

コンクリートおよび鉄筋コンクリート短柱が偏心距離 小なる軸圧力を受ける場合の力学的考察

加賀美 一 二 三*

要 旨 無筋および帯鉄筋コンクリート矩形短柱に、偏心距離小なる軸方向圧縮力を心点と心点外付近において負荷した場合の柱のある断面の軸方向ひずみを、破壊に至るまで各荷重段階において測定した結果は、いずれの場合も鉄筋コンクリートばかりにおいて既報⁴⁾してあるように、この場合も部材の縦ひずみ分布は直線の変化でないことを示した。すなわち、本文は軸方向圧縮力が偏心負荷された場合の実験結果のひずみ分布にもとづいて、鉄筋コンクリート部材の応力関係を吟味し、破壊偏心軸圧力の式を求め、さらに帯鉄筋コンクリート短柱の式を誘導した報告である。

1. 実験とその測定結果

(1) 第1回実験

供試体用コンクリートの配合は、表-1 のようなものとした。

表-1

配合	粗骨材の最大寸法 (mm)	スランプの範囲 (cm)	単位水量 W (kg)	単位セメント量 C (kg)	水セメント比 w/c (%)	細骨材率 s/a (%)	単位細骨材量 S (kg)	単位粗骨材量 G (kg)
A	30	12	180	240	75	40	1000	1500
B	30	9	217	300	72.5	40	1000	1500

偏心荷重は無筋コンクリートに対して、荷重幅 40 mm の場合は断面の 1/3 の位置に荷重幅の中心をとり負荷した。また、荷重幅 26 mm の場合は無筋および鉄筋コンクリート部材に対して、断面の 1/3 よりわずかに外方位置にて負荷した。A 配合供試体は供試体頂面より 230 mm 位置のひずみ、B 配合供試体は供試体頂面より 315 mm 位置のひずみを測定した。ひずみ測定には電気抵抗線ひずみ計を使用し、ゲージは K-8 (共和無線製) を用い、供試体の両側面対称位置にはり、その平均値をもってゲージ位置のひずみとした。測定結果は A 配合コンクリートの場合は 図-1~3、B 配合コンクリートの場合は 図-4~6 のごとくである。

(2) 第2回実験

第1回実験の場合と同様のもののほか、偏心負荷位置

表-2

配合	粗骨材の最大寸法 (mm)	スランプの範囲 (cm)	単位水量 W (kg)	単位セメント量 C (kg)	水セメント比 w/c (%)	細骨材率 s/a (%)	単位細骨材量 S (kg)	単位粗骨材量 G (kg)
C	25	4±1	190	310	61.5	45.2	840	1020
D	25	4±1	190	363	52.3	43.5	790	1025
E	25	4±1	190	414	45.9	42.3	750	1020

