

水門下流部における洗掘限界に関する研究

土 屋 義 人*

1. 緒 論

従来せき、水門、あるいは床固めなどの下流部に設けられる水たたきの長さの決定に対しては、その複雑な水理現象のために解析的な研究はほとんど望めないで、既設構造物について調査検討した結果にもとづいて設計施工するのが普通のものである。いま Leliavsky¹⁾ にしたがって、その方法を大別すればつぎの2つがある。その第1は、Bligh²⁾の方法であって、既設構造物の建設後およびその補強後の洗掘状況を比較検討して一般的な関係を求めようとするものである。これは1912年頃インドのかんがい用水路における種々の水たたきについての実測結果にもとづいて提案されたものようであり、水たたきの長さを流量および落差との関係によってあらわし、さらに河床砂礫の大きさに関係する係数を導入している。その水理学的な検討においては、時代的にいって多くの問題点があるのはむしろ当然といわねばならないであろう。しかしながら、現在においてもなお、たとえば農業土木関係の実際面において用いられているようであり、このことはこうした水理現象に対する考察が、その現象がきわめて複雑であることからあまり進められなかったといつてよいであろう。第2は既設の構造物や模型実験における水たたきの下流側に発生する局所洗掘の実測結果との関連にもとづくものであって、Khosla³⁾にはじまり Leliavsky¹⁾らによって研究されてきた方法である。たとえばKhosla³⁾によれば、せきなどの下流側の矢板工の根入りや保護工の巾および厚さなどがその局所洗掘の深さに支配されるものと考え、エジプトのかんがい用水路における実測資料にもとづいて考察を進め、そうした設計の基準となる洗掘深さを流量との関係によってあらわした。

以上はもっぱら実測結果にもとづくものであったが、1935年 Iowa 大学における模型実験によって導かれた関係は、上記 Bligh の結果に対応するものであって、阻柱のないときとあるときの水たたきの長さやその下流における捨石保護工などの長さを決定する公式があたえられている。これは水たたきなどの長さが流量および落差のほか下流水深によって規定されることを示しているが、Bligh と相違して河床砂礫の影響は考慮していない。その他、局所洗掘と関連して研究したものとして Veronese⁴⁾ および Ahmad⁵⁾らの研究をあげることがで

きる。このような洗掘機構については、最近局所洗掘の基礎的な現象と考えられる自由噴流による洗掘に関する研究が活発に進められているようであるが、ここでは直接関係がないので省略したい。

また最近 南博士⁶⁾は取水ダム下流の水たたきの長さに関して考察し上述の Bligh の結果を批判して、自由噴流に関する結果にもとづく興味深い考察を行なっているが、水たたきの長さを決定するにあたり、直接限界掃流力に関する研究を適用していることから、なお問題点があるようであり、また一般的な公式は導かれていない。

最近道路の整備や建設にもなつて、数多くのカルバートその他の排水溝が設けられるが、その機能を十二分に発揮させるためには、その下流側に発生する局所洗掘を防止軽減し、その維持に万全を期さなければならない。この目的のためには、カルバートなどの下流部における洗掘の機構を水理学的に究明して、たとえば前述の諸研究と同様な方法によって、できる限り効果的にその洗掘軽減をはかる必要があるが、また一方、局所洗掘を完全に防止するというのも考えられる。

この研究は後者の考えにもとづいて、水門やカルバートなどの下流部に設けられる水たたきの長さを、その下流側の水路床が絶対に洗掘されないという条件によって決めるに必要な水理学上の基礎資料を得ようとするものである。その水理学的な取り扱いにおいては、まず水門やカルバートなどの下流の流れが潜り流出である場合を一つの噴流と考え、そのようないわゆる wall jet* の特性から3つの領域に分けて考える。その第1は wall jet の最大流速が一定である領域であつて、次章において述べるように zone of flow establishment** と呼ばれるところであり、第2は最大流速が距離の平方根に反比例して減少するいわゆる zone of established flow** と呼ばれる領域、また第3は自由表面が存在するために自由噴流に関する結果が適用されない領域である。さらに以上3つの

* 境界に沿って拡散する一つの噴流であり、1956年 Glauert によって wall jet と名づけられたものであって、境界噴流とでもいうるものであるが、ここでは原語のまま用いておくことにする。

** 自由噴流の拡散現象において、いまだポテンシャル流の性質を保ち、噴流の最大流速が一定である領域を zone of flow establishment、また完全に乱れが発達している領域を zone of established flow とよぶので、前者は後者への遷移領域に相当しているわけであつて、これら両者はそれぞれ不完全拡散領域（遷移領域）および完全拡散領域といふのであろうが、ここでは wall jet の場合と同様に原語のまま用いることにする。

ほかに水たたきが十分長くなって近似的に流れが等流の状態にあると仮定できる場合も存在するわけであるが、これはさきの論文⁷⁾の場合に相当すると考えられる。

本論文においては、以上の三つの水流に対し、水たたきの下流部においては砂礫が移動限界にあるときを洗掘限界と定義し、限界掃流力に関する著者ら^{8),9)}の研究にもとづいて、それぞれの流れによる洗掘限界の理論的考察について述べることにするが、この場合簡単のため水たたきの面を滑面と考えて論ずる。こうした場合第1に問題となるのは水門下流部における局所的な流れの特性を明確にすることであるが、一般にその流れが大きな乱れをとまなうとともにきわめて局所的なものであることから、その厳密な解析は望めないであろう。したがってここではまず第2章において水門下流部における流れを一つの噴流と考えて、そこに発達する境界層の理論的考察を試みた結果について説明し、洗掘限界を水理学的に考察するための基礎資料を明確にしておくことにする。

ついで第3章においては前述した三つの領域における洗掘限界を理論的に考察し、その水理学的な機構の解明にあたっての基礎を明確にする。つぎにその理論的結果を実証するために、詳細な実験を実施した結果をさきの論文⁷⁾と同様な取り扱いのもとに整理して理論曲線と比較検討する。さらに実験結果と理論結果とにもとづいて洗掘限界に関する実験公式と、洗掘限界にある水たたきの長さを決定するための式および図表を提案し、また水たたきの設計に関する二、三の計算例をつけ加えて実用化を試みるつもりである。

2. 水門から噴出する Wall jet における境界層の発達

(1) 緒言

水門やカルバートなどの下流部における洗掘限界とか洗掘機構などを解明するためには、まずこの付近に発達する境界層を中心とした流れの解析が必要である。

一般に水門やカルバートなどの下流部における流れは水流が一つのもぐり噴流となる場合と露出射流をとまなう場合とが考えられる。このうち、後者の場合においては、通常跳水によって下流の常流水深に接続する場合が多く、ときには射流のまま水たたきを流下していく場合も考えられる。このような場合における境界層の発達は、最近開水路水流における境界層理論の適用に関するすぐれた研究が Halbron¹⁰⁾, Craya, Delleur¹¹⁾, および Bauer¹²⁾, わか国では岩佐博士¹³⁾ らによってなされているので、これらの結果を適当に応用することによって、流れの性質をかなりまで知ることができる。しかしながら、前者の場合および跳水をとまなう場合に対しては、その流れの解析はきわめて複雑であって、とくに大きな拡散をとまなうこうした流れの一般的な取り扱いには困難といわねばならない。一方実際問題においては、水門な

どの下流部の流れがもぐり噴流の状態で流下する場合は少なくないので、その洗掘機構などを解明するにあたって、このような場合の流れの考察はきわめて重要であるといえる。

従来、水門やカルバートなどの下流部における流れに関する研究は、その流出係数の決定に関する実験的研究がほとんどであったが、1950年に Henry¹⁴⁾ はこうした問題について詳細な検討を行なうとともに、その流れの内部機構、とくにエネルギーの変化について考察し、興味深い結果を得ている。しかし、境界層の発達や流れの諸特性についてはそれ以上考究していない。1952年、樺博士および古屋¹⁵⁾ は水門から噴出する流れに関する若干の実験を行なって、こうした流れの二、三の性質、とくに水面の低下量、表面渦の長さおよび最大流速の減少などについて考察し、Henry の結果や Albertson¹⁶⁾ らの二次元噴流に関する実験結果と比較している。

最近、Glauert¹⁷⁾ は一つの壁に沿って拡散する噴流を wall jet と名づけて理論的研究を進め、また Bakke¹⁸⁾ はこのような wall jet についての実験を行ない Glauert の理論結果と比較した。しかしながら、Glauert の解析においては、基礎方程式への流れの抵抗法則の適用に若干疑問の点があるように思われる。

本章では、Glauert の研究とは違った立場から、二次元自由噴流と関係つけた境界層の運動量方程式をもとにして、水門から噴出する wall jet における境界層の発達を論ずる。

(2) Wall jet における境界層の発達に関する理論的考察

図-1 Wall jet の説明図
Fig. 1 Definition sketch of wall jet

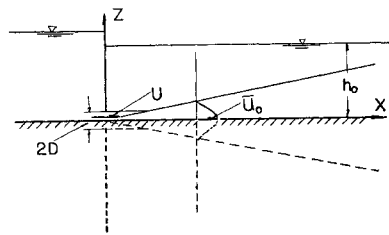


図-1 に示す wall jet において、壁面近くの $\partial u/\partial z = 0$ を満足する z の値を境界層の厚さ δ と定義し、 $z = \delta$ においてせん断応力が存在しないという条件で考えられる境界層とその外側の主流とについて、一次元解析法に従って運動量の関係式をつくれれば次式が得られる。

主流に対して、

$$\frac{d}{dx} \int_{\delta}^h \{ \rho \bar{u}^2 + \rho \bar{u}'^2 + p \} dz = 0, \dots \dots \dots (1)$$

境界層に対して、

$$\frac{1}{u_0} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \bar{u} dx - \frac{1}{u_0^2} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \bar{u}^2 dx = \frac{1}{\rho u_0^3} \int_0^{\delta} \frac{\partial p}{\partial x} dz + \frac{1}{u_0^3} \int_0^{\delta} \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} dz + \frac{C_f}{2}, \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\bar{u} : x$ 方向の時間的平均の流速成分、 $\bar{u}^2 : \bar{u}$ からの変動速度の2乗平均、 $u_0 : z=\delta$ における \bar{u} の値、 p : 圧力、 ρ : 密度、 h : 水深、および C_f : 局所的摩擦係数、である。

いま(1)式において、 $\delta=0$ および $h \rightarrow \infty$ の場合を考え、さらに速度変動にもとづく圧力勾配を省略すれば、二次元自由噴流の結果となるわけであって、こうした噴流に関する従来の研究成果の概要を、主として次節で述べる実験結果の考察と第3章で論ずる洗掘限界に関する考察に必要な程度に述べれば、つぎのようである。

自由噴流に関する研究は、従来 Tollmien¹⁹⁾、Kuethe²⁰⁾ および Görtler²¹⁾ らによって理論的に進められたが、1950年 Albertson¹⁶⁾ らは詳細な実験とそれに対する理論的考察を行なった。Tollmien らは基礎方程式

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \epsilon_0 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \dots\dots\dots(3)$$

にもとづき、Prandtl の混合距離の仮定を適用して理論を展開した。ここに、 $\bar{w} : z$ 方向の時間的平均の流速成分、および ϵ_0 : 渦動粘性係数であって、Prandtl の仮定を適用し、混合距離 l が c を比例定数として $l=cx$ であたえられるとし、さらに噴流の中心流速が $1/\sqrt{x}$ に比例することから一定値となる係数、である。いま、Görtler による(3)式の解を示せば、つぎのようである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} &= \operatorname{sech}^2 \left(\sigma_0 \frac{z}{x} \right), \\ \frac{\bar{w}}{\bar{u}_0} &= \frac{1}{2\sigma_0} \left\{ 2\sigma_0 \frac{z}{x} \operatorname{sech}^2 \left(\sigma_0 \frac{z}{x} \right) - \tanh \left(\sigma_0 \frac{z}{x} \right) \right\}, \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

ここに、 \bar{u}_0 : 噴流の中心最大流速、および σ_0 : 混合距離の係数 c によって $\sigma_0 = (2\sqrt{2}c^2)^{-1/3}$ であらわされる定数である。

一方、噴流の中心最大流速のてい減に関する実験結果によれば、噴流の出口からある距離までは potential flow の領域が残って \bar{u}_0 は一定となり、それ以後は前述したように $1/\sqrt{x}$ に比例して減少することが従来より明らかにされているが、Albertson らの実験結果によれば、zone of flow establishment および zone of established flow のそれぞれに対して、 \bar{u}_0 はつぎの関係によってあらわされる。

$$\begin{aligned} \xi \leq 2\alpha^2 (\text{zone of flow establishment}) \text{ に対して,} \\ \bar{u}_0 = U, \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi \geq 2\alpha^2 (\text{zone of established flow}) \text{ に対して,} \\ \bar{u}_0/U = \sqrt{2}\alpha/\sqrt{\xi}, \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

ここに、 U : 噴流の流速、 $\xi = x/D$ 、 D : 噴流の大きさ、および α : 実験定数であって、Albertson らによれば、2.28、である。

さらに、Albertson らは流速分布を Gauss 分布

$$\bar{u}/\bar{u}_0 = \exp(-z^2/\sigma^2) \dots\dots\dots(7)$$

と仮定し、これを(1)式において $\delta=0$ および $h \rightarrow \infty$ とおき、さらに静圧および速度変動にもとづく圧力勾配を

省略した関係に適用して、理論的考察を行なった。ここに、 σ は x に比例する変数である。

さて自由表面をもつ wall jet において発達する境界層を(1)および(2)式から直接解析することは困難であるので、一つの壁をもつ自由噴流の中における境界層の発達を取り扱い、その理論的結果の適用限界を実験的に検討することにする。自由噴流の中においては、 $\partial p/\partial x \approx 0$ であることを考え、さらに(2)式の右辺第2項を C_f の中にふくめることにすれば、境界層の運動量方程式はつぎのようにならわされる。

$$\frac{1}{u_0} \frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u} dz - \frac{1}{u_0^2} \frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}^2 dz = \frac{C_f}{2} \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 u_0 として近似的に \bar{u}_0 を用いることにし、適当な流速分布および抵抗法則を導入することによって、wall jet における境界層の発達を論ずることができる。

a) 層流境界層 この場合は、流速分布として、通常用いられる

$$\bar{u}/u_0 = 2(z/\delta) - (z/\delta)^2 \dots\dots\dots(9)$$

および層流の抵抗法則を適用し、(8)式における u_0 として(5)および(6)式を採用することにすれば、 $x=0$ において $\delta=0$ という境界条件を満足する(8)式の解は次式のようなになる。

$$\begin{aligned} \xi \leq 2\alpha^2 \text{ に対して,} \\ \zeta(UD/\nu)^{1/2} = \sqrt{30}\xi^{1/2}, \dots\dots\dots(10) \\ \xi \geq 2\alpha^2 \text{ に対して,} \\ \zeta(UD/\nu)^{1/2} = (10\sqrt{2}/3\alpha)^{1/2} \xi^{-3/2} \{ \xi^{3/2} + 56\sqrt{2}\alpha^3 \}^{1/2}, \\ \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

ここに、 $\zeta = \delta/D$ で、 ν は動粘性係数である。

また、壁に沿う摩擦速度 u^* はつぎのようにならわされる。

$$\begin{aligned} \xi \leq 2\alpha^2 \text{ に対して,} \\ (u^*/U)^2 (UD/\nu)^{1/2} = (2/\sqrt{30})\xi^{-1/2}, \dots\dots\dots(12) \\ \xi \geq 2\alpha^2 \text{ に対して,} \\ (u^*/U)^2 (UD/\nu)^{1/2} = 2\sqrt{2}\alpha(3\alpha/10\sqrt{2})^{1/2} \\ \xi \{ \xi^{3/2} + 56\sqrt{2}\alpha^3 \}^{-1/2} \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

b) 乱流境界層 この場合は流速分布の指数法則にもとづく境界層の発達を論ずることにする。その流速分布を一般的につぎのようにならわす。

$$\bar{u}/u_0 = (z/\delta)^n, \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 $0 \leq n < 1$ である。また、局所的摩擦係数と境界層の厚さに関する Reynolds 数との関係は(14)式を参照し、両者を指数関係であらわすことにすれば、つぎのようになる¹³⁾。

$$C_f = 2\lambda(u_0\delta/\nu)^{-2n/(n+1)}, \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 λ は無次元の実験定数である。

層流境界層の場合と同様に、(5)および(6)式を(8)、(14)および(15)式における u_0 に適用し、さらに(14)および(15)式における n および λ として、それぞれ $\xi \leq 2\alpha^2$ に対して n および λ 、 $\xi \geq 2\alpha^2$ に対して n_1 および

λ_1 を用いれば, $\xi=0$ において $\zeta=0$ という境界条件をもつ, $\xi \leq 2\alpha^2$ に対する(8)式の解は

$$\zeta(UD/\nu)^{2n/(3n+1)} = \{\lambda(2n+1)(3n+1)/n\}^{(n+1)/(3n+1)} \xi^{(n+1)/(3n+1)}, \dots (16)$$

また, $\xi=2\alpha^2$ において ζ の値が(16)式に一致するという条件を満足する $\xi > 2\alpha^2$ に対する解はつぎのようになる。

$$\zeta(UD/\nu)^{2n_1/(3n_1+1)} = (2)^{(n_1+1)/(3n_1+1)} (2\alpha^2 - n_1/(3n_1+1)) \{\lambda_1(2n_1+1)(3n_1+1)/(4n_1+1)\}^{(n_1+1)/(3n_1+1)} \xi^{-1/2n_1} \{\xi(4n_1+1)/2n_1 + C\}^{(n_1+1)/(3n_1+1)},$$

$$C = \{(4n_1+1)/2\lambda_1(2n_1+1)(3n_1+1)\} \{\lambda(2n+1)(3n+1)/n\}^{(n+1)(3n_1+1)/(n_1+1)(3n+1)} (2\alpha^2)^{(n+1)(3n_1+1)/(n_1+1)(3n+1) + (2n_1+1)/2n_1} (UD/\nu)^{2(n-n_1)/(n+1)(n_1+1) - (2\alpha^2)(4n_1+1)/2n_1} \dots (17)$$

一方, 摩擦速度はつぎのようにあらわされる。

$\xi \leq 2\alpha^2$ に対して,

$$(u^*/U)^2 (UD/\nu)^{2n/(3n+1)} = \lambda \{\lambda(2n+1)(3n+1)/n\}^{-2n/(3n+1)} \xi^{-2n/(3n+1)} \dots (18)$$

$\xi \geq 2\alpha^2$ に対して,

$$(u^*/U)^2 (UD/\nu)^{2n_1/(3n_1+1)} = (2)^{-2n_1/(3n_1+1)} \lambda_1 \{\lambda_1(2n_1+1)(3n_1+1)/(4n_1+1)\}^{-2n_1/(3n_1+1)} (2\alpha^2)^{(2n_1+1)/(3n_1+1)} \{\xi(4n_1+1)/2n_1 + C\}^{-2n_1/(3n_1+1)} \dots (19)$$

この場合, 摩擦速度を(18)および(19)式によって求めると, n および λ がそれぞれ n_1 および λ_1 に等しくない限り, $\xi=2\alpha^2$ において不連続となるが, 実際は $\xi=2\alpha^2$ の近くにおいて流れの性質が漸変することから, このような摩擦速度の不連続は生じないはずである。

以上述べた理論的考察から, 十分大きい ξ に対して, 境界層の厚さおよび摩擦速度がそれぞれ層流境界層の場合 $\xi^{3/4}$ および $\xi^{-5/8}$ に, また乱流境界層の場合 $\xi^{(2n_1+1)/(3n_1+1)}$ および $\xi^{-(4n_1+1)/2(3n_1+1)}$ に比例することが結論される。

