

淀川水質汚染の因子分析*

庄司光** 山本剛夫***
中村隆一**** 西田耕之助****

要 旨 河川汚濁の総合判定に利用しうる指標を求めるため、柴島取水塔における 1923 年から 1958 年までの月別水質測定成績を用いて因子分析を行なった。因子分析における変数として、濁度、過マンガン酸カリ消費量、色度、一般細菌数、蒸発残渣、総窒素、塩素イオン濃度、硬度、流量ならびに水温の 10 項目を採用した。結果はつきのとおりである。
 ① 3 個の共通因子として、汚染因子、雨量因子、気温因子を測定し得た。
 ② 濁度、過マンガン酸カリ消費量、色度、一般細菌数および蒸発残渣の 5 項目はすべて、汚染因子に対して高い正相関を示す。流量は雨量因子に対して高い正相関を、塩素イオン濃度ならびに硬度はそれぞれ雨量因子に対して高い負の相関を示す。水温と一般細菌数はそれぞれ気温因子に対して高い正相関を示す。
 ③ 汚染因子に対する β weight を算出し、総合汚染指標を求め得た。

1. 序論

1958年“公共用水域の水質の保全に関する法律”および“工場排水等の規制に関する法律”が公布され、河川水質の保護が重要視されるに至った。河川の保護対策を講ずるにあたっては、現在までの河川の汚濁の実態とその原因を明らかにする必要がある。われわれは京阪神間における工業用水、かんかい用水ならびに飲料水の水源として最も重要な淀川について、水質汚濁の実態と原因を知るために、1923年から1958年までの柴島取水塔における月別水質測定成績を用いて因子分析を行なった。

因子分析は Spearman, Pearson, Burt, Thomson, Garnet, Holzinger, Thurstone, Harmann など¹⁾によって発展させられ、そのおもな応用は心理学の分野で行なわれてきた。河川汚濁の原因の解明にこの方法を応用したのは本報告が始めての試みであり、われわれはこれによって河川水質の総合汚染指数をうることができた。

2. 解 析 方 法

解析に用いた資料は、大阪市立衛生研究所および大阪市水道局柴島浄水所の水質測定結果である。因子分析に採用した検査項目は、濁度、過マンガン酸カリ消費量、

度、一般細菌数、蒸発残渣、総窒素（アルブミノイド性窒素 + アンモニア性窒素）、塩素イオン濃度、硬度、水温、流量の 10 項目である。

各検査項目の測定値を規準型の正規分布に変換したのち²⁾、10項目間の相関係数を次式によって求めた。

Z_{ji} や Z_{ki} は規準型の正規分布に変換した検査項目 j や k の個々の測定値であり、 N はその総数である。共通度の推定値として Guttman³ のくり返し法(収束法)を適用した。Guttman の方法はつぎのとおりである。

いま、 t 回の計算をくり返し行ない、近似的な共通度を得たのちの相関行列を次式で表わす。

(ただし、 \mathbf{R}_0 は主対角線の元を 0 とする n 次——本研究では $n=10$ ——の相関行列で、 \mathbf{C}_t は t 回のくり返し計算のうちに得られた近似共通度を元とする対角行列である)

さらに、 R_t^{-1} の対角行列を D_t とすれば、求めようとする最終の共通度は次式で算出できる。

$$\mathbf{C}_{t+1} = \mathbf{C}_t - \epsilon \mathbf{D}_t^{-1} \quad (t=1,2,\dots) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

Guttman は、 ϵ として $1/2$, C_1 として SMC (Squared Multiple Correlation. 各検査項目と残余の $n-1$ 個の観測値との重相関係数の平方) を対角行列に採ることを提唱しており、われわれもこれにならった。

因子分析には種々の方法があるが、計算の根拠が理論的に確定していることと、電子計算機への適用が容易である点から、主因子解を採用した。

一般に因子分析においては、共通度の理論値 h^2 が得られた場合、その因子型 (factor pattern) は次式で示すことができる。

$$Z_i = g_{i1}F_1 + \cdots + g_{in}F_n \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (4)$$

