

# 精密スタジアの問題点について

米谷 栄二\*  
岡野 兼夫\*\*

**要 旨** ターゲット スタジアに際して、トランシット望遠鏡の鏡筒が直射日光で加熱される場合、レンズが熱変形して生ずる夾長誤差ならびに照明条件によりレンズと眼の性能が変化することによるスタジア誤差を取り上げ、レンズフードと絞りの使用でこれらを緩和し、気差について配慮するならば、普通の内焦式トランシットを用いて単観測中等精度 1/2 000~1/3 000 のターゲットスタジアを実現する見込みがあることを述べた。ターゲットスタジアは、一般に総合精度が 1/3 000 以上に達するにもかかわらず、その単観測精度がしばしば 1/500 以下に低下するため信頼性に乏しいとみなされてきた。しかし、これは上記の諸誤差に対する注意を欠き、スタジア常数の決定なども不十分であったためと考えられる。

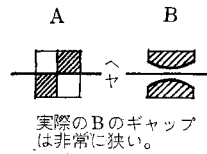
本文はこれら未知の誤差をさける実測上の対策を提案し、実用的には本文に述べる諸対策によって、鋼巻尺の検定精度 1/2 500 程度の単観測スタジア精度は容易であり、Tellurometer と協力すれば敏速なトラバース測量を行ないうる能力を普通型トランシットに与えることができることを明らかにした。

## 1. ま え が き

スタジアの単観測中等精度は 1/500 といわれてきた。しかし標尺目盛 1 m あたり最大 1 mm の検定公差を補正すれば、標尺に固定した視準標に下ヘヤを合わせて上ヘヤの読みを取る方式で単観測中等精度 1/1 000 をうることができる。しかし、1/2 000 以上の単測精度をうるには望遠鏡を大型にするか、標尺手がトランシット側からの合図でターゲットを上下し、これとヘヤが合ったときトランシット側から合図して標尺手に夾長を読ませる、いわゆるターゲットスタジアによるほかはない。

このターゲットスタジアでは、標尺のバーニヤ精度とトランシットの視準精度（分解能ではない）がつりあいを保つことが重要で、以下の議論はすべて図-1B の Heckmann ターゲットを前提としたものであり、その中等合致精度は倍率 20 のとき  $\pm 0.4''$ 、すなわち 100 m で  $\pm 0.2$  mm の中等合致誤差（精度 1/5 000）となる<sup>1)</sup>。したがってバーニヤは 0.1 mm 読みでよく、50~150 m

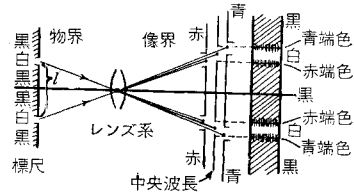
図-1 視準標 (ターゲット)



における単観測の夾長精度は 1/2 000 以上になるべきである。一般に、平行 2 本線（または対称図形）のはさむ狭いギャップに、ギャップを長手に切半するよう 1 本線を入れる。あるいは逆に 1 本線を平

行 2 本線ではさみ取る場合の合致精度が、物理分解能を越えて上昇する<sup>2)</sup>ことは、古来計測面に種々利用されて来たことであり、Heckmann はこれによって視野内ヘヤによる読み取り 0.1 mm (100 m で 視角 0.2'' 相当) を可能ならしめ、Tichy は目測 0.05 mm の読み取りを実現せしめた。Wild の光学マイクロメーターつき 1 等レベル N<sub>3</sub> は、インバー尺上の目盛線を 2 本のクサビ形ヘヤではさむ方式により、20 m において 0.01 mm (視角 0.1'') まで読み取り可能である。しかるにこれらの対物レンズに関する物理分解能はせいぜい 3'' にすぎない。このような実例よりして、分解能 4'' (口径 35 mm) の望遠鏡ならば、少なくとも平均 0.4'' の合致精度を得ることは疑いないのである。しかし、これは 0.4'' を分解し認識したのではなく、ヘヤで切半されたギャップのヘヤ両側における対称性と光度の同等性による判断であり、判断にあずかるギャップは非常に狭いから、まず色の識別能力が失なわれ、すべての色光が一樣な淡青色ないし灰色に見えるのみならず、対比\*によって、可視波長両端が中央波長と大差ない高感度となる事実<sup>3)</sup>に特に注目しなければならぬ。測量望遠鏡はアクロマートであるから、一般に可視波長両端の球面および色収差が大きく、写像寸法が色によって相違するいわゆる、"倍率の色収差"にもとづき、この両端波長の錯乱光がギャップにはさまれたヘヤの両側に（一方が青なら他方が赤というように）向き合って現われる（図-2 参照）。一般に、屈折レ

図-2 倍率の色収差



\* 黒地との対比では黄緑が高感度で赤青は劣り、白地との対比では赤青が高感度で黄緑は劣るわけであるが、ギャップにヘヤを入れる際の対比は色彩感の薄れることと相まち、ちょうど以上の中間の対比になる。

\* 正員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室  
\*\* 正員 神戸大学工学部講師

レンズによる眼視観測では、例外なく像の周囲に両端色の混合した紫色の“くま”(ハロー)がみられるが、これは普通の視準において大して“見え”を損じるものではない。しかし視野外輪に写像されるターゲットのせまいギャップでは上述のようにこれがヘヤによって独立色にわけられ(中央波長の明かるい部分はヘヤで覆われてしまう)、しかも対比によって感度が高まる結果、合致の判断が両端光の錯乱の度合いでいちじるしく左右されることになる\*。

以上のような両端光線が悪いことには、はなはだしく不安定である事実ここで注目しておきたい。周知のように、1点を発した光の波面は球面をなすが、この波面に凸凹を生じる大気の乱れ、レンズ面の研磨誤差、あるいは諸収差が一定の限度を越えると、レンズで光を集めても良好な像を結ばなくなる。Rayleighによれば、最長最短の光路差が波長 $\lambda$ の $1/4$ を越えない光は球面波とみなせるから<sup>9)</sup>、レンズ表面に球面を基準として $1/4$ 程度の凸凹研磨誤差があっても支障なく、球面縦収差(外輪と内輪を通過した光線が光軸を切る点が光軸上で互いにはなれる最大距離)は $4\lambda/\sin^2\phi$ まで許される<sup>9)</sup>。

最近の国産の測量望遠鏡は、接眼レンズに入るまでに正立レンズをふくめて14面の屈折面が存在し、ガラス板レチクル使用の場合はさらに増加する。これは旧外焦式の正立レンズをふくめた屈折面が7面(接眼レンズはふく)であったのにくらべると2倍以上であるから、一つ一つの屈折面の研磨精度を上げなければ、両端波長(特に青端波長)の結像をRayleighの限界内に置くことはできない。しかるに国産の測量機におけるレンズ球面の精度は、従来どおり凸凹度 $1/2$ 波長内外であり、この場合、外焦式についてすでにRayleighの限界いっぱいとなるべきであるから、球面が倍加した最近の光学系については、両端波長の収差はRayleighの限界による許容値を越えているとみてよいであろう。ただ例外なく増透処理(コーティング)が施こされ、両端波長に比して中央波長の透過率をよくしてあるので一般の場合は救われている。しかしターゲットスタジアに際してはこれが障害となり、後述のように直射日光を受けて少しレンズが熱変形すれば、いちじるしくギャップの像が悪くなることをまぬがれない。このような現実から、特に国産トランシットによるターゲットスタジアの精度を向上する目的をもって本研究を行なった。

## 2. 最適射出瞳径ならびにフードおよび絞りの一般的効用について

\* 炎動のように、両端光の錯乱度がともにいちじるしくなるような場合は偶然誤差が増加するにすぎない。しかし後述の直射日光のように、青端光(一般に $f$ の長い色光)の錯乱度のみが顕著となる場合は、合致判断のもとになるヘヤ両側の対称性が崩れて、大きな系統誤差が現われる結果になる。

双眼鏡や観光用、軍用望遠鏡のように、射出瞳\*\*が肉眼の最小瞳孔径2mm(夜間の最大値は6~8mm)よりも大きいものについては、対物レンズの一部分を通じた光束だけが眼に入る。眼が射出瞳の中心にあれば、対物レンズの中心部分を通る光のみが眼に入るため対物レンズの周縁(外輪)は使用されない。

しかし測量用望遠鏡は、対物レンズ直径40mmのものについて倍率20~30であるから、射出瞳はすべて2mm以下である。すなわち、眼の瞳孔が射出瞳を完全に覆うので、対物レンズに入射した光はすべて肉眼に入る。このようにしなければ、単にヘヤと目標像の視差のみならず、眼と光学系の収差のために視準精度が劣化するのである。合致判断に眼の収差(個人差)が介入しない最適な射出瞳径が1mmであることはNoetzli<sup>6)</sup>が確認しており、高級レンズ系の場合または薄暗いときなどの条件によって多少大きい射出瞳のほうがよいので、25倍の倍率に対して対物口径を30~40mmに取るわけである<sup>7)</sup>。

対物レンズの最外輪を通る光は射出瞳が2mmに近い場合有効に利用されず、有害なハローを形成することが多いうえ、周縁1割には研磨誤差がいちじるしいこともあって、正像式望遠鏡ならば正立系に有効絞りをいれてレンズ周縁の光線を若干カットしてある。したがって中央波長に関する周縁光線は直接眼に入らない。しかるに両端波長の周縁光線は、主として正立第1レンズの色収差により偏心して眼に入り、ターゲットスタジアの場合、これが重大な意義を有するに至るのである。すなわち、正像望遠鏡のこのような絞りは、ターゲットスタジアに関する限り無効に近いといわねばならない。

さて、光軸からはずれた視野で合致読み取りを行なうスタジアでは、ヘヤから眼に向う光束が、同じ場所を通る標尺の像光束とほぼ等しい開き角でない、視差なく合致読み取りを行なうことが困難となり、精度が悪くなる場合が多い。レンズフードを用いなければ、ヘヤは散光を反射屈折もしくは回折で偏向せしめ、ある程度の発光体となり、その光束の開きは標尺目盛りの像光束の開きよりもはるかに大きく、射出瞳中心と瞳孔中心の不一致があれば夾長に相当な誤差を生じる結果になる。これをさけて、ヘヤが像面に明瞭な影体として現われるように、すなわち像とヘヤ光束の開きを等しくするためには、どうしてもフードを必要とし、これによってスタジア夾長の精度は相当に改善されるのである(フード内に直射日光が入射するときは、日傘その他でこれをさえぎる必要がある)。さらに、両端波長の球面および色の縦収差が限度いっぱいになっている現状から、これが直射日光によるレンズの熱変形などによりさらに悪くなれば、夾長誤差がいちじるしく増える現象を防ぐために対物レンズの前に有効絞りを置くのがよい。たとえば口径

\*\* 無限遠から対物レンズへ平行入射した光が収束され、接眼レンズから円筒形に射出される直径をいう。対物レンズの有効口径を光学倍率で除した値に等しい。

の3割を絞るならば球面縦収差の許容値は約2倍となる  
 うえ、球面縦収差それ自身が半減するため、相当悪いレ  
 ンズでも高級レンズなみに扱うことができる。

対物口径を絞れば、物理分解能は多少低下するが、対物有効  
 口径が倍率の mm 数だけあれば（このとき射出瞳径 1mm）、  
 ギャップにヘヤを入れる精度やコントラストのよい目標の標準  
 精度は落ちないから、絞りのマイナス面を恐れる必要はない。