(3) 水門から噴出する wall jet に関する実験

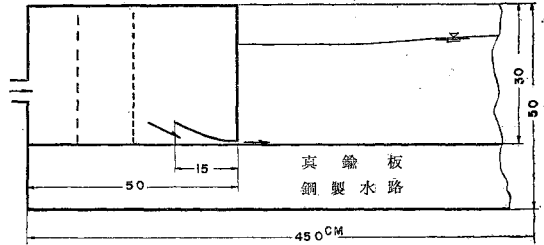
前節の理論的結果を実験結果と比較検討するために, 京大防災研究所宇治川水利実験所において行なった実験について述べる。

a) 実験装置および実験方法 実験水槽 図-2 に示すように, 片面ガラス張りの $50 \times 25 \times 450$ cm の鋼製のものであり, その上流側に図のような水門を設けた。水路床は真鍮板を用いて十分な滑面とし, さらに水門出口における流速分布を一様にするために, 図のようにその断面を漸変させた。また下流端は水深を任意に調節するように考慮した。

実験は水門の高さが 0.56 cm および 1.08 cm の両者の場合, 噴流の出口における Reynolds 数および下流水深などの適当な組合わせに対し, このような wall jet における境界層の発達や噴流の特性などを考察するために, 流速分布を外径 0.070 cm および 0.200 cm のピト

図-2 実験装置

Fig. 2 Experimental apparatus



一管を用いて詳細に測定した。

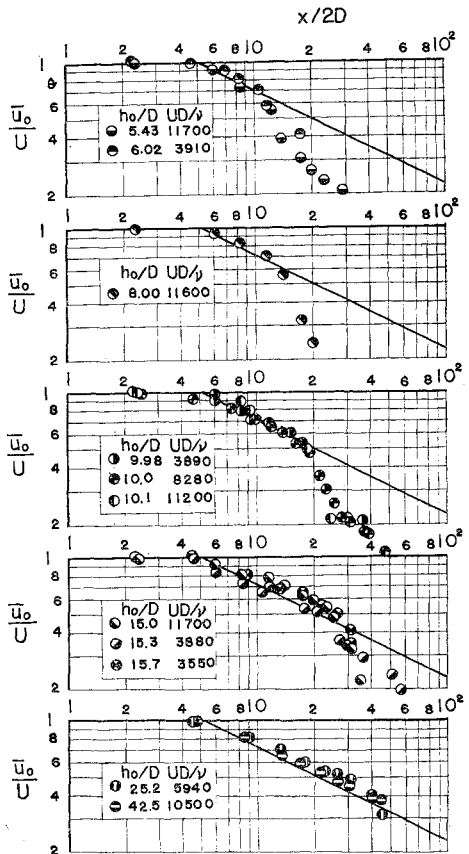
b) 実験結果とその考察

① Wall jet の拡散: 図-3 は wall jet における \bar{u}_0/U と $x/2D$ との関係であって, 実線は(5)および(6)式であらわされる自由噴流についての Albertson らの結果を示す。この場合, 噴流の仮定の最大流速 \bar{u}_0 の推定はつぎのようである。

自由噴流の流速分布は前節において述べたように, Albertson らによれば, (7)式によって近似されるから, $\log \bar{u}$ と $(z/x)^2$ との関係は直線となる。したがって

図-3 \bar{u}_0/U と $x/2D$ との関係

Fig. 3 Some examples of relationships between \bar{u}_0/U and $x/2D$



て、その直線を $z/x=0$ までのばし、 $z/x=0$ における \bar{u} の値を推定すれば、 \bar{u}_0 が求められる。さらに、図-3 から自由噴流に対する結果の適用限界が存在することがわかる。いま、この適用限界までの距離 x_c を下流水深 h_0 との比であらわし、水門における Reynolds 数および下流における Froude 数との関係で示したものが図-4 である。この結果によれば、実験の範囲内においては、 x_c/h_0 はほとんど一定であることがわかる。

図-4 x_c/h_0 の Reynolds 数および Froude 数による変化

Fig. 4 Variations in x_c/h_0 with Reynolds number and Froude number

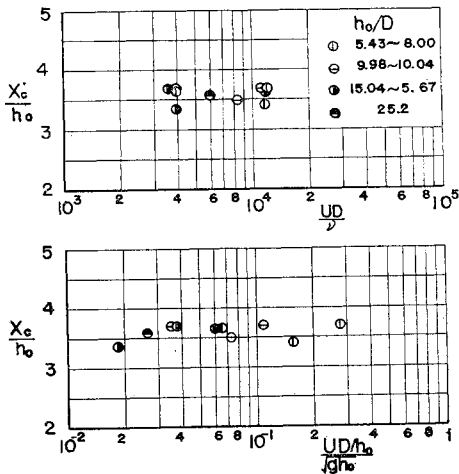


図-5 は主流における流速分布を自由噴流に関する Görtler の理論曲線および Gauss 分布と比較した結果である。これらの結果によれば、 $\xi > 2\alpha^2$ の場合、壁面の近傍を除いて $z/z_0 \approx 1$ (ここに、 z_0 は $\bar{u} = \bar{u}_0/2$ に対応する z の値) あたりまでは、Görtler および Albertson らの理論曲線とかなり一致しているが、 $\xi < 2\alpha^2$ の領域においては、当然ながら一致していない。こうした領域に対する理論的解析は Albertson らの半実験的なもの以外には、明確にされたものがないようである。

つぎに図-6 は $\xi < \xi_c (=x_c/D)$ の範囲におけるこうした噴流の巾の変化を示したものである。図中には、自由噴流の場合の関係を点線で示したが、自由表面のあるこのような噴流の場合には、かなりその拡大の角度が小さいことがわかる。さらに噴流の巾として、流速が 0 となる z を採用した椿および古屋、あるいは Henry らの結果を示したが、これは著者らの関係とほとんど同じ勾配であらわされていることがわかる。この結果から、著者の実験に対する平均の混合距離の係数を求めると、 $c=0.00858$ 程度となる。

② 境界層の発達：図-7 は境界層内における流速分布の数例である。図中の実線は(14)式において $n=1/12$ とした場合であるが、 $\xi \leq 2\alpha^2$ に対する同様な結果によ

図-5 主流における流速分布 (z_0 は $\bar{u} = \bar{u}_0/2$ に対応する Z の値)

Fig. 5 Some examples of velocity profiles in main flow (z_0 : value of z corresponding to $\bar{u} = \bar{u}_0/2$)

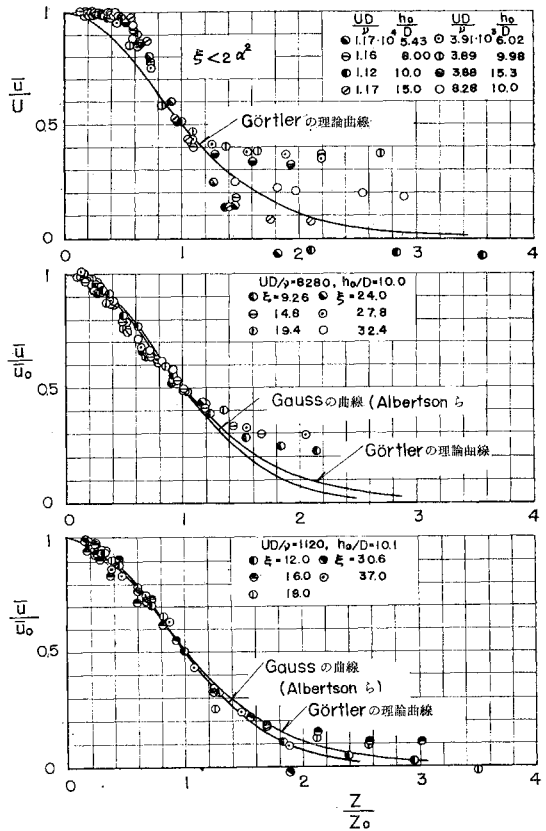
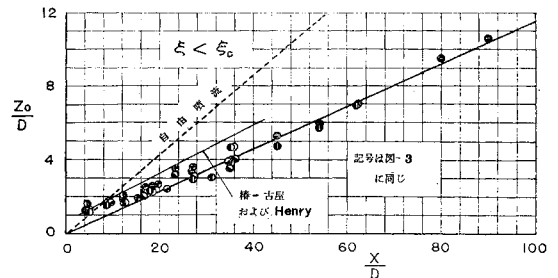


図-6 $\xi < \xi_c$ における噴流の巾の変化

Fig. 6 Change of width of wall jet in region of $\xi < \xi_c$.



れば、 $n \approx 1/7$ すなわち Blasius の法則が成立するようである。一方、図-8 は以上の流速分布を対数法則と比較した結果の一例である。これから壁面のきわめて近傍においては十分対数法則に従うが、後述するように、こうした場合の境界層においては、局所的摩擦係数がかなり大きくあらわれることから、見かけ上、定数 A_c (図中においては 5.5) の値がかなり相違していることがわかる。

図-7 境界層内における流速分布
Fig. 7 Velocity profiles in boundary layer

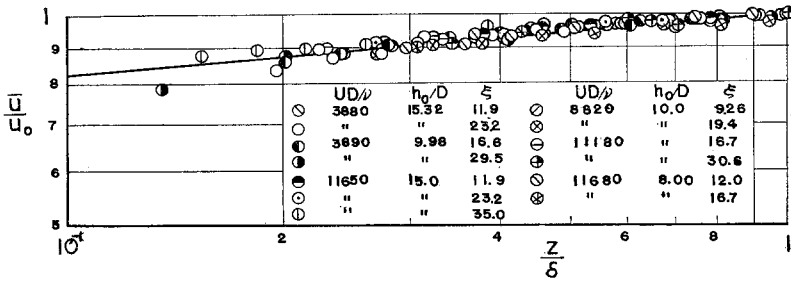


図-9 は境界層の厚さに関する Reynolds 数による局所的摩擦係数の変化を示したものである。図に示した大部分の実験結果は、測定された流速分布から(8)式にもとづいて得られたものであり、また若干の結果は流速分布の対数法則を適用して推定したものである。後者の場合には、境界層の厚さの 1/10 以下の流速分布を測定する必要があるので、外径 0.070 cm のピトー管を用いた。この結果によれば、 $\xi \leq 2\alpha^2$ に対しては Blasius の法則が適用されるようであるが、 $\xi > 2\alpha^2$ に対する摩擦係数は Blasius の法則よりもかなり大きいことがわかる。噴流の拡散の性質は、前節で簡単に述べたように、 $\xi \leq 2\alpha^2$ および $\xi > 2\alpha^2$ の領域においてそれぞれ本質的に相違することは明らかであるが、どうして $\xi > 2\alpha^2$ における結果が Blasius の法則からかなりはなれるかということとは、説明することができない。というのは、(2)式の右

辺第2項によってあらわされる速度変動にもとづく効果がこの事実を説明するほど大きくないからである。また大きい Reynolds 数の領域において、運動量方程式にもとづいて得られた C_f の値と対数法則から推定されたそれとが、あまり一致しないこともまだ説明

できない。したがって、これらの点についての本質的な解明のためには、壁面に沿う摩擦速度を直接測定する必要があるわけである。しかしながら、現在のところでは、図-9 に示した結果を実用上の計算に用いれば、wall jet における境界層の発達を説明することができよう。このことから、 $n=1/12$ を用い、(15)式にもとづいて C_f と $u_0\delta/\nu$ との関係を図-9 に示したように直線によってあらわすことにする。

図-8 境界層内における流速分布の対数法則との比較の一例

Fig. 8 An example of comparisons of velocity profile in boundary layer with logarithmic law

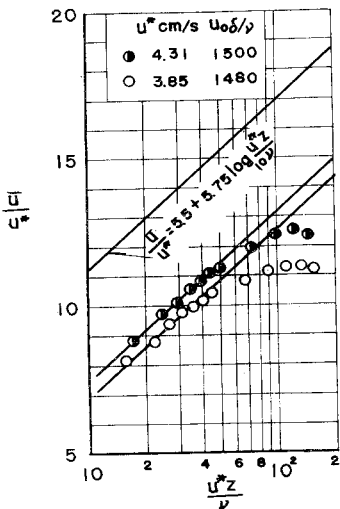


図-9 局所的摩擦係数の Reynolds 数による変化

Fig. 9 Variations in local skin friction coefficients with Reynolds number

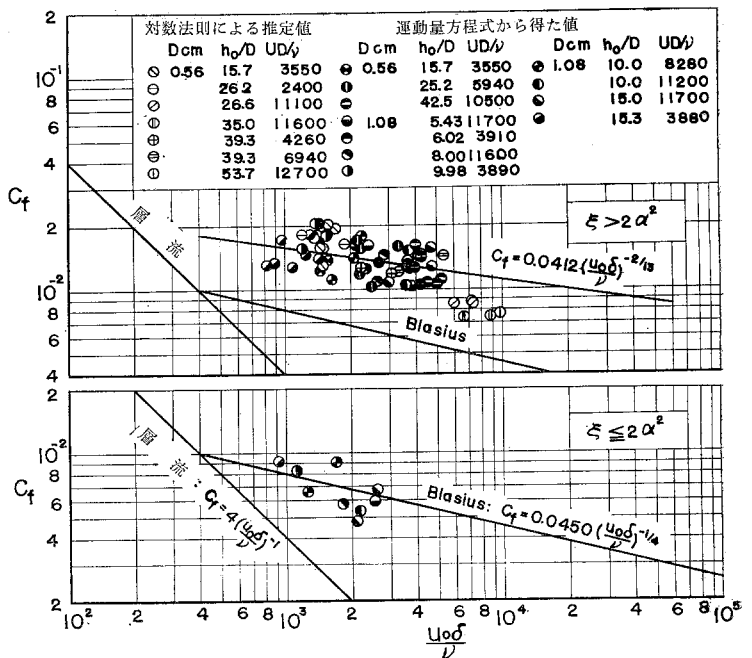


図-10 境界層内における静圧の距離の変化

Fig. 10 Changes of static pressure in boundary layer and water depth with distance

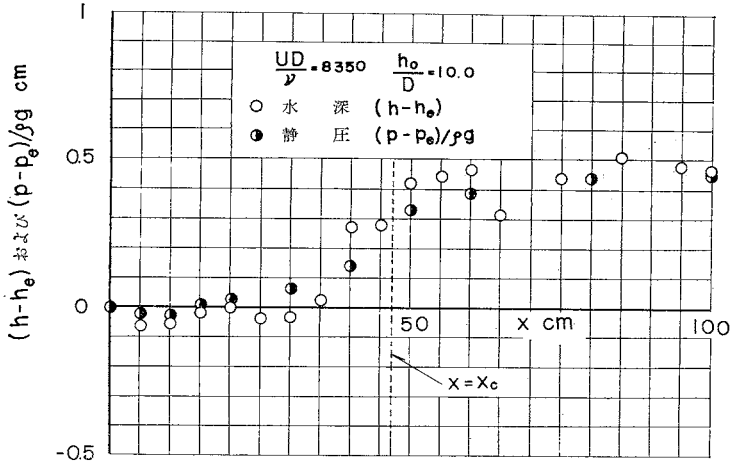


図-11 境界層の発達

Fig. 11 Some examples of boundary layer growth

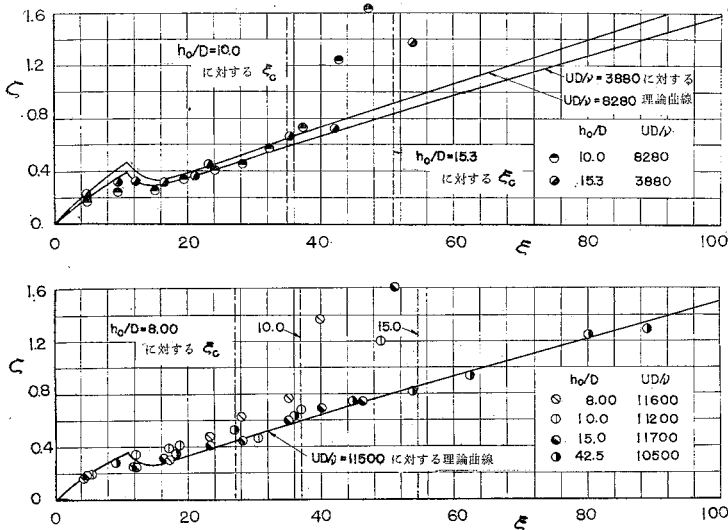
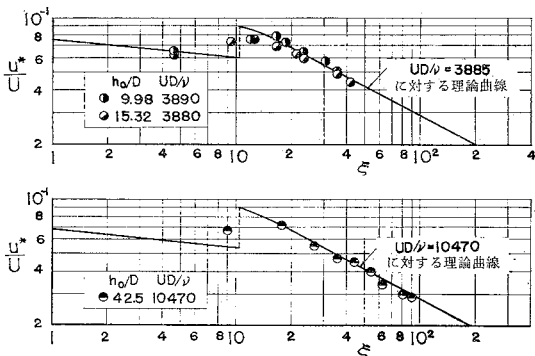


図-12 摩擦速度の分布

Fig. 12 Some examples of shear velocity distributions



てよいことを裏づけていると考えられる。

図-11 は境界層の発達に関する実験結果と理論計算とを比較した二、三の例を示したものである。著者の実験結果はすべて乱流境界層であることを考え、その抵抗法則として $\xi \leq 2\alpha^2$ に対しては Blasius の法則 また $\xi > 2\alpha^2$ に対しては 図-9 に直線で示した関係を境界層の発達についての計算に適用することにした。図に示されている $\xi_c = x_c/D$ の値は 図-4 から h_0/D に対応して求めたものであるが、実験結果はこの点の近くで、理論曲線からはなれていくことがわかる。このことから、この x_c が理論結果の適用限界と考えることができよう。

さらに、図-12 は $\xi \leq \xi_c$ に対して得られた摩擦速度の分布に対する実験結果と理論計算との比較の二、三の例であるが、両者は $\xi = 2\alpha^2$ 付近を除いてかなりよく一致していることがわかる。また $\xi = 2\alpha^2$ の付近においては、抵抗法則が Blasius の法則から漸次他の抵抗法則に変化していくことがわかるであろう。これらの結果から、摩擦速度が水門からの距離とともに、とくに $\xi > 2\alpha^2$ の領域において、すみやかに減少していくことが結論される。また、図-3 の結果を参照すれば、摩擦速度は $\xi > \xi_c$ において、さらに急速に減少することが考えられる。

(4) 結 語

以上水門から噴出する wall jet における境界層の発達を中心に、こうした流れの特性について考察したが、得られた成果を要約すれば、つぎのようである。

- 1) 主流は二次元自由噴流の結果とかなり一致するが噴流の中の変化は自由噴流の場合にくらべてかなりゆるやかであることがわかり、またその適用限界が実験的に明らかにされた。
- 2) 境界層内における流速分布は噴流の拡散特性と密接な関係があり、また zone of established flow の領域においては、局所的摩擦係数が Blasius の法則よりかなり大きい。
- 3) 実験結果にもとづいた抵抗法則を適用した境界層の発達に関する計算結果はかなり実験結果と一致し、さ

らにこの理論結果の適用限界が上述の自由噴流の結果に対するそれとほとんど一致する。

4) 壁面に沿う摩擦速度の分布についての理論曲線もまた実験結果とよく一致し、摩擦速度は $\xi > 2\omega^2$ の領域において距離とともにかなり急激に減少する。

本章で述べた研究成果は、水門から噴出するこうした流れの解析に対する一つの試みであって、なお説明できない領域、とくに以上述べた理論的考察の適用限界外に対しては今後の研究にまたねばならないが、水門やカルバートなどの下流部における水工学上の実際問題に対しては、かなり有効にこれらの成果が応用されるであろう。たとえば、水門やカルバートなどの下流部における洗掘限界とか洗掘機構の解明などに対しては、十分こうした成果が応用されるわけであり、第3章においてはこの成果を洗掘限界に適用した結果について述べるつもりである。

3. 水門から噴出する wall jet による洗掘限界

(1) 緒言

本章においては、第2章において述べたように、水門から噴出する wall jet の特性によってわけた三つの領域、すなわち wall jet の最大流速が一定である領域、最大流速が距離の平方根に反比例して減少する領域、および自由表面が存在するために、wall jet に関する研究成果が適用されない領域のそれぞれに対する洗掘限界を第2章において述べた wall jet における境界層の発達に関する成果を全面的に応用して理論的に考察するとともに、詳細な実験を行なった結果について述べる。この場合、水門の水たたきの下流部において砂礫が移動限界にあるときを洗掘限界と定義することは、緒論で述べたとおりであり、また後述する考察においては、水たたきの面を滑面と考えてその限界を論ずる。