* 正員 工博 山口大学教授 工学部土木工学科

を断面中心により近くして実験した。この場合のコンクリートの配合は、表-2 のようなものとした。

図-1 無筋供試体 No. 1 の測定ひずみの分布様相

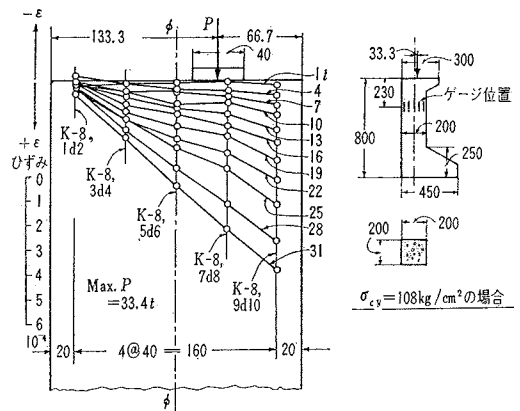


図-2 無筋供試体 No. 2 の測定ひずみの分布様相

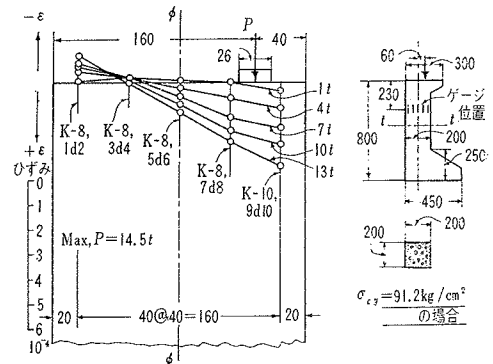


図-3 鉄筋供試体 No. 1 の測定ひずみの分布様相

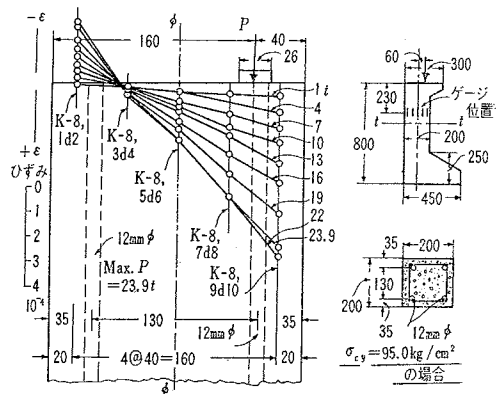


図-4 無筋供試体 No. 3 の測定ひずみの分布様相

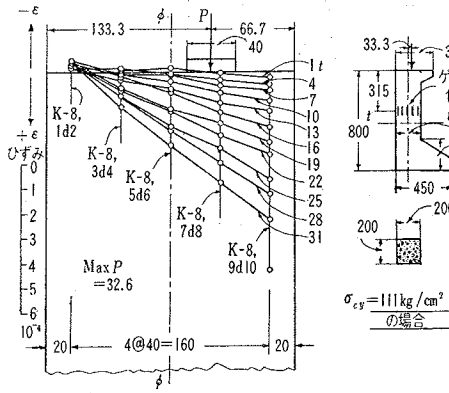


図-6 鉄筋供試体 No. 2 の測定ひずみの分布様相

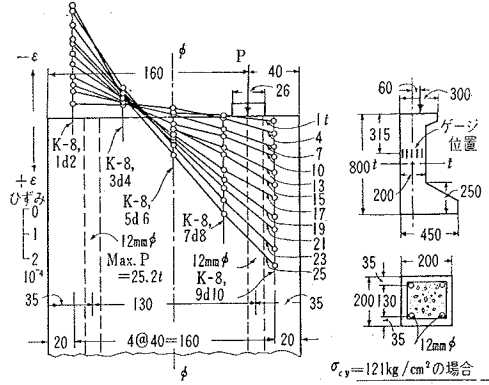


図-5 無筋供試体 No. 4 の測定ひずみの分布様相

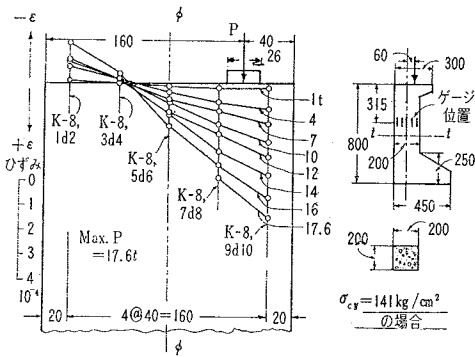
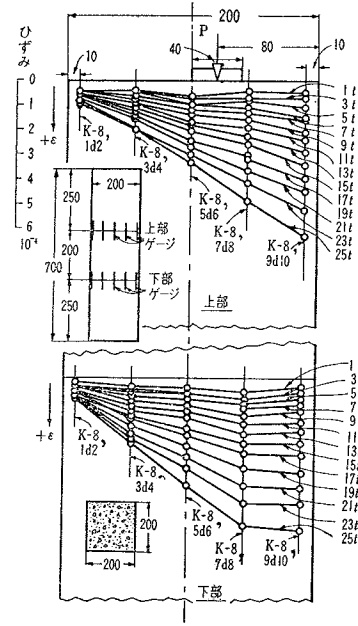


図-7 無筋供試体の測定ひずみの分布様相



測定位置は高さ 70 cm 供試体において、頂面と底面とより各25 cm の対称位置としたものにて、その破壊状態は写真-1、測定結果は図-7、第二例はE配合の鉄筋コンクリートで、ひずみ測定位置は頂面より 25 cm とし、破壊状態は写真-2、測定結果は図-8のごとくである。