後述のように、鏡筒に直射日光を受けたり、照明の光  
 質が変化する場合、ギャップのヘヤの両側において不安  
 定な両端光（特に青端光）が錯乱度を変じ、夾長に偶然  
 誤差の数倍に達する系統誤差が現われるに至るのである  
 が、その程度は絞り\* によって大いに緩和されるので、  
 口径を絞れば分解能の減少から偶然誤差が増加すべきに  
 もかかわらず、全開よりもいっそう高い精度を得ること  
 ができる。さらに絞りのみならずレンズフードがこの  
 問題に有効であり、上述の視差の除去に役だっただけでな  
 く、以下に述べるように直射日光によるレンズの熱変形  
 を軽減する役割りを持つ点に特に注目しなければならない。

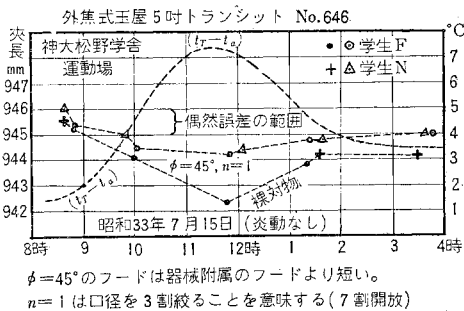
### 3. レンズ系の直射日光による変化の概念

トランシットの望遠鏡筒が直射日光を受けると、ギャ  
 ップ式のターゲットを用いた夾長には、今までに明らか  
 にされた各種の誤差で説明できない大きい系統誤差が現  
 われる。それは発見されにくいような微小なものでなく、  
 一つ一つの観測値に歴然と認められる。すなわちフ  
 ードをはずした1台の外焦式トランシットを、レンズが  
 温度条件になじむに要する15分間、直射日光にさらした  
 のち夾長を読み、すぐにフードをつけて15分間待ち、夾  
 長を読む。ついでフードをはずし、15分後に夾長を観測  
 し、またフードをつけて15分たってから夾長をとる。  
 これをくり返しつつ同時に鏡筒の温度  $t_T$  と気温  $t_a$  を  
 記録する（図-3 参照）。この観測を念のため、眼の性  
 能を異にする2名が同時に同じトランシットについて行  
 ない、得られた一連の夾長をフードおよび絞りの有無に

ついて比較すれば、ただちに次のようなことが判明す  
 る。もし曇天ならば、 $(t_T - t_a) \approx 0$  であり、2名の夾長  
 はおおむね観測の最大偶然誤差（実験上、倍率 20 でギ  
 ャップ式の最低合致精度 1/2 000、すなわち 1m の夾長  
 に最大  $\pm 0.5$ mm の合致誤差）の範囲にほぼ安定した  
 分布を示し、フードと絞りの有無でいちじるしい差異は  
 見られない（誤差分散の上限下限の巾は、1m の夾長に  
 つき約 1mm）。ところが晴天で直射日光を受けると、  
 $(t_T - t_a) < 3^\circ\text{C}$  では夾長の偶然誤差に埋没する程度の誤  
 差にすぎないが、フードと絞りがなく  $(t_T - t_a) > 3^\circ\text{C}$  と  
 なれば、明瞭に2名の観測夾長がそろって減少を始め  
 （外焦式の場合）、1m の夾長に 2mm 以上、すなわち  
 1/500 以上の系統的な減少が起こる。もし夾長を減少せ  
 しめる気差が加われば変化はさらに顕著となるが、気差  
 がない場合の夾長変化量は  $(t_T - t_a)$  にほぼ比例する。  
 ここにいちじるしい現象は、“フードと絞りをつけたと  
 きの夾長”が、同時に同一器械につき同じ測者によって  
 観測される“フードと絞りをつけない夾長”に比し非常  
 に変動が緩和され個人誤差も少なくなることである。同  
 じ  $(t_T - t_a)$  における夾長変化は、対物レンズ中心から  
 フードの開口半径を見る角、すなわちフードの半開口角  
 を  $\phi$  として、概略  $\sin^2\phi$  に比例するから、器械に付属  
 のフードに絞りを併用すれば、おおむね直射日光の影響  
 をまぬがれることができるのである。このような傾向は  
 器械と人を変えても同じであるが、さらに、夾長の変動  
 は  $(t_T - t_a)$  と  $\phi$  のみならず、風力  $j$ 、雲量  $w$  によ  
 っても影響されることが、同じ  $(t_T - t_a)$  における異なる  
 夾長を比較して見出された。

以上のような夾長の変化は、直射日光にもとづくレン  
 ズの熱変形に原因があり、気差屈折によるものでないこ  
 とは、絞りとフードの有無で状態が変わる事実から明白  
 である。そこで、鏡筒直射にともなうレンズ系の熱変形を  
 論じなければならないが、鏡筒はレンズより先に高温と  
 なるので、レンズから鏡筒を通じて外気へ熱が伝達され  
 ることはない。つぎに内部レンズやレチクル ガラス板  
 から輻射される熱は、長波の赤外線であるからレンズ相  
 互が輻射をさえぎる遮蔽物として働く。そのうえ鏡筒が  
 輻射立体角をきわめて狭く限るので、内部レンズやレチ  
 クルから輻射で逃げる熱は、直接外気にふれる第1レン  
 ズのそれに比してきわめて少ない。対流も鏡筒内部の限  
 られた空気の流れによるから小さく、鏡筒内の空気を貫  
 く伝導はほとんど問題にならない。このように熱が外部  
 へ出ることが少なく、質量僅少な内部レンズおよびレチ  
 クルは、鏡筒の温度にただちになじみ、各部均等に温度  
 が上昇することになる。このような全体的な温度上昇に  
 より、レンズの中心厚が増加するのは当然であるが、こ  
 れが焦点距離におよぼす影響はきわめて小さい。たと  
 えば、レンズがバルサム合わせアクロマートの場合、その

図-3 ギャップ式ターゲットを用いる  
 外焦式の夾長変化



\* 絞りの位置については、Abbe のいわゆる Telezentrisch  
 光路を形成するような位置に置くのがよい。

焦点距離を表わす式は

$$\frac{1}{f} = Q_1 - Q_2 + Q_3 - (d_1/n_k)Q_1(Q_3 - Q_2) \\ - (d_2/n_F)Q_3(Q_1 - Q_2) \\ Q_1 = \frac{n_k - 1}{|r_1|}, \quad Q_2 = \frac{n_F - n_k}{|r_2|}, \quad Q_3 = \frac{n_F - 1}{|r_3|}$$

$d_1$ : クラウン凸レンズ厚  $d_2$ : フリント凹レンズ厚

$n_k$ : クラウン屈折率  $n_F$ : フリント屈折率

$r_1, r_2, r_3$ : 第 1, 2, 3 各屈折面の曲率半径

すなわち、厚みに関する項は  $f$  のせいぜい 0.3~0.5% を左右するにすぎず、10°C あたりの厚み変化率 1/10 000 と考え合わせ、 $d$  項の変化が  $f$  におよぼす影響は全く無視することができる。 $r$  の項については、周縁と中心の厚みが異なるため、均等な温度上昇においても  $r$  が変化してくる。しかし、これによる  $f$  変化は後述のように 10°C あたり  $f/10 000$  程度であるから、屈折率  $n$  の温度による変化 (10°C あたり、クラウン 1/100 000, フリント 1/10 000) とともに無視してよい。もちろん、直接外気にふれる第 1 レンズに関しても  $f$  の式中の厚みに関する項自身の変化、均一な温度上昇による  $r$  の変化およびそれともなう屈折率の変化は考慮外としてよい。ただ第 1 レンズは外気への熱移動が盛んなため、周縁ほど高温で中心ほど低温な不均一な温度分布を示し、このため中心から見て相対的に周縁の厚みが増し、系統的に  $r$  が変動し屈折面の特性が変わって  $f$  の変化する量が 10°C あたり  $f/1 000$  以上に達するため問題となるのである。この場合、 $f$  の変化の起因は周縁厚の増加にあるとしても、いったんこれをレンズ面曲率半径の変化に置換したのちは、曲率半径の変化量中に考慮すべき厚みの変化はすべてふくまれているから、上記のような  $f$  の式から厚み  $d$  に関する項をはぶき、曲率半径の項のみを用いて  $f$  の変化量を計算してよいわけである。以下の理論においては、レンズの温度に関係する 2 次的な変化量は、レンズ表面の研磨誤差にすべて埋没するとの見解から、研磨の系統誤差(半波長以下)と対等以上のひずみをレンズ表面に与える第 1 レンズ周縁の熱変形にもとづく第 1 レンズの焦点距離変化をまず取り上げ、これとターゲット スタジア夾長との関係を論じることにする。したがって、いかなる望遠鏡についても、その直接外気にふれる第 1 レンズの温度変形のみを考えればよいので、比較的簡単な式で結果が表わされている。その反面、研磨誤差や眼の収差および温度変形の 2 次量が無視されているため、実験曲線をこまかくカバーすることはできない。

本論文の主旨は、温度による誤差を許してこれを補正する厳密式を樹立しようというのではなく、温度誤差に関連する物理条件を見出して、大きい一次的な誤差の発生を防止する実際的な手段を提案し、実測上考慮をすれば、観測の偶然誤差に埋没するまでに温度誤差が軽減され、それが一応理論的にもうなずける手法であることを述べるにある。ゆえに温度誤差と偶然誤

差がほぼ等しい ( $t_T - t_a$ ) < 3°C における式の妥当性、ないし ( $t_T - t_a$ ) > 20°C のような極端な条件下に式がどう変わるかということは今後の研究の課題としたい (温度が急降する場合についても同様である。後述の式は 1 時間につき ( $t_T - t_a$ ) の下降量 3°C 以下に応じるものである点に注意されたい。温度の上昇については 20 分につき ( $t_T - t_a$ ) の増加 3°C までならば十分対応する)。

なおここで、温度変形による誤差と研磨誤差との相殺が起こりうるかを考えておかねばならない。系統的な研磨誤差\*は、最外輪 1 割 (測量用望遠鏡では有効絞りでカットされるべき部分) と中心付近に誤差が大で、一般輪帯は比較的良好なものが多い<sup>8)</sup>。すなわち第 1 レンズの温度変形が後述のように周縁 3 割に大で中心に 0 であるのにくらべて分布がまったく異なるから、相殺することがあるにしても、その程度はあまり大きくないと考えられる。のちに導く直射日光による夾長の変化式と実験のずれが、眼ならびに合致判断の個性のみならず、器械によって異なる事実のなかに、研磨誤差と温度誤差の相殺の問題がふくまれていると解するのが最も妥当なようである。

以上のような考えにより、後述の式の誘導にあたって、研磨誤差とか Rayleigh の限界、眼の収差 (個性)、2 次的な温度誤差などを無視したのであるが、これは一つは、レンズ面の球面からの出入りを収差や焦点距離の変化に結びつける非球面の一般結像式がないからであるが、いま一つは、進んでこれらの困難を解決し、詳細な光学径路の変化式を導いたとしても、これが夾長誤差になる最終段階において心理的な感覚や判断力の問題につきあたり、ことに 2 本の平行線 (または対称図形) のかぎる空間を長手に切半するように 1 本線を合わせ入れる際の、格段に高まる合致精度を物理的に解釈する理論が存在しないため、研磨誤差と 2 次的な温度誤差ならびに眼の収差がレンズ系に占める役割りを解析しただけでは、夾長の直射日光による系統誤差を純理論的に示す目的からは、なお相当に遠いという事情によるものである。

