側載荷と内桁側とで符号が逆になっている。これは外力トルクが逆方向に作用すれば曲げねじりモーメントも反対符号になることを示している。

つぎに、図-5 に中央スパンの中央断面における曲げモーメント M_3 の影響線を示す。全橋長にわたって載荷位置の偏心による縦距の変化量はあまりない。内桁側載荷の方が外桁側載荷よりわずかに絶対値が大きい程度である。全般的にみて、橋軸方向の変化状態は直線連続桁の曲げモーメント影響線と類似した形状をしている。

図-6 に中央スパンの中央断面における曲げねじりモーメント \mathfrak{M}_3 の影響線を示す。中央スパンにおいては

図-5 第2支間 $L_2/2$ 断面の曲げモーメント影響線 M_3

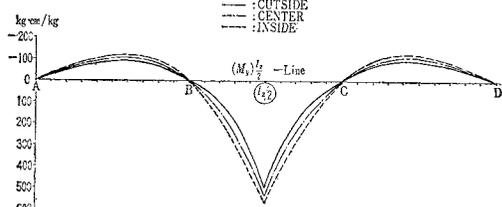
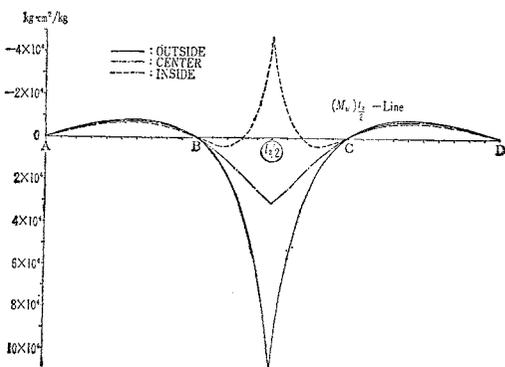


図-6 第2支間 $L_2/2$ 断面の曲げねじりモーメント影響線 \mathfrak{M}_3



外桁側載荷と内桁側載荷とで符号が逆となる。絶対値は外桁側が内桁側の2倍をこしている。両側スパンでは偏心の影響がなく、総体に絶対値は非常に小さい。この M_w による垂直応力 σ_w を曲げモーメント M_y による曲げ垂直応力 σ_b に加算すれば、載荷側桁に生ずる合垂直応力 σ は非載荷側桁に生ずるものよりも大きくなる。その程度は外桁側載荷の場合の方がいちじるしい。橋軸上に載荷する場合といえども、中央スパンについてみると、正の曲げねじりモーメントによる σ_w が σ_b に加算されることになるので、外桁の垂直応力が内桁のそれより大きい。これは曲線桁部分の橋軸線上に載荷しても外方にねじられるように変形し、外桁と内桁とに応力の差が現われることを示す。それで σ_w が σ_b に比して十分小さい閉断面をもつ曲線橋では、内、外の主桁の垂直応力の差異があまり生じないので有利である。

図-7には中央スパンの中央断面における St. Venant ねじりモーメント T_s の影響線を示す。それは中央断面の両側で逆対称形状となっている。やはり外桁側載荷の方が縦距の絶対値が大きい。また側スパン載荷に対しても、かなりの大きさの T_s が生ずることは注目すべきである。