その理論的考察のうち、前記二つの領域に対しては、水門から噴出する wall jet の特性を十分考慮するとともに、とくに境界層内の乱れについては Spengos²²⁾ の実験結果を適用し、前論文と同様な理論的手法によって考察を進める。理論的考察の結果は前論文⁷⁾ および限界掃流力の場合^{8),9)} と同様に限界摩擦速度を用いて、 $u_e^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi$ と u_e^*d/ν との関係であらわされるが、なおこの他に u^*/u_0 (ここに u_0 は境界層の外縁における流速) という一つのパラメーターが介入する。これは境界層が発達することに関係しているわけであるが、一方実験結果との比較においては、この項の影響はあまり明確でないことを示す。実験結果に前論文で提案した砂礫の移動限界の定義を適用して整理し、理論結果と比較した。現象の複雑さのためか実験値は若干ばらつくけれども、両者はかなり一致することが示される。つぎに、第

3の領域すなわち wall jet に関する成果が適用されない領域に対しては、wall jet の特性との関連に立脚し、第2の領域との関連において次元解析的手法によって考察し、洗掘限界における水門出口の流速と同じ条件のもとでの wall jet としての流速との比に対して、下流水深と水たたきの長さとの比が重要なパラメーターであることを明らかにするが、この結果は実験結果によってかなり適確に実証される。

以上述べた三つの領域のそれぞれに対して、理論結果および実験結果の両者にもとづいて実験公式を提案するとともに、こうした条件にある水たたきの長さをあらわす公式ならびに設計に便利な図表を示す。さらに、それぞれの領域における水たたきの長さの決定に対して考察し、最後に水門下流部の水たたきの設計に関して、洗掘限界に関するこれまでの考察をもとにして、著者の見解を述べる。

(2) Wall jet による洗掘限界に関する理論的考察

a) 平衡条件 図-13 に示すように、水門の下流部に長さ L の水たたきを設けた場合、その下流が洗掘限界にあるための条件、すなわち水たたきの先端にある砂礫の移動限界を取り扱う。その力学的模型として、図-14 に示すような粗面上にのっている一粒の球状の砂礫(斜

図-13 水門下流部における水たたき

Fig. 13 Definition sketch of apron and flow downstream of submerged outlet

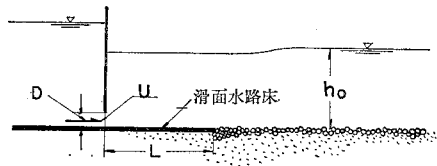
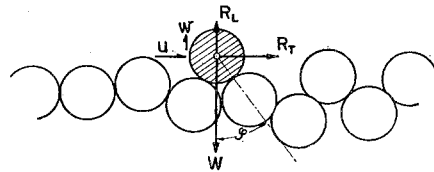


図-14 球状の砂礫に作用する力

Fig. 14 Forces acting on a spherical sand gravel



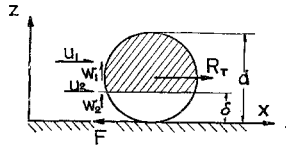
線のもの) を考え、それが動きはじめるための条件を考察する。図-14 に示した力関係を 図-15 のように模型化してあらわせば、さきに発表した論文と全く同様に次式であたえられる。

$$R_T = \{(\sigma - \rho)g(\pi/b)d^2 - R_L\} \tan \varphi, \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 σ および ρ : 砂礫および水の密度、 d : 球状砂礫の代表的な大きさ、 g : 重力の加速度、 φ : 砂礫の静止摩擦角、である。

いま 図-15 のように厚さ δ の境界層を考え、流体抵

図-15 力関係の模型図
Fig. 15 Schematic diagram of force relation



抗 R_T を主流の部分に働く抵抗 R_{Tr} と境界層の部分に働く抵抗 R_{Trb} とにわけて、

$$R_T = R_{Tr} + R_{Trb} \dots\dots\dots(21)$$

とあらわす。図-15 において、前論文と同様に、主流の部分（斜線の部分）の砂礫の断面積を $\beta_s(\pi/4)d^2$ 、境界層の部分の断面積を $(1-\beta_s)(\pi/4)d^2$ とし、(21)式右辺の各項をそれぞれつぎのようにあらわす。

$$R_{Tr} = \frac{\rho}{8} C_{D1} \beta_s u_1^2 \pi d^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_d d \beta_s \frac{\pi}{4} d^2, \dots\dots\dots(22)$$

$$R_{Trb} = \frac{\rho}{8} C_{D2} (1-\beta_s) u_2^2 \pi d^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_s d (1-\beta_s) \frac{\pi}{4} d^2, \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 u_1 および u_2 はそれぞれ主流および境界層における流体抵抗を求めるときの代表流速であり、 C_{D1} および C_{D2} はそれぞれ u_1 および u_2 に対応した抵抗係数である。また(22)および(23)式の右辺第2項は圧力勾配 $\partial p/\partial x$ による抵抗をあらわす。

鉛直方向の流体抵抗と圧力勾配による揚力 R_L も同様に、

$$R_L = R_{Lm} + R_{Lb} \dots\dots\dots(24)$$

とし、この右辺の各項がそれぞれつぎのようにあらわされるものとする。

$$R_{Lm} = \frac{\rho}{8} C_{Dw1} A_1 w_1^2 \pi d^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_d d A_1 \frac{\pi}{4} d^2, \dots\dots\dots(25)$$

$$R_{Lb} = \frac{\rho}{8} C_{Dw2} A_2 w_2^2 \pi d^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_s d A_2 \frac{\pi}{4} d^2, \dots\dots\dots(26)$$

ここに、

$$\delta \leq d/2:$$

$$A_1 = \left(1 - \frac{\delta}{d}\right), \quad A_2 = 4\left(\frac{\delta}{d}\right)^2 \left(1 - \frac{\delta}{d}\right), \dots\dots\dots(27)$$

$$\delta \geq d/2:$$

$$A_1 = 4\left(\frac{\delta}{d}\right) \left(1 - \frac{\delta}{d}\right)^2, \quad A_2 = \frac{\delta}{d} \dots\dots\dots(28)$$

また w_1 および w_2 はそれぞれ主流および境界層における鉛直方向の流速成分の代表流速であり、 C_{Dw1} および C_{Dw2} はそれぞれ w_1 および w_2 に対応した抵抗係数である。

これらの諸式によって流体抵抗を求めるためには、層流および乱流のすべての境界層の解析および両者における乱れの状態を知る必要があるわけであるが、境界層の層流から乱流への遷移 Reynolds 数が明確でないこと、その付近における流速分布や抵抗法則が明らかでないことから、完全に発達した層流境界層および指数法則にもとづく乱流境界層を仮定し、乱れの大きさを適当に

評価して、それぞれの場合について理論的考察を進める。

b) Zone of flow establishment に対する理論的考察

$\xi < 2\alpha^2$ のこの領域における噴流の拡散は第2章において述べたように potential flow の領域が残る、それが $\xi = 2\alpha^2$ 付近まで直線的に減少することが明らかになっているが、このような領域における流速分布は明確ではないようである。このことから、この領域に対する理論的考察においては、主流における流速分布は一様であると仮定し、その中における乱れの大きさは、二、三の実験結果にもとづいて評価することにする。この仮定のもとでは、(22)式右辺第2項および(25)式は省略されることになるが、乱れの影響を若干考慮するという意味から、時間的平均流速による流体抵抗を見積るときに変動速度を付加して考えることにする。

① 層流境界層を仮定した場合：境界層内では速度変動はないものと考え、流速分布として(9)式を用い、さらに境界層の発達および摩擦速度の分布として、それぞれ(10)および(12)式を適用する。

a) $\delta \geq d$ の場合；砂礫が完全に境界層の中に入ってしまう場合であって、 $R_{Trm} = 0$ 、 $\partial p/\partial x = 0$ および $\beta_s = 0$ となる。したがって、 R_T はその代表流速として $z = d$ における(9)式の値を用いるとつぎようになる。

$$R_T = \frac{\delta}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{D2} \left(\frac{U}{u^*}\right)^2 \left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \left\{2 - \left(\frac{d}{\delta}\right)\right\}^2, \dots\dots\dots(29)$$

ここに、 d/δ は(10)および(12)式より

$$d/\delta = (1/2)(u^*/U)(u^*d/\nu) \dots\dots\dots(30)$$

であり、また C_{D2} としては球の抵抗係数に関する実験値を用いると、Reynolds 数の関数となる。さらに Reynolds 数 u^*d/ν はつぎのようにあらわされる。

$$Re_{\epsilon 2} = \frac{1}{2} \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^2 \left\{2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u^*}{U}\right) \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)\right\} \dots\dots\dots(31)$$

また鉛直方向の流速成分 \bar{w} は連続の方程式

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(32)$$

を $z = 0$ で $\bar{w} = 0$ という条件のもとに、(9)式を代入して積分することによって容易に得られる。その結果から $z = d$ における値 w_2 を求め、境界層内では $\partial p/\partial z = 0$ であり、この領域において $\partial p/\partial x = 0$ であることを考慮すれば、(26)式に代入して次式が得られる。

$$R_L = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw2} \left(\frac{15}{2}\right)^2 \left(\frac{u^*}{U}\right)^6 \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^4 \left\{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{u^*}{U}\right) \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)\right\}^2, \dots\dots\dots(33)$$

ここに、 C_{Dw2} は Reynolds 数

$$Re_{\epsilon w 2} = \frac{15}{8} \left(\frac{u^*}{U}\right)^3 \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^3 \left\{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{u^*}{U}\right) \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)\right\} \dots\dots\dots(34)$$

の関数である。

これらの諸式を平衡条件(20)式に代入して変形すればつぎの関係が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3 \phi_1} \dots\dots\dots(35)$$

ここに、

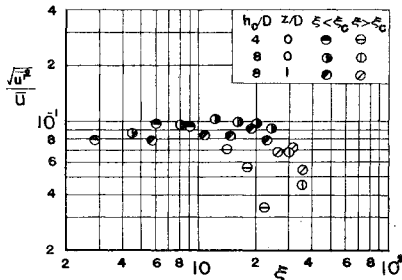
$$\phi_1 = \frac{1}{4} C_{D2} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^2 \left\{ 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_c^*}{U} \right) \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \right\}^2 + \left(\frac{15}{8} \right)^2 C_{Dw2} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^4 \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{u_c^*}{U} \right) \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \right\}^2 \tan \varphi \dots\dots\dots(36)$$

であり、その適用限界は $d/\delta \leq 1$ であることはいうまでもない。

⑩ $\delta \leq d$ の場合；この場合には砂礫は一部境界層外へ露出する。代表流速 u_1 および u_2 はいずれも主流の流速 U をとることになるが、主流における速度変動を考慮するために、図-16 に示す Henry¹⁴⁾ の実験結果を参照して、変動速度の2乗平均が時間的平均流速に比例

図-16 水門から噴出する Wall jet における乱れの強さの距離的变化 (Henry による実験値を著者が再整理したもの)

Fig. 16 Variation in turbulence intensity in wall jet issuing from submerged outlets with distance (after Henry, replotted by the author)



すると考え、 $\sqrt{u'^2} = m U$ とし、代表流速が $u_1 = (1+m)U$ であらわされるものとすれば、 R_T はつぎようになる。

$$R_T = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{D1} \left\{ (1+m)^2 \beta_s \left(\frac{U}{u^*} \right)^2 + (1-\beta_s) \left(\frac{U}{u^*} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(37)$$

ここに、 C_{D1} は Reynolds 数

$$R_{e1} = \left(\frac{U}{u^*} \right) \left(\frac{u^* d}{\nu} \right) \dots\dots\dots(38)$$

の関数である。また $z=\delta$ における \bar{w} は前述した仮定にもとづき主流から求めれば存在しないが、境界層の方からは一応存在する (大きさは非常に小さい) ので、それを考慮することにすれば、 R_L はつぎのようにあらわされる。

$$R_L = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw2} \left(\frac{5}{2} \right)^2 A_2 \left(\frac{u^* d}{\nu} \right)^2 \dots\dots\dots(39)$$

ここに、 C_{Dw2} は Reynolds 数

$$R_{ew2} = (5/2) (u^*/U) (u^* d/\nu) \dots\dots\dots(40)$$

の関数である。

これらの結果を (20) 式に代入して、 $d/\delta \geq 1$ の場合に対するつぎの関係が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3 \phi_2} \dots\dots\dots(41)$$

ここに、

$$\phi_2 = C_{D1} \left(\frac{U}{u_c^*} \right)^2 \{ (1+m) \beta_s + (1-\beta_s) \} + \left(\frac{5}{2} \right)^2 C_{Dw2} A_2 \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \tan \varphi \dots\dots\dots(42)$$

である。

⑪ 乱流境界層を仮定した場合；境界層内では 1/7 乗法則が成立するので、流速分布は (14) 式において $n=1/7$ とおけばよいが、以下の計算では一般の場合について考察するので^{22), 23), 24), 25)}、乱れの取り扱いは岩垣博士の研究⁹⁾ にもとづいて、これに境界層の乱れの特性を加味して計算を進める。

⑫ $\delta \geq d$ の場合；この場合は前述したように、砂礫は境界層内に完全に入ってしまい $\beta_s=0$ となる。いま (23) 式右辺第 2 項の $\partial p/\partial x$ について考えよう。 $\partial p/\partial x$ は時間的平均流速による圧力勾配と変動速度にもとづく圧力勾配との和であるが、いまの場合には $U=\text{const}$ であることから、層流境界層の場合と同様に前者は存在しなくなるけれども、乱流境界層の場合は後者を考慮する必要がある。

変動速度にもとづく圧力勾配 $\partial p/\partial x$ を見積るにあたり、粘性を省略し、Euler の運動方程式にもとづいて、さきの論文⁷⁾ と同様に $-\partial p/\partial x$ を $\rho Du/Dt$ によってあらわし、 $u=\bar{u}+u'$ および $w=\bar{w}+w'$ とおいて、Taylor⁸⁾ と同様な手法によって統計的平均をとれば、つぎの関係が得られる。

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \sqrt{\bar{u}'^2} \left\{ \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \sqrt{\left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2} \right\} + \bar{u} \sqrt{\left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2} + \sqrt{\bar{w}'^2} \left\{ \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \sqrt{\left(\frac{\partial u'}{\partial z} \right)^2} \right\} + \bar{w} \sqrt{\left(\frac{\partial u'}{\partial z} \right)^2} \dots\dots\dots(43)$$

上式によってあらわされる圧力勾配を、最小渦の直径 λ_{xx} , λ_{zz} , および λ_{zx} を導入して変形すれば、

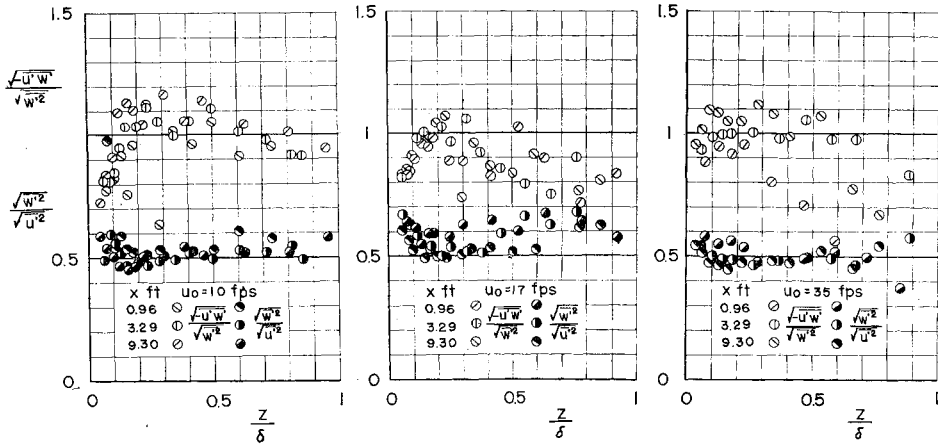
$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \sqrt{\bar{u}'^2} \left\{ \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \sqrt{2} \frac{\sqrt{\bar{u}'^2}}{\lambda_{xxx}} \right\} + \sqrt{2} \bar{u} \frac{\sqrt{\bar{u}'^2}}{\lambda_{xxx}} + \sqrt{\bar{w}'^2} \left\{ \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \sqrt{2} \frac{\bar{u}'^2}{\lambda_{zz}} + \frac{1}{4 \bar{u}'^2} \left(\frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial z} \right)^2 \right\} + \bar{w} \sqrt{2 \frac{\bar{u}'^2}{\lambda_{zz}} + \frac{1}{4 \bar{u}'^2} \left(\frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial z} \right)^2} \dots\dots\dots(44)$$

となる。この式をさらに計算するには、 \bar{u} , \bar{w} , \bar{u}'^2 , \bar{w}'^2 , λ_{xx} , λ_{zz} および λ_{zx} などが境界層内でいかなる垂直分布をしているかを知らなければならない。まず \bar{u} とし (14) 式によってあらわされる値を用い、層流境界層の場合と同様に (22) 式から \bar{w} を求めるとつぎようになる。

$$\bar{w} = U \left(\frac{z}{\delta} \right)^n \frac{d \delta}{d x} \dots\dots\dots(45)$$

代表流速として、 \bar{u} および \bar{w} のいずれに対しても $z=d$ における値を用いることにすれば、 u_2 は (14) 式において $z=d$ とした値になり、また w_2 は (45) 式に (16) 式の結果を代入し、(18) 式を用いて変形すればつぎのよ

図-17 境界層内における変動速度の分布 (Spengos による実験値を著者が再整理したもの)
 Fig. 17 Distributions of temporal means of turbulent velocities in boundary layer with zero pressure gradient (after Spengos, replotted by the author)



うになる。

$$\frac{w_2}{U} = \frac{(n+1)(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u^*d}{U}\right)^2 \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^n \dots (46)$$

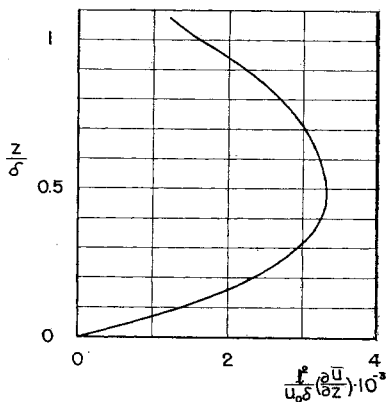
つぎに境界層内における変動速度 $\sqrt{u'^2}$ および $\sqrt{w'^2}$ について考えよう。図-17 は Spengos²²⁾ が一様流れの中におかれた平板における境界層内の変動速度の分布を測定した結果を、変動速度の比でもって図示しなおしたものである。この結果によれば、かなり実験値はばらついているが、岩垣博士が限界掃流力に関する理論的考察において仮定したつぎの関係が、こうした境界層の場合においてもかなりよく適合することがわかる。

$$\sqrt{u'^2} \approx 2u^*, \quad \sqrt{w'^2} \approx u^* \dots (47)$$

また最小渦の直径の境界層内における分布は明らかでないで、 λ_{xx} , λ_{xz} および λ_{zx} の間に等方性乱流の理論が適用されるものとし、それらが混合距離 l に比例する

図-18 平板の境界層における混合距離の分布 (Spengos による)

Fig. 18 Distribution of mixing length in boundary layer of flat plate (after Spengos)



ものとすれば、次式のようになる。

$$\lambda_{xx} = \sqrt{2}al, \quad \lambda_{zz} = \lambda_{xz} = al, \dots (48)$$

ここに a は比例定数であって、その大きさは確かでないが、岩垣博士の研究を参考にして定めれば、 $a=12.5$ 程度であろう。境界層内における混合距離 l の分布は一様流れの中におかれた平板の境界層の場合に対して測定された Spengos²²⁾ による 図-18 の結果を適用することにする。