#### 4. 夾長の温度誤差の概念と日がさの効用について

日光の直射を受けると鏡筒は、すぐ気温よりも高温になり、熱が第 1 レンズへ移動しはじめる。ところが、第 1 レンズは熱の不導体であるうえに熱放射が良好であるから、中心が低温 (ただし気温より高温) で、周縁ほど高温な不均等な温度分布を示し、第 1 レンズ周縁の  $f$  が長くなり球面色収差が大きくなる。

このときのレンズ球面の変形面はつぎに述べるように回転円体面とみなせるので、変形表面の曲率半径は比較的容易に計算でき、これによってレンズ周縁の焦点距離および球面色収差の増大を推算すると、実験曲線をか

\* 特定のトランシットに関する限り、夾長に定誤差をおよぼす公算が大きいから、スタジア定数を各個に決定すると、その影響を相当に軽くできる。要するに定誤差的なもので、条件とともに変動する温度誤差とは性質が異なる。

なりカバーする夾長の変化式が得られる。要するに、この現象は、眼の特性に準拠しターゲットスタジアに著明に現われるものであり、普通の自読式スタジアでは、対物レンズの  $f$  変化によって乗係数が変動することだけが問題であるから、温度誤差をまったく無視してもさしつかえない。なぜならば、スタジア乗係数の内容をなす対物レンズの焦点距離  $f$  が、第1レンズの温度変化で変動する量はたかだか  $1/1500^*$  であり、自読式スタジアの精度  $1/500$  に比しおおむね無視できる値だからである。これに反しターゲットスタジアでは、第1レンズ周縁の  $f$  変化で特に青端光の球面色収差が悪化するの、ターゲットにヘヤを合わす際の対称性の判断が乱され、大きな系統誤差 ( $1/500$  以上に達する) が出現して原理的に最低  $1/2000$  の精度を得べきものが、場合によっては自読式と大差ない結果となってしまうのである。

自読式でも、よく行なわれるように、黒白塗りわけ目盛の境界線に下ヘヤを合わせ、そのときの上ヘヤの読みをとる場合は、ターゲットスタジアに近い状態となるから温度誤差が認められる。

内焦式望遠鏡においては、周知のように第1レンズの  $f$  変化が、合焦のための内焦レンズの移動で相殺され有利であるが、球面色収差の悪化を合焦で相殺することは不可能であるから、やはり温度誤差を考慮しなければならない。すなわち、内焦式でもターゲットスタジアの夾長には相当な温度誤差が現われ、フードと絞りをを用いれば誤差が減る現象がはっきりと認められる。

以上のような直射日光による誤差を防ぐために、レベルに対するような日がきを用いてもよいわけであるが、その効用の限界をよく考えておかねばならない。角の観測に際して、直射日光のため鏡筒が湾曲する誤差、またはトランシットの各部分が不均等に膨張するための誤差を防ぐには必ず日がきを用意すべきであるが、スタジアトラバースでは、せいぜい  $20''$  の精度で水平角をはかればたりるため、この意味における日がきを必要としない。したがって、もし日がきを用いるならば、本論文に述べる対物レンズの温度変形を緩和\*\*する見地において、その効用を認むべきである。ただし対物レンズの温度変形は十分フードと絞りで緩和されるので、日がきをはぶいて人員を節約するほうが得策である。もちろん、この目的だけにフードと絞りが要求されるとすれば、五十歩百歩であるが、もともと視差の除去とかターゲット合致に悪影響をおよぼす収差を軽減するためにフードと絞りを必要とし、しかも、この目的に日がきは大して役に立たないから、スタジアでは、まずフードと絞りを用意すべきであり、そのうえ人員にゆとりがあれば、レンズの温

度変形をいっそう完全に防止するために日がきを採用すべきである。

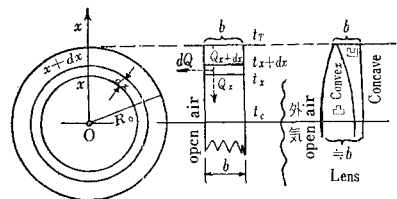
なお、最近のヘヤはすべてガラス板レチクルないし焦点鏡であり、内部諸レンズの温度変化を無視できるというのは、それらの平面度ないし焦点距離が夾長に誤差をおよぼすほどには変動しないとの意味であるから、レチクル板の全体的な温度変化によってスタジア線間隔が変わる誤差は別途に考えねばならない。しかし、この誤差は、あとにふれるように、標尺の線膨張ならびに対物レンズの温度による屈折率の変化と相殺するから一応考慮外となる。標尺が金属のときは、ガラス板レチクルの2倍の線膨張を示す真ちゅう製ダイヤフラム(くも線わく)のほうが相殺に好都合な点に注目されたい。

### 5. 第1レンズの直射日光に起因する変形

レンズに対する熱の出入りが平衡している状態を想定し、基礎的な若干の算定式を導く。外焦式の対物レンズの中心厚は周縁厚  $b$  より大きいが大差はないから、一応等厚みの円板の周縁温度が鏡筒温度  $t_T$  に等しく、熱がレンズの中心に向かって伝わり、中心温度が  $t_c$  となるものとする。ただし気温を  $t_a$  とする。

いま円板内の温度分布を求めてみる。図-4において、

図-4



レンズ中心に原点をとり、レンズ面を半径  $x$  の同心円でくぎって同心円上の温度を相等しいものと仮定する。しからば温度分布は  $x$  のみの関数となり、同心円  $x$  を通過する熱量  $Q_x$  は次式で示される。ただし、 $y$  は  $t_a$  を基準とする温度を示す。

$$Q_x = -A \lambda \frac{dy}{dx} = -(2\pi b \lambda) x \frac{dy}{dx}$$

ここに

$$y = t - t_a, \quad \frac{dy}{dx} = \text{温度勾配}$$

$$A = 2\pi x \cdot b = \text{受熱断面積}$$

$$\lambda = \text{ガラスの熱伝導率}$$

同様に半径  $(x+dx)$  の同心円を通過する熱量は  $dx$  の高次の項を省略して

$$Q_{x+dx} = -(2\pi b \lambda) (x+dx) \frac{dy}{dx} - (2\pi b \lambda) \frac{d}{dx} \left( x \frac{dy}{dx} \right) dx$$

この間に  $dx$  の表面から外気へ逃げる熱量  $dQ$  は

$$dQ = dA \cdot \Gamma_{oy} = 2\pi x dx \Gamma_{oy} = (2\pi \Gamma_o) x y dx$$

ここに  $\Gamma_o$  はレンズ面から外気への熱伝達率である。また  $Q_x - Q_{x+dx} = dQ$  が成立することから、つぎの微分方程式をうる。

\* ターゲットスタジアでは収差錯乱円が大きくなる結果、発生する誤差を合わせて  $1/500$  以上となる。

\*\* 真夏には地面からの輻射、反射で鏡筒が加熱され、これは日がきで防げない。

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \frac{\Gamma_0}{b\lambda} y = 0 \dots\dots\dots(1)$$

いま式(1)を解くために

$$\xi = x \sqrt{(\Gamma_0/b\lambda)} \dots\dots\dots(2)$$

とおくと式(1)はつぎのごとく書くことができる。

$$\frac{d^2y}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{dy}{d\xi} - y = 0 \dots\dots\dots(3)$$

式(3)は第0位の変形 Bessel 微分方程式であるから、一般解は

$$y = C_1 J_0(i\xi) + C_2 N_0(i\xi)$$

ここに、 $J_0$  は Bessel 関数、 $N_0$  は Neumann 関数である。 $N_0$  については  $\xi=0$ , すなわち  $x=0$  (レンズ中心) で温度は有限値をとるべきであるから、 $C_2=0$  でなければならぬ。

したがって式(1)の解は

$$t = t_a + C_1 J_0(ix \sqrt{\Gamma_0/b\lambda}) \dots\dots\dots(4)$$

となる。 $x=R_0$  (レンズ周縁) で  $t=t_T$  という境界条件から積分定数  $C_1$  を定めると

$$C_1 = (t_T - t_a) / J_0(i \sqrt{\Gamma_0 R_0^2/b\lambda})$$

ゆえにレンズ内温度分布は

$$t = t_a + (t_T - t_a) \frac{J_0(ix \sqrt{\Gamma_0/b\lambda})}{J_0(i \sqrt{\Gamma_0 R_0^2/b\lambda})} \dots\dots\dots(5)$$

で与えられる。ここに

$$\begin{cases} J_0(ix \sqrt{\Gamma_0/b\lambda}) = 1 + \frac{x^2}{2^2(1!)^2} (\Gamma_0/b\lambda) \\ \quad + \frac{x^4}{2^4(2!)^2} (\Gamma_0/b\lambda)^2 + \dots\dots \\ J_0(i \sqrt{\Gamma_0 R_0^2/b\lambda}) = 1 + \frac{1}{2^2(1!)^2} (\Gamma_0 R_0^2/b\lambda) \\ \quad + \frac{1}{2^4(2!)^2} (\Gamma_0 R_0^2/b\lambda)^2 + \dots\dots \end{cases}$$

$R_0=2\text{ cm}$ ,  $b=1\text{ cm}$ ,  $\lambda=0.002\text{ cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot^\circ\text{C}$  のとき、 $\Gamma_0 \leq 0.001\text{ cal/cm}^2\cdot\text{sec}\cdot^\circ\text{C}$  ならば (これは風力  $j < 5$  で絞りがなく、フードの開口半角  $\varphi < 45^\circ$  の場合にあたり、一般の  $\Gamma_0$  はこれより小さい)、級数はすみやかに収れんするから、第2項まで採用して  $t$  の近似式を作ることができる。

すなわち  $(\Gamma_0 R_0^2/b\lambda) \leq 2$  の範囲において

$$t \doteq t_a + (t_T - t_a) \frac{1 + \frac{1}{4} (\Gamma_0 x^2/b\lambda)}{1 + \frac{1}{4} (\Gamma_0 R_0^2/b\lambda)} \dots\dots\dots(6)$$

レンズ中心温度

$$t_c \doteq t_a + (t_T - t_a) \left\{ 1 - \frac{1}{4} (\Gamma_0 R_0^2/b\lambda) \right\} \dots\dots\dots(6)'$$

この式(6)'より  $(\Gamma_0 R_0^2/b\lambda) \leq 2$ ,  $k_0: \text{const.}$  として

$$(t_T - t_c) \doteq \frac{\Gamma_0 R_0^2}{6b\lambda} (t_T - t_a) \doteq \frac{R_0^2}{k_0 b \lambda} \Gamma_0 (t_T - t_a) \dots\dots(7)$$

実際の凸レンズでは、周縁の受熱断面積  $2\pi R_0 b$  から半径  $x < R_0$  の輪帯に移るとき、半径の減少を厚さ  $b$  の増加が相殺し、近似的に周縁部の受熱断面積を  $2\pi R_0 b$  (一定) とみなしてよい場合も考えられる。このときの方程式は以上と全く同様に考えて

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \beta xy = 0 \text{ ただし } \beta = \Gamma_0/R_0 b \lambda \dots\dots\dots(2)'$$

解

$$t = t_a + (t_T - t_a) \left\{ \frac{1 + \frac{\beta}{(1!)(2/3)3^2 x^3 + (2!)\{(2/3)+1\}(2/3)3^4 x^6 + \dots\dots}}{1 + \frac{\beta}{(1!)(2/3)3^2 R_0^3 + (2!)\{(2/3)+1\}(2/3)3^4 R_0^6 + \dots\dots}} \right\} \dots\dots\dots(5)'$$

$$t \doteq t_a + (t_T - t_a) \left\{ \frac{1 + (\beta/6)x^3}{1 + (\beta/6)R_0^3} \right\} \text{ とすれば近似的に } (t - t_c) \doteq (x/R_0)^\nu (t_T - t_a) \dots\dots\dots(7)'$$