図-8には中央スパンの中央断面における2次ねじりモーメント T_w の影響線を示す。これは中央断面にお

図-7 第2支間 $l_2/2$ 断面の St. Venant ねじりモーメント T_s 影響線

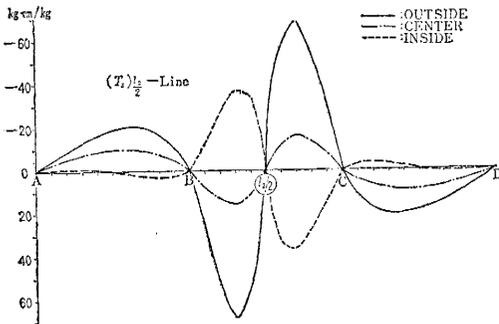
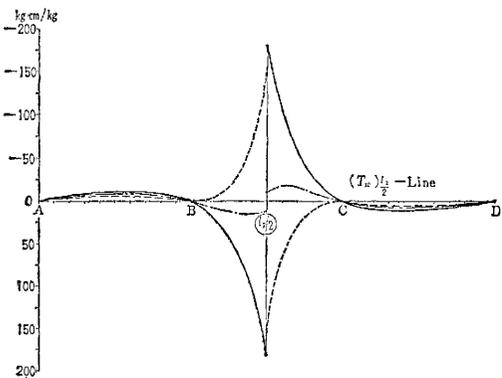


図-8 第2支間 $l_2/2$ 断面2次ねじりモーメント T_w inf line



いて不連続で、その両側で逆対称である。そして中央断面を離れると急に減衰する。したがって側スパンの荷重の影響はほとんどないことを知る。

図-9, 10 はそれぞれ中央スパンにおける支点B上断面および中央断面におけるせん断力 Q の影響線である。

いずれにも偏心および曲率の影響がほとんど認められない。そして直線連続桁のせん断力影響線と全く似ている。

図-9 支点 B 断面のせん断力影響線 Q

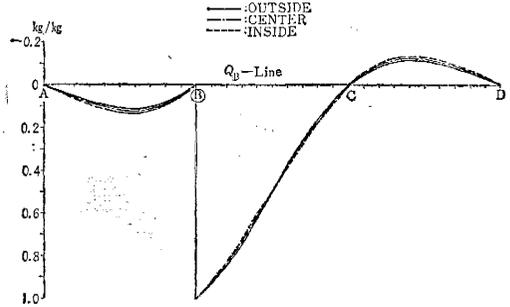


図-10 第2支間 $l_2/2$ 断面のせん断力影響線 Q

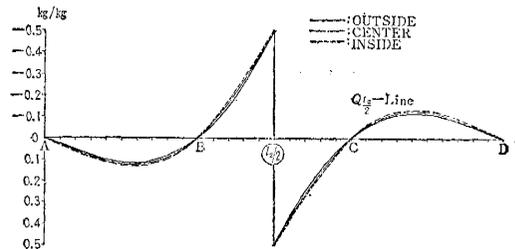


図-11に側スパンの中央断面における曲げモーメント M_y の影響線を示す。側スパンの直線桁部分に関しては直線連続桁の曲げモーメント影響線と全く似ている。ところが中央スパンにおいては曲率の影響によって外桁側載荷の方が大きくでている。

図-11 第1支間 $l_1/2$ 断面の曲げモーメント影響線 M_y

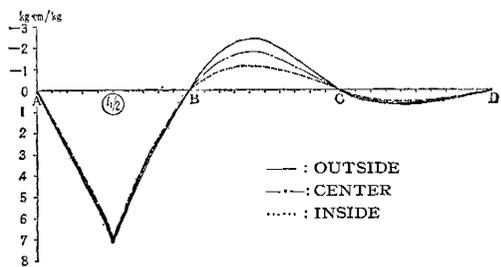


図-12に側スパンの中央断面における曲げねじりモーメント M_w の影響線を示す。中央スパン断面のときと同じように外桁側載荷と内桁側載荷とで符号が逆になる。そして絶対値はほぼ相等しい。また中央断面から離れるにつれて減衰ははなはだしい。そして隣のスパン上の荷重の影響がほとんどない。軸線上載荷の場合にねじりの効果が現われないのは、問題の断面が直線桁上にあるためだと考えられる。