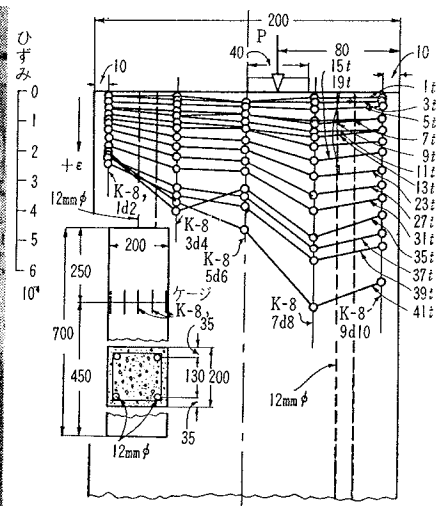
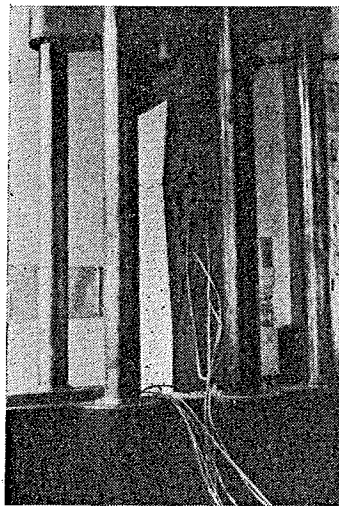
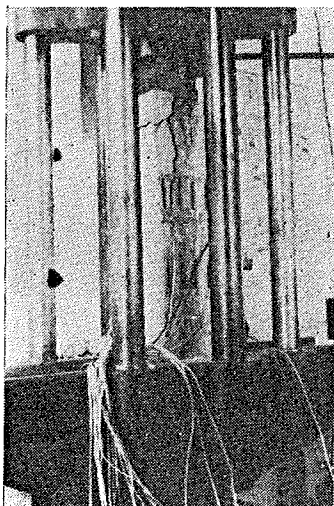
ひずみ測定法は前回と同様とした。その測定結果は第1回実験の場合と同様に偏心負荷位置により、引張りひずみを生じたものもあるが、無筋供試体 9 個、鉄筋供試体 6 個中、以下心点内負荷のそれぞれの一例について述べることにする。

一例はD配合の無筋コンクリートにて、荷重幅 40mm の場合は断面中心より 20 mm の偏心負荷にて、ひずみ

写真-1 無筋供試体の破壊状態

写真-2 鉄筋供試体の破壊状態

図-8 鉄筋供試体の測定ひずみの分布様相



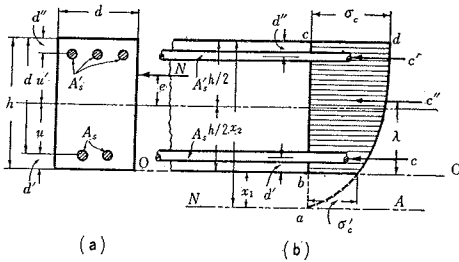
(3) 考 察

以上の実験を通じて、部材断面におけるひずみ分布様相をみると、心点外偏心付近位置にて負荷の場合は、片側に引張りひずみを生じ、心点内偏心負荷の場合は図-7, 8 のように全断面が圧縮ひずみである。そして偏心負荷が心点の内外を問わず、負荷当初より破壊に至るまで鉄筋コンクリートばりの場合のひずみ分布様相とはほぼ同様と考えられる。したがって、このひずみ分布とコンクリートの単一荷重応力-ひずみ曲線との関係より求める部材断面の応力分布は、破壊時には著者が多くの単、複鉄筋コンクリートばりの実験⁴⁾より導いた応力分布形の実験式 $\sigma_c^n = \alpha 10^3 v$, $n \approx 5.0$ による5次放物線応力分布と考えて差し支えないものと思われる。

2. 複鉄筋コンクリート矩形部材が心点内およびその付近の偏心軸圧力を受ける場合の力学的関係と設計式

前項の実験結果にもとづく応力分布を用い、本項の鉄筋コンクリート部材について考察することにする。この場合の応力関係の記号は図-9のごとくであるとする。

図-9 複鉄筋コンクリート矩形部材が偏心距離小なる軸圧力を受ける場合の関係



まず、この断面における O-O 軸よりコンクリートの応力図心までの距離 λ を求めることにする。

この場合のコンクリートの応力分布曲線次数を n とするときは、次式が成立する。

$$\sigma_c^n = \xi x_2 \dots\dots\dots (a)$$

$$\sigma_c^n = \xi x_1 = \xi(x_2 - h) \dots\dots\dots (b)$$

$$\sigma_c' = \sigma_c^n \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} \dots\dots\dots (b)'$$

コンクリートの応力分布形の面積 F は

$$F = \mu \{ \sigma_c x_2 - \sigma_c' (x_2 - h) \} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\mu = \frac{n}{n+1}$