$\nu = 3 \sim 4$

また凸レンズのすぐ背後にある凹レンズから凸レンズに向って、中心ほど大きい若干の伝熱が行なわれる場合の解より

$$(t - t_c) \doteq (x/R_0)^\nu (t_T - t_c) \dots\dots\dots(7)''$$

式(7), (7)'の示す熱変形面は、レンズ中心の曲率半径が原球面に等しく、周縁に向って曲率半径が増加する曲面である。温度差勾配  $dy/dx$  は  $y=(t-t_b)$  が変化する率であり、 $x \rightarrow 0$  において  $dy/dx \rightarrow 0$  となることから、 $(t-t_a)$  が一定の値  $(t_c-t_a)$  に落ち着き、中心から半径  $dx$  は温度変化なく、曲率半径が原球面半径に等しいと結論しよう。式(5), (6)から  $dt/dx$  を求めても、まったく同じことがいえる。ただ実際のレンズでは、レンズの裏面(外気と反対の側)に、鏡筒内面からの輻射と筒内空気の流れによって多少の伝熱が行なわれ、その量は鏡筒にくらべて温度の低いレンズ中心ほど大であるから、レンズの中心から  $4x < 0.3 R_0$  くらいまで恒温化する可能性がある。この場合の温度分布は、微分方程式(3)の  $\xi$  を決める  $x$  座標の原点を、レンズ中心でなく半径  $4x$  の同心円に移し、これより外方の解となるように座標を変換すれば得られる。もちろん、裏面への伝熱が周縁からの熱伝導に比して十分小さいときの便法であるが、解は上記と同じ形になり、熱変形面と原球面の開きを計算すれば、変形面が回転した円体面にきわめて近いことが証明される。すなわち、変形面中心の曲率半径は原円に等しく、周縁に進むにつれて曲率半径大となり、レンズ縁における変形面は、レンズ厚  $b$  の半膨張量\*  $\delta_0 = (b/2) \alpha (t_T - t_c)$  だけ原円をはずれた点を通過するなどの条件から、変形面を完全な円と仮定すれば後述のように計算に必要なデータを一義的に求めることができる。

### (1) だ円変形の概念

レンズの周縁温度  $t_T$  が、中心に向って下降して中心温度  $t_c$  になるとき、レンズの球面がいかなる面に変形するかは、なお厳密な解析を得たねばならないが、レンズ縁の膨張量  $\delta_0$  によって、レンズ面の円が図-5のようなだ円に変形すると仮定する。この面変形の程度は、

\* レンズ中心との相対膨張量である。

その部分の温度  $t_n$  と中心温度  $t_c$  との温度差  $(t_n - t_c)$  の大きさに決定され中心に接近すれば、 $(t_n - t_c) \rightarrow 0$  に応じて、変形面の曲率半径  $M$  も  $M \rightarrow r$  となる。すなわち、中心の曲率半径  $r$  は変化しないと仮定してよい ( $t_c$  は気温  $t_a$  よりも高いとする)。

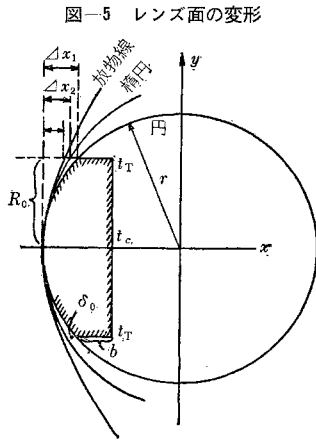


図-5 レンズ面の变形

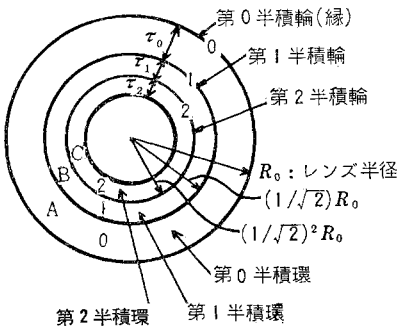
しからば、図-5 において頂曲半径  $r$  が円とだ円と相等しいとして

$$\begin{aligned} \text{円} : \Delta x_1 &\doteq \frac{R_0^2}{2r} + \frac{1}{8r} \left( \frac{R_0^2}{r} \right)^2 \\ \text{だ円} : \Delta x_2 &\doteq \frac{R_0^2}{2r} + \frac{1}{8a} \left( \frac{R_0^2}{r} \right)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

式 (8) を用い周縁厚み膨張量  $\delta_0$  を表わせば

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \Delta x_1 - \Delta x_2 = \frac{1}{8} \left( \frac{R_0^2}{r} \right)^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right) = \left( \frac{b}{2} \right) \alpha (t_n - t_c) \\ \alpha &: \text{ガラスの線膨張係数} = 0.00001 \\ a &\doteq r \left\{ 1 + 8 \left( \frac{r^3}{R_0^4} \right) \delta_0 \right\}, \quad b' \doteq r \left\{ 1 + 4 \left( \frac{r^3}{R_0^4} \right) \delta_0 \right\} \\ a, b' &: \text{変形だ円の長半径および短半径} \end{aligned} \quad (9)$$

図-6 レンズ面の分割



つぎに図-6 に示すように、レンズ半径の  $(1/\sqrt{2})^1, (1/\sqrt{2})^2, (1/\sqrt{2})^3, \dots$  なる半径を持つ同心円でレンズ面をくざれば、半径  $(1/\sqrt{2})R_0$  の第1同心円はレンズの全表面積を内外等積にわけ、半径  $(1/\sqrt{2})^2 R_0$  の第2同心円は第1同心円の包む面積を内外等積にわかったという具合になるので、これらの同心円を順次第1半積輪、第2半積輪、……と呼ぶことにする。縁は第0半積輪とする。同様な意味で図-6 の A, B, C……を外側から第0半積環、第1半積環、第2半積環……と呼ぶことにしよう。しからば、第  $n$  半積輪におけるレンズ厚み膨張量  $\delta_n$  は、式 (9) の  $R_0$  に  $(1/\sqrt{2})^n R_0$  を代入して

$$\delta_n = \frac{1}{8} \left( \frac{R_0^2}{r} \right)^2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{4n} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right) = \delta_0 \left( \frac{1}{4} \right)^n$$

$$= \left( \frac{1}{4} \right)^n \left( \frac{b}{2} \right) \alpha (t_n - t_c) \quad (10)$$

式 (10) は半積輪を1つ進むごとに膨張量が  $(1/4)$  に減ることを示し、膨張量はその半積輪の温度  $t_n$  と中心温度  $t_c$  の温度差  $(t_n - t_c)$  に比例するから、式 (10) を温度式に改めた次式はだ円変形の仮定を表現したものと見える。次式は (7)' から直接に導くことができる。

$$(t_n - t_c) = (t_r - t_c) \left( \frac{1}{4} \right)^n \quad (11)$$

このとき第  $n$  半積輪における変形だ円の曲率半径は、

$$\begin{aligned} \text{凸面} \quad M_n &\doteq r \left\{ 1 + 12 \left( \frac{r}{R_0^2} \right) \delta_0 \left( \frac{1}{2} \right)^n \right\} \\ \text{凹面} \quad M_n' &\doteq r \left\{ 1 - 12 \left( \frac{r}{R_0^2} \right) \delta_0 \left( \frac{1}{2} \right)^n \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

凸面はレンズの周縁ほど曲率半径が大きくなり、凹面は周縁ほど曲率半径が小さくなる。

### (2) レンズ面から外気への熱伝達

空気に対する熱の伝導は無視できるので、レンズ面温度と気温の差による自然対流、風による強制対流、および輻射による熱伝達を検討すればよい。

**a) 自然対流** レンズ面の単位面積から単位時間に自然対流で外気へ伝達される熱量、すなわち自然対流による熱伝達能  $W_1$  は Nusselt 数  $N_u$  を用い

$$W_1 = \left( \frac{\lambda_a}{0.8l} \right) N_u (t_n - t_a) \doteq 0.00013 (t_n - t_a) \quad (a)$$

$t_n$ : レンズ温度  $t_a$ : 気温

$\lambda_a$ : 空気の熱伝導率 = 0.00006  $l$ : レンズ直径 (cm)

$N_u$  は  $l, g, t_a$  などに関する変数であるが、 $l = 3 \sim 4$  cm,  $g = 980$  cm/sec<sup>2</sup>,  $t_a \doteq 290^\circ\text{K}$  で定数とみる。

**b) 強制対流** 風による熱伝達能  $W_2$  は Reynolds 数  $R_e$  を用い

$$W_2 = \left( \frac{\lambda_a}{0.8l} \right) (0.6\sqrt{R_e}) (t_n - t_a) \doteq 0.0001\sqrt{u}l \cdot (t_n - t_a) \quad (b)$$

$u$ : 風速 (cm/sec)  $l$ : レンズ直径 (cm)  $R_e \doteq 5l \cdot u$

**c) 輻射** 輻射による熱伝達能  $W_3'$  は、空気を透過して外界へ失われる輻射能  $\Omega$  と外界への熱伝達能  $W_3$  からなる。すなわち、レンズから外界へ出る輻射と外界 (地面、空気) からレンズに入る輻射を差し引きして

$$\begin{aligned} W_3' &= \Omega + W_3 \doteq (1-h) \{ \sigma_K (273)^4 + (4\sigma_K) (273)^2 t_n \} \\ &+ h(4\sigma_K) (273)^2 \left\{ t_n - \left( \frac{t_a + t_E}{2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$h = \sigma_a / \sigma_K$ ,  $\sigma_K$ : レンズ放射係数,  $\sigma_a$ : 外界の放射係数,  $h \doteq 0.7$

ここで地面温度  $t_E \doteq t_n$  (レンズ温度) ならば、

$$\left\{ t_n - \left( \frac{t_a + t_E}{2} \right) \right\} \doteq \frac{(t_n - t_a)}{2} \quad \text{となるから}$$

$$\bullet W_3' = \Omega + W_3 \doteq (0.0020 + 0.00003 t_n) + 0.00003 (t_n - t_a) \quad (c)$$

**d) 総合熱伝達能  $W_0$**  式 (a), (b), (c) の合計を  $W$  と置けば

$$\begin{aligned} W &\doteq 0.0001 [1.3 + \sqrt{u}l + 0.3] (t_n - t_a) + (0.0020 + 0.00003 t_n) \\ &= \Gamma (t_n - t_a) + \Omega \end{aligned}$$

ただし  $\Omega$  はレンズ面  $1\text{ cm}^2$  から遮蔽物がない場合に毎秒輻射される熱量であるから、半開口角  $\phi$  のフードを用いたとき

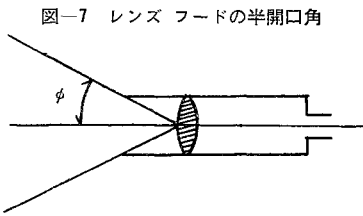


図-7 レンズフードの半開口角

用いたとき 図-7 の値  $\Omega'$  は

$$\Omega' = \Omega \int_0^\phi 2 \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = \Omega \sin^2 \phi$$

$\Omega$  は、雲があると上空へ逃げる熱がさえぎられるため、雲量  $w$  にも左右される。

そこで実際の輻射能  $\Omega_0$  は略的に、つぎのような形になる。

$$\Omega_0 \approx \Omega \left( \frac{10-w}{10} \right) \sin^2 \phi \dots\dots\dots (d)$$