図-12 第1支間 $l_1/2$ 断面の曲げねじりモーメント M_w 影響線

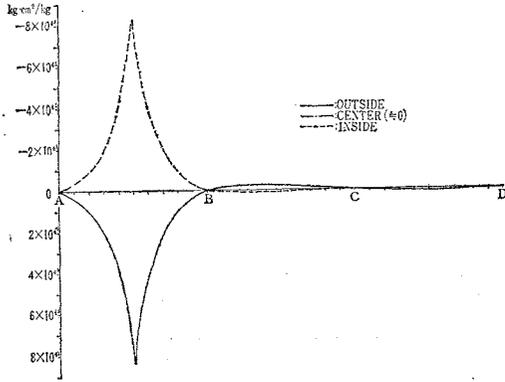


図-13 第1支間 $l_1/2$ 断面の St. Venant ねじりモーメント T_s 影響線

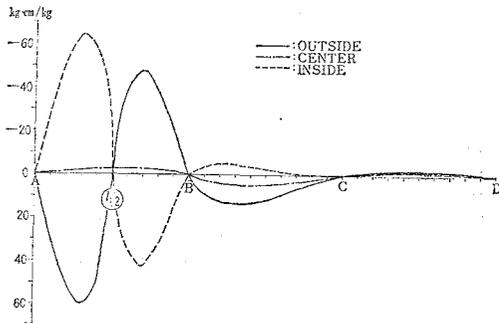


図-14 第1支間 $l_1/2$ 断面の2次ねじりモーメント T_w 影響線

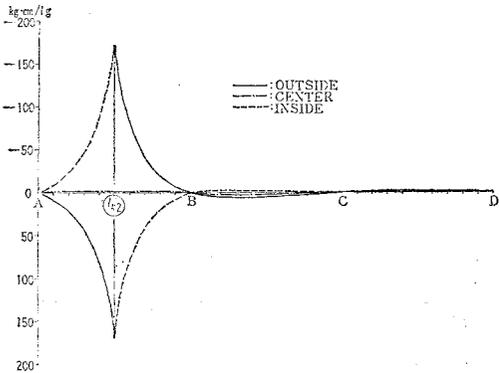


図-13, 14 にはそれぞれ側スパン中央断面における St. Venant ねじりモーメントおよび2次ねじりモーメントの影響線を示す。いずれも中央断面の両側でねじりの効果が逆に現われる。前者においては、端支点A側の縦距が中間支点B側の縦距より大きく、この相違は中間支点上の拘束のためだと考えられる。また曲線部分 BC 間載荷の場合にも若干影響がある。後者においては、側スパンを直線単純桁とした場合のもと同様である。隣接スパン載荷の影響はほとんどなく減衰は急激である。