F_1, \dots, F_m は共通因子, a_{j1}, \dots, a_{jm} は因子係数(因子負荷量), Z_j は j 番目の変数(検査項目)である。式(4)においては、独自因子(unique factor)は簡便さのために省略した。主因子解においては、変数(検査項目) Z_j に対する第1因子 F_1 の総寄与(total contribution)を(式(5)の条件のもとで)最大にするような第1因子の係数をまず算出する。

* 本報告の一部は庄司, 山本が京都大学工学部紀要 24 (3) (英立) に投稿した

** 正昌 麻浦 京都大学教授 工学部衛生工学科教室

正員 佐博 京都大學教授 工字部衛生工字教室
正員 佐博 京都大學助教授 工字部衛生工字教室

*** 正員 医博 京都大学助教授 工学部衛生工学科
*** 正員 京都士堂 助手 工学部衛生工学科

ここで、第1因子に対する総寄与というのは、式(6)で計算された V_1 のことである。

ついで、残余の共通度に対する総寄与を最大にする第2因子の係数を、式(7)の条件下で算出する。

r_{jk} は第 1 因子の剩余(first-factor residual)である。また、第 2 因子 F_2 に対する総寄与はつぎのとおりである。

一般に共通因子の数が m 個の場合は、同様な方法で、 m 番目の共通因子 a_{jm} が得られるまで計算を続行する。

以上の解をうるためには、Lagrangeの乗数(Lagrange multiplier)法を応用する。この場合の解は、第1番目、第2番目、……、第m番目に最大となるmどおりの固有値(Eigenvalue)と固有ベクトル(Eigenvector)を、還元相関行列(reduced correlation matrix)から決定すればよいこととなる。上記の固有値と固有ベクトルが得られたならば、固有値の平方根とそれに関連する固有ベクトルとの積を算出すると、それぞれの因子係数が求まる。固有値および固有ベクトルの計算には、修正 Jacobi 法を適用し、ディジタル型電子計算機を用いて行なった。なお、この方法に対するプログラミングの概要はすでに Harmann¹⁾ が紹介している。われわれは上述の計算を第3因子の抽出までにとどめ、それ以後の因子の抽出は省略した。これは第3因

までの固有値の総和が、共通度の総和とほぼ等しくなるからである。

つぎに、最終解（多因子解 multiple-factor solution）をうるため、Kaiser⁴⁾の規準化最大分散法（normal varimax method）を応用して、因子軸の直交変換を行なった。Kaiser¹⁾の規準化最大分散法の特徴は、適当な直交軸変換を行ない、次式で示される V （最大分散規準 varimax criterion）を最大にするような因子係数 b_{ik} を求ることである。

$$V = n \sum_{p=1}^m \sum_{j=1}^n (b_{jp}/h_j)^4 - \sum_{p=1}^m (\sum_{j=1}^n b^2_{jp}/h_j^2)^2. \dots \dots \dots (9)$$

ただし、 h^2_j は共通度、 n は変数（検査項目）の数、 m は共通因子の数（本研究では $n=10$ 、 $m=3$ ）である。

式(9)を満足させるに必要な回転軸の角度はすでに Kaiser⁵⁾によって誘導されており、その方法を応用した。最後に多変量回帰理論にもとづいて誘導された式(10)に示す正規方程式を解き、最も重要な因子、すなわち汚染

因子の大きさの推定を行なった。

$$\left. \begin{aligned} \beta_{p1} + r_{12}\beta_{p2} + \dots + r_{1n}\beta_{pn} &= r_{z1 \cdot F_p} \\ r_{z1}\beta_{p1} + \beta_{p2} + \dots + r_{zn}\beta_{pn} &= r_{z2 \cdot F_p} \\ \dots & \\ r_{n1}\beta_{p1} + r_{n2}\beta_{p2} + \dots + \beta_{pn} &= r_{zn \cdot F_p} \end{aligned} \right\} \dots \quad (10)$$

この場合、 $\beta_{p1}, \dots, \beta_{pn}$ は求めんとする各検査項目に特有な荷重であり、しばしば β weight と呼ばれている。

$r_{zj} \cdot F_p$ は直交軸変換の場合は a_{jp} に等しくなる。式(10)から $\beta_{p1}, \dots, \beta_{pn}$ が求まれば、 F_p 因子の大きさ (\bar{F}_p) は次式で推定される。

$$\bar{F}_p = \beta_{p1}Z_1 + \beta_{p2}Z_2 + \dots + \beta_{pn}Z_n \quad (p=1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