O-O 軸よりの F の図心までの距離 λ は、中立軸 N-A についての F の一次モーメントの式より誘導できる。すなわち、

$$\begin{aligned} (\lambda + x_1)F &= \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\xi x} x dx \\ &= \frac{n}{2n+1} [\sqrt{\xi x_2} x_2^2 - \sqrt{\xi x_1} x_1^2] \end{aligned}$$

$$(\lambda + x_1)F = \nu \{ \sigma_c x_2^2 - \sigma_c' (x_2 - h)^2 \} \dots\dots\dots (c)$$

ここに、 $\nu = \frac{n}{2n+1}$

$$\lambda + x_1 = \frac{\nu \{ \sigma_c x_2^2 - \sigma_c' (x_2 - h)^2 \}}{\mu \{ \sigma_c x_2 - \sigma_c' (x_2 - h) \}}$$

$$\therefore \lambda = \frac{\nu \{ \sigma_c x_2^2 - \sigma_c' (x_2 - h)^2 \}}{\mu \{ \sigma_c x_2 - \sigma_c' (x_2 - h) \}}$$

$$\frac{-\mu(x_2 - h) \{ \sigma_c x_2 - \sigma_c' (x_2 - h) \}}{-\sigma_c' (x_2 - h)} \dots\dots\dots (2)$$

さて、この応力関係の場合の中立軸の位置を求めるにあたり、図-9中の鉄筋 A_s の応力 σ_s が必要となりつぎのごとく表わされる。すなわち、著者の既報告⁴⁾の p. 463, (7) 式中の n''' を求めれば、塑性領域のひずみの曲線次数がわかることになる。 $\bar{n} = \bar{n}' n'''$ 中、 \bar{n} は前項の $\sigma_c^n = \alpha 10^3 v$ 式中の n である、はりの曲げ応力次数5次の値であり、 \bar{n}' は著者の既報告⁵⁾ p. 5, 8図の付表中の \bar{n}' であるコンクリートの圧縮応力-ひずみ曲線の塑性領域の曲線の平均次数値 4.5 次にあたるので、塑性領域のひずみ次数 n''' はほぼ 1.1 次となる。したがって、図-9の σ_c がコンクリートの圧縮破壊強度 σ_{cy} に達したときのひずみを、ASCE-ACI の連合委員会などが採用している値 0.003 と仮定すると、この場合のひずみの曲線は次式にて示される。

$$\epsilon_c^{n'''} = \zeta x_2$$

$$\zeta = \frac{0.003^{1.1}}{x_2}$$

いま、鉄筋 A_s のひずみを ϵ_s とすると

$$\epsilon_s^{1.1} = \frac{0.003^{1.1}}{x_2} (x_2 - d)$$

$$\therefore \epsilon_s = \left\{ \frac{0.00168}{x_2} (x_2 - d) \right\}^{1/1.1} \dots\dots\dots (d)$$

ゆえに、

$$\sigma_s = E_s \left\{ \frac{0.00168}{x_2} (x_2 - d) \right\}^{0.909} \dots\dots\dots (d)'$$

式中、 $E_s = 2100000 \text{ kg/cm}^2$

(1) $\sigma_s \leq \sigma_{sy}$ の場合の中立軸位置と心点距離

a) 中立軸位置 いま、図-9の断面における部材破壊の場合の $\sum H = 0$ の式をたてると

$$N = Fb + \sigma_{sy} A_s' + \sigma_s A_s \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$F = \mu \left\{ \sigma_{cy} x_2 - \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} (x_2 - h) \right\} \dots\dots (e)$$

$$\sigma_s = E_s \left\{ \frac{0.00168}{x_2} (x_2 - d) \right\}^{0.909}$$

また、破壊時における中心軸 C-C に関する一次モーメントのつりあい条件より

$$M = Ne = F \left(\lambda - \frac{h}{2} \right) b + \sigma_{sy} A_s' u' - \sigma_s A_s u \dots\dots (4)$$

式中の F , σ_s は式 (3) の場合と同様である。

また、 λ は式 (2) より

$$\lambda = \frac{\nu \left\{ \sigma_{cy} x_2^2 - \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} (x_2 - h)^2 \right\} - \mu (x_2 - h) \left\{ \sigma_{cy} x_2 - \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} (x_2 - h) \right\}}{\mu \left\{ \sigma_{cy} x_2 - \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} (x_2 - h) \right\}} \dots\dots\dots (f)$$