つぎに  $W$  の第1項の熱伝達率  $\Gamma$  を支配する風速  $u$  も、フードの使用でレンズ面に対する実効値が大幅に減る。もちろん、望遠鏡に対する風向で減少率を異にするが、実験から判断して実効風速  $u_0$  をつぎのようにおく。

$$\sqrt{u_0} = \sqrt{u} \cdot \sin^2 \phi \dots\dots\dots (e)$$

$\Gamma$  の副次的な内容をなす自然対流項も輻射項同様  $\sin^2 \phi$  にしたがって減ると仮定すれば、総合熱伝達能  $W_0$  の略的な実用式は

$$W_0 \approx 0.0001(1.5 + \sqrt{ul})(t_n - t_a) \sin^2 \phi + (0.002 + 0.00003 t_n) \left( \frac{10-w}{10} \right) \sin^2 \phi \quad l=3\sim 4\text{ cm}$$

であるから、 $\sqrt{ul} \approx 0.6\sqrt{u} \approx 4j$  ( $j$ : 風力階級) を用い、第2項は副次項であるから  $t_n$  の代りに  $t_a$  を入れればさらに簡易化される。

すなわち

$$W_0 \approx 0.0001(2+4j)(t_n - t_a) \sin^2 \phi + (0.002 + 0.00003 t_a) \left( \frac{10-w}{10} \right) \sin^2 \phi \approx \Gamma_0(t_n + t_a) + \Omega_0 \dots (13)$$

(3)  $(t_T - t_c)$  と  $(t_T - t_a)$  の関係式

レンズ面の熱変形量は中心に対する周縁の差温  $(t_T - t_c)$  に支配され、レンズ面から外界への熱移動は、式(13)からも明らかなように、鏡筒の温度と気温の差  $(t_T - t_a)$  に比例する。実際に  $(t_T - t_c)$  を定め、しかも測定可能な量は  $(t_T - t_a)$  であるから、鏡筒温度

図-8 アクロマート対物レンズ

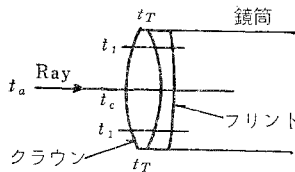
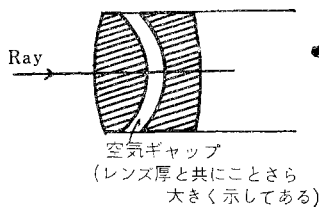
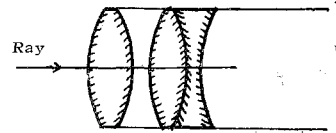


図-9 空気間けき式アクロマートレンズ



と気温の差  $(t_T - t_a)$  から  $(t_T - t_c)$  を決定し、これより変形後の  $f$  を推算する式を導かねば実用できない。

図-10 新型内焦式固定対物レンズ



この関係式のもっとも簡単な形は前述の式(7)であるが、これはレンズ面から大気を透過して失なわれる輻射を無視しているため、実験でこれを補えば次式が得られる。もちろん 図-8 のようなバルサム合わせアクロマート対物レンズに関するものであるが、実験結果によって判断すれば、図-9 に示す空気間けき式アクロマート、図-10 の新型内焦式第1レンズ(固定対物)についても、係数  $k$  を適当にとることによって次式を適用することができる。

$$(t_T - t_c) \approx \left( \frac{R_0^2}{kb\lambda} \right) \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \dots\dots\dots (14)$$

$R_0$ : レンズ半径  $b$ : レンズ縁厚  $k$ : レンズの種類で決まる定数  $\lambda$ : ガラスの熱伝導率  $= 0.0020 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$

$$\Omega_0 \approx 0.0001(2+4j) \sin^2 \phi \quad \left. \begin{matrix} \Gamma_0 \approx 0.0001(2+4j) \sin^2 \phi \\ \Omega_0 \approx (0.0020 + 0.00003 t_a) \left( \frac{10-w}{10} \right) \sin^2 \phi \end{matrix} \right\} \text{式(13)の値}$$

$j$ : 風力階級  $w$ : 雲量 (全天を 10 とし雲の量を示す)

$\phi$ : フードの半開口角

$t_T$ : 鏡筒温度,  $t_a$ : 気温,  $t_c$ : レンズ中心温度

第1レンズが  $0.03 \text{ cm}$  以上の空気間けきを有するときは、これが奥のレンズから最外側レンズへ向う熱流をさまたげるため、奥のレンズの中心は周縁温度  $t_T$  に近くなる。そこで実用的に奥のレンズの変形を無視し、最外部の凸レンズについて式(14)が成立すると考えてもよい。この場合の  $b$  は、最外側凸レンズの平均厚となる。

6. 直射日光に起因する外焦式の焦点距離、夾長の変動

(1)  $(t_T - t_a)$  による焦点距離の変動

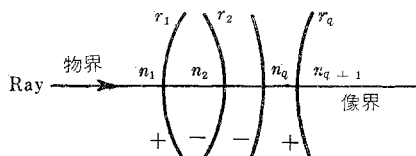
レンズ面がだ円変形を起こした場合の任意半積輪における曲率半径  $M_n$  は、式(12)に示したとおりであるが、式(12)の  $\delta_0$  に式(9)の  $\delta_0 = \frac{b}{2} \alpha (t_T - t_c)$  を代入し、さらに式(14)を適用すれば、

第  $n$  半積輪曲率半径

$$M_n = r_p \left[ 1 + \left( \frac{6 r_p \alpha}{k \lambda} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^n \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \right] \dots\dots (15)$$

$r_p$ : 原球面半径  $\alpha$ : ガラスの線膨張係数

図-11 一般レンズ系





一方、レンズの各球面半径  $r_p$  と各面間屈折率  $n_p$  が与えられたとき、レンズ厚さを無視した焦点距離  $f$  は次式で計算される<sup>9)</sup> (図-11 参照)。

$$\frac{1}{f} \doteq \sum_{p=1}^{p-1} \left( \frac{n_{p+1} - n_p}{r_p} \right) \dots \dots \dots (16)$$

ただし  $r_p$  は光に凸を+とする。

た円変形後の焦点距離は、最外側レンズの  $r_p$  の代りに式 (15) の  $M_n$  を使用し、式 (16) がどう変わるかを見れば得られる。

$$\left( \frac{n_{p+1} - n_p}{M_{n_p}} \right) \doteq \left( \frac{n_{p+1} - n_p}{r_p} \right) - \left( \frac{6\alpha}{k\lambda} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^n$$

$$\{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} (n_{p+1} - n_p)$$

$$\Delta d_n \doteq \left( \frac{6\alpha}{k\lambda} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^n \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \dots \dots \dots (17)$$

と置けば

$$\left( \frac{n_{p+1} - n_p}{M_{n_p}} \right) \doteq \left( \frac{n_{p+1} - n_p}{r_p} \right) - \Delta d_n (n_{p+1} - n_p) \dots (18)$$

ゆえに、外気と接するレンズがだ円変形を起こしたレンズ系の、第  $n$  半積輪における焦点距離  $f_n$  は式 (16)、(18) より

$$f_n \doteq f \left[ 1 + \left( \frac{6f\alpha}{k\lambda} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^n \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \cdot \sum_{p=1}^{p=i} [\pm (n_{p+1} - n_p)] \right] \dots \dots \dots (19)$$

$\Sigma$  内の  $\pm$  は、屈折面  $r_p$  の符号によって代数和することを示す。 $i$  は空気間げきより外方にある屈折面数。しかるに、現存する測量器械用対物レンズはすべて

$$\sum_{p=1}^{p=i} [\pm (n_{p+1} - n_p)] \doteq 1$$

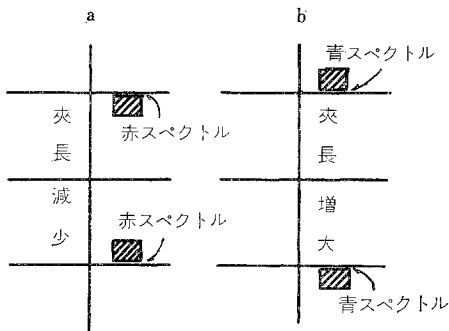
$$\therefore f_n \doteq f \left[ 1 + \left( \frac{6f\alpha}{k\lambda} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^n \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \right] \dots (20)$$

$$k \doteq 15$$

(2)  $(t_T - t_a)$  による外焦式の夾長変動

図-12 のように黒白界線にヘヤを合わす際、一般に黒部とヘヤの間に若干のゆとりが存在する状態で合致と判定される。もちろん 図-12 は説明の便宜上すきまを

図-12 標尺の黒部とヘヤの合致



明示したわけで、実際は薄く出る2次スペクトルもヘヤによって消され、黒部とヘヤ間が完全に暗く、したがって合致と判断されるにもかかわらず、黒部とヘヤの間にゆとりが存在するのである。これはすきまを認める能力

に限りがあるのと、細いスペクトルは青でも赤でも淡青色ないし灰色に見え、さらに細くなれば黒く見えるという眼の特性によるもので、この原則が NTSC 式カラーテレビに利用されたことは周知のとおりである。

このために、図-12 の a では夾長が小さく、b では同じ夾長が大きく観測され、これは自読標尺を用いるスタジアの精度が悪い原因の一つに数えられるべきものである。この際に色は本質的なものでなく、2次スペクトルの量が問題であり、2次スペクトルの少ない高級対物レンズでは、この誤差は半減する。ところが、対物レンズを絞れば、図-12 の a, b につき夾長が一致する“絞りの大きさ”があり、さらに絞れば、夾長の大小が逆になる現象が起こる。この間の事情を式に表わせば<sup>10)</sup>,

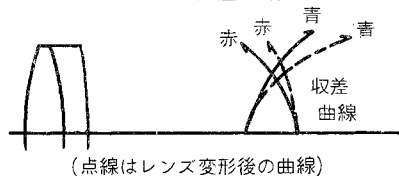
$$\bar{\psi} = \psi'' - \left( \frac{150}{\kappa \sqrt{MBb}} + \frac{100\tau}{f} \right)'' \dots \dots \dots (21)$$

$B$ : 絞り直径 (mm),  $M$ : 光学倍率,  $b$ : 目盛黒部のヘアにそう長さ (mm),  $\tau$ : ヘア直径 (ミクロン),  $f$ : 対物レンズ焦点距離,  $\psi''$ : 収差錯乱円半径または回折円半径のうち大きいものが対物レンズ中心に張る角 (秒),  $\kappa$ : 対物レンズの種類による係数, アクロマート 0.5, アポクロマート 1.0.