本研究においては、 $p=1$ の場合すなわち \bar{F}_1 のみを求めた。このものは汚染因子の大きさの推定値を示し、水質の総合汚染指數とみなしうる。

なお、前述の計算はすべて適当なプログラミングを施したのち、KDC-1 ディジタル型電子計算機を用いて行なった。

3. 成績

(1) 相關行列

観測値から計算した相関行列を表-1に示した。主対角線の位置には式(2)および式(3)によって推定された共通度が記入してある(表中ゴシックで示した)。主対角線の元として共通度を導入した相関行列を還元相関行列(reduced correlation matrix)という。表-1の検査項目においては、流量と水温とを除いた残りの8項目は、いずれも水質汚染の大小を示す変数であり、流量

Table 1 Reduced correlation matrix.

Test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.714									
2	.647	.640								
3	.534	.350	.383							
4	.516	.417	.228	.571						
5	.426	.594	.310	.380	.441					
6	.324	.047	.182	.090	-.083	.341				
7	.167	.056	.041	.068	.051	-.150	.139			
8	.037	-.048	.226	.488	.129	.164	-.185	.476		
9	.003	.371	.022	.173	.398	-.356	-.093	.096	.449	
10	-.112	.262	-.087	-.140	.288	-.297	-.056	.054	.534	.386

1. Turbidity, 2. Potassium permanganate consumed, 3. Color,
4. General bacteria count, 5. Residue by evaporation, 6. Stream flow rate,
7. Total nitrogen, 8. Stream water temperature, 9. Chlor ion concentration;
10. Hardness.

と水温とは因子の同定を容易にするために導入された変数である。相関係数の値から、これらの検査項目はつぎの3群に分類することができる。第1の群は、濁度、過マンガン酸カリ消費量、色度、一般細菌数、蒸発残渣の5項目からなり、これらは相互に高い正の相関を有している。第2の群は総塩素で、流量、水温、塩素イオン濃度および硬度に対して負の相関を示す。第3の群は塩素イオン濃度と硬度でこれらは相互に正の相関を示し、

しかも水温に対しては正、流量に対しては負の相関を示す。

(2) 固有値、因子係数、因子の同定

修正 Jacobi 法によって計算した固有値の値を表-2 に示した。10個の固有値の符号は、正、負それぞれ5個ずつとなっているが、最初の3個の固有値の和(4.857)は、共通度の総和よりわずかに上まわっている程度であるから、これら3個の固有値を以後の解析に採用した。以上の3個の固有値の平方根とそれに関連する固有ベクトルとの積(すなわち因子係数)を算出し、その結果を表-3 および図-1 に示した。

Table 2 Eigenvalues of principal factors.

1	2.594	6	- .070
2	1.438	7	- .107
3	.825	8	- .146
4	.291	9	- .198
5	.156	10	- .263
Sum of positive Eigenvalues		5.304	
Sum of negative Eigenvalues		-0.784	
Total		4.520	
Original total communality		4.520	

Table 3 First three principal factors for ten items.

Test	Pollution factor F_1	Rainfall factor F_2	Air temperature factor F_3	Communality	
				Original	Calculated
1	.755	-.427	-.234	.714	.807
2	.784	.100	-.275	.640	.700
3	.497	-.296	-.009	.383	.335
4	.655	-.084	.341	.571	.552
5	.670	.214	-.064	.441	.499
6	.090	-.571	.114	.341	.347
7	.064	-.048	-.276	.139	.083
8	.266	-.096	.688	.476	.553
9	.374	.630	.061	.449	.540
10	.245	.610	.077	.366	.438
V_p	2.592	1.439	.823	4.520	4.854