さて、図-9の部材断面において、普通の例にしたがい $u=u'$ とおくと、式(4)の N に式(3)に F, σ_s の式値を代入した式とおきかえると、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \mu \left\{ \sigma_{cy} x_2 - \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} (x_2 - h) \right\} b e + \sigma_{sy} A_s' e - E_s \left\{ \frac{0.00168}{x_2} (x_2 - d) \right\}^{0.909} A_s e \\ & = \nu \left\{ \sigma_{cy} x_2^2 - \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} (x_2 - h)^2 \right\} b - \mu (x_2 - h) \left\{ \sigma_{cy} x_2 - \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} (x_2 - h) \right\} b \\ & - \frac{h}{2} \mu \left\{ \sigma_{cy} x_2 - \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}} (x_2 - h) \right\} b + \sigma_{sy} A_s' u - E_s \left\{ \frac{0.00168}{x_2} (x_2 - d) \right\}^{0.909} A_s u \dots\dots\dots (g) \end{aligned}$$

式(g)を整理するにあたり、破壊時を考えると5次放物線の応力分布を採用するので、 $\nu=0.454, \mu=0.833, n=5$ となり

$$\begin{aligned} & 0.454 \sigma_{cy} \left\{ x_2^2 - (x_2 - h)^2 \left(1 - \frac{h}{x_2} \right)^{1/5} \right\} b - 0.833 \sigma_{cy} \left\{ x_2 - (x_2 - h) \left(1 - \frac{h}{x_2} \right)^{1/5} \right\} \\ & \left(e + x_2 - \frac{h}{2} \right) b + (u - e) \sigma_{sy} A_s' - E_s \left\{ \frac{0.00168}{x_2} (x_2 - d) \right\}^{0.909} A_s (u + e) = 0 \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

この場合の中立軸位置 x_2 は式(5)により試算法を用い求めることができる。

b) 心点距離 つぎに心点距離を表わす式を求めることにする。いま、図-9において $d'=d'', u=u'$ であるとし、 A_s', A_s の中心に関する1次モーメントを M_s', M_s とすると

$$M_s' = N(u - e) = Fb(d - \lambda) + \sigma_s A_s (d - d') \dots\dots (h)$$

$$M_s = N(u + e) = Fb(\lambda - d') + \sigma_s' A_s' (d - d') \dots\dots (i)^*$$

$$r_K = \frac{\left[\mu h b \sigma_{cy} \left(\frac{2\nu h}{\mu} - d - d' \right) - \left[E_s \left\{ \frac{0.00168}{h} (h - d) \right\}^{0.909} A_s - \sigma_{sy} A_s' \right] (d - d') \right] u}{\left[E_s \left\{ \frac{0.00168}{h} (h - d) \right\}^{0.909} A_s + \sigma_{sy} A_s' + \mu \sigma_{cy} h b \right] (d - d')} \dots\dots\dots (6)$$

(2) $\sigma_s > \sigma_{sy}'$ の場合の中立軸の位置

$\sigma_s > \sigma_{sy}'$ の場合には、式(d)の左辺値 σ_s に σ_{sy} を代入し、 x_2 の式とすると、この場合の中立軸位置 x_2 の最小値が得られる。すなわち、

$$x_2 = \frac{0.00168 d}{0.00168 - \left(\frac{\sigma_{sy}}{E_s} \right)^{1.1}} \dots\dots\dots (7)$$

部材設計にあたっては、付与条件にてまず r_K を求め、 $r_K > e$ の場合には式(5)、(7)により x_2 を求め比較すると、つぎのことがいえる。

$\sigma_s \leq \sigma_{sy}'$ の場合

$$h < x_2 \{ \text{式(5)による値} \} < x_2 \{ \text{式(7)による値} \}$$

$\sigma_s > \sigma_{sy}'$ の場合

$$x_2 \{ \text{式(10)による値} \} > x_2 \{ \text{式(7)による値} \}$$

(3) 偏心軸圧力

a) $\sigma_s \leq \sigma_{sy}'$ の場合 式(3)より

$$N = Fb + \sigma_{sy} A_s' + \sigma_s A_s \dots\dots\dots (8)$$

式中、 $F = \mu \{ \sigma_{cy} x_2 - \sigma_c' (x_2 - h) \}$

$$\sigma_c = \sigma_{cy} \sqrt{1 - \frac{h}{x_2}}$$

$$n = 5$$

$$\sigma_s = E_s \left\{ \frac{0.00168}{x_2} (x_2 - d) \right\}^{0.909}$$

*ここに、(h)/(i)の関係式をたて、 e 値を求めると

$$e = \frac{\{ Fb(2\lambda - d - d') - (\sigma_s A_s - \sigma_s' A_s') (d - d') \} u}{(\sigma_s A_s + \sigma_s' A_s' + Fb)(d - d')} \dots\dots\dots (j)$$