式 (21) 右辺第2項は、目盛りとヘヤの間にゆとりがある状態で合致と判定される量を示すが、一方第1項は収差または回折によって映像の目盛り位置が白から黒に向ってずれる量を示し、これが第2項の黒から白へヘヤをずらす作用とつりあえば、合致誤差  $\bar{\psi}$  は微小となるわけで、そのような  $B$  が実存する<sup>11)</sup>。  $\psi''$  が回折で決まるときは  $\psi'' = (120/B)^*$  であり、回折による錯乱円よりも収差による錯乱円が大きい場合は、式 (21) 第1項の  $\psi''$  が大きくなるため、目盛りがそれだけ白部から黒部へ多くかたよることになる。すなわち  $(t_T - t_a)$  によってレンズ周縁の  $f$  が大きくなれば青の色収差錯乱円が増大するため、図-12 b において白から黒へ目盛りが移動し、上下の各目盛りがおのおの外輪方向へずれて見えるために、ヘヤと黒部のすきまが確認されるに至る。よって視準標の上下間隔を縮め合致をやり直せば夾長は減少する (自読式でそのまま読んでも夾長は減少する)。

他方、赤の色収差は、図-13 のように  $(t_T - t_a)$  によってかえって小さくなる場合もありうるが、収差錯乱円が小さくなくても回折錯乱円は変化しないから 図-12 a は  $(t_T - t_a)$  の影響をまぬがれ、ほとんど変化しない。収差の補正状態により赤の方の  $f$  が大きい場合にも、a, b

図-13 収差曲線



(点線はレンズ変形後の曲線)

\* Dawes の値で、物理的な値  $(140/B)^*$  より小さい。

のスペクトルが入れかわるだけで、やはり同様な結果となるべきである\*。青（一般に  $f$  の長い色光）の色収差錯乱円半径につき、 $(t_T - t_a)$  による増加量を  $d\sigma$  とし、 $(t_T - t_a)$  による  $f$  の増加を  $df$  とすれば、つぎの関係が成立する。

$$d\sigma \doteq df \cdot B(1/\sqrt{2})^n / (4f) \quad \text{.....(22)}$$

(第  $n$  半積輪まで絞った場合)

式 (20) より

$$df \doteq (6 \cdot f^2 \alpha / k \lambda) (1/2)^n \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \quad \text{.....(23)}$$

ゆえに  $d\sigma$  が対物レンズ中心に張る角  $\epsilon_0$  (rad.) は

$$\epsilon_0 = \frac{d\sigma}{f} \doteq \left\{ \frac{1.5 B \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n \alpha}{k \lambda} \right\} \left( \frac{1}{2} \right)^n \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \quad \text{.....(24)}$$

図-1 B (ギャップ式標板) の場合はこの  $\epsilon_0$  だけ、図-12 b の場合は  $2\epsilon_0$  まで、夾長の物界視角 (1/100) rad. に対し目盛り位置が外輪方向へ移動するから、夾長はその比例で減少する。よって、直射時の観測夾長  $l_t$  は正夾長  $l$  に対しつぎの値をとる。

$$l_t = l [1 - X \cdot \epsilon_0 / (1/100)] = l [1 - X \cdot 100 \epsilon_0]$$

すなわち

$$l_t = l \left[ 1 - X \left\{ \frac{150 B \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n \alpha}{k \lambda} \right\} \left( \frac{1}{2} \right)^n \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \right] \quad \text{.....(25)}$$

$X$ : 視準標により異なる係数 1~2

純粋の  $f$  増大による減少夾長  $l_t'$  は、第  $n$  半積輪まで絞った場合、レンズ全面の  $f$  が第  $(n+1)$  半積輪の  $f$  に等しいと仮定して (このとき第  $(n+1)$  半積輪の内側から眼に入る光量が等しいので、眼の平均判断性からこのような仮定を置く。ただし半積輪は有効口径の内部について考える)。式 (20) より

$$l_t' = l \left[ 1 - X \left( \frac{3f\alpha}{k\lambda} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^n \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \right] \quad \text{.....(26)}$$

式 (25)、(26) から、だ円変形を生じたレンズによる観測夾長  $l_t$  は、

$$l_t = l \left[ 1 - X \left\{ 150 B \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n + 3f \right\} \left( \frac{\alpha}{k\lambda} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^n \cdot \{ \Gamma_0(t_T - t_a) + \Omega_0 \} \right] \quad \text{.....(27)}$$

これより、純粋の  $f$  増大による効果は、収差錯乱円増大効果の 1/4 にしかあたらないことがわかる。したがって、収差効果が眼によって程度を異にする事実から、 $l_t$  が相当な個人差を示すことが予見され、かりに  $l_t$  の厳密な補正式を求めても眼に個性がある以上正確を期しがたいと判断される。したがって実用的に  $\Gamma_0 \rightarrow 0$ 、 $\Omega_0 \rightarrow 0$  ならしめるフードと  $B$  を小さくする絞りをを用い、 $l_t = l$  の条件を確保すべきである。

### 7. 直射日光以外の温度の影響による外焦式の夾長変動

\* きわめて細いスペクトルにおいて、色彩はなんら本質的な差異を示さないことは前述した。

直射日光以外の温度の影響はいずれも小さく、つぎにかかげるようである。

#### (1) レンズ全体温度 $t_c$ の変化による焦点距離の変動

レンズ内に不均等な温度分布がなくて、全体として温度が上下しても、レンズの厚みが各輪帯で異なるために屈折面は球面でなくなる。この場合に変形面が球面をはずれる量は、レンズ各輪帯の厚みの差から簡単に求めることができ、変化焦点距離を  $f_{t1}$  とすれば、

$$f_{t1} \doteq f \{ 1 - (\alpha/2)(t_c - t_g) \} \quad t_c \doteq t_a \quad \text{.....(28)}$$

$\alpha$ : ガラスの線膨張係数  $t_g$ : レンズ研磨時の温度

#### (2) 屈折率の温度変化による誤差

温度上昇とともに屈折率は増加するが、クラウンの変化は小さいから、フリントについてののみ考慮すればよい。フリント凹レンズの屈折率が増加したときの焦点距離を  $f_{t2}$  とすれば、

$$f_{t2} \doteq f \left\{ 1 + dn \left( \frac{f}{r} \right) (t_c - t_g) \right\} \quad \begin{matrix} \text{直射日光下では} \\ t_a \leq t_c \leq t_T \end{matrix} \quad \text{.....(29)}$$

$r$ : フリント凹レンズの凹球面半径  $f/r \doteq 3$

$dn$ : フリント屈折率の温度  $1^\circ\text{C}$  上昇に対する増加 0.000 01

夏冬における  $f_{t2}$  の最大較差は 1/1000 を越えるから、年週誤差を論じるときには考慮しなければならない。

#### (3) ダイア フラムまたはレチクル (刻線ガラス板) ないし標尺の温度変化による誤差

ダイア フラムまたはレチクルが温度膨張すれば夾長は長く観測され、標尺が温度膨張すれば夾長は短く観測される。ダイア フラムまたはレチクルの線膨張係数を  $\alpha_D$ 、標尺のそれを  $\alpha_S$  とすれば、変化夾長  $l_{t3}$  は

$$l_{t3} \doteq l [1 + \alpha_D(t_T - t_a) - \alpha_S(t_a - t_g)] = l [1 + \alpha_D(t_T - t_a) + (\alpha_D - \alpha_S)(t_a - t_g)] \quad \text{.....(30)}$$

$l$  の変化は  $f$  の変化と符号が逆になるから、式 (28) と式 (30) は加算され、これが式 (29) と消し合うことになる。

### 8. 内焦式のスタジア公式および夾長の温度による変化

式 (27) による主要な夾長変化は、第 1 レンズの  $f$  が中心不変で周縁において延び、像の収差錯乱円が増大した結果であるから、内焦式について、内焦レンズの移動合焦ですべて補正されるとみなすことはできない。この間の事情を明らかにするために、簡単な内焦式のスタジア公式を示そう。

視準線水平の場合の外焦式のスタジア公式

$$D = KI + C$$

に対応する内焦式の公式は、第 1 レンズの前側焦点を距離の原点に選び、光路解析の結果、次式の形をとる。

$$D = \left( \frac{f_1}{f_2} \right) \left( \frac{f_2 + A_0 - d_\infty}{i_0} \right) l - \frac{N f_1^3}{f_2 i_0 K_0'} + (f_1 + C) \quad (31)$$

(乗定数  $K=100$ ) (減数  $m_0$ ) (加定数  $C$ )

- $D > 20$  m ならば  $K_0' = 100$
- $C$ : 第1レンズと機械中心間距離
  - $f_1$ : 第1レンズ(固定対物)の焦点距離
  - $f_2$ : 第2レンズ(内焦レンズ)の焦点距離 } 絶対値
  - $A_0$ : 第1レンズとスタジア線の距離(定数)
  - $i_0$ : スタジア線間隔
  - $d_\infty$ : ピント $\infty$ における第1, 第2レンズ間隔
  - $N$ : 第1レンズ後側焦点(第2レンズなき場合の位置)と第2レンズの間隔を  $p$ , 第2レンズとスタジア線の距離を  $q$  とすれば,  $N \div 1 + (p/q)^2 \div 1.5$

減定数  $m_0$  の値は 15~20 cm であり, 加定数  $C$  と相殺するように  $m_0$  の値を選び, 公式を  $D = Kl$  の形に簡易化しうる。ただし  $D < 20$  m では  $m_0$  を完全な定数とみなせないから, 精密スタジアは  $D > 30$  m で実施すべきである。

さて,  $(t_T - t_a)$  によって式(31)の  $f_1$  が増加すれば, 乗定数が 100 よりも大きくなり夾長は減少する。すなわち第1レンズに関して, 外焦式とまったく同じ原因による夾長減少が起こりうるが, その量は外焦式のように大きくならない。 $f_1$  が増大すればピントが悪くなるので, 自然に内焦レンズを後退して修正し, 式(31)の  $d_\infty$  を大きく取る結果,  $f_1$  の増加は相殺され, 減少夾長はもとにもどる。常に最良の見えをうるように調整することを前提とすれば, 変化乗定数  $K_i$  は下式により, むしろ減少し変化夾長  $l_i$  が外焦式と反対に大きく観測される機会もある。

$$K_i \div K \left( 1 + \frac{\Delta x}{f_1} \right) \left( 1 - \frac{\Delta d}{f_2 + A_0 - d_\infty} \right), \quad (32)$$

$\Delta x$ :  $f_1$  の温度による増加

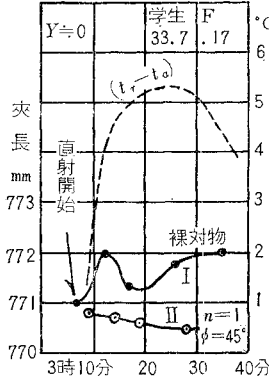
$\Delta d$ :  $\Delta x$  に応じる第2レンズの後退量 ( $d_\infty$  の増加量)

$$l_i \div l \left( 1 - \frac{\Delta x}{f_1} + \frac{\Delta d}{f_2 + A_0 - d_\infty} \right), \quad (33)$$

$\Delta d = N \cdot \Delta x \div 1.5 \Delta x$  .....