以上の結果を (44) 式に用いて $(\partial p / \partial x)_d$ を計算し、さらに $u_2 = \bar{u} + \sqrt{a'^2}$ として流体抵抗を計算すれば R_T はつぎのようにあらわされる。

$$R_T = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{D2} \left\{ (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^n + 2 \right\}^2 + \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} \left[\frac{d}{al_d} \left\{ 2(2 + \sqrt{2}) + (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^n (2 + n \frac{al_d}{d}) \right\} - 2(n+1)(2n+1) (\lambda)^{-(n+1)/2n} \left(\frac{u^*d}{U}\right)^{(2n+1)/n} \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^{n+1} + 2\sqrt{2} \frac{(n+1)(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{d}{al_d}\right) \left(\frac{u^*d}{U}\right)^2 \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^n \right], \dots (49)$$

ここに、 l_d は $z=d$ における l の値、 C_{D2} は

Reynolds 数

$$R_{e2} = (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u^*d}{\nu}\right)^{n+1} \dots (50)$$

の関数である。

つぎに、(26) 式の右辺第 2 項における $\partial p / \partial z$ について考えよう。上述の場合と同様に統計的平均をとれば、

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \sqrt{\bar{u}^2} \left\{ \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \sqrt{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2} \right\} + \bar{u} \sqrt{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} + \sqrt{\bar{w}^2} \left\{ \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \sqrt{\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2} \right\} + \bar{w} \sqrt{\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2} \dots (51)$$

となるが、また (44) 式と同様に変形すれば、つぎのようにあらわされる。

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \sqrt{w^2} \left\{ \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \sqrt{2} \frac{\sqrt{\bar{w}^2}}{\lambda_{zx}} \right\} + \sqrt{2} \bar{w} \frac{\sqrt{\bar{w}^2}}{\lambda_{zx}} + \sqrt{\bar{w}^2} \left\{ \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \sqrt{2} \frac{\sqrt{\bar{w}^2}}{\lambda_{zz}} \right\} + \sqrt{2} \bar{w} \frac{\sqrt{\bar{w}^2}}{\lambda_{zz}} \dots (52)$$

上式中の λ_{zx} についても等方性乱流の理論と適用し、 R_T の場合と同様に $(\partial p/\partial z)_d$ を求め、また $w_2 = \bar{w} + \sqrt{\bar{w}^2}$ として流体抵抗を見積ることにすれば、 R_L はつぎのようにあらわされる。

$$R_L = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw2} \left\{ \frac{(n+1)(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n + 1 \right\}^2 + \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} \left[\frac{d}{al_d} \left\{ (1+2\sqrt{2}) + (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n \left\{ \sqrt{2} + \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \right\} \right\} + (n+1)(2n+1) (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n \left\{ 1 - \frac{(n+1)(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^{(2n+1)/n} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) - \frac{4(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^{(2n+1)/n} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \right\} \right] \dots (53)$$

ここに、 C_{Dw2} は Reynolds 数

$$R_e w_2 = \frac{(n+1)(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{n+1} \dots (54)$$

の関数である。

これら R_T および R_L を (20)式に代入して変形すれば、つぎの関係が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3 \phi_s} \dots (55)$$

ここに、

$$\phi_s = C_{Ds} \left\{ (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n + 2 \right\}^2 + 2 \left[\frac{d}{al_d} \left\{ 2(2+\sqrt{2}) + (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n \left(2+n \frac{al_d}{d} \right) \right\} - 2(n+1)(2n+1) (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^{(2n+1)/n} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{n+1} + 2\sqrt{2} \frac{(n+1)(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{d}{al_d} \right) \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n \right] + C_{Dw2} \left\{ \frac{(n+1)(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n + 1 \right\}^2 \tan \varphi + 2 \left[\frac{d}{al_d} \left\{ (1+2\sqrt{2}) + (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n \left\{ \sqrt{2} + \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \right\} \right\} + (n+1)(2n+1) (\lambda)^{-(n+1)/2} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^n \left\{ 1 - \frac{(n+1)(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^{(2n+1)/n} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) - \frac{4(2n+1)}{n} (\lambda)^{-(n+1)/2n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^{(2n+1)/n} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \right\} \right] \tan \varphi \dots (56)$$

であり、その適用範囲は $(\lambda)^{-(n+1)/2n} (u_c^*/U)^{1/n} (u_c^* d/\nu) \leq 1$ である。

⑥ $\delta \leq d$ の場合；砂礫が一部境界層外へ露出する場合であるから、代表流速および主流における速度変動の考慮は層流境界層の場合と全く同様にするものとし、さらに境界層内でうける圧力勾配による抵抗は、(49)式の右辺第2項に相当した $z=\delta$ の値を用いることにすれば R_T はつぎのようにあらわされる。

$$R_T = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{D1} \left\{ (1+m)^2 \beta_s \left(\frac{U}{u_c^*} \right)^2 + (1-\beta_s) \left(\frac{U}{u_c^*} \right)^2 \right\} + \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} (1-\beta_s) \left[\frac{d}{al_s} \left\{ 2(2+\sqrt{2}) + \left(\frac{U}{u_c^*} \right) \left(2+n \frac{al_s}{d} \right) \right\} + 2\sqrt{2} \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right) \right] - 2(n+1)(2n+1) \left(\frac{u_c^*}{U} \right) \dots (57)$$

ここに、 C_{D1} は(38)式であらわされる Reynolds 数の関数であり、 l_s は $z=\delta$ における l の値を示す。

同様に鉛直方向の揚力 R_L はつぎのようにあらわされる。

$$R_L = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw2} A_2 \left\{ \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right) + 1 \right\}^2 + \frac{\rho}{4} \pi d u^{*2} A_2 \left[\frac{d}{al_s} \left\{ 1+\sqrt{2} \left(2 + \frac{U}{u_c^*} \right) + \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \right\} - \frac{2(n+1)(n+3)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^3 + (n+1)(2n+1) \left(\frac{u_c^*}{U} \right) \right] \dots (58)$$

ここに、 C_{Dw2} は Reynolds 数

$$R_e w_2 = \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right) \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{n+1} \dots (59)$$

の関数である。

これらの関係を平衡条件に代入して、すでに述べた場合と同様に次式が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3 \phi_4} \dots (60)$$

ここに、

$$\phi_4 = C_{D1} \left(\frac{U}{u_c^*} \right)^2 \left\{ (1+m)^2 \beta_s + (1-\beta_s) \right\} + 2(1-\beta_s) \left[\frac{d}{al_s} \left\{ 2(2+\sqrt{2}) + \left(\frac{U}{u_c^*} \right) \left(2+n \frac{al_s}{d} \right) \right\} + 2\sqrt{2} \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right) \right] - 2(n+1)(2n+1) \left(\frac{u_c^*}{U} \right) + A_2 \left[C_{Dw2} \left\{ \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right) + 1 \right\}^2 + 2 \left(\frac{d}{al_s} \right) \left\{ 1+\sqrt{2} \left(2 + \frac{U}{u_c^*} \right) + \frac{(n+1)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^2 \right\} - \frac{2(n+1)(n+3)(2n+1)}{n} \left(\frac{u_c^*}{U} \right)^3 + (n+1)(2n+1) \left(\frac{u_c^*}{U} \right) \right] \tan \varphi \dots (61)$$

である。

以上要するに、 $\xi \leq 2\alpha^2$ における洗掘限界は、層流境界層を仮定した場合および乱流境界層を仮定した場合のいずれにおいても、つぎの関係であらわされることがわかる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3 \phi_i}, \quad (i=1, 2, 3, 4) \dots (62)$$

ここに、

$$\phi_i = \phi_i \{ u_c^* d/\nu, u_c^*/U \} \dots (63)$$

である。これらの諸式を計算するにあたり $C_f = 2(u_c^*/U)^2$ であることを考慮すれば、 u_c^*/U はあまり変化しないことが第2章の結果から明らかなので、 u_c^*/U をパラメーターとして $u_c^*/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$ を $u_c^* d/\nu$ の関数としてあらわすことにする。 C_f と UL/ν との関係で示したものが図-19であるが、いま $UL/\nu = 10^3 \sim 10^6$ の範

図-19 $\xi \leq 2\alpha^2$ の領域における C_f と UL/ν との関係

Fig. 19 Relation between C_f and UL/ν in region of $\xi \leq 2\alpha^2$

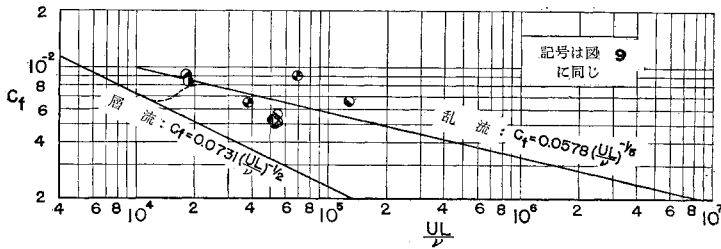
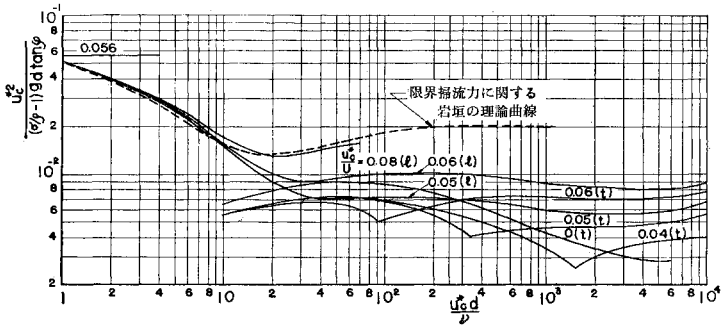


図-20 理論から得られた $\xi \leq 2\alpha^2$ の領域における洗掘限界の無次元表示

Fig. 20 Dimensionless expression of criterion for scour in region of $\xi \leq 2\alpha^2$ obtained by the theory



図を対象として洗掘限界を論ずることにすれば、 u_e^*/U は層流境界層の場合 0.1~0.06, 乱流境界層の場合 0.06~0.04 の範囲について、(62) および (63) 式を計算すればよいことになる。

図-20 はこのような範囲について、図-16 に示した結果を参考にし、 $m=0.1$ とおいた場合の計算結果を示したものである。図中記号 l および t はそれぞれ層流および乱流境界層を仮定した場合の理論曲線をあらわし、また比較のために限界掃流力に関する岩垣博士の理論曲線を示した。

なお、層流境界層を仮定した場合、 u_e^*d/ν の値が 1 より小さくなると、 u_e^*/U の値にかかわらず、 $u_e^{*2}/(\rho/\rho - 1)gd \tan \phi$ の値が 0.056 に近づき、抵抗係数 C_D に対して Stokes の法則が適用されるようになると一定値 0.056 となる。

c) Zone of established flow に対する理論的考察

この領域では、噴流の最大流速は(6)式によって減少しまた境界層は層流境界層の場合(13)式で、乱流境界層の場合(17)式によって発達する。

第2章で述べた境界層の発達に関する結果をそのまま用いて洗掘限界を議論することは、若干複雑であるので乱流境界層の場合(17)および(19)式の結果が 図-11 あるいは 図-13 から明らかなように実験値とあまり一致しないこと、ならびに層流および乱流境界層に対していづれも(11), (13), (17)および(19)式において、右辺カ

ッコ内の第2項を省略しても $2\alpha^2$ よりわずかに大きい ξ において、すでにほとんど影響のないことから、これらの諸式においてこの第2項を省略した式を用いて理論的考察を進めることにする。また主流における流速分布については、第2章で述べた二次元自由噴流に関する Görtler の理論結果を適用することにし、さらに変動速度の評価については、すでに述べた Henry¹⁴⁾ の実験結果に基づくことにする。

① 層流境界層を仮定した場合：前述した領域に対する考察と同様に、境界層内では速度変動はないものとし、砂礫が境界層内に完全に入ってしまう場合と一部分露出する場合とに分けて考察する。

② $\delta \geq d$ の場合；流速分布として(9)式を用い、また境界層の厚さおよび摩擦速度の分布に対して、それぞれ前述した取り扱いにもとづく(11)および(13)式を適用すれば、 R_T

に関しては(29), (30)および(31)式において、 U の代りに \bar{u}_0 とすればよく、それらの諸式はつきのようにあらわされる。

$$R_T = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*n} C_{D2} \left(\frac{\bar{u}_0}{u^*} \right)^2 \left(\frac{d}{\delta} \right)^2 \left\{ 2 - \left(\frac{d}{\delta} \right)^2 \right\}; \dots (64)$$

ここに、

$$d/\delta = (1/2)(u^*/\bar{u}_0)(u^*d/\nu) \dots (65)$$

であり、また C_{D2} に対する Reynolds 数はつきようになる。

$$R_{e2} = \frac{1}{2} \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^2 \left\{ 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u^*d}{\bar{u}_0} \right) \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) \right\} \dots (66)$$

つきに、 $z=d$ における鉛直方向の流速成分 w_z は(9)式における \bar{u}_0 が(6)式によってあらわされる関係によって距離とともに変化することを考慮して、(32)式から次式が得られる。

$$\frac{w_z}{\bar{u}_0} = \frac{5}{12} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^4 \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^2 \left\{ 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right) \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) \right\} \dots (67)$$

この結果から R_L はつきのようにあらわされる。

$$R_L = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw2} \left(\frac{5}{12} \right)^2 \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^6 \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^4 \left\{ 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right) \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) \right\}^2 \dots (68)$$

ここに、 C_{Dw2} は Reynolds 数

$$R_{ew2} = \frac{5}{12} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^3 \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^3 \left\{ 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right) \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) \right\} \dots (69)$$

の関数である。

これらの諸結果を砂礫の平衡条件式に代入して、つぎの関係が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi} = \frac{4}{3\phi_s} \dots\dots\dots(70)$$

ここに、

$$\phi_s = \frac{1}{4} C_{D\delta} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^2 \left\{ 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \right\}^2 + \left(\frac{5}{12} \right)^2 C_{Dw2} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^6 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^4 \left\{ 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \right\}^2 \tan \phi \dots\dots\dots(71)$$

であり、 $d/\delta \leq 1$ について適用されることはいうまでもない。

⑥ $\delta \leq d$ の場合；砂礫が境界層外へ一部露出するわけであるから、境界層内における抵抗と主流におけるそれとに分けて述べる。まず (23) 式であらわされる流体抵抗は、前述した $\xi \leq 2\alpha^2$ に対する考察と全く同様な取り扱いによって、つぎのようにあらわされる。

$$R_{T\delta} = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{D2} (1 - \beta_s) \left(\frac{\bar{u}_0}{u^*} \right)^2 \dots\dots\dots(72)$$

ここに、 C_{D2} は Reynolds 数

$$Re_2 = (\bar{u}_0 u^*) (u^* d / \nu) \dots\dots\dots(73)$$

の関数である。また (26) 式であらわされる流体抵抗は $z = \delta$ とおいた (67) 式に対応した値を用いて、つぎのようにあらわされる。

$$R_{L\delta} = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw2} \left(\frac{35}{18} \right)^2 A_2 \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \dots\dots\dots(74)$$

ここに、 C_{Dw2} は Reynolds 数

$$Re_{w2} = \frac{35}{18} \left(\frac{\bar{u}_0}{u^*} \right) \left(\frac{u^* d}{\nu} \right) \dots\dots\dots(75)$$

の関数であり、 A_2 は (27) および (28) 式であらわされ、(65) 式であらわされる d/δ の関数である。

つぎに、主流における流体抵抗を計算する必要があるが、この場合の流速成分 \bar{u} および \bar{w} に対しては、混合距離の係数 c を wall jet における値 $c = 0.00858$ とし、用いた (4) 式を適用する。噴流の中における変動速度 $\sqrt{\bar{u}'^2}$ および $\sqrt{\bar{w}'^2}$ の大きさおよびその分布は明確ではないが、図-16 に示した結果から $\xi < \xi_c$ に対して $\sqrt{\bar{u}'^2}/\bar{u} = \text{const.}$ であることに着目して、前述した場合と同様に、 $\sqrt{\bar{u}'^2} = m\bar{u}$ とし、さらに鉛直方向の変動速度 $\sqrt{\bar{w}'^2}$ に対しても $\sqrt{\bar{w}'^2} = m\bar{w}$ であらわされるものと仮定する。以上のような取り扱いによれば、(22) 式の右辺第1項は (4) 式を用いて、つぎのようにあらわされる。

$$R_{Tm1} = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{D1} (1+m)^2 \beta_s \left(\frac{\bar{u}_0}{u^*} \right)^2 \text{sech}^4 \zeta_1, \dots\dots\dots(76)$$

ここに、 C_{D1} は Reynolds 数

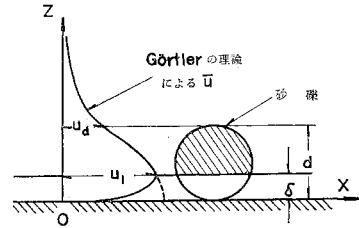
$$Re_{s1} = \left(\frac{\bar{u}_0}{u^*} \right) \left(\frac{u^* d}{\nu} \right) \text{sech}^2 \zeta_1 \dots\dots\dots(77)$$

の関数であり、また代表流速として、図-21 に示すように、 $z = \delta$ における値をとることにすれば、右辺カッコ内の第2項を省略した (13) 式を用いて、 ζ_1 は次式であらわされる。

$$\zeta_1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{10}{3} \sigma_0 \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \dots\dots\dots(78)$$

図-21 $\xi > 2\alpha^2$ の領域における代表流速のとり方に対する説明図

Fig. 21 Definition sketch of representative velocity in region of $\xi > 2\alpha^2$



この場合は図-5 から明らかなように、いままで取り扱ってきた場合と相違して、流速が座標 z とともに急激に減少していることから、図中 $z = d$ における値 u_d をとることにすると、流体抵抗を過小に見積ることになる。そして、さきの論文で述べた滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界や限界掃流力の場合においては⁷⁾、いずれも流速分布が対数法則であることから、 $z = d$ における値をとることにより、むしろ流体抵抗は大きめに計算されていることなどを考えて、ここでは上記のように仮定したのである。

同様に、(25) 式の右辺第1項は (4) 式を用いて、つぎのようにあらわされる。

$$R_{Lm1} = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw1} \left(\frac{1+m}{2\sigma_0} \right)^2 A_1 \left(\frac{\bar{u}_0}{u^*} \right)^2 (2\zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1)^2 \dots\dots\dots(79)$$

ここに、 C_{Dw1} は Reynolds 数

$$Re_{w1} = \frac{1}{2\sigma_0} \left(\frac{\bar{u}_0}{u^*} \right) \left(\frac{u^* d}{\nu} \right) (2\zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1) \dots\dots\dots(80)$$

の関数であり、 A_1 は (27) および (28) 式によってあらわされ、(65) 式で示される d/δ の関数である。

さらに、(22) および (25) 式の右辺第2項について考えよう。すでに述べたように、(22) および (25) 式の右辺第2項にふくまれる $\partial p/\partial x$ および $\partial p/\partial z$ はいずれも時間的平均流速による圧力勾配と速度変動にもとづく圧力勾配との和であるが、自由噴流あるいは近似的に wall jet の中においては、前者は第2章で境界層の解析において適用したように、ほとんど省略しうる大きさであると考えてよいであろう。したがって、 $2\alpha^2 < \xi < \xi_c$ の領域においても、すでに述べた $\xi \leq 2\alpha^2$ の領域と同様に、速度変動にもとづく圧力勾配のみを計算すればよいことになる。

(44) 式に (4) 式および前述した取り扱いによってあらわされる変動速度を代入し、さらに最小渦の直径を (48) 式の関係によってあらわし、噴流の中において混合距離が $l = cx$ であることを考慮すれば、(22) 式の右辺第2項はつぎようになる。

$$R_{Tm2} = \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} \beta_1 \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right)^2 (\text{sech}^4 \zeta_1) \left[\frac{m(1+m)}{ac} \gamma_1 - m \gamma_1 \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} \right. \\ \left. (2 \zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1) + m \gamma_1 \left(2 \zeta_1 \tanh \zeta_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{m(1+m)}{\sigma_0} \gamma_1 \right. \\ \left. \left(2 \zeta_1 - \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} \right) \left\{ \frac{1}{2(ac)^2} + \sigma_0^2 \tanh^2 \zeta_1 \right\}^{1/2} \right], \dots \dots \dots (81)$$