この e が心点距離 r_K の場合には、 $x_2 = h$ で σ_c は σ_{cy} 、 $\sigma_c' = 0$ 、 σ_s' は σ_{sy} 、 σ_s は $E_s \{ 0.00168(h - d)/h \}^{0.909}$ となる。しかるときは、式(e)の $F = \mu h \sigma_{cy}$ 、式(f)の $\lambda = \nu h/\mu$ となるから

x_2 は(5)式による値

b) $\sigma_s > \sigma_{sy}'$ の場合 σ_s は σ_{sy}' と等しいとして式をたてる。すなわち、

$$N = Fb + \sigma_{sy} (A_s' + A_s) \dots\dots\dots (9)$$

式(9)の計算にあたっての、 F, σ_c' および n は式(8)の場合と同一であるが、この場合の x_2 は式(3)、(4)中の σ_s を σ_{sy} とおいて、式(g)、(5)のように誘導できる。すなわち、破壊時の条件を用いて整理すると

$$0.454 \sigma_{cy} \left\{ x_2^2 - (x_2 - h)^2 \left(1 - \frac{h}{x_2} \right)^{1/5} \right\} b - 0.833 \sigma_{cy}$$

$$\left\{ x_2 - (x_2 - h) \left(1 - \frac{h}{x_2} \right)^{1/5} \right\} \left(e + x_2 - \frac{h}{2} \right) b$$

$$+ (u - e) \sigma_{sy} A_s' - (u + e) \sigma_{sy} A_s = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$\sigma_s > \sigma_{sy}'$ の場合には式(10)により、中立軸の位置を試算法により求めればよい。

計算例

複鉄筋コンクリート部材において、 $b=40$ cm、 $h=100$ cm、 $d=95$ cm、 $d'=d''=5$ cm、 $u=u'=45$ cm、 $A_s=40$ cm²、 $A_s'=60$ cm²、 N が $e=7$ cm に働くとき、破壊時にはいかほどの x_2 となるか。ただし、 $\sigma_{cy}=210$ kg/cm²、 $\sigma_{sy}=3000$ kg/cm² とする。すなわち、式(6)より

$$r_K = \frac{\left[0.833 \times 100 \times 40 \times 210 \left(\frac{2 \times 0.454 \times 100}{0.833} - 95 - 5 \right) \right]}{\left[210000 \left\{ \frac{0.00168}{100} (100 - 95) \right\}^{0.999} \right]} - \frac{\left[210000 \left\{ \frac{0.00168}{100} (100 - 95) \right\}^{0.999} \times 40 - 3000 \times 60 \right] (95 - 5)}{\left[210000 \left\{ \frac{0.00168}{100} (100 - 95) \right\}^{0.999} \right] (95 - 5)} \times 45 = 11.7 \text{ cm} > 7 \text{ cm}$$

ゆえに、式 (5) にて試算により x_2 を求めることにす
る。

$$x_2 = 173 \text{ cm} \text{ と仮定} \sim \text{式 (5) の値} = -7085$$

$$x_2 = 172.9 \text{ cm} \text{ と仮定} \sim \text{式 (5) の値} = +33199$$

方眼紙上に上記の関係を投象して、 x_2 の値を求めると 172.98 cm となる。

いま、 $\sigma_s > \sigma_{sy}'$ の場合との関係を照査するために、式 (7) により x_2 を計算して比較することにする。

$$x_2 = \frac{0.00168 \times 95}{0.00168 - \left(\frac{3000}{210000} \right)^{1.1}} = 190.45 \text{ cm}$$

したがって、 $h(100 \text{ cm}) < 172.98 \text{ cm} < 190.45 \text{ cm}$ となり、 $\sigma_s \leq \sigma_{sy}'$ の場合となるから、偏心軸圧力である破壊荷重は式 (8) により求められる。