したがって, 内焦式における夾長の温度による変化は, 正負の変動が交互に現われ(図-14の曲線I), その変域は裸の対物レンズで夾長  $l$  の  $\pm 1/1000$  以内に止まる。もちろん絞りとフードを用い,  $f_1$  の変化を軽くすれば, 図-14のIは曲線IIのようになり, この変域も消滅するに至る。すなわち, 絞りとフードの効用は外焦式以上であり, 第1レンズの熱変形が一定限度以下ならば, 合焦の際自動的に補正される場合が多い。図-14はことさら短いフードによる実験結果を示したが, 特に裸対物の曲線Iに,  $f_1$  の増加でまず夾長が減少し, ついで内焦レンズの修正で夾長が増大するくり返しがはっきり現われている。しかし絞りとフードがないとき, 外焦式ならば夾長が減少すべきところ, 実験例では全体的に夾長が増加している。これは直射日光で第1レンズなくも  $\pm 0.1$  mm まで安定させるようなターゲットを選

図-14 内焦式実験の一例  
測機舎内焦式  $T_r$



の  $f_1$  が  $\Delta x$  増加すれば, ただちに逆符号の  $\Delta d$  だけ内焦レンズが修正され,  $\Delta x$  よりも  $\Delta d$  のほうが大きいため夾長が増大したのであって, いま少し  $\Delta x$  が大きくなり, 青端の収差が Rayleigh の限界を大きく越えれば, 収差の悪化を  $\Delta d$  で相殺することはできないから, 夾長の全体的な減少が見られることになる。

すなわち, 直射日光を受け始めてから 30 分くらいまでの間,  $(t_T - t_a) < 5^\circ C$  において内焦式に特有な波形の夾長変化が観測され,  $(t_T - t_a) > 5^\circ C$  となれば, 外焦式と同じ傾向の夾長の減少が始まるようである。しかし, 夾長の変化はいったん増加してから減少するため中央値からみてせいぜい  $1/1000$  であり, 加うるに外焦式に比し, はなはだしい個人差 ( $\Delta d$  による相殺度の差異による) があらわれるため, もはや一般式でこれを示すことはできない。しいて表わせば, 収差係数  $Y$ , 個人係数  $Z$  ( $\Delta d$  で決まる) を用い, 第  $n$  半積輪まで絞った場合の変化夾長  $l_i$  はつぎのように書ける。

$$l_i \div l \left[ 1 - \left\{ YB \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n - Z f_1 \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^n \right. \right. \\ \left. \left. \cdot [\Gamma_i (t_T - t_a) + \Omega_i] \right] \right] \quad (34)$$

- $f_1$ : 第1レンズの焦点距離
- その他の記号は, 式(27)およびその基礎式と同じ。
- $Y$ : レンズ系の個性,  $Z$ : 眼の個性による定数

ただし好都合なことに, フードと絞りを使えば,  $\Delta x$  そのものが減少するため  $\Delta d$  も減って, 夾長の温度による変化曲線は偶然誤差の範囲に埋没し, 個人差も問題にならなくなる。図-14の実験曲線IIのように,  $\phi = 45^\circ$  の短いフードでさえ非常に有効であり, もっと長いフードを使えば曲線IIの変動はさらに小さく, ほぼ一定の夾長が得られるはずである。しかしここに注意しなければならないのは, ピント $\infty$ における内焦レンズの位置で定義される  $d_\infty$  が, 式(31)の内焦式乗定数  $K$  にふくまれている点である。もし, この  $d_\infty$  に  $\pm \Delta d_i$  の個人差があれば, 個人ごとの乗定数  $K_i$  は標準の  $K$  に対し, つぎの範囲に分散する。

$$K_i \div K \left\{ 1 \mp \left( \frac{\Delta d_i}{f_2 + A_0 - m_{\text{max}} d_\infty} \right) \right\} \quad (35)$$

$\Delta d_i$  の変域を  $\pm 0.2$  mmにとれば,  $K_i$  は  $\mp 1/1000$  の変化を示すから, 内焦式の精密スタジアでは, まず個人乗定数を決定する必要がある, さらに個人の  $d_\infty$  を少

定しなければならぬ。これにはゆるやかな円弧を向き合わせて合致用ギャップをつくる Heckmann ターゲットがもっとも良好である。もちろん、少しでもピントがはずれると異常が感じられるような鮮鋭な映像が先決であり、レンズの熱変形を防ぐ絞りとフードが収差の増大を防ぎ、像の鮮鋭度を保つ役割りを果たすことを改めて認識する必要がある。

9. 照明の変動による夾長変化

4枚レンズの正像接眼レンズを有する測量望遠鏡の対物レンズは、接眼レンズ系の収差を消すために、色収差の過剰補正を行なうので、一般に青色光は赤色光よりも長い焦点距離を有する。ゆえに標尺の照明に青味が多く、眼がこの青味がかった光で夾長を読めば、あたかも対物レンズの焦点距離が伸びたと同じ結果になり、一定間隔のハヤに対して標尺の像が大きくなるから、夾長が小さく読まれ、加うるに青色の収差錯乱円が強調されるため、直射日光による同様な傾向の夾長変化を生じる(外焦式では夾長減少)。標尺の照明が赤味がれば逆に焦点距離が減少したと同様になり、直射日光による誤差と逆の傾向の夾長誤差を生じることはいうまでもない(外焦式では夾長増加)。もちろん、対物レンズの色収差が以上と反対の不足補正であれば、このような夾長の増減もまったく反対となるが、一般には、青味照明(晴天)ならば夾長減少、赤味照明(曇天または朝夕)ならば夾長増加をきたすと考えてよい。すなわち、直射日光による誤差を助長するように照明誤差が現われるわけで、晴天における外焦式正像望遠鏡の夾長\*が、温度誤差の計算値よりも大きいU字形の曲線を描くのはこのためである。

標尺面の照明光には、太陽による直射、直射された地面および物体の照り返し、雲の反射散乱光、青空光の4種があるが、通常の過剰補正対物で夾長減を生じるのは、青空光のみで、ほかは夾長を増加せしめる。

ハヤも接眼レンズを通して眼に写像されるため、照明光質の変動で線間隔が変化して見える。この現象もまた4枚レンズの正像接眼レンズにいちじるしく、一般に接眼レンズから眼に入る光束を発散光束に調節(-dp、すなわち近視的調節)\*\*すれば、青味照明で線間隔が減る結果になり、したがって夾長が小さく読み取られる。同じ調節でも赤味照明ならば、ハヤ間隔は増大して見え、夾長は大きく読み取られる。眼に入る光束を、もし収れん光束に調節(+dp、すなわち遠視的調節)すれば、4枚レンズの正像接眼レンズにつきハヤ間隔の増減は以上と逆になるから、近視または遠視の測量者はかならず眼鏡を用い、極端な+dp、-dp、調節をさけるべきである。±1 dp、以内ならばこの誤差はほとんど無視できる。

\* 同一距離に対する夾長を1日にわたり記録した場合。  
\*\* 健眼でも -0.4 dp、よりも負側に調節する測量者が多い。

対物レンズ、接眼レンズの総合照明誤差は、外焦式において、±1/1000 に達するから軽視できない。すなわち、適当なフィルターや絞りをいねばならない。原因が色収差にあるため絞りは有効である。しかし内焦式ならば、対物レンズに関する変化が焦準の際の内焦レンズの移動で相殺されるうえ、若干の逆符号の誤差を生じる場合が多く、-dp、調節のときは、これがさらに接眼レンズに関する照明誤差と消し合うことになるから、絞り(対物の照明誤差を軽減する)とフード(接眼の照明誤差を軽減する)\*\*\*を用いてあれば、ほとんど照明誤差を考慮する必要はない。

内焦レンズに関しては、内焦式の乗定数の分母に  $f_2$  がふくまれているため、照明による  $f_2$  の変化はほとんど無視してよい。

ただし、フード内面に直射日光があたるときは日がさでさえぎらねばならず、標尺のすぐ背後に大きい背景があればハヤがこれにピントされ、標尺とハヤの視差が大きくなるから、測点の選定にあたり注意しなければならない。

10. 気差による夾長変動<sup>2),13)</sup>

直射日光で地表が気温よりも高温になれば炎動を生じ、偶然誤差が増大するとともに光路の湾曲による系統誤差が現われる。この系統誤差は地表気層の密度逆転によるものであり、もし下スタジア ハヤの光路のみが逆転層に入れば、光路は一般の気差と逆に上に凹の湾曲をなし、夾長が減少する。しかし炎動圏が上昇して上スタジア ハヤの光路まで逆転層中に入れば、下スタジア ハヤの光路は湾曲せず(地表近くは等密度に近くなる)、上スタジア ハヤの光路のみが上に凹に湾曲するため夾長は逆に増加する。その中間にちょうど夾長が変化しない状態があるわけで、このとき炎動圏高と器高がだいたい一致する経験から次式が得られた。

$$l_a = l \left[ 1 - \frac{0.0003(t_E - t_a) \sqrt{\{(10 - w)/10\} \sin H_0}}{T + j + 2} \cdot a \cdot f(I, \eta) \right] \dots \dots \dots (36)$$

$f(I, \eta)$  は、器高  $I > 1.2$  m および標尺目盛面の変動圏上端高  $\eta > 0.8$  m の関数であって、いまだ研究中のものであるが、とりあえず簡易な式をあげれば、つぎようになる。

- $\eta < I$  にて、  $f(I, \eta) = 10 \{1 - (\eta/I)\}$
- $\eta > I$  にて、  $f(I, \eta) = -2 \sqrt{(\eta/I) - 1}$
- $\eta = 0$  にて、  $f(I, \eta) = \pm 0$  (±は若干の誤差が残ることを示す)

- a : 地面の種類による係数 1~1.5
- l : 正夾長、 $l_a$  : 減少または増加夾長
- T : 12~3時は  $T=0$ 、午前は12時との時差、  
午後3時との時差(時単位)を用いる。
- j : 風力階級、w : 雲量
- $H_0$  : 正午の太陽高度角

\*\*\* 効果はだいたい  $\sqrt{\sin \phi}$  に比例する。

$t_E$ : 地面温度 (球部に直射日光を受けないようにした温度計を直接地面に横たえて測る)

$t_a$ : 気温 (現地の日蔭に地面から 1.5 m はなして吊した温度計で読む)

雲量の項は晴天における  $t_a$  が反射熱で高めに測られることと関連があると思われ, 正確な気温が測定されれば除外されるかもしれない。

無風  $j=0$  のとき式 (36) はやや成立しにくく,  $j>1$  ならかなり実際と合う。

以上より, 高い精度を必要とする観測は, 全曇天 (直射日光がなく, レンズ系の温度による誤差も生じないからもっともよい), あるいは晴天ならば午前 10 時までと午後 5 時以降に行なえば, 夾長の気差をまぬがれることができる。普通の気差が夾長気差の顕著な 12~3 時に極小となることはよく知られている。横標標尺を採用することがもっとも望まれるが, 日本およびアメリカでは普及していない。

### 11. 個人誤差の処理と定数決定の方式について

内焦式では, 上述のように, 内焦レンズの合焦位置が人によって相違\*することに依り, 乗定数  $K$  が個人差を示すから, 精密方式の前提として個人ごとの  $K$  および  $C_0=C-m_0$  を決定する必要がある。外焦式でも照明に対する感覚や接眼レンズの dp. 調節の差異により, あるいはターゲットとヘヤの合致判断の個性により, 各人の  $K$  は少しずつ異なるから  $K$  および  $C$  の決定が望ましい。もちろん内焦式においても, これらは  $K$  の系統誤差の原因となっている。スタジア定数の決定は, 線間隔自身が最低精度 1/250 (JIS) を割らない条件, すなわち中等精度 1/500~1/750 で刻まれているため, 各個のトランシットの  $K$  がかなりの偏差を示す現状からもぜひ必要なことである。しかし, 長時間にわたり多数の夾長をとって最小乗法を適用する従来の方式は, 温度, 照明, 気差の 3 原因が資料の均一性を大きく乱してしまうため好ましくない。むしろ 50 m と 100 m のような 2 つの既知距離について手早く夾長をとり (同一条件で 2~4 回ずつ夾長をとるとよい, 内焦式の  $E_1$  は少なくとも 30 m 以上にとること)。

$$\text{式} \begin{cases} E_1=K_0l_1+C_0=50 \text{ m} \\ E_2=K_0l_2+C_0=100 \text{ m} \end{cases}$$

を解いて,  $K_0, C_0$  を決定する作業を, 各種の天候および条件について行なっておき, 測量にあたって, もっとも妥当な定数値を選んで用いるのがよい。このようにすれば, 合焦個人誤差を始めとする各種の系統誤差が自然に補正されるため, 直射日光と照明による誤差に対して