ここに、

$$\gamma_1 (= d/x) = (5/3)(u^*/\bar{u}_0)^3 (u^*d/\nu) \dots \dots \dots (82)$$

であり、また ζ_1 は(78)式であらわされる。

同様に、(25)式の右辺第2項は(52)式を用いることによって、つぎのようにあらわされる。

$$R_{Lm2} = \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} A_1 \left(\frac{m}{2\sigma_0} \right) \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right)^2 (\text{sech}^2 \zeta_1) \left[2 \zeta_1 \gamma_1 (\text{sech}^2 \zeta_1) \right. \\ \left. (2 \zeta_1 \tanh \zeta_1 - 1) + \tanh \zeta_1 + 2\sqrt{2} \left(\frac{m}{ac} \right) \gamma_1 (2 \zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1) \right. \\ \left. + \left(2 \zeta_1 - \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} \right) \left\{ \frac{1}{2} \gamma_1 (1 - 4 \zeta_1 \tanh \zeta_1) \text{sech}^2 \zeta_1 + \frac{(1+m)}{2ac\sigma_0} \gamma_1 \right. \right. \\ \left. \left. (2 \zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1) \right\} \right] \dots \dots \dots (83)$$

以上の諸式を平衡条件式に代入して変形すれば、つぎの関係が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\beta_0}, \dots \dots \dots (84)$$

ここに、

$$\phi_0 = \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right)^2 \{ (1+m)^2 \beta_1 C_{D1} \text{sech}^4 \zeta_1 + (1-\beta_1) C_{D2} \} \\ + 2\beta_1 \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right)^2 (\text{sech}^4 \zeta_1) \left[\frac{m(1+m)}{ac} \gamma_1 - m \gamma_1 \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} (2 \zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 \right. \\ \left. - \tanh \zeta_1) + m \gamma_1 \left(2 \zeta_1 \tanh \zeta_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{m(1+m)}{\sigma_0} \gamma_1 \left(2 \zeta_1 \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} \right) \left\{ \frac{1}{2(ac)^2} + \sigma_0^2 \tanh^2 \zeta_1 \right\}^{1/2} \right] + 2 \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \left[\left(\frac{1+m}{2\sigma_0} \right)^2 A_1 \right. \\ \left. C_{Dw2} (2 \zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1)^2 + \left(\frac{35}{18} \right)^2 C_{Dw2} A_2 \right] \tan \varphi \\ + \frac{m}{\sigma_0} A_1 \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right)^2 (\text{sech}^2 \zeta_1) \left[2 \zeta_1 \gamma_1 (\text{sech}^2 \zeta_1) (2 \zeta_1 \tanh \zeta_1 - 1) \right. \\ \left. + \tanh \zeta_1 + 2\sqrt{2} \left(\frac{m}{ac} \right) \gamma_1 (2 \zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1) \right. \\ \left. + \left(2 \zeta_1 - \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} \right) \left\{ \frac{1}{2} \gamma_1 (1 - 4 \zeta_1 \tanh \zeta_1) \text{sech}^2 \zeta_1 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(1+m)}{2ac\sigma_0} \gamma_1 (2 \zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1) \right\} \right] \tan \varphi \dots \dots \dots (85)$$

である。

② 乱流境界層を仮定した場合：乱流境界層の場合：この領域においては、抵抗法則として Blasius の法則は適用されず、図-9 に示した関係を用いるべきであるが、いままでと同様に洗掘限界の考察においては、一般的な場合について取り扱い、数値計算のときにその関係を用いることにする。また境界層の発達および摩擦速度の分布に対しては、前述したような理由から、(17)および(19)式において $C=0$ とした関係をそれぞれ適用することにする。

③ $\delta \geq d$ の場合；流速分布として $n=n_1$ とした(14)式を用い、すでに述べた考察と同様に $\beta_0=0$ であること

を考え、さらにこの場合にも境界層内の速度変動に対して(47)式であらわされる関係が適用されるものとするれば、(22)式の右辺第1項はつぎのようになる。

$$R_{T11} = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{D2} \left\{ \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) \left(\frac{d}{\delta} \right)^{n_1} + 2 \right\}^2 \dots \dots \dots (86)$$

ここに、

$$d/\delta = (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} (u^*/\bar{u}_0)^{1/n_1} (u^*d/\nu) \dots \dots \dots (87)$$

であり、 C_{D2} は Reynolds 数

$$R_{e2} = (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} (u^*/\bar{u}_0)^{(1-n_1)/n_1} (u^*d/\nu)^2 \dots \dots \dots (88)$$

の関数である。

(22)式の右辺第2項であらわされる圧力勾配による抵抗を前述した zone of flow establishment に対する理論的考察と同様に計算することにしよう。まず \bar{u} として $n=n_1$ とした(14)式を用い、(32)式から(46)式に対応した w_2 を求めるとつぎのようになる。

$$\frac{w_2}{\bar{u}_0} = \left(\frac{d}{\delta} \right)^{n_1} \left\{ \frac{(2n_1+1)(3n_1+1)}{(n_1+1)(4n_1+1)} (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \right. \\ \left. \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1+1)/n_1} \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) + \frac{2(n_1+1)(2n_1+1)}{4n_1+1} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^3 \right\} \dots (89)$$

さらに、 $\sqrt{\bar{u}^2}$ 、 $\sqrt{\bar{w}^2}$ および λ_{xx} 、 λ_{xz} 、 λ_{zx} についても前述した場合と同様に、それぞれ(47)および(48)式の関係が適用されるものと仮定して、(14)および(89)式を(44)式に代入することによって、(22)式の右辺第2項はつぎのようにあらわされる。

$$R_{T22} = \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} \left[\left(\frac{d}{al_d} \right) \left\{ 2(2+\sqrt{2}) + (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2} \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^{n_1} \right. \right. \\ \left. \left. \left(2+n_1 \frac{al_d}{d} \right) \right\} - \frac{4(2n_1+1)}{4n_1+1} (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^3 \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^{n_1} \right. \\ \left. \left\{ \frac{1}{2} (3n_1+1) (\lambda_1)^{-(3n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^{1/n_1} \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) + n_1(n_1+1) \right\} \right. \\ \left. + 2\sqrt{2} \left(\frac{2n_1+1}{4n_1+1} \right) \left(\frac{d}{al_d} \right) (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^{n_1} \left\{ \frac{3n_1+1}{n_1+1} \right. \right. \\ \left. \left. (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^{1/n_1} \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) + 2(n_1+1) \right\} \right] \dots \dots \dots (90)$$

同様に、(26)式の右辺第1項によってあらわされる流体抵抗を(89)式を用いて(58)式の右辺第1項に対応する式をつくり、さらに(26)式の右辺第2項であらわされる圧力勾配 $\partial p/\partial x$ による抵抗を(52)式をもとにして計算し、それらを加えることによって(53)式に対応したつぎの結果が得られる。

$$R_L = \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw2} \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right)^2 \left(\frac{d}{\delta} \right)^{2n_1} \left\{ \frac{(2n_1+1)(3n_1+1)}{(n_1+1)(4n_1+1)} \right. \\ \left. (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1+1)/n_1} \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) + \frac{2(n_1+1)(2n_1+1)}{4n_1+1} \right. \\ \left. \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^3 + \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} \left[2 \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) \left(\frac{d}{\delta} \right)^{n_1} \left[n_1 \left\{ \frac{2(2n_1+1)(n_1+1)}{4n_1+1} \right\}^2 \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \left(\frac{d}{\delta} \right) \left\{ 1 + \frac{3n_1+1}{(n_1+1)^2} (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u^*d}{\nu} \right) \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^{1/n_1} \right\} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + (3n_1+1) \left(\frac{2n_1+1}{4n_1+1} \right)^2 (\lambda_1)^{-(3n_1+1)/n_1} \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^2 \left\{ \frac{3(3n_1+1)}{n_1-1} \right\} \right. \right. \\ \left. \left. + 2(n_1+1) \lambda_1 \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^{-1} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^{1/n_1} + \frac{4n_1(n_1+1)}{3n_1+1} (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{u^*d}{\nu} \right)^{-1} \left(\frac{u^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1-1)/n_1} \right\} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{d}{al_d} \right) + \frac{(2n_1-1)(3n_1+1)}{4n_1+1} \right\}$$

$$(\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1+1)/n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) + (2\sqrt{2}+1) \left(\frac{d}{al_d} \right) \dots \dots \dots (91)$$

ここに、 C_{Dw2} は Reynolds 数

$$R_{ew2} = (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{n_1+1} \left\{ \frac{(2n_1+1)(3n_1+1)}{(n_1+1)(4n_1+1)} \right. \\ \left. (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1+1)/n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) + \frac{2(n_1+1)(2n_1+1)}{4n_1+1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (92)$$

の関数であり、また l_d は(87)式であらわされる d/δ に対応して 図-18 から求められる l の値を示す。

以上のように求められた流体抵抗 R_T および R_L を(20)式に代入すれば、 $d/\delta \leq 1$ に対するつぎの関係が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi} = \frac{4}{3\phi_t} \dots \dots \dots (93)$$

ここに、

$$\phi_t = C_{D2} \left\{ \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) \left(\frac{d}{\delta} \right)^{n_1} + 2 \right\}^2 + 2 \left[\left(\frac{d}{al_d} \right) \left\{ 2(2+\sqrt{2}) \right. \right. \\ \left. \left. + (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{n_1} \left(2+n_1 \frac{al_d}{d} \right) \right\} - \frac{4(2n_1+1)}{4n_1+1} \right. \\ \left. (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^3 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{n_1} \left\{ \frac{1}{2}(3n_1+1)(\lambda_1)^{-(3n_1+1)/2n_1} \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{1/n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) + n_1(n_1+1) \right\} + 2\sqrt{2} \left(\frac{2n_1+1}{4n_1+1} \right) \left(\frac{d}{al_d} \right) \right. \\ \left. (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{n_1} \left\{ \frac{3n_1+1}{n_1+1} (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{1/n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) + 2(n_1+1) \right\} \right] + C_{Dw2} \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right)^2 \left(\frac{d}{\delta} \right)^{2n_1} \\ \left\{ \frac{(2n_1+1)(3n_1+1)}{(n_1+1)(4n_1+1)} (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1+1)/n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \right. \\ \left. + \frac{2(n_1+1)(2n_1+1)}{4n_1+1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \right\}^2 \tan \phi + 2 \left[2 \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) \left(\frac{d}{\delta} \right)^{n_1} \right. \\ \left. \left[n_1 \left\{ \frac{2(2n_1+1)(n_1+1)}{4n_1+1} \right\}^2 \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \left(\frac{d}{\delta} \right) \left\{ 1 + \frac{3n_1+1}{(n_1+1)^2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{1/n_1} \right\} + (3n_1+1) \left(\frac{2n_1+1}{4n_1+1} \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. (\lambda_1)^{-(3n_1+1)/n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^2 \left\{ \frac{3(3n_1+1)}{n_1+1} + 2(n_1+1)\lambda_1 \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{-1} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{1/n_1} + \frac{4n_1(n_1+1)}{3n_1+1} (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right)^{-1} \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1-1)/n_1} \right\} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{d}{al_d} \right) + \frac{(2n_1+1)(3n_1+1)}{4n_1+1} \right. \\ \left. (\lambda_1)^{-(n_1+1)/2n_1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1+1)/n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \right] + (2\sqrt{2}+1) \left(\frac{d}{al_d} \right) \right] \\ \tan \phi \dots \dots \dots (94)$$

である。

⑩ $\delta \leq d$ の場合；砂礫が一部境界層外へ露出する場合であるから、 R_{Tm} および R_{Tb} ともに存在することになる。まず R_{Tb} について考えることにすれば、 $z=\delta$ として得られる(90)式に対応した式をつくり、(57)式と同様な取り扱いから、次式が得られる。

$$R_{Tb} = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{D2} (1-\beta_s) \left\{ \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) + 2 \right\}^2$$

$$+ \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} (1-\beta_s) \left[\left(\frac{d}{al_b} \right) \left\{ 2(2+\sqrt{2}) + (2+n_1 \frac{al_b}{\delta}) \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) \right\} \right. \\ \left. - \frac{2(2n_1+1)(2n_1^2+5n_1+1)}{4n_1+1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) + 2\sqrt{2} \right. \\ \left. \frac{(2n_1+1)(2n_1^2+10n_1+3)}{(n_1+1)(4n_1+1)} \left(\frac{d}{al_b} \right) \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) \right] \dots \dots \dots (95)$$

ここに、 C_{D2} は(73)式と同じ Reynolds 数の関数である。

つぎに、 R_{Tm} は主流における流速分布として(4)式を用いるので、層流境界層の場合の(76)および(81)式と同じになり、それら両式における ζ_1 および η_1 に対してそれぞれ次式を用いればよいことになる。

$$\zeta_1 \left(= \sigma \frac{\delta}{x} \right) = 2\sigma_0 \frac{(2n_1+1)(3n_1+1)}{4n_1+1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2, \dots \dots \dots (96)$$

および

$$\eta_1 (= d/x) = \frac{2\lambda_1(2n_1+1)(3n_1+1)}{4n_1+1} (\lambda_1)^{-(3n_1+1)/2n_1} \\ \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{(2n_1+1)/n_1} \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \dots \dots \dots (97)$$

同様な取り扱いによれば、 R_{Lb} はつぎのようにあらわされる。

$$R_{Lb} = \frac{\rho}{8} \pi d^2 u^{*2} C_{Dw2} A_2 \left\{ \frac{(2n_1+1)(2n_1^2+10n_1+3)}{(n_1+1)(4n_1+1)} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) \right. \\ \left. + 1 \right\}^2 + \frac{\rho}{4} \pi d^2 u^{*2} A_2 \left[2 \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) \left[\frac{4n_1(2n_1+1)^2(n_1^2+5n_1+2)}{(4n_1+1)^2} \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 + \frac{(3n_1+1)(2n_1+1)^2}{(4n_1+1)^2} (\lambda_1)^{-2} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^4 \left\{ \frac{3(3n_1+1)}{n_1+1} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + 2(n_1+1)(\lambda_1)^{(n_1-1)/2n_1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{2/n_1} + \frac{4n(n_1+1)}{(3n_1+1)} (\lambda_1)^{-(n_1+1)/n_1} \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \right\} + \frac{(2n_1+1)(3n_1+1)}{4n_1+1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{d}{al_b} \right) \right] \\ \left. + (1+2\sqrt{2}) \left(\frac{d}{al_b} \right) \right] \dots \dots \dots (98)$$

ここに、 C_{Dw2} は Reynolds 数

$$R_{ew2} = \frac{(2n_1+1)(2n_1^2+10n_1+3)}{(n_1+1)(4n_1+1)} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) \left(\frac{u_c^* d}{\nu} \right) \dots \dots \dots (99)$$

の関数である。

最後に R_{Lm} であるが、 R_{Tm} の場合と同様に層流境界層を仮定した場合における(79)および(83)式において、 ζ_1 および η_1 としてそれぞれ(96)および(97)式を用いればよいことになる。

以上のように求められた諸結果を平衡条件式に代入して、 $d \geq \delta$ に対するつぎの関係が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi} = \frac{4}{3\phi_s}, \dots \dots \dots (100)$$

ここに、

$$\phi_s = (1+m)^2 \beta_s \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right)^2 C_{D1} \operatorname{sech}^4 \zeta_1 + (1-\beta_s) C_{D2} \left\{ \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) + 2 \right\}^2 \\ + 2(1-\beta_s) \left[\left(\frac{d}{al_b} \right) \left\{ 2(2+\sqrt{2}) + (2+n_1 \frac{al_b}{\delta}) \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) \right\} \right. \\ \left. - \frac{2(2n_1+1)(2n_1^2+5n_1+1)}{4n_1+1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) \right. \\ \left. + 2\sqrt{2} \frac{(2n_1+1)(2n_1^2+10n_1+3)}{(n_1+1)(4n_1+1)} \left(\frac{d}{al_b} \right) \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2\beta_s \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*}\right)^2 (\text{sech}^4 \zeta_1) \left[\frac{m(1+m)}{ac} \eta_1 - m \eta_1 \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} \right. \\
 &(2\zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1) + m \eta_1 \left(2\zeta_1 \tanh \zeta_1 - \frac{1}{2} \right) \\
 &+ \frac{m(1+m)}{\sigma_0} \eta_1 \left(2\zeta_1 - \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} \right) \left\{ \frac{1}{2(ac)^2} \div \sigma_0^2 \tanh^2 \zeta_1 \right\}^{1/2} \Big] \\
 &+ 2 \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 A_1 \left[\left(\frac{1+m}{2\sigma_0} \right)^2 C_{Dwi} (2\zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1)^2 \right. \\
 &+ \frac{m}{2\sigma_0} (\text{sech}^2 \zeta_1) \left[2\zeta_1 \eta_1 (\text{sech}^2 \zeta_1) (2\zeta_1 \tanh \zeta_1 - 1) + \tanh \zeta_1 \right. \\
 &+ 2\sqrt{2} \left(\frac{m}{ac} \right) \eta_1 (2\zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 - \tanh \zeta_1) + \left(2\zeta_1 - \frac{\tanh \zeta_1}{\text{sech}^2 \zeta_1} \right) \\
 &\left. \left. \left\{ \frac{1}{2} \eta_1 (1 - 4\zeta_1 \tanh \zeta_1) \text{sech}^2 \zeta_1 + \frac{(1+m)}{2ac\sigma_0} \eta_1 (2\zeta_1 \text{sech}^2 \zeta_1 \right. \right. \right. \\
 &\left. \left. \left. - \tanh \zeta_1) \right\} \right] \right] \tan \varphi + A_2 \left[C_{Dw2} \left\{ \frac{(2n_1+1)(2n_1^2+10n_1+3)}{(n_1+1)(4n_1+1)} \right. \right. \\
 &\left. \left. \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right) + 1 \right\}^2 + 4 \left(\frac{\bar{u}_0}{u_c^*} \right) \left[\frac{4n_1(2n_1+1)^2(n_1^2+5n_1+2)}{(4n_1+1)^2} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \right. \right. \\
 &\left. \left. + \frac{(3n_1+1)(2n_1+1)^2}{(4n_1+1)^2} (\lambda_1)^{-2} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^4 \left\{ \frac{3(3n_1+1)}{n_1+1} \right. \right. \right. \\
 &\left. \left. \left. + 2(n_1+1)(\lambda_1)^{(n_1-1)/2n_1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^{2/n_1} + \frac{4n_1(n_1+1)}{(3n_1+1)} \right. \right. \right. \\
 &\left. \left. \left. (\lambda_1)^{-(n_1+1)/n_1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \right\} + \frac{(2n_1+1)(3n_1+1)}{4n_1+1} \left(\frac{u_c^*}{\bar{u}_0} \right)^2 \right. \right. \\
 &\left. \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{d}{al_s} \right) \right] + (1+2\sqrt{2}) \left(\frac{d}{al_s} \right) \right] \tan \varphi \dots \dots \dots (101)
 \end{aligned}$$

である。

図-22 $\xi > 2\alpha^2$ の領域における C_f と $\bar{u}_0 L/\nu$ との関係
 Fig. 22 Relation between C_f and $\bar{u}_0 L/\nu$ in region of $\xi > 2\alpha^2$