(4) 設計式

安全率を S とするとき、 $\sigma_s \leq \sigma_{sy}'$ の場合は式 (8)、 $\sigma_s > \sigma_{sy}'$ の場合には式 (9) の左辺値を SN として次式をたてる。

$$\text{式 (8) より } SN = Fb + \sigma_{sy} A_s' + \sigma_s A_s \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{式 (9) より } SN = Fb + \sigma_{sy} (A_s' + A_s) \dots\dots\dots (12)$$

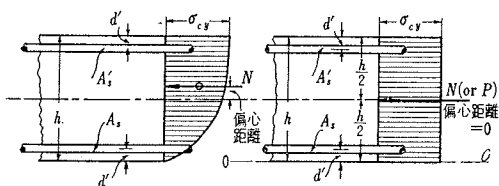
式 (11)、(12) 中の記号は、式 (8)、(9) の場合の記号と同一にて、設計にあたっては式中のいずれか一つの値を求めることになる。

(5) 軸圧力が心点ならびに断面中心に働く場合

a) N が心点に働く場合 この場合は、図-10 (a) のごとくなり、 $x_2 = h$ 、 $\sigma_c' = 0$ であるから、式 (8) は

$$N = \mu \sigma_{cy} h b + \sigma_{sy} A_s' + E_s \left\{ \frac{0.00168}{h} (h - d) \right\}^{0.999} A_s \dots\dots\dots (13)$$

図-10 部材断面の心点に N が働く場合と断面の軸方向中心に働く場合の関係 (a) (b)



b) N が断面中心に働く場合 N の作用点が断面中心に一致するときは、図-10 (b) の場合であり、鉄筋コンクリート軸方向圧縮部材の場合となり、 x_2 が無限大となるので、式 (8) は

$$N = \sigma_{cy} h b + \sigma_{sy}' (A_s' + A_s) \dots\dots\dots (14)$$

この式 (14) は、 $\sigma_s > \sigma_{sy}'$ の場合の式 (9) よりも、同結果が求められる。

いま、式 (14) 中、 $h b = A_c$ 、 $A_s' + A_s = A_{s0}$ (部材の鉄筋量) となるから

$$N = \sigma_{cy} A_c + \sigma_{sy} A_{s0} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 N を軸方向荷重 P とし、安全率を S とすると

$$P = \frac{1}{S} (\sigma_{sy} A_c + \sigma_{sy} A_{s0}) \dots\dots\dots (15)'$$

この式 (15)' は、DIN の帯鉄筋コンクリート短柱の設計式と一致する。

3. 結 言

無筋および帯鉄筋コンクリート短柱に、偏心距離小なる軸圧力を負荷した場合の軸方向ひずみの分布様相は、直線状でなく放物線状となる結果が得られた。したがって、その応力分布も特に塑性領域においては、鉄筋コンクリートばりの場合と同様に、ほぼ5次放物線状となるものと考えてさしつかえないものといえる。

ゆえに、実験にもとづく応力分布形により、この場合の力学的関係を考察して偏心軸圧力の式を求め、これより一般の軸方向荷重を受ける場合の鉄筋コンクリート短柱の設計式を誘導したものである。無筋コンクリート短柱の場合は、本文中の関係より鉄筋の項をはずせばよいことになる。

終りに、本文は鉄筋コンクリート部材の塑性的性質に関する研究の一部の報告であり、終始ご懇切なるご教導を賜わった九州大学 水野高明先生に厚く感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Wessman, H.E.; Reinf. Conc. Column under Combined Compr. and Bending, ACI, 1946
- 2) Hongnestad, E.: Inelastic Behavior in Test Eccentrically Loaded Short Reinf. Conc. Columns, ACI, 1952
- 3) 加賀美一二三: 複鉄筋コンクリート部材において、偏心軸方向力を受ける場合の応力度並びに許容設計について、土木学会論文集 29号, 1954
- 4) 加賀美一二三: 鉄筋コンクリートばりの応力分布の考察, 材料試験, 6巻, 46号, 1957
- 5) 加賀美一二三: コンクリートの圧縮応力-ひずみ曲線の考察, セメント・コンクリート, No. 132, 1958

(原稿受付: 1961.11.11)
(再 受 付: 1962. 4.10)

ON THE STUDIES OF CONCRETE AND REINFORCED
CONCRETE SHORT COLUMNS SUBJECTED TO
THE ECCENTRIC AXIAL COMPRESSION

—THE CASE OF SMALL ECCENTRICITY—

By Dr. Eng., Hifumi Kagami, C.E. Member

According to the result of measurement of the longitudinal strains in any section of the plain and hoop reinforced concrete rectangular short columns subjected to small eccentric axial compression in the case of each load steps up to the ultimate strength, it was disclosed that the strains in any case of their measurement were not recognized as the straight line distribution.