図-15~17 にはそれぞれ側スパンの支点 A, 中央断

図-15 支点 A 断面のせん断力影響線 Q

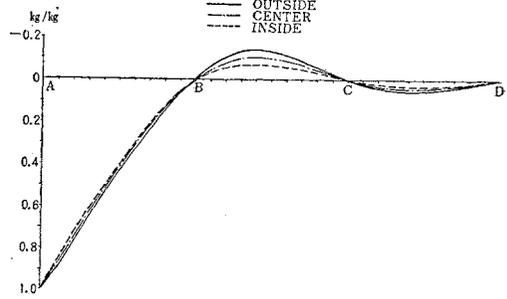


図-16 第1支間 $l_1/2$ 断面のせん断力影響線 Q

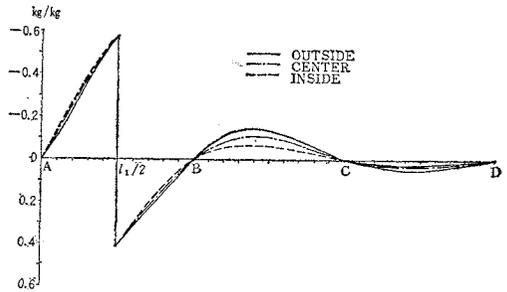


図-17 支点 B 断面のせん断力 Q_s 影響線

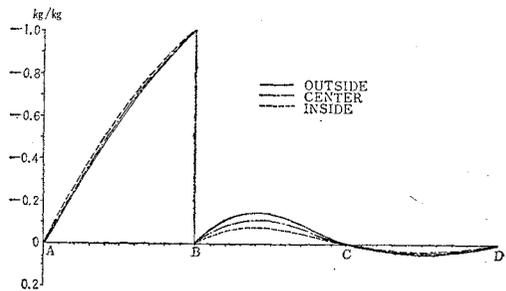
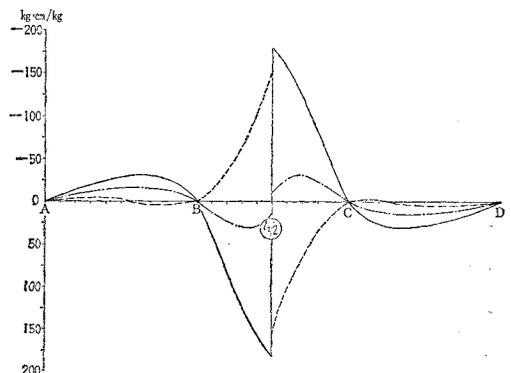


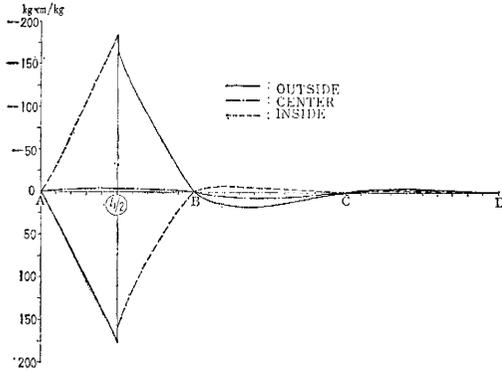
図-18 第2支間 $l_2/2$ 断面のねじりモーメント T 影響線



面, 支点 B におけるせん断力 Q の影響線を示す。側スパンでは直線連続桁のせん断力影響線とほとんど変わらない。中央スパンにおいては、曲線部のため、偏心の影響が認められる。

図-18, 19 にはそれぞれ中央スパン中央断面 および側スパン中央断面における合ねじりモーメント T の影

図-19 第2支間 $l_1/2$ 断面のねじりモーメント T 影響線



響線を示す。前者において、中央断面の両側で逆対称である。全体的に曲線分布で変化するが、その点が直線連続桁の場合と異なる。側スパン外桁側載荷においてもかなり影響がみられる。後者については、側スパン載荷ではほぼ直線状に変化している。すなわち直線連続桁とほとんど相違せず、中央スパンでわずかに曲線の影響が現われている。

(2) 変形量の影響線

図-20 には中央スパンの中央断面のたわみ δ の影響線を示す。もちろん中央断面の両側に対称である。中央スパンでは外桁側載荷の場合が内桁側載荷の場合の約2倍のたわみを生ずる。側スパンに載荷する場合には偏心の影響は顕著でない。

図-21 には中央スパンの中央断面の回転角 β の影響線を示す。中央スパン載荷の場合には、 β は負値をと

図-20 第2支間 $l_1/2$ 断面のたわみ影響線 α

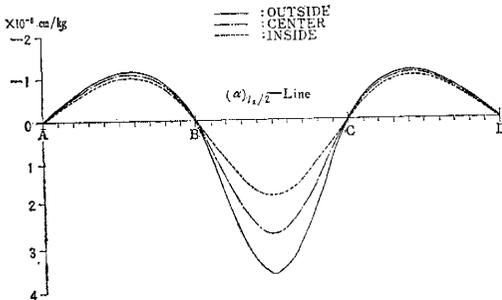
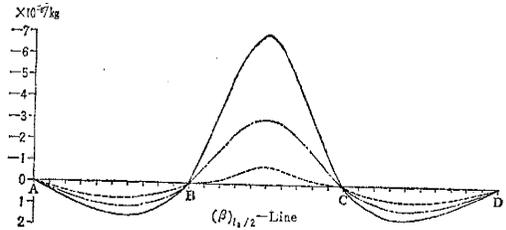