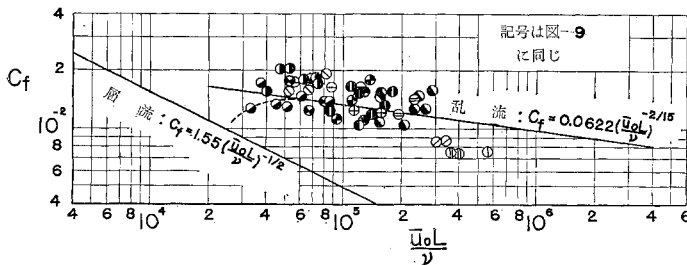
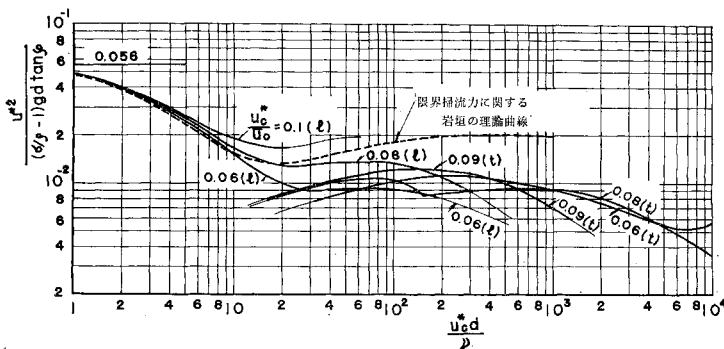


図-23 理論から得られた $\xi > 2\alpha^2$ の領域における洗掘限界の無次元表示
 Fig. 23 Dimensionless expression of criterion for scour in region of $\xi > 2\alpha^2$ obtained by the theory



以上要するに zone of established flow における洗掘限界は zone of flow establishment における場合と同様に、層流境界層を仮定した場合および乱流境界層を仮定した場合のいずれにおいても、つぎの関係であらわされることわかる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\phi_i^2}, \quad (i=5, 6, 7, 8) \dots \dots \dots (102)$$

ここに、

$$\phi_i = \phi_i [u_c^* d/\nu, u_c^*/\bar{u}_0] \dots \dots \dots (103)$$

である。これらの諸式を計算するにあたり、前述した場合と同様に 図-9 の関係を C_f と $\bar{u}_0 L/\nu$ との関係で示したものが 図-22 であり、図中の実線は (13) および (19) 式において右辺のカッコ内の第 2 項を省略して得られたものである。いま一応 $\bar{u}_0 L/\nu = 6 \times 10^3 \sim 10^7$ の範囲を対象とすることにすれば、 u_c^*/\bar{u}_0 の値は層流境界層の場合 0.1~0.06、乱流境界層の場合 0.09~0.06 の範囲について (102) および (103) 式を計算すればよいことになるので、 n_1 および λ_1 として境界層の解析において用いた値を、また第 2 章で述べた混合距離に対する係数 c の値に対応した σ_0 、および前述の領域におけると同様に $m=0.1$ を用いて、式中微小と考えられる項を省略して計算した結果が 図-23 である。図中には比較のために

限界掃流力に関する岩垣博士の理論曲線を示した。なお、 $u_c^* d/\nu$ の値が十分小さくなると、前述の場合と同様に u_c^*/\bar{u}_0 にかかわらず、一定値 0.056 に近づくことがわかる。

以上述べた理論的考察においては、(62), (63), (102) および (103) 式から明らかなように、zone of flow establishment および zone of established flow のいずれの場合に対しても、その洗掘限界を規定する関係は限界摩擦速度を用いて、限界掃流力あるいは前論文で述べた滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界の場合⁷⁾と同様に $u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$ と $u_c^* d/\nu$ との関係によってあらわしても、なお一つのパラメーター u_c^*/\bar{u}_0 が介入することがわかる。このことは本章で論じたように、境界層が発達する場合の一つの特徴としてこうした結果が現われるのであって、流れが一様であるが距離的に u^* が変化するためであろう。しかしながら、 u_c^*/U あるいは u_c^*/\bar{u}_0 による理論曲線の変化の傾向は 図-20 および 23 から明らかなように、きわめて複雑であるが、すでに述べたように

u_c^*/\bar{u}_0 の値は実際上あまり広範囲に変化しないことおよび u_c^*/\bar{u}_0 によって理論曲線があまり極端には変化しないようであるので、次節においてはこうした事実に着目した実験結果と比較検討するつもりである。

d) Wall jet に関する結果が適用できない領域に対する理論的考察 この領域においては、第2章で述べた境界層の解析が適用されないわけであるから、その流れの特性は 図-3 に示したように、最大流速が自由噴流の場合にくらべて急速に減少するという以外は全く不明である。したがって、洗掘限界の考察にあたって、すでに述べた領域に対する考察のように、これを数式的に議論することはできないので、もっぱら 図-3 の結果をもとにして、次元解析の方法によって、 $\xi < \xi_c$ なる前述した領域における結果との関連について考察しよう。

砂礫の移動限界に最も支配的なものは、すでに述べたように摩擦速度であるが、これに代るものとして近似的に流れの最大流速を用いることができるであろう。図-3 によって明らかなように、 $\xi_c < \xi$ の領域における u_0/U の特性は h_0/x (水たたきの場合には x の代りに L となる) によって最も特徴づけられることがわかり、また ξ が十分大きくなると一様な流れに接続するはずである。

$\xi < \xi_c$ の領域すなわち wall jet として取り扱いうる場合には、図-3 あるいはいままで述べた考察などから明らかなように、境界層の発達および洗掘限界の考察に下流水深は本質的に介入しないわけであるから、たとえば水たたきの長さ、砂礫の特性、水門の大きさおよび水温を与えると、洗掘限界にあるような噴流の流速は一意的に定まることになる。この事実と上述した $\xi > \xi_c$ における流れの特性とを考慮して、 $\xi < \xi_c$ に対する洗掘限界に関する理論的結果との関連において、 $\xi > \xi_c$ における洗掘限界は実用上つぎの関係によってあらわされると考えられるであろう。

$$U/U_w = f(h_0/L), \dots\dots\dots(104)$$

ここに、 U は水たたきの長さ L 、砂礫の特性、水門の大きさおよび水温をあたえた場合の洗掘限界における水門出口の流速であり、また U_w は同じ条件において wall jet と考えて求めた仮想の流速である。

さらに詳細な議論はこの領域における流れの特性を明確にする必要があるわけであるが、いちじるしい乱れの発達にともなってその現象がきわめて複雑であることから、理論的に考察することはかなり困難といえよう。こうした理由から、実験結果にもとづいて (104) 式の関係を検討し実証できれば、すでに述べた領域に対する理論的考察の結果をもとにして、 $\xi > \xi_c$ の領域における洗掘限界を推定することができるであろう。

(3) Wall jet による洗掘限界に関する実験

前節において述べた洗掘限界に関する理論的考察をもとにして、実際の現象を考察するために、すでに述べた

三つの領域のそれぞれに対してつぎに述べるような実験を行なった。

a) 実験装置および実験方法

① 実験水路：第2章で述べた境界層の発達に関する実験を行なった 図-2 に示した水路において、水門の下流側に滑面の水たたきを作り、その下流に対象とする砂礫を敷いて洗掘限界の実験を行なった。水たたきの長さは水門出口の大きさと関連において、zone of flow establishment, zone of established flow および wall jet に関する研究が適用できない領域のそれぞれに対して決定し、その水たたきは表面が十分滑面と考えられる真鍮板を用いた。流量の調節は水路に連結する円管にとりつけられたスルースバルブで行ない、また噴流の流速はピトー管によって測定した。

表-1 実験に使用した砂礫および球の特性

Table 1 Properties of used sands and gravels, and steel sphere

粒 径 d (cm)	比 重 ρ/ρ	$\tan \varphi$	単位面積当りの露出数 cm^{-2}	形 状 係 数 c/\sqrt{ab}
0.0450	2.479	0.790	191	0.624 (0.276-0.876)
0.0900	2.507	0.984	64.9	0.634 (0.198-0.889)
0.185	2.512	1.045	23.7	0.651 (0.354-0.904)
0.375	2.527	1.036	8.96	0.671 (0.328-0.924)
0.600	2.528	1.082	3.78	0.678 (0.600-0.917)
1.75	2.661	1.041	0.811	0.562 (0.316-0.869)
2.25	2.660	1.019	0.572	0.571 (0.346-0.835)
0.332 (鋼球)	7.675	1.021	9.70	1

② 砂礫の特性：実験に使用した砂礫の特性をとりまとめて表-1 に示した。粒径はなるべく一樣になるように、0.3~0.6 mm, 0.6~1.2 mm, 1.2~2.5 mm, 2.5~5.0 mm, 5.0~7.0 mm, 15~20 mm, および 20~25 mm のフルイの目の大きさのそれぞれの平均を採用した。また砂礫の静止摩擦角 φ 、形状係数 c/\sqrt{ab} および単位面積当りの露出数はさきの論文⁷⁾の結果と同様に測定したものである。

なお、砂礫の形状および比重の相違がその移動限界におよぼす影響を検討するための一例として、zone of established flow に対して、鋼球を用いて実験を行なったが、表-1 にはその鋼球の特性をも示しておいた。

③ 実験方法：水たたきの下流側に対象とする砂礫を敷き、流量を調節して、水たたきの下流端近傍における砂礫の移動数を測定し、流速とその移動数との関係を求めた。ただし、Wall jet の結果が適用できない領域における砂礫の移動限界に対しては、乱れがきわめて複雑に発達していることから、砂礫の移動数を適確に測定することは困難であったので、他の領域における移動限界の判定結果をもとにして、直観的に判定することにした。

b) 実験結果とその考察 以上のようにして得られた

実験結果をそれぞれすでに述べた三つの領域に対する理論的考察の結果と比較検討すればつぎのようである。

① Zone of flow establishment に対する考察：この領域にある水たたきに対して得られた実験結果のうち噴流の流速と砂礫の移動割合との関係の一例を 図-24 に示す。図中の横軸は砂礫の移動限界を定義するために、前論文⁷⁾ で提案した移動割合をあらわす量である。

噴流による砂礫の移動限界に対しても、前論文で定めた移動割合 $p_0=0.5\%/s$ を適用することにし、図-24 の結果からこの値に対応した噴流の流速 U を求める。さらに、この値と L および ν とから計算される Reynolds 数 UL/ν に対応した C_f の値を 図-19 によって求め、これより限界摩擦速度 u_c^* を推定し、 $u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$ と u_c^*d/ν との値を計算する。この場合、 UL/ν の値が 2×10^4 程度になったときは 図-19 に破線で示した関係を適用することにした。この付近の C_f と UL/ν との関係については明確ではないが、実際上粒径が 0.045 cm 程度となる場合に相当しているため、あまり多くの議論は残さないと考えられる。以上のようにして得られた実験結果をとりまとめて表-2 に示した。

図-25 は 表-2 の結果を図示して理論曲線と比較したものである。図中の理論曲線は前論文⁷⁾ と同様に岩垣博士の提案した遮蔽係数 ϵ を導入して、(102)式を

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3 \epsilon \phi_i^2}, \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad \dots\dots\dots(105)$$

とあらわし、 ϵ の値がその水理学的機構を考へて、限界掃流力の場合や前論文⁷⁾ の場合とほぼ同一であろうと推定されることから、 $\epsilon=0.4$ としたものである。図-25 によれば、層流境界層から乱流境界層への遷移が明らかでないため、理論曲線を u_c^*/U をパラメーターとして一つの曲線であらわしえないので、実験値と全面的な比較はできない。しかし多くの仮定を導入して考察した理論結果であるにもかかわらず、実験結果とかなりよく一致し

図-24 噴流の流速と砂礫の移動割合との関係

Fig. 24 Variations in number of moved sands and gravels with velocity of jets

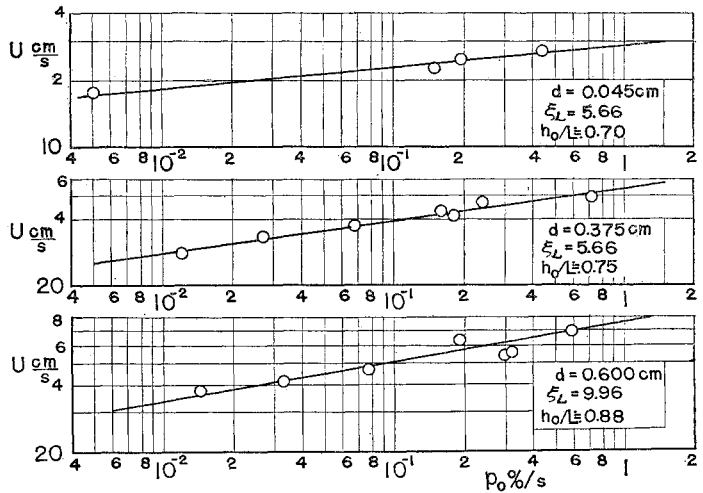


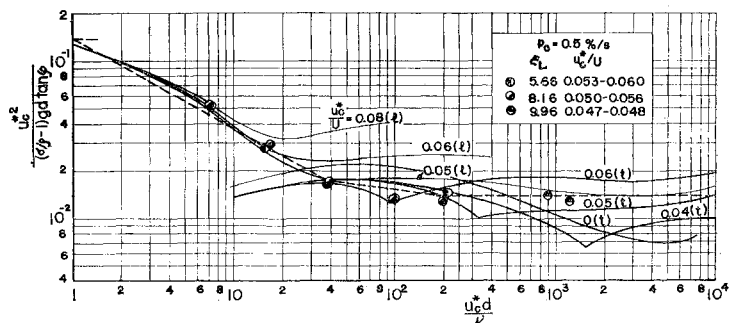
表-2 $\xi \leq 2 \alpha^2$ の領域における洗掘限界に関する実験結果

Table 2 Experimental data for criterion for scour in region of $\xi \leq 2 \alpha^2$

d (cm)	L/D	U (cm/s)	u_c^*/U	u_c^* (cm/s)	u_c^*d/ν	$u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$
0.0450	5.66	27.4	0.0599	1.64	6.97	0.0524
0.0900	"	31.1	0.0588	1.83	15.5	0.0279
0.185	"	38.0	0.0573	2.18	38.0	0.0166
0.375	"	50.0	0.0556	2.78	97.8	0.0133
0.600	"	70.0	0.0538	3.77	212	0.0146
1.75	8.16	135.0	0.0476	6.43	901	0.0139
2.25	"	146.0	0.0472	6.89	1242	0.0127
0.0450	9.96	29.8	0.0556	1.65	7.04	0.0532
0.0900	"	36.7	0.0543	1.99	16.9	0.0296
0.185	"	41.3	0.0534	2.21	38.5	0.0171
0.375	"	53.2	0.0519	2.76	97.4	0.0132
0.600	"	69.4	0.0507	3.52	198	0.0128

図-25 $\xi \leq 2 \alpha^2$ の領域における実験結果と理論曲線との比較

Fig. 25 Comparison of experimental results and theoretical curves for criterion for scour in region of $\xi \leq 2 \alpha^2$



ており、また u_c^*/U というパラメーターの影響は実験の範囲内では明確ではないようである。

② Zone of established flow に対する考察：この領域における実験結果を 図-24 と同様に示した結果

図-26 (a) 噴流の流速と砂礫の移動割合との関係 (砂粒の場合)

Fig. 26(a) Variations in number of moved sands and gravels with velocity of jets (case of sand grains)

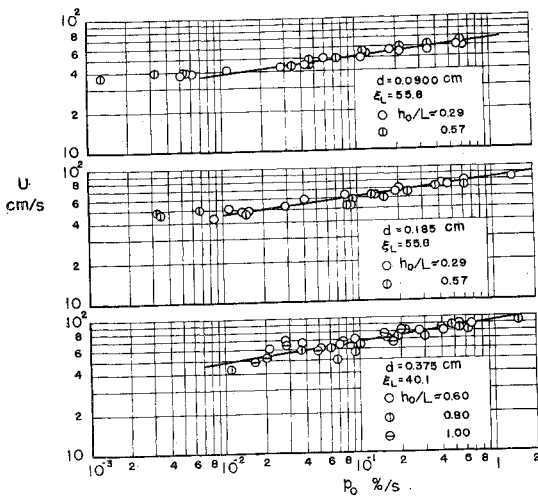


図-26 (b) 噴流の流速と砂礫の移動割合との関係 (礫の場合)

Fig. 26(b) Variations in number of moved sands and gravels with velocity of jets (case of gravels)

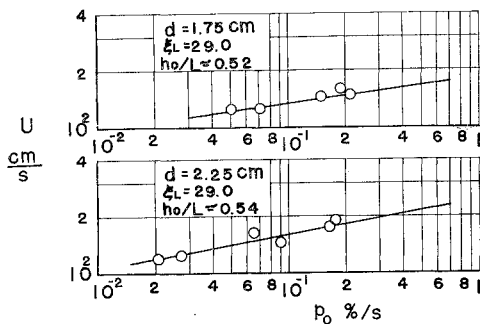
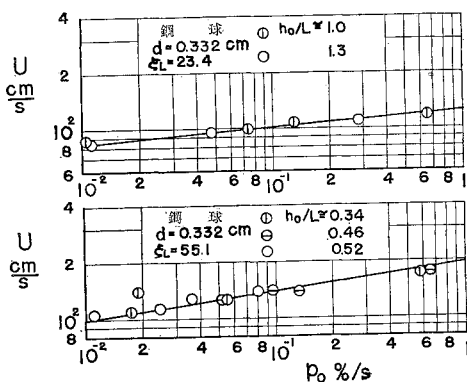


図-26 (c) 噴流の流速と砂礫の移動割合との関係 (鋼球の場合)

Fig. 26(c) Variations in number of moved sands and gravels with velocity of jets (case of steel spheres)



の数例を 図-26 (a), (b) および (c) に示す。図-26 (a) は砂粒を用いた場合の例であり、また 図-26 (b) は礫の場合である。図-26 (c) は鋼球を用いた場合であって、この場合には一様な配列で鋼球が並ぶ、ときわめて大きい流速に対しても移動しないようになるので、砂礫の場合と同様になるべく任意に並べた場合を対象とすべく、とくに注意して実験した結果である。いずれの場合にも、図-24 に示した結果と同様に、 $p_0\%/s$ による U の変化はあまりいちじるしくなく、とくにこの領域に対しては図中 h_0/L をパラメーターとして実験値を示してあるにもかかわらず、水温が同一であれば、図-3 から求められる $h_0/L > 0.288$ なる場合に対しては、ほとんどすべての実験値が同一の曲線によってあらわされることわかる。この事実は、第2章で取り扱った境界層の発達にもとづく前節の理論的考察においてすでに適用していることであって、wall jet の特性から考えれば、むしろ当然といえよう。その適用限界 h_0/L の値に対しては、つぎの領域に対する考察において、あらためて述べるつもりである。

これらの実験結果において、砂礫の移動限界としていままでと同様に $p_0 = 0.5\%/s$ を適用し、(6)式によって \bar{u}_0 を求め、図-19 の代りに 図-22 を用いて限界摩擦速度を推定し、表-2 と同様に実験結果をとりまとめたものが表-3 である。この場合も $\bar{u}_0 L/\nu$ の値が 3×10^4 付近においては、図-22 に破線で示した関係を適用した。図-27 は表-3 の結果を図示し、理論曲線と比較したものである。図中の曲線は(105)式と同様に、(102)式の関係に遮蔽係数 ϵ を導入して、

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\epsilon\phi_i} \quad (i=5, 6, 7, 8) \dots (106)$$

とあらわし、 $\epsilon = 0.4$ としたものである。図-25 の場合と同様に理論曲線が u_c^*/\bar{u}_0 をパラメーターとして一つの曲線によって示されていないことから、実験値との全面的な比較はできないが、両者はかなり良好な一致を示しているものといえよう。とくに鋼球を用いた実験値もほぼ妥当な位置に示されているようであり、このことおよび実験に使用した砂礫の特性からして、砂礫の形状係数が $u_c^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi$ と u_c^*d/ν との関係におよぼす効果は、表-1 に示した程度の形状係数であれば、前論文⁷⁾の場合と同様に実際上あまりいちじるしくないものと考えてよいであろう。またこの場合は u_c^*/\bar{u}_0 による理論曲線の変化が実験結果のぼらつき程度であることや、実験結果にもこうした傾向がほとんど現われていないことから、実用上このパラメーターはあまり重要でないものと考えられる。しかしながら、この実験で求められた u_c^*/\bar{u}_0 の値の範囲はきわめてせまいことから、さらにくわしい議論は大規模な実験かあるいは実際の水門についての実測などにもとづく、 u_c^*/\bar{u}_0 の値がより小