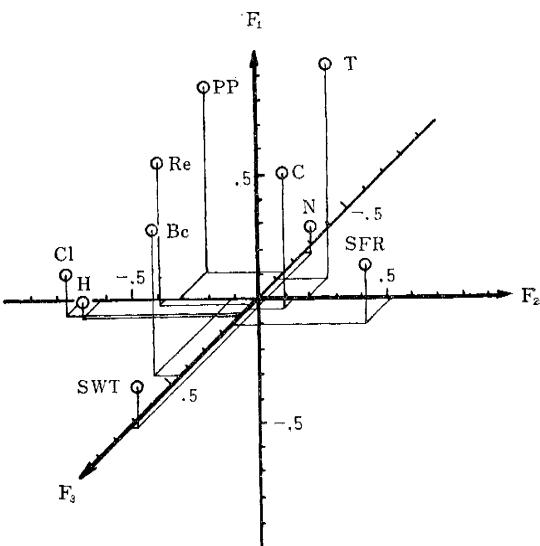
1. Turbidity, 2. Pottassium permanganate consumed, 3. Color, 4. General bacteria count, 5. Residue by evaporation, 6. Stream flow rate, 7. Total nitrogen, 8. Stream water temperature, 9. Chlor ion concentration, 10. Hardness.

第1因子 F_1 の係数はすべて正であり、この因子は汚染因子、特に人為的汚染因子と考えられる。一方、ほかの2因子の因子係数の符号は正、負両方にわかれている。しかし、第2因子 F_2 は流量と濁度の両者に対して高い相関を示すことから、雨量因子であると考えられる。主因子解によって求められた因子は、いわゆる双極因子(bipolar factor¹¹⁾)であるから、その特性を考慮して具体性をもたすため、第2因子の因子係数は符号変換を施したのち、図-1に図示した。同様に、第3因子 F_3 は水温と一般細菌数に対して高い相関を示すことから、気温因子であると考えられる。

(3) 因子軸の変換

Thurstone¹²⁾ の単純構造の規準を満足させるため、

Fig. 1 Three-dimensional plot of the factor loadings of each item with each of three common factors.



T : Turbidity, PP : Pottassium permanganate consumed, C : Color, Bc : General bacteria count, Re : Residue by evaporation, SFR : Stream flow rate, N : Total nitrogen, SWT : Stream water temperature, Cl : Chlor ion concentration, H : Hardness.

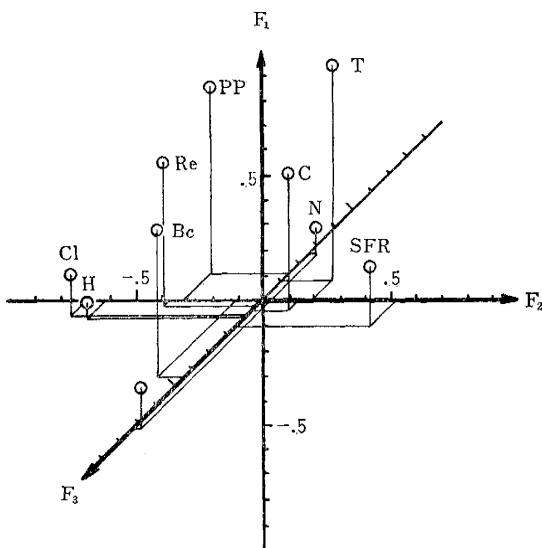
Kaiser の標準化最大分散法を応用して因子軸の直交変換を行なった。本研究の場合、3サイクルのくり返し計算後の最大分散規準(varimax criterion……式(9)の V)は、それに先だつ2サイクル後の最大分散規準にくらべて、小数点以下3位以内の誤差でよく一致していたので、すでに十分な収束を示したとみなして計算は3サイクルまでにとめた。直交変換を行なったあとの結果を表-4 および図-2 に示した。ただし、図-2においては、第2因子(雨量因子)の因子係数の符号は、前の場合と同様にすべて変換してある。軸変換後の多因子解の

Table 4 Varimax solution for ten items.
(Varimax criterion $V=40.332$)

Test	Pollution factor F_1	Rainfall factor F_2	Air temperature factor F_3
1	.872	-.188	-.109
2	.753	.325	-.164
3	.557	-.139	.072
4	.594	.107	.433
5	.582	.399	.025
6	.233	-.521	.145
7	.115	-.025	-.262
8	.179	-.020	.722
9	.164	.711	.092
10	.045	.654	.090

1. Turbidity, 2. Pottassium permanganate consumed, 3. Color, 4. General bacteria count, 5. Residue by evaporation, 6. Stream flow rate, 7. Total nitrogen, 8. Stream water temperature, 9. Chlor ion concentration, 10. Hardness.