In the present paper it is reported that the author has studied the relationships of the stress of plain and hoop reinforced concrete members based upon the above strain distribution within or not approximately the limit of core radius, and obtained the following results :

(1) The stress distribution in the plain and reinforced concrete short columns subjected to a small eccentric axial compressive force may be approximately represented by a parabolic curve of the fifth order as shown in Fig. 1.

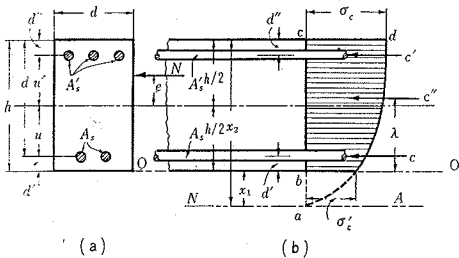


Fig. 1

(2) Case $\sigma_s \leq \sigma'_s$ in the section of reinforced concrete column.

(a) The position of neutral axis ; x_2 is represented according to the equation (1)

$$0.454 \sigma_{cy} \left\{ x_2^2 - (x_2 - h)^2 \left(1 - \frac{h}{x_2} \right)^{1/5} \right\} b - 0.833 \sigma_{cy} \left\{ x_2 - (x_2 - h) \left(1 - \frac{h}{x_2} \right)^{1/5} \right\} \times \left(e + x_2 - \frac{h}{2} \right) b + (u - e) \sigma_{sy} A_s' - E_s \left\{ \frac{0.00168}{x_2} (x_2 - d) \right\}^{0.909} A_s (u + e) = 0 \quad (1)$$

(b) The radius of cor ; $r_K \sim$ the equation (2)

$$r_K = \frac{\left(\left[\mu h b \sigma_{cy} \left(\frac{2\nu h}{\mu} - d - d' \right) - \left[E_s \left\{ \frac{0.00168}{h} \right\}^{0.909} A_s + \sigma_{sy} A_s' \right] (h - d) \right]^{0.909} A_s - \sigma_{sy} A_s' \right) (d - d') \right] u + \mu \sigma_{cy} h b}{(d - d')} \quad (2)$$

(3) Case $\sigma_s > \sigma'_s$

The minimum value of x_2 is represented according to the equation (3)

$$x_2 = \frac{0.00168 d}{0.00168 - \left(\frac{\sigma_{sy}}{E_s} \right)^{1.1}} \quad (3)$$

The general formula of $x_2 \sim$ the equation (4)

$$0.454 \sigma_{cy} \left\{ x_2^2 - (x_2 - h)^2 \left(1 - \frac{h}{x_2} \right)^{1/5} \right\} b - 0.833 \sigma_{cy} \left\{ x_2 - (x_2 - h) \left(1 - \frac{h}{x_2} \right)^{1/5} \right\} \times \left(e + x_2 - \frac{h}{2} \right) b + (u - e) \sigma_{sy} A_s' - (u + e) \sigma_{sy} A_s = 0 \quad (4)$$

(4) Eccentric axial force N in the design of reinforced concrete short column.

(a) Case $\sigma_s \leq \sigma'_s$

$$N = Fb + \sigma_{sy} A_s' + \sigma_s A_s \quad (5)$$

(b) Case $\sigma_s > \sigma'_s$

$$N = Fb + \sigma_{sy} (A_s' + A_s) \quad (6)$$

(c) Case N acts at the core point

$$N = \mu \sigma_{cy} h b + \sigma_{sy} A_s' + E_s \left\{ \frac{0.00168}{h} (h - d) \right\}^{0.909} A_s \quad (7)$$

(d) The design formula in case $N (=P, \text{ say})$ acts at the center of reinforced concrete short column,

$$P = \frac{1}{s} (\sigma_y A_c + \sigma_{sy} A_{s0}) \quad (8)$$

(5) The formula in case of the ultimate strength design. The formulas in case of ultimate strength design are represented according to $S N$ in which N is the value obtained from the fomulas (5) and (6) and S is a safety factor.

(Received by the Society Nov. 11, 1961)