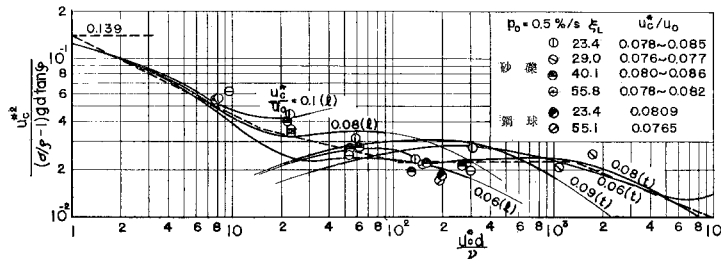
表-3 $\xi \geq 2\alpha^2$ の領域における洗掘限界に関する実験結果

Table 3 Experimental data for criterion for scour in region of $\xi \geq 2\alpha^2$

d (cm)	L/D	U (cm/s)	u_c^*/u_0	u_c^* (cm/s)	u_c^*d/ν	$u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$
0.0450	23.4	32.6	0.0788	1.713	8.16	0.0569
0.0900	"	44.7	0.0823	2.45	22.9	0.0457
0.185	"	53.4	0.0850	3.03	58.7	0.0318
0.375	"	64.0	0.0839	3.42	138.0	0.0227
0.600	"	92.2	0.0821	5.05	312	0.0275
1.75	29.0	168	0.0774	7.76	1086	0.0203
2.25	"	213	0.0761	9.70	1747	0.0252
0.0450	40.0	39.0	0.0859	1.704	7.72	0.0562
0.0900	"	53.5	0.0836	2.30	21.7	0.0403
0.185	"	66.5	0.0823	2.78	54.0	0.0270
0.375	"	80.5	0.0813	3.33	130.5	0.0191
0.600	"	106.6	0.0801	4.39	271	0.0208
0.0900	40.1	49.9	0.0832	2.12	22.8	0.0342
0.135	"	67.4	0.0814	2.80	60.7	0.0274
0.375	"	86.7	0.0806	3.56	158.9	0.0218
0.0450	55.8	50.8	0.0822	1.807	9.58	0.0633
0.0900	"	61.2	0.0816	2.16	22.9	0.0357
0.185	"	76.0	0.0803	2.64	53.4	0.0243
0.375	"	103.6	0.0785	3.52	156.2	0.0213
0.600	"	130.0	0.0770	4.34	306	0.0194
0.322	23.4	115.2	0.0809	6.22	199.1	0.0179
(鋼球)	"	"	"	"	"	"
"	55.1	180.0	0.0765	6.01	193.4	0.0167

図-27 $\xi \geq 2\alpha^2$ の領域における実験結果と理論曲線との比較

Fig. 27 Comparison of experimental results and theoretical curves for criterion for scour in region of $\xi \geq 2\alpha^2$



さいような測定値との比較にまたねばならないことはいうまでもない。

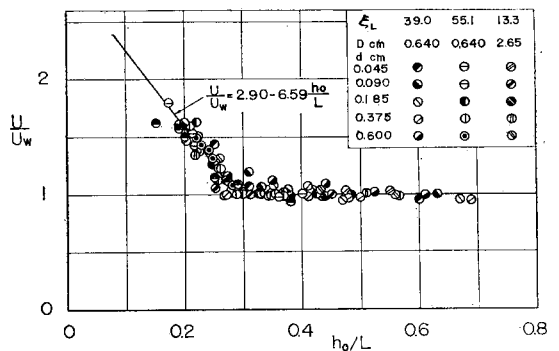
図-25と図-27とを比較すると、前者の方が u_c^*/u_0 (図-25の場合には $u_0=U$ であるから u_c^*/U となる) による理論曲線の変化が大きいが、 $u_c^*d/\nu=10^3$ 程度までは両者ともほぼ同じ傾向を示している。しかし $u_c^*d/\nu > 10^3$ の範囲になると、前者は u_c^*/U によって複雑な変化を示すが、 $u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$ の値はほぼ一定値をとるような傾向を示しているのに反し、後者の場合には、 $u_c^*d/\nu=1.5 \times 10^3$ 付近 ($u_c^*/u_0=0.09$ の場合は図-22 から明らかなように実際上ほとんど存在しないので対象としない) から $u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$ の値が u_c^*d/ν の増加とともに減少する傾向を示している。この付近について理論曲線と実験値とを比較検討するためには、砂礫の大きさは約 5 cm 以上となることから、かなり大規模な実験かあるいは実際の水門に対する実測を必要とす

るわけである。とくに、 $u_c^*d/\nu \approx 6 \times 10^3$ 付近から $u_c^*/u_0=0.06$ の曲線と $u_c^*/u_0=0.08$ のそれとが離れていくが、理論上 $u_c^*/u_0=0.08$ の曲線はこの付近において計算に用いた球の Reynolds 数が臨界 Reynolds 数に達することから、前章で述べた理由で理論的に考察を進めることはほとんど不可能であり、したがってもっぱら実測結果に依存しなければならない。

③ Wall jet に関する結果が適用できない領域に対する考察：この領域に対しては、すでに述べたように、以上述べた領域に対する理論的考察の結果との関連において、次元解析的手法によって (104) 式であらわされる関係が見出されたので、もっぱらこの関係について実験結果を検討していくことにする。前述したように、この領域に対しては、砂礫の移動限界の判定は他の領域についての $p_0=0.5\%/s$ に対応した砂礫の移動状況を考慮して、直観的に判定したわけであるが、つぎに述べる関係に対してはあまり相違はないものと考えてよいであろう。こうした実験値にもとづいて (104) 式の関係を検討した結果が図-28 である。この結果によれば、 h_0/L がある値以上になると、 ξL , D および d の変化にかかわらず、水門出口の流速 U と wall jet としての仮定の流速 U_w とが完全に一致することがわかるが、い

図-28 U/U_w と h_0/L との関係

Fig. 28 Relation between U/U_w and h_0/L



うまでもなくこの領域は前述した領域の洗掘限界である。

一方、 h_0/L の値がその限界値より小さくなると、

U/U_w は h_0/L の減少とともにかなり急激に増加することがわかるが、この領域がここで議論の対象となる範囲である。水門出口の大きさ、 ξ_L および砂礫の大きさのかなりの変化に対して、この領域の U/U_w と h_0/L との関係はほとんど一つの関係であらわされるようであり、このことは次元解析の手法によって求めた (104) 式の関係をかなり適確に実証しているといえよう。

いま図に示したように、 U/U_w と h_0/L との関係を実験の範囲内に対して直線であらわすことにすれば、つぎの関係が得られる。

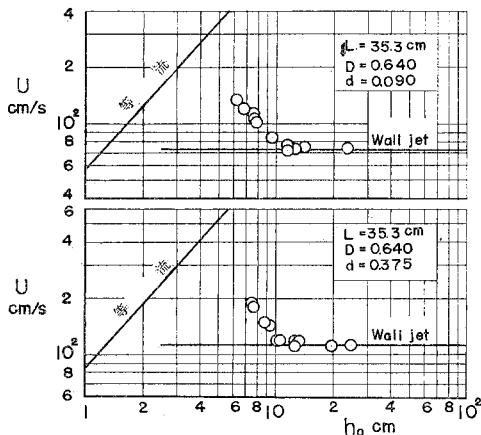
$$U/U_w = 2.90 - 6.59(h_0/L) \dots\dots\dots (107)$$

この関係において、 $U/U_w = 1$ となる h_0/L の値を求めると、 $h_0/L = 0.288$ となる。この値は 図-4 に示した二次元自由噴流の特性あるいは wall jet における境界層の発達に関する理論的考察の適用限界と比較してほとんど一致しており、きわめて興味深いことといえよう。この関係から明らかなように、水門下流部における砂礫の移動限界におよぼす下流水深の影響は h_0/L の値が 0.288 より小さくなると現われることになり、水たたきの長さ L を一定とした場合、 h_0 を減少させるほど砂礫を移動させるためにより大きな流速 U を必要とすることを示している。

なお、この領域の十分下流においては、等流に接続するはずであるから、そうした関係を示す一例として水門出口の流速と下流水深との関係を示した結果が 図-29 である。この結果から実験値は等流の関係に急激に近づいていくことがわかるが、この実験の範囲内では、等流に漸近する付近の状況は見出すことができない。

図-29 洗掘限界における噴流の流速の下流水深による変化

Fig. 29 Variation in velocity of jets in criterion for scour with tail water depth



(4) 実験公式および水たたきの長さに関する考察

本節においては、以上述べた理論的考察と実験結果とをもとづいて、水門下流部における洗掘限界に関する実

験公式を、また洗掘限界に立脚した水たたきの長さの決定に関する公式を提案し、さらに実際こうした観点に立って水たたきを設計する場合の設計図表を示す。一方従来水たたきの長さの設計に対して用いられてきた Bligh の式および Iowa 大学で 1935 年に実施した実験にもとづいて提案された実験公式に対して二、三の検討を行なうとともに、最後に水たたきの長さの設計に関する計算例をつけ加えて実用化を試み、若干の考察を述べるつもりである。

a) 実験公式 前節で述べた洗掘限界に関する考察をもとにして、水門下流部における砂礫の移動限界を論ずるためには、図-25 および 27 のままでは実用上はなほ都合が悪いので、実験公式として簡便な式に書きかえる必要がある。このために、それぞれの領域に対して実験公式を提案し、二、三の考察をすればつぎのようである。

① $L/D \leq 2 \alpha^2 (=10.4)$ における実験公式：水たたきが zone of flow establishment に設けられている場合であって、いま 図-25 における破線のように、 u_c^*/U の影響を省略して、折線で $u_c^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi$ と u_c^*d/ν との関係をあらわすことにすると、これらの折線はつぎのような実験公式によってあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} R^* &\geq 1330; \\ u_c^{*2} &= 0.0140 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\} d, \\ 286 &\leq R^* \leq 1330; \\ &= 0.0391 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\}^{13/14} \nu^{1/7} d^{11/14}, \\ 2.68 &\leq R^* \leq 286; \\ &= 0.216 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\}^{7/9} \nu^{4/9} d^{1/3}, \\ R^* &\leq 2.68; \\ &= 0.139 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\} d \end{aligned} \right\} \dots (108)$$

ここに、 $R^* = \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\}^{1/2} d^{3/2} / \nu$ である。

また、砂礫の比重 σ/ρ を 2.65, $\tan \varphi = 1$ とし、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ (20.3°C)、 $g = 980 \text{ cm}/\text{s}^2$ を用いて、(108) 式を簡易化すると、 u_c^{*2} を $(\text{cm}/\text{s})^2$ 、 d を cm であらわして次式が得られる。

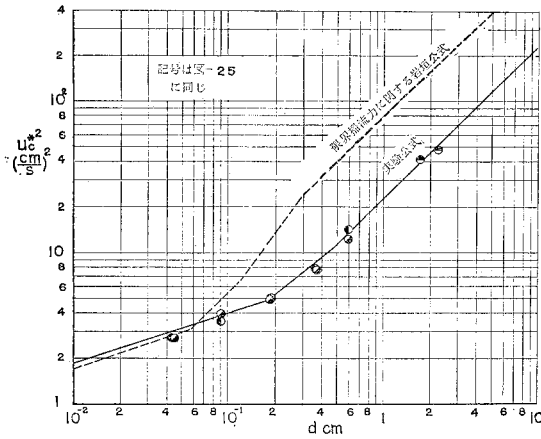
$$\left. \begin{aligned} d &\geq 0.478 \text{ cm}; & u_c^{*2} &= 22.6 d \text{ (cm/s)}^2, \\ 0.172 &\leq d \leq 0.478 & &= 19.3 d^{11/14}, \\ 0.00763 &\leq d \leq 0.172 & &= 8.73 d^{1/3}, \\ d &\leq 0.00763 & &= 225 d \end{aligned} \right\} \dots (109)$$

図-30 は (109) 式を図示したものであり、比較のために限界掃流力に関する岩垣公式を示した。

② $2 \alpha^2 \leq L/D < \xi_c$ における実験公式：この場合には水たたきが zone of established flow に設けられた場合であって、前の領域と同様に、図-27 において破線で示したように、折線で $u_c^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi$ と u_c^*d/ν との関係をあらわすことにすれば、つぎのような実験公式が得られる。

図-30 $\xi \leq 2\alpha^2$ の領域における洗掘限界に対する実験公式

Fig. 30 Graphical representation of empirical formula for criterion for scour in region of $\xi \leq 2\alpha^2$



$$\begin{aligned}
 &9050 \leq R^* \leq 76400; \\
 &u_c^* = 0.464 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \phi\}^{5/6} \nu^{1/3} d^{1/2}, \\
 &670 \leq R^* \leq 9050; \\
 &= 0.0223 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \phi\} d, \\
 &79.6 \leq R^* \leq 670; \\
 &= 0.0947 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \phi\}^{3/2} \nu^{2/3} d^{2/3}, \\
 &2.68 \leq R^* \leq 79.6; \\
 &= 0.207 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \phi\}^{4/3} \nu^{2/3} d^{2/3}, \\
 &R^* \leq 2.68; \\
 &= 0.139 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \phi\} d
 \end{aligned} \quad \dots(110)$$

図-27 において $u_c^* d/\nu = 2 \times 10^3$ 付近までは実験値があるが、それ以上の範囲に対してはすでに述べたように実験結果との比較がなされていないわけであって、実験公式を提案する場合多くの問題点が残される。ここではこの領域とくに $2 \times 10^2 < u_c^* d/\nu < 8 \times 10^3$ の範囲では、理論曲線が u_c^*/\bar{u}_c の変化に対して比較的一致していることに着目して、上式のようにあらわしたわけである。このことから一応上記の実験公式の適用限界として、 $u_c^* d/\nu = 8 \times 10^3$ をとることにしたが、これらの点に関しては将来の実測結果にまたねばならない。

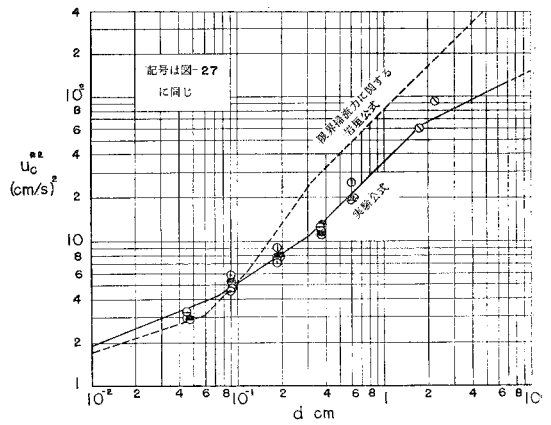
また実際上の数値を用いて、(109)式に対応した実験公式をつくれれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 &1.72 \leq d \leq 7.12 \text{ cm}; \quad u_c^* = 47.3 d^{1/2} \text{ (cm/s)}^2, \\
 &0.303 \leq d \leq 1.72 \quad ; \quad = 3.61 d, \\
 &0.0730 \leq d \leq 0.303 \quad ; \quad = 24.2 d^{2/3}, \\
 &0.00763 \leq d \leq 0.0730 \quad ; \quad = 12.1 d^{2/3}, \\
 &d \leq 0.00763 \quad ; \quad = 225 d
 \end{aligned} \quad \dots(111)$$

図-31 は上式を図示したものである。比較のために限界掃流力に関する岩垣公式を示したが、図-30の結果とともに、このような滑面の水たたきの下流端における砂礫の移動限界は、粒径の大きいときには、限界掃流力の場合にくらべてかなり小さい掃流力によって規定され

図-31 $\xi \geq 2\alpha^2$ の領域における洗掘限界に対する実験公式

Fig. 31 Graphical representation of empirical formula for criterion for scour in region of $\xi \geq 2\alpha^2$



ということが明確に示されている。

③ $L/D > \xi_c$ における実験公式：この領域における洗掘限界は前述した領域における結果との関連において考察し、(107)式であらわされる関係を得たわけであって、この結果をもとにして(108)および(110)式のように限界摩擦速度であらわすことは、この領域における抵抗法則がわからない限り不可能である。しかし実際上はむしろ(107)式であらわされる関係の方が都合がよいので、この領域に対する実験公式としては、(107)式のまま提案することにする。

b) 水たたきの長さに関する考察

① 水たたきの長さに関する公式：以上述べた水門下流部における砂礫の移動限界をあらわす関係に、それぞれの領域における流れの抵抗法則を代入して変形すれば、洗掘限界にある水たたきの長さをあらわす関係を求めることができる。

② $L/D \leq 10.4$ における公式；図-25に破線で示した関係、あるいは(108)式によってあらわされる実験公式に図-19に示した層流に対する抵抗法則、あるいはBlasiusの法則を代入し、水たたきの長さについてあらわせば、つぎの関係が得られる。

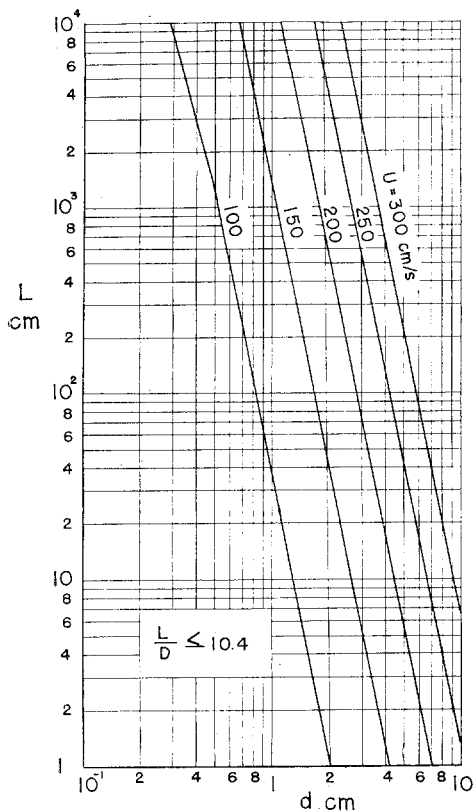
$$\begin{aligned}
 &R^* \geq 1330; \\
 &\frac{L}{D} = 37.5 \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-1} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^5, \\
 &286 \leq R^* \leq 1330; \\
 &= 0.220 \left(\frac{d}{D}\right)^{65/9} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-2/3} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{55/14}, \\
 &2.68 \leq R^* \leq 286; \\
 &= 0.000434 \left(\frac{d}{D}\right)^{20/9} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{11/9} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{55/9} \text{ (乱流)}, \\
 &= 0.0288 \left(\frac{d}{D}\right)^{5/9} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-1/9} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{14/9} \text{ (層流)}, \\
 &R^* \leq 2.68; \\
 &= 0.0691 \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-1} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^2
 \end{aligned} \quad \dots(112)$$

上式中同一の R^* の範囲に対して、層流および乱流のそれぞれに対する式を示したのは、図-19 における層流から乱流への遷移 Reynolds 数やまたその付近の遷移の状況が明らかでないためであって、図-25 によれば、その遷移が問題になるのは実際上 $u_c^*d/\nu \approx 25$ 付近と考えられるので、この付近に対する実験公式のみ二つの抵抗法則によってあらわされる関係をあげたのである。したがって、これらの式の適用はつぎのようにすべきであろう。すなわち、与えられた砂礫の特性と水温とから計算される R^* の値が $2.68 \leq R^* \leq 286$ であれば、その範囲に対する二つの式のそれぞれを用いて、あたえられた水門の特性から L を求める。そして Reynolds 数 UL/ν を計算して 図-19 に図示し、図中に示した破線であらわされる関係を参考にして、層流あるいは乱流のいずれの関係を適用すべきかを判断すればよいわけである。

また (112) 式によれば、粒径が大きい場合には洗掘限界にある水たたきの長さ L は、水門の大きさ D に関係せず、 $U^a n'$ ($n' = 5/3 \sim 5$) に比例することがわかる。(109) 式を得るときと同じ実際上の数値を代入して、水