Fig. 2 Three-dimensional plot of the factor loadings of each item with each of three common factors after axis rotations by Kaiser's varimax method.



T : Turbidity, PP : Potassium permanganate consumed, C : Color, Be : General bacteria count, Re : Residue by evaporation, SFR : Stream flow rate, N : Total nitrogen, SWT : Stream water temperature, Cl : Chlor ion concentration, H : Hardness.

結果は、最初に求めた主因子解の結果にくらべて大差がない。したがって、先に決定した因子の同定はそのまま適用可能と考えられる。

直交変換の場合、各因子係数は因子と変数間の相関係数であると解釈されるから、濁度、過マンガン酸カリ消費量、色度、一般細菌数、蒸発残渣の5項目はすべて汚染因子に対して高い正の相関係数をもつと考えられる。また、雨量因子に対しては、流量は高い正の相関係数をもち、塩素イオン濃度ならびに硬度は高い負の相関係数をもつ。気温因子に対しては、水温と一般細菌数とが高い正の相関係数をもつ。

(4) 総合汚染指数

式(10)を適用して汚染因子に対する β weight を求め、その結果を表-5に示した。

この結果から、総合汚染指数は次式で求められる。

$$\text{総合汚染指数 (Composite Pollution Index; 略して CPI)} = 0.54 Z_1 + 0.26 Z_2 + 0.09 Z_3 + 0.09 Z_4 + 0.12 Z_5 + 0.02 Z_6 + 0.01 Z_7 + 0.09 Z_8$$

式中、 Z_1 は濁度、 Z_2 は過マンガン酸カリ消費量、 Z_3 は色度、 Z_4 は一般細菌数、 Z_5 は蒸発残渣、 Z_6 は流量、 Z_7 は総窒素、 Z_8 は水温である。本式の適用にあたって

* 本報告を用いたのは、遠藤赤変菌数を除いて比較に必要な測定項目がすべて網羅されているためである。なお、杉戸の清濁標示数を算出するにあたっては、遠藤赤変菌数の値がないので大腸菌群の最確数を採用した。

Table 5 Derivation of β weight.

1. Turbidity	.54
2. Potassium permanganate consumed	.26
3. Color	.09
4. General bacteria count	.09
5. Residue by evaporation	.12
6. Stream flow rate	.02
7. Total nitrogen	.01
8. Stream water temperature	.09
9. Chlor ion concentration	.00
10. Hardness	.00

は、実測値をまず規準型の正規分布に変換したのち、行なう必要がある。

(5) 総合汚染指数と BOD ならびに清濁標示数(杉戸)⁶⁾との比較

昭和33年度淀川水質汚濁調査報告⁷⁾のデータを用いて、われわれの求めた総合汚染指数を縦軸に、BOD ならびに杉戸の清濁標示数のそれぞれの対数を横軸にとり、両者の回帰直線ならびにその棄却限界 ($\alpha=5\%$) を求め、その結果を図-3, 4に示した。

Fig. 3 The relations between composite pollution index (CPI) and BOD.

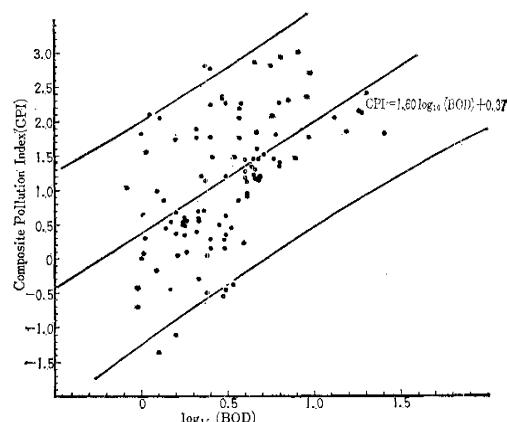
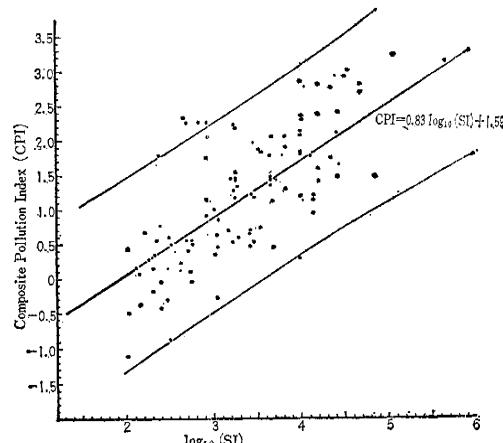