\* この偶然誤差成分を小さくする 視準標を選定することが大切であるが, フードと絞りで視差や取差を小ならしめ, かつ, その量の変動を防ぐことは, より重要なことである。

適当なフードと絞りを常用すれば, 内焦式のターゲットスタジアで 1/2 000~1/3 000 の単観測中等精度を確保することは決して困難ではない。

最近の内焦式は  $C_0=C-m_0=0$  の器械が多いから, 各距離ごとの乗定数を  $K_i=E_i/l_i$  で計算し, もし距離ごとの  $K$  が異なれば, 同一条件下のすべての  $K$  がその遠距離における平均値  $K_0$  に近づくように漸近的に試算を行ない, 改めて加定数  $C_0$  の値を確定すれば簡単である。もちろん, レンズ系のデータから  $C_0$  が既知な場合は下記の外焦式に準じ計算してよく, 50 m と 100 m の連立式から得た  $C_0$  を遠距離における  $K$  の第 1 次計算に用いてもよい。新しい条件を入れた最小乗法解については稿を改めて述べるが, 実用的には以上の各方式で十分満足すべき定数を得ることができる。

外焦式ならば, まず望遠鏡を十分遠方の目標に焦準し, そのときの対物レンズの光心とスタジアヘヤ間の距離を測って  $f$  を求め, つぎに 60~100 m ぐらいの日標を視準してそのときの対物レンズと器械中心との距離  $C'$  を求めると, 加定数  $C=f+C'$  が決定される。つぎに普通の測量に現われる各距離  $E_i$  (20~300 m) に標尺をたて順次に夾長  $l_i$  を求めて,  $K_i=(E_i-C)/l_i$  で  $K_i$  の値を計算し, それらの各条件ごとの平均値として, 任意条件における乗定数  $K_0$  を求めればよい<sup>14)</sup>。

### 12. 実測上の成果

詳細は省略するが, 以上に述べた各項目に準拠した実測で, はば期待どおりの成果が得られた。特に最大誤差が 1/1 000 を超過することなく, 従来の信頼度が大いに改善された。

#### 参考文献

- 1) König (東条四郎訳): 測遠鏡と測距儀 (1937) pp. 195~197
- 2) 芦田静馬: レンズの設計と測定 (1940) p. 171  
König (東条四郎訳): 望遠鏡と測距儀 (1937) p. 58
- 3) 岡野兼夫: 測量に關係する肉眼の諸性能 (その 1, その 2) 神戸大学建設工学研究所報告第 2 号 (1961) pp. 28~29, 第 3 号 (1962) pp. 208~210
- 4) Perrin, H: The Principles of Optics (1932) p. 133
- 5) König (東条四郎訳): 望遠鏡と測距儀 (1937) p. 91
- 6) 同上 p. 163
- 7) 岡野兼夫: 測量に關係する肉眼の諸性能 (その 2), 神戸大学建設工学研究所報告第 3 号 (1962) pp. 201~207
- 8) 木辺成麿: 反射望遠鏡の作り方 (1950) p. 209
- 9) 岡野兼夫: スタジア測量の厳密公式について (日本測量協会機関誌) 測量, 1951. 5~6
- 10) 岡野兼夫: 測量に關係する肉眼の諸性能 (その 1, その 2), 神戸大学建設工学研究所報告 第 2 号 pp. 25~30 (1961), 第 3 号 pp. 207~210 (1962)
- 11) 岡野兼夫: 測量の盲点, 神戸大学建設工学研究所報告第 1 号 (1960) pp. 10~13
- 12) 岡野兼夫: 同上 pp. 4~7
- 13) Bosshardt: Optische Distanzmessung (1930) pp. 70~73
- 14) 米谷・山田: 新版測量学 (一般編) pp. 259~261

(原稿受付: 1961.8.25)

SOME PROBLEMS CONCERNING PRECISE STADIA

By Dr. Eng., Eiji Kometani, C.E. Member and Kaneo Okano, C.E. Member

Though the combined accuracy of the target rod stadia survey is as high as 1/3 000, it is considered as to be unreliable because the accuracy of single observation sometimes goes down below 1/500.

In order to realize the target stadia survey of 1/2 500 accuracy expressed in terms of mean errors of single observation with an ordinary internal focussing type transit, the authors have found the following two important causes after investigating errors which were not yet clarified :

1) When telescope tube of transit becomes warmer than air under the sun-shine, large systematic error appears in rod intercept. This is mainly due to thermal deformation of the

objective.

2) When illuminating condition varies as fine or cloudy, changes in stadia constants are brought about due to the chromatic aberration of lens system and capability of eyes.

To reduce the errors due to the above two causes and to keep sufficient accuracy, the authors propose the installation of hood and iris on the telescope which can make errors smaller scientifically. Then, taking the errors due to the atmospheric condition and the above two causes into consideration, the stadia constants are determined and after that the required accuracy can be sufficiently secured.

(Received by the Society Aug. 25, 1961)

土木学会論文集編集委員

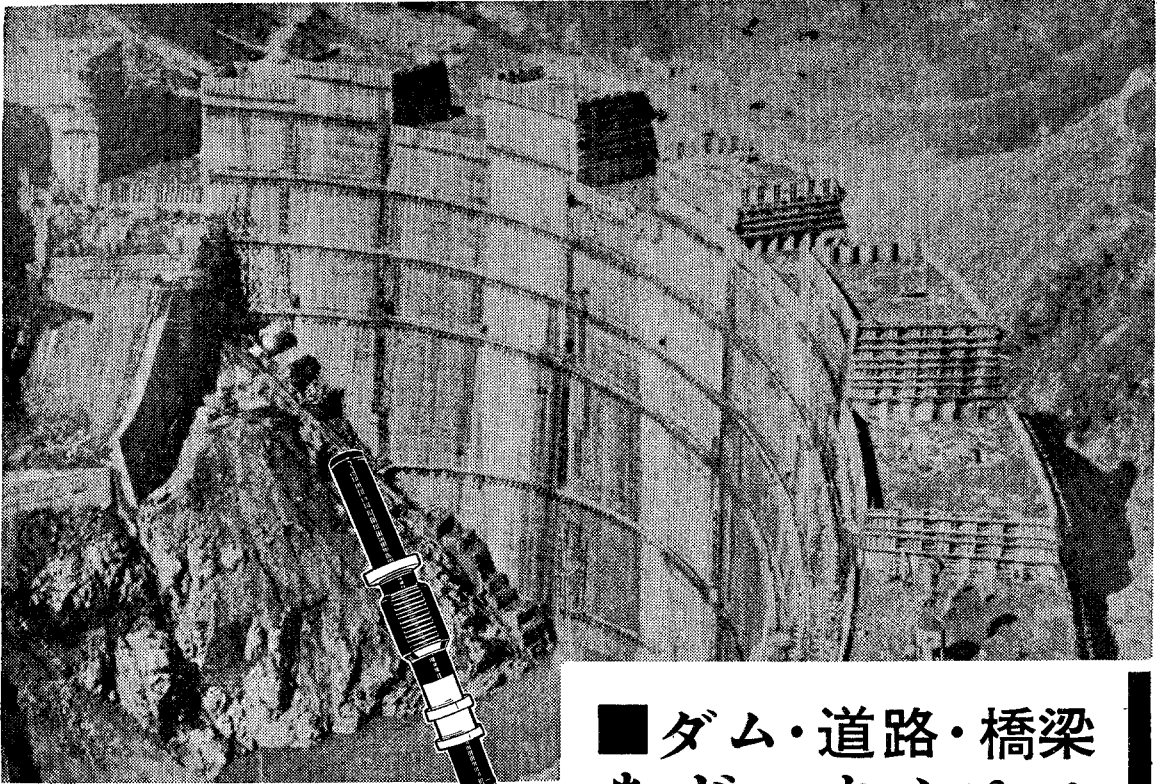
委員長	丸安隆和	副委員長	山川尚典	委員	立松俊彦	委員	松尾新一郎
委員	安芸周利	委員	倉田西茂	委員	天野治光	委員	村田二郎
委員	淺川美隆	委員	小池力	委員	土屋昭彦	委員	室町忠彦
委員	飯田隆一	委員	後藤圭司	委員	西尾元充	委員	八木田功
委員	石橋金一郎	委員	佐藤正雄	委員	西片守道	委員	山根寬治
委員	内田一誠	委員	佐藤昭二	委員	林正祐	委員	内木稔
委員	岡内功一	委員	佐藤吉彦	委員	久武啓一郎	委員	山本威夫
委員	川島賢夫	委員	佐藤宏信	委員	堀井清司	幹事	吉田威夫
委員	北川秀夫	委員	高瀬信忠	委員	堀田重臣		

昭和37年10月15日印刷  
昭和37年10月20日発行

土木学会論文集 第86号 定価 150円(〒20円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土木学会 末森 猛雄  
印刷者 東京都港区赤坂溜池5 株式会社 技報堂 大沼 正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828 番  
東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話(351)代表 5138 番



新製品 三軸変位計



(旧社名 共和無線研究所)

**株式会社 共和電業**

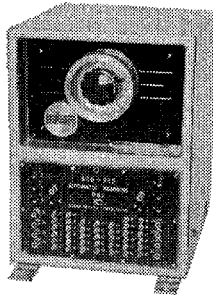
本社 東京都港区芝西久保明舟町19  
 電話 東京(501)代表 2444番  
 営業所 大阪・名古屋・福岡  
 出張所 札幌

■誌名ご記入の上、カタログ御請求下さい！

営業品目

- ストレイン・ゲージ / 歪測定器
- ストレインゲージ型水圧計・波圧計・加速度計・荷重計とその指示器および記録器
- 応力解析用自動計測装置 (土木関係測定器)
- カールソン型計器
- 岩盤測定用計器
- 土圧測定用計器
- 自動計測用計器
- 自動操作盤
- カールソン型計器用自動平衡多点記録装置
- 動的諸現象の記録装置

新製品 ASB-35F自動切換ボックス



# ■ダム・道路・橋梁 など、あらゆる 応力測定器の 総合メーカー

■土木計測の各種カールソン型計器をつくってきた《共和電業》では、新分野計測のために、スベリ変位計、三軸変位計、剪断変位計、岩盤圧縮変位計など、新製品を数種発売いたしました

■そのごさらに、土木計測の《自動化》を研究し、計測の完全自動化によるスピードアップと無人長期計測を実現！ 応力測定の実業メーカーとして強い信頼をうけております

■共和電業では、土木構造物とくにコンクリート構造物の応力測定に関する、プランニングからデータ整理までの一貫した作業を《土木計測の技術コンサルタント》として広く土木産業界に奉仕しております。

長い線でも  
 同じ細さに

かき始めも 先端がくずれない  
 途中でかき減りが少ない

6H→6B14硬度 1ダース ¥600



**三菱鉛筆** 

**ウイザワ  
 ポンプ  
 ブロー**



**製 作 品 目**

渦 卷 ポ ン プ  
 暖 房 用 ポ ン プ  
 真 空 ポ ン プ  
 ル ー ツ ブ ロ ワ  
 空 気 力 輸 送 機

**株 式 會 社  
 宇 野 澤 組 鐵 工 所**

本社及び渋谷工場 東京都渋谷区山下町62  
 電話東京(441)2211(代)  
 玉川工場 東京都大田区矢口町945  
 電話東京(738)4191(代)  
 大阪出張所 大阪府北区曽根崎新地3の12(不動ビル内)  
 電話大阪(361)0684