図-21 第2支間 $l_1/2$ 断面の回転角影響線 β



る。これは外桁側が内桁側より以上に鉛直下方に変位するような方向に断面が回転することを意味する。両側スパンに載荷する場合にはその逆向きに回転する。いずれの場合にも偏心の影響がはっきり現われ、ことに中央スパン載荷において外桁側載荷の際には回転角は非常に大きい。内側載荷でも外方へ回転することは曲率が大きい本橋の特性であると考えられる。

9. 結 言

① 連続曲線桁橋について、支点曲げモーメントおよび支点曲げねじりモーメントに関する弾性方程式を誘導した。

② 連続曲線桁橋の任意断面における断面力および変形量の解を与えた。

③ ある連続曲線桁橋に関して、断面力および変形量の影響線を描き、その静力学的特性を明確にできた。

最後に本数値計算例は京都大学大学院山川純雄君のご尽力に負うところ大であって、同君に対し厚く感謝申し上げる次第である。

参 考 文 献

- 1) 小西一郎・小松定夫：曲線箱桁橋の立体的応力解析，第15回土木学会年次学術講演会講演概要第II部，p. 7, 昭和35年5月
- 2) 小西一郎・小松定夫：連続曲線桁橋の立体的解析，昭和35年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，p. 34 昭和35年11月
- 3) 小西一郎・小松定夫：薄肉曲線桁の基礎理論，土木学会論文集第87号，昭和37年11月
- 4) 小西一郎・小松定夫：単純曲線桁橋の立体的解析，土木学会論文集第90号，昭和38年2月

(原稿受付：1962.7.17)

THREE DIMENSIONAL STRESS ANALYSIS FOR CONTINUOUS CURVED GIRDER BRIDGE

By Dr. Eng., Ichirō Konishi C.E. Member and Dr. Eng., Sadao Komatsu, C.E. Member

SYNOPSIS

For the continuous curved girder bridge under the vertical loads, the three dimensional stress analysis is presented on the basis of the torsion bending theory.

In a continuous curved girder bridge having a number of spans, the cross sectional quantities as well as the principal dimensions will generally differ from those in adjacent span and it is a statically indeterminate structure. For the sake of analysis, the simply supported system will be produced by cutting the structure at each intermediate supports m . Then both the bending moments M_m and the warping moments \mathfrak{M}_m that must be applied at the cross sections in order to close the gaps and restore continuity are the statical redundancies of the problem. From the condition of continuity, the theorem of least work leads to a set of elastic equations (11) for the unknown stress resultants M_m and \mathfrak{M}_m .

The coefficients a , b and d contained in the equations can be easily determined by the formulas (12) to (49), and also the load terms L_m and N_m are given by the formulas (50) to (98) for some typical loading conditions.

Solving these equations to find the magnitudes of the unknown quantities and adding the contributions due to the end moments M_m , \mathfrak{M}_m

and due to the applied loading upon the imaginary simply supported system, the final stress resultants, namely, the bending moment M_{ym} , the warping moment M_{wm} , the St. Venant's torsional moment T_{sm} , the secondary torsional moment T_{wm} , the shear force \bar{Q}_m due to bending and the total torsional moment T_m , of the m th span can be readily evaluated from the expressions (5) to (10). Hence stress distribution at any cross section can be clarified by means of the formulas (51) and (53) given in reference (3).

Similarly the deformation, namely, the deflection δ_m of the shear center and the rotating angle β_m about the same point at any cross section are given by (128) and (129) respectively.

A three-equal-span continuous curved girder bridge with the same constant section as King County shown in Fig. 2 are treated as a numerical example of the foregoing analysis.

From these results of the estimation, the influence lines of the stress resultants and the deformations at some selected cross section are illustrated in Fig. 3 to 21.

Thus the effects of the curvature upon the basic characteristic in the continuous curved bridge can be explicitly seen by examining of all the data obtained in this paper.

(Received July 17, 1962)