Fig. 4 The relations between composite pollution index (CPI) and Sugito's relative purity index (SI).



総合汚染指数と BOD との回帰方程式は、CPI=1.60 log₁₀(BOD)+0.37 で、総合汚染指数と清濁標示数との回帰方程式は CPI=0.83 log₁₀(SI)-1.59 である。ただし、CPI は総合汚染指数、SI は清濁標示数である。また、以上の 2 つの回帰方程式の一次回帰係数の有意性の検定結果は、表-6 の分散分析表に示すごとく、いずれも 1% 以下の危険率で有意である。

Table 6 Analysis of variance.

(a) Composite pollution index & BOD.

Factor	SS	DF	MS	F _s
Linear regression term (C_{xy}^2/S_x)	47.72	1	47.72	99.41**
Residual (A)	49.76	103	0.48	
Total (S _y)	97.48	104		

(b) Composite pollution index & Sugito's relative purity index.

Factor	SS	DF	MS	F _s
Linear regression term (C_{xy}^2/S_x)	31.38	1	31.38	49.03**
Residual (A)	66.10	103	0.64	
Total (S _y)	97.48	104		

4. 考 察

因子分析の特徴は、多重相関の理論を適用して各変数間の相互関係を多数の変数の代りに、最小数の共通因子でもって記載しうること、さらに、重要な因子についてその大きさの推定を行なうことがある。

一般に、各変数は必ずしも独立ではないから、因子分析によって上記の関係を明らかにすることは通常可能である。本研究では、汚染因子、雨量因子、気温因子の 3 個の共通因子を同定しうると同時に、さらに汚染因子に対する β weight を算出することにより、河川汚濁の総合的判定に役だつ総合汚染指数を求めることができた。

一般に因子分析においては、共通因子の同定にしばしば困難をともなうので、同定方法に関して若干の工夫が試みられている⁸⁾。

われわれは、変数として流量と水温の 2 項目を分析に導入したので、比較的容易に上記 3 個の共通因子の同定に成功した。検査項目と共通因子間の相互関係を検討すれば、一般に記載されている検査項目の意義と一致しており、この面からも前述の同定は妥当であったと考えられる。

河川の総合汚染の指標として、米英では通常 BOD が用いられ⁹⁾、一方わが国では、BOD のほかに河川水ならびに下水の両者に適用可能と称せられている杉戸氏の清濁標示数がしばしば適用されている。

しかしながら、BOD は酸化可能な有機物質による汚染を示すものであり、総合的汚染を示す指標としてはな

お疑問の余地がある。また、杉戸氏の清濁標示数は、各検査項目にかかる係数の誘導方法が必ずしも確固たる根拠を有しているとはいいくらい。

われわれの求めた総合汚染指数は検査項目にかかる係数、すなわち β weight の算出にあたって、Guttman のくり返し法による共通度の推定ならびに Kaiser の規準化最大分散法による軸変換を応用した点において、純客観的であるという特徴をもっている。なお、BOD の対数、および杉戸氏の清濁標示数の対数と総合汚染指数との間には、それぞれ直線関係が認められるが、いずれの場合においても、回帰方程式の棄却限界はかなり広い幅をもっている。

5. 結 論

柴島取水塔における 1923 年から 1958 年までの月別水質測定成績を用いて因子分析を行ないつきの結果を得た。

① 汚染因子、雨量因子および気温因子の 3 個の共通因子を同定し得た。

② 濁度、過マンガン酸カリ消費量、色度、一般細菌数、蒸発残渣の 5 項目は汚染因子に対してすべて高度の正相関を示す。流量は雨量因子に対して高度の正相関を示し、塩素イオン濃度と硬度は雨量因子に対してそれぞれ高度の負相関を示す。水温と一般細菌数はそれぞれ高温因子に対して高度の正相関を示す。

③ 汚染因子に対する β weight を算出することにより、河川汚濁の総合判定に利用しうる総合汚染指数を求め得た。

謝 辞

本研究の計算にあたって、KDC-1 電子計算機の使用を許可された京都大学電子計算機室に対して深甚なる謝意を表する。

参考文献

- Harmann, H.H.: Modern Factor Analysis, Univ. of Chicago Press, Chicago, p. 436, 1960.
- 葛谷信貞, 外: 日新医学, 38, 385, 1951.
- Guttman, L.: Research Report, Univ. of California, No. 12, 13, 1957.
- Kaiser, H.F.: Psych., 23, 187, 1958.
- Kaiser, H.F.: Ed. Psych. Measurement, 19, 413, 1959.
- 杉戸 清: 日本水道協会雑誌, No. 132, 10, No. 134, 12, 1944.
- 淀川汚濁水質防止連絡協議会: 昭和 33 年度淀川水質汚濁調査報告, 1959.
- Maruyama, H. and Momiyama, M.: A Papers in Meteorol. Geophys., Meteorol. Res. Inst. Japan, 2, 311, 1951.
- Phelps, E.B. and Lackey, J.B.: Stream Sanitation, 2nd Pr., John Wiley, New York, p. 276, 1947.

(原稿受付: 1962.7.17)

FACTOR ANALYSIS ON STREAM POLLUTION OF THE YODO RIVER

*By M. D., Hikaru Shoji, C. E. Member, M. D. Takeo Yamamoto, C. E. Member,
Takakazu Nakamura, C. E. Member and Konosuke Nishida, C. E. Member*

Since the "Water Quality Conservation Act of Public Water Basins" and the "Industrial Wastes Regulation Act" were promulgated by the Japanese Government in 1958, conservation measures in regard to river water quality have gained great interest in this country. In order to establish conservation measures for rivers, it is necessary to make clear the present status and the causes of river pollution. The authors carried out a factor analysis of the stream pollution of the Yodo River using monthly data from the Kunijima intake crib water qualities from 1923 to 1958. The work reported here is the first trial designed to explain the various causes of river pollution by the present method and to obtain a composite pollution index of river water quality.

1. Reduced Correlation Matrix

In the present analysis, the data of the water examination by the Osaka Municipal Hygienic Laboratory and Purification Plant of the Osaka Municipal Water Works were applied. Ten items i. e. turbidity, potassium permanganate consumed, color, general bacteria count (cmm-on agar plate count), residue by evaporation, total nitrogen (albuminoid+ammonia nitrogen), chlor ion concentration, hardness, stream water temperature and stream flow rate were selected as the variables in the factor analysis. After the

observed values of each variable (each testing item) were transformed to the standardized values, the correlation coefficients among the variables were calculated, and Guttman's iterative approximation method (convergent method) was applied as a procedure for estimating communalities. The reduced correlation matrix calculated from the above mentioned procedures was tabulated in Table 1. In principal diagonal place (printed in Gothic) there entered communalities estimated by Guttman's method.

2. Factor Analysis

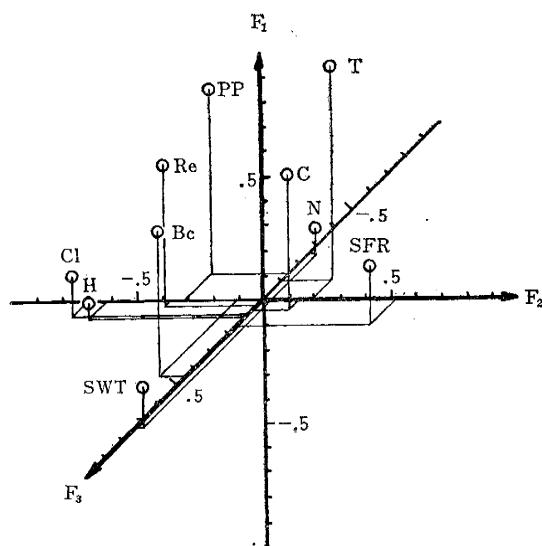
As a preliminary solution, applying principal factor solution to the reduced correlation matrix, factor loadings for three common factors were calculated. Then, in order to satisfy Thurstone's simple structure criteria, orthogonal transformations of factor axes by Kaiser's normal varimax method were attempted. The results after orthogonal axis rotations were shown in Fig. 1.

Since the coefficients of the first factor F_1 are all positive, this factor may be regarded as a pollution factor, more specifically, an artificial pollution factor. As the second factor F_2 has large coefficients with stream flow rate and turbidity, respectively, so it may be regarded as a rainfall factor. Similarly, as the third factor F_3 has large coefficients with stream water

Table 1 Reduced correlation matrix.

Test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.714									
2	.647	.648								
3	.534	.350	.383							
4	.516	.417	.228	.571						
5	.426	.594	.310	.380	.441					
6	.324	.047	.182	.090	-.083	.341				
7	.167	.056	.041	.068	.051	-.150	.139			
8	.037	-.048	.226	.488	.129	.164	-.185	.476		
9	.003	.371	.022	.173	.398	-.356	-.093	.096	.449	
10	-.112	.262	-.087	.140	.288	-.297	-.058	.054	.534	.366

1. Turbidity, 2. Potassium permanganate consumed, 3. Color, 4. General bacteria count,
5. Residue by evaporation, 6. Stream flow rate, 7. Total nitrogen, 8. Stream water temperature, 9. Chlor ion concentration, 10. Hardness.



T : Turbidity, PP : Potassium permanganate consumed
C : Color, Bc : General bacteria count, Re : Residue by evaporation, SFR : Stream flow rate, N : Total nitrogen, SWT : Stream water temperature, Cl : Chlor ion concentration, H : Hardness.

Fig. 1 Three-dimensional plot of the factor loadings of each item with each of three common factors after axis rotations by Kaiser's varimax method.

Table 2 Derivation of β weight.

1. Turbidity	.54
2. Potassium permanganate consumed	.26
3. Color	.09
4. General bacteria count	.09
5. Residue by evaporation	.12
6. Stream flow rate	.02
7. Total nitrogen	.01
8. Stream water temperature	.09
9. Chlor ion concentration	.00
10. Hardness	.00

temperature and general bacteria count, it may be identified as an air temperature factor.

3. Composite Pollution Index

On the basis of multivariate regression theory, B weights for pollution factor were calculated, and the results were shown in Table 2. Therefore, the composite pollution index (CPI) is given as follows.

$$\text{CPI} = 0.54 Z_1 + 0.26 Z_2 + 0.09 Z_3 + 0.09 Z_4 + 0.12 Z_5 + 0.02 Z_6 + 0.01 Z_7 + 0.09 Z_8 \dots \dots \dots (1)$$

where Z_1 is turbidity, Z_2 is potassium permanganate consumed, Z_3 is color, Z_4 is general bacteria count, Z_5 is residue by evaporation, Z_6 is stream flow rate, Z_7 is total nitrogen, Z_8 is stream water temperature. In applying this formula, the measurement data must be converted to the standard normal distribution. Finally, the relations of composite pollution index (CPI) with BOD and Sugito's relative purity index (SI) were investigated, and following regression equation were obtained :

$$\text{CPI} = 1.60 \log_{10} (\text{BOD}) + 0.37 \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{CPI} = 0.83 \log_{10} (\text{SI}) + 1.59 \dots \dots \dots (3)$$

4. Conclusion

Factor analysis was carried out using monthly water examination data from 1923 to 1958 at Kunijima intake crib.

The results obtained were as follows.

1) As the three common factors, the pollution, rainfall and air temperature factors were identified.

2) Four items, i.e. turbidity, potassium permanganate consumed, color, general bacteria count and residue by evaporation, all have large positive correlation coefficients with pollution factor. It is found that stream flow rate has large positive correlation coefficient with rainfall factor, chlor ion concentration and hardness have large negative correlation coefficients with rainfall factor respectively. Stream water temperature and general bacteria count have large positive correlation coefficients with air temperature factor respectively.

3) Computing the B weights for pollution factor, the composite pollution index was obtained.

(Received July 17, 1962)