図-32 $L/D \leq 10.4$ の場合に対する洗掘限界にある水たたきの長さ L と砂礫の大きさ d との関係

Fig. 32 Relation between length of apron in criterion for scour, size of sand gravels and velocity of jet in case of $L/D \leq 10.4$



たたきの長さ L と砂礫の大きさ d との関係を、水門出口の流速 U をパラメーターとして図示した結果が 図-32 である。この図から与えられた砂礫の大きさと水門出口の流速とに対応した洗掘限界にある水たたきの長さを容易に求めることができる。ただし、この関係は $L/D \leq 10.4$ の場合に対して適用されるべきことはいうまでもない。

⑩ $10.4 \leq L/D < \epsilon_0$ における公式；この場合も同様、図-27 に破線で示した関係あるいは (110) 式であらわされる実験公式に、図-22 に示した層流境界層および乱流境界層のそれぞれに対する抵抗法則を代入し変形すれば、この領域に対する水たたきの長さをあらわす公式として次式が得られる。

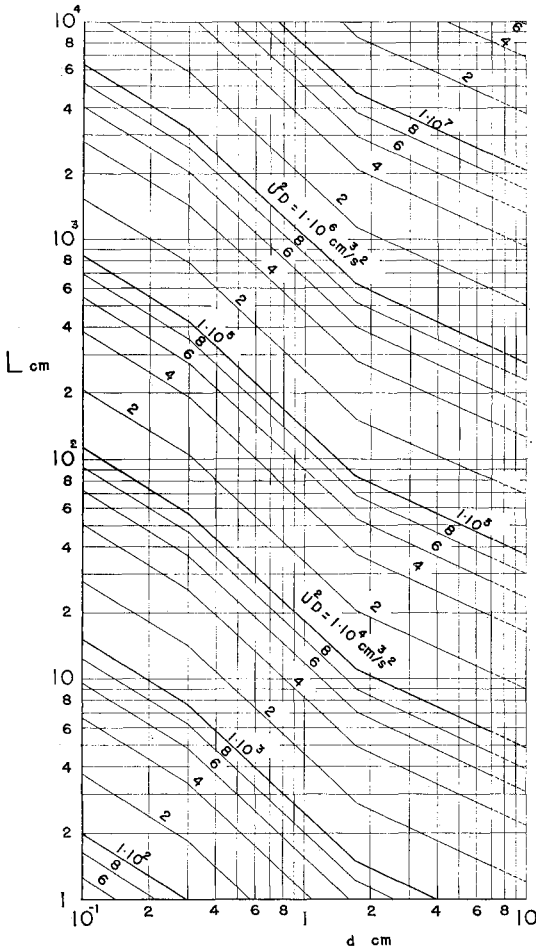
$$\begin{aligned}
 &9050 \leq R^* \leq 76400; \\
 &\frac{L}{D} = 0.614 \left(\frac{d}{D}\right)^{5/16} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{3/16} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{25/32}, \\
 &670 \leq R^* \leq 9050; \\
 &= 10.60 \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-1/8} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{15/16}, \\
 &79.6 \leq R^* \leq 670; \\
 &= 2.73 \left(\frac{d}{D}\right)^{5/24} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{1/12} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{5/8} \text{ (乱流)}, \\
 &= 21.9 \left(\frac{d}{D}\right)^{8/45} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-2/9} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{12/45} \text{ (層流)}, \\
 &2.68 \leq R^* \leq 79.6; \\
 &= 1.317 \left(\frac{d}{D}\right)^{3/8} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{1/4} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{3/4} \text{ (乱流)}, \\
 &= 11.74 \left(\frac{d}{D}\right)^{8/25} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-2/25} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{16/25} \text{ (層流)}, \\
 &R^* \leq 2.68; \\
 &= 16.11 \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-2/5} \left\{ \frac{U^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi} \right\}^{4/5}, \\
 &\dots\dots\dots(113)
 \end{aligned}$$

上式中 R^* の同一の範囲に対して、層流および乱流と記して二つの式をあげてあるのは、(112) 式の場合と同じ理由によるのであって、またその適用の方法は前述した場合と全く同様であり、 UL/ν の代りに $\xi = L/D$ とした(6)式の関係を用いて $a_0 L/\nu$ を計算して、図-19 の代りに 図-21 を用いればよい。

また、(113) 式によれば、粒径が比較的大きい場合、水たたきの長さ L は $(U^2 D)^{7/8} d^{-n'}$ ($n' = 5/8 \sim 15/16$) に比例することがわかる。(113)式において、(111)式を得るときと同じ実際上の数値を代入して、水たたきの長さ L を $U^2 D$ をパラメーターとして、砂礫の大きさ d との関係であらわしたものが 図-33 である。この図から水門出口の大きさおよび流速と砂礫の大きさとを与えると、この領域で洗掘限界にある水たたきの長さを容易に求めることができる。ただし、この図表は $L/D > 10.4$ で、かつ下流水深 h_0 と水たたきの長さ L との比 h_0/L が 0.288 より大きい場合に対して適用されることはいうまでもない。

図—33 $10.4 \leq L/D \leq \xi_c$ の場合に対する洗掘限界にある水たたきの長さ L と砂礫の大きさ d との関係

Fig. 33 Relation between length of apron in criterion for scour, size of sand gravels and parameter of U^2D in case of $10.4 \leq L/D \leq \xi_c$.



③ $\xi_c < L/D$ における公式; この領域に対する実験公式はすでに述べたように、前記の領域における場合との関連において見出した(107)式で与えられるが、ここではこの式を用いてどのように水たたきの長さを求めるかということについて簡単に説明しておきたい。

まず(107)式の意義は前述したとおりであるから、あたえられた水門の大きさ、および流速、砂礫の特性および下流水深と水温とに対応した(113)式中の U を U_w とおいた関係と(107)式とを同時に満足する L を見出せばよい。そのためには、一般につきのような方法をとればきわめて簡単に求めることができる。すなわち、与えられた砂礫の特性および動粘性係数を用いて(113)式、あるいは砂礫の比重が $\sigma/\rho \approx 2.65$ で $\nu \approx 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ と考えられる通常の場合には、図—33を用いて、 U を U_w として与えられた D を用いて $(U^2D)_w$ と L との関係

を図示し、さらに(107)式から求められる。

$$(U^2D)_w = U^2D / (2.90 - 6.59 h_0/L)^2 \dots\dots\dots(114)$$

を用いて、与えられた下流水深 h_0 および U^2D を代入して $(U^2D)_w$ と L との関係を求め同一の図に示せば、これら二つの曲線の交点に対応した L が所要の水たたきの長さであり、またこのときの U_w は仮想のwall jetの流速を与える。

② 水たたきの長さに関する従来の公式に対する考察: 緒論で述べたように、従来せき、水門あるいは床固めなどの水たたきの長さに対して検討したのものとして、まず既設の構造物の建設後およびその補強後の洗掘状況などを検討して提案された次式であらわされるBligh⁹⁾の式をあげることができる。

$$L' = 3\epsilon\sqrt{h/3} \sqrt{q\bar{\sigma}} \dots\dots\dots(115)$$

ここに、 L' は水たたきとその下流側の捨石などをふくめた保護工の全長、 h' はせきや水門の頂部から下流水面までの高さ、 q は単位巾流量であり、また $\bar{\sigma}$ は河床土砂の特性係数であって、たとえば転石あるいは礫と砂の場合4~6、礫および砂の混合の場合9、および粗粒砂(0.1~0.05 cm)の場合12程度とあたえられている。なお、水門のような場合には(115)式の右辺の係数3を4.5とすると、さらによい結果を与えるといわれており、その後も若干の改良が行なわれているようである。

この式に対する批判はたとえば南博士⁹⁾によって詳細に示されているので、ここではこの式そのものについては深く検討しないことにする。ただ時代的にいって多くの不備な点を持っていることは事実であろうが、実際の水たたきについて実測した結果にもとづいて提案されたということから、きわめて貴重な経験式といわねばならないであろう。

つぎに、上記のBligh公式に対応するものとして、1935年Iowa大学において行なわれた実験結果にもとづいた次式をあげることができる。

$$L'' = qh_0/(h_0+h') \dots\dots\dots(116)$$

ここに、 L'' は阻柱のないときの水たたきの長さ、 h_0 は下流水深であり、また h' はせきの上下流面の水位差である。さらにこの他阻柱のある水たたきの長さや水たたきの下流側の捨石保護工の長さを決定する式が提案されているが、ここでは直接関係がないのでとりあげないことにする。この関係がどのような実験によって導かれたものか、また水たたきの長さをどのような条件で決定したのかについては、少なくとも著者には明らかでない。以上あげた二つの式の他に水たたきの下流側における洗掘に関連させた実験式として、たとえばKhosla⁹⁾、Veronese⁹⁾およびAhmad⁹⁾などの研究をあげることができるが、ここでは直接こうした場合を対象としないことから述べない。

さて以上述べた水たたきの長さに関する公式と著者が提案した公式との関連について考察してみたいのであるが、それぞれの公式の由来が相違するために直接的に比較することはできない。そこで、まず定性的に比較検討すればつぎのようである。

まず(113)式と Bligh の式との関連について考察する。(115) 式には下流水深 h_0 が直接入っていないことから、著者の関係式としては $h_0/L > 0.288$ の場合に対応するものと考えれば、つぎのようである。前述したように、(113) 式は $L \propto (qU)^{1/8} d^{-n'}$ 、($q=UD$, $n'=5/8 \sim 15/16$) であるから、いま水門の流量係数を導入して U を水頭 h' であらわすことにすれば、

$$L \propto (q\sqrt{h'})^{1/8} d^{-n'} \dots \dots \dots (117)$$

という関係が得られる。(115) 式によってあらわされる L' と上式の L とが大体同一のものをあらわすものとして、両式を比較すれば明らかなように、流量 q の指数は Bligh のそれにくらべて約2倍となっているが、水頭 h' の指数はほとんど一致している。さらに、水たたきの長さにおよぼす砂礫の大きさの影響については、Bligh は定数 \bar{c} によってあらわしたが、とくに礫の場合の大きさが不明であることから、粒径との関係を見出すことはできない。しかしながら、粒径の増加とともに係数 \bar{c} の値が減少しているということは、著者の公式と同じ傾向を示しているわけであって、当時こうした関係をなんらかの形で式の中に導入したということは高く評価されるべきであろう。

つぎに、Iowa 大学の式との関連について述べよう。まずこの場合も (116) 式であらわされる L'' と (117) 式の L とが同一のものをあらわしているものと考えれば、流量 q の指数はほとんど一致している。しかしながら、(116) 式の大きな特徴は Bligh の式にくらべて下流水深 h_0 の効果が示されていることであり、これに反して砂礫の特性が無視されていることであろう。砂礫の特性の影響が無視した理由は明らかでないが、ここでは下流水深の効果についてのみ検討してみたい。(116) 式について h_0 の影響を検討するためには、 $h' \cong h_0$ のおのおの場合について考えるべきである。まず $h'/h_0 \leq 1$ の場合を考えれば、与えられた q に対して h_0 を増すと、水たたきの長さ L'' は減少することになるが、反対に $h'/h_0 > 1$ の場合は h_0 を増すと L'' は増加する。

一方、著者の式は $h_0/L > 0.288$ に対しては下流水深は影響しないわけであるから、Iowa 大学の式とは比較できないので、 $h_0/L < 0.288$ の場合の関係と比較してみよう。②において述べたように、(113) 式中の U の値が (117) 式あるいは (114) 式であらわされる U_w になるわけであるから、一般には h_0 の減少とともに L は短くなることを示し、その傾向だけは Iowa 大学の式において $h'/h_0 > 1$ の場合に相当しているようである。

③ 水たたきの長さの決定に関する考察：ここでは実際、洗掘限界にあるような水門下流部の水たたきの長さを設計する場合の二、三の計算例について、すでに述べた諸公式あるいは図表の適用方法を述べるとともに、最後に洗掘限界にある水たたきの設計に対して若干の考察を述べることにしたい。

④ 計算例(1)；いま水門の特性として $U=5\text{ m/s}$ および $D=0.5\text{ m}$ をあたえ、さらに水たたきの下流の砂礫の大きさが $d=6.0\text{ cm}$ である場合の水たたきの長さを下流水深との関係によって求めることにする。

まずこれらの数値に対して、 $L/D \leq 10.4$ の領域で設計しうるかどうかを検討する。図-32 から $U=5\text{ m/s}$ および $d=6.0\text{ cm}$ に対応した L を求めると、 $L=80\text{ m}$ であり、 $L/D=160 > 10.4$ となるから、この領域には水たたきを設けることができない。したがって、水たたきは $L/D > 10.4$ の領域までのぼして設けなければならないが、説明の都合上 $10.4 \leq L/D < \epsilon_c$ および $L/D > \epsilon_c$ の両者の関連から、これらを一括して述べることにする。

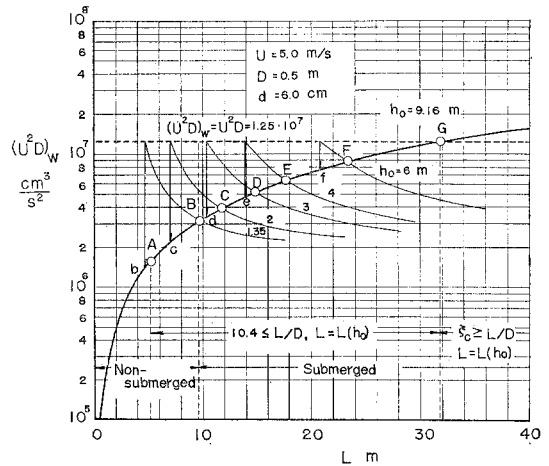
与えられた U および D の値に対して水門出口で跳水を起すような下流水深 h_0 は理論上

$$h_0/D = (1/2)(\sqrt{1+8F_{r,D}^2}-1), \quad F_{r,D}^2 = \alpha_1 U^2/gD$$

の関係から $h_0=1.35\text{ m}$ となるから、ここで問題とする水門は $h_0 > 1.35\text{ m}$ の場合に限られることになる。ただし、上式中 α_1 は流速分布に対する補正係数であって、上記の計算においては $\alpha_1=1$ とした。b) ① の ④ において述べたように、図-33 から $d=6.0\text{ cm}$ に対応した $(U^2D)_w$ と L との関係を求め、図-34 にふとい実線で示す。つぎに(114)式であらわされる関係において、下流水深 h_0 に $h_0 > 1.35\text{ m}$ である適当な数値を代入して、与えられた U^2D のもとに $(U^2D)_w$ と L との関係を求め同一の図に細い実線で示す。両者の交点を $h_0=$

図-34 水たたきの設計に対する計算例(1)

Fig. 34 Numerical example for design of length of apron (1)



1.35, 2, 3, 4 および 6 m に対応してそれぞれ B, C, D, E および F とすれば, たとえば D 点は $h_0=3\text{m}$ とした場合の水たたきの長さを与える位置であって, これより $L=14.9\text{m}$ をうる。すなわち下流水深が 3 m 以下であれば, $L=14.9\text{m}$ の水たたきで十分であるが, 3 m 以上になるともはやこの水たたきでは短かすぎること示している。破線で示した $(U^2D)_w=U^2D=1.25\times 10^7$ の直線とふい実線との交点 G は $h_0/L=0.288$ なる場合を与え, このことは $h_0=9.16\text{m}$ 以上の下流水深に対しては, 水たたきの長さは変わらないことを示している。この範囲は明らかに $10.4 < L/D < \varepsilon_c$ の場合であって, G 点の位置は当然 U^2D の値によって相違する。A 点は $L/D=10.4$ の位置を示しているが, $h_0 < 1.35\text{m}$ においては露出射流が現われることになり, また前述したように $L/D \leq 10.4$ の範囲で十分な水たたきを設けることができないことから, いまの場合は重要な点ではない。

なお, b, c, e および f 点はそれぞれに対応した $(U^2D)_w=U^2D$ の値に対して $h_0/L=0.288$ であることを示し, G 点と同じ意義をもっていることはいままでもないであろう。また 図-34 において $h_0 < 1.35\text{m}$ となって露出射流が現われる場合に対しての水たたきの長さの決定に関しては, ここで述べた方法は直接適用できないわけであるが, もし, その射流部分に水たたきを設ける場合には, たとえば前論文⁷⁾の結果を用いてその概略値を推定することができるであろう。

⑥ 計算例(2); いま取水用の水門を考え, 図-13 において水門の上流側の水深 H は一定とし, さらに下流側はその水路の十分下流に水面形に対する支配断面があるものとし, 水門下流の流れは近似的に等流の状態にあるものとする。このような水門に対して $H=5.0\text{m}$, 水門の流量係数 $C_q=0.4$, 水門下流の水路特性として勾

配 $i_0=1/3600$ および Manning の粗度係数 $n=0.02\text{ sec}\cdot\text{m}^{-1/3}$ を与え, さらに水たたきの下流にある砂礫の大きさを $d=4.0\text{cm}$ とした場合を対象とする。そして水門をきわめて除々に開いていった場合の洗掘限界にある水たたきの長さの変化を考察する。

以上のような仮定のもとには, 水門からの流出量 q に対して

$$q(=UD)=C_{qd}\sqrt{2g(H-h_0)},$$

また下流水深 h_0 との関係に対して Manning の式を適用して

$$q(=UD)=\frac{1}{n}h_0^{5/3}i_0^{1/2}$$

が得られる。従って, 与えられた C_q, n および i_0 のそれぞれの数値を代入すれば, U および h_0 は D のみの関数として求めることができる。

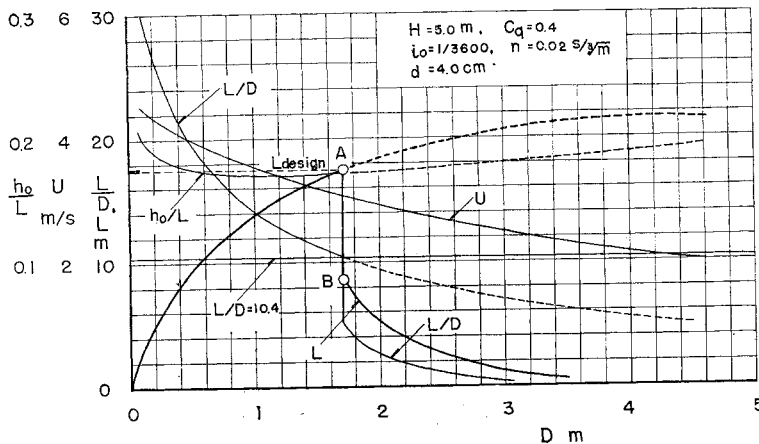
このようにして求められた U および h_0 と d とから, 図-34 と同じ方法でそのときの水たたきの長さ L を求め, $h_0/L, U$ および L/D とともに D との関係で示した結果が 図-35 である。一方, この場合水門下流部に露出射流を生ずるかどうかは, 前例の場合と同様に検討でき, その結果, 実際上すべての D に対して露出射流は現われないことがわかった。図中 L/D の値が 10.4 より小さい範囲に対しては, 図-32 によって L を求めるべきであるから, L は図に示したように A 点を限界として不連続に B 点から始まるふい実線によってあらわされる。また D がきわめて小さい場合を除いて $h_0/L < 0.288$ であるから, A 点で与えられる $D=1.71\text{m}$ 以下の範囲は $L/D > \varepsilon_c$ であり, 反対に $D > 1.71\text{m}$ の範囲は $L/D < 10.4$ であることはいままでもない。これらの結果から, こうした状態にある水門をきわめて除々に開いていた場合の理論上の L の変化は, 最初かなり急激に増加し, A 点, すなわち $L/D=10.4$ となるときに最大値を取り, その後 D の増加とともに急速に減少していくことがわかる。したがって, この場合の設計上の水たたきの長さは図中の L_{design} をとるべきであって, 17.5 m となる。

なお, 以上述べた計算例はともに水門および水たたきの下流の砂礫の特性を与え, 洗掘限界にある水たたきの長さを求めたが, これとは相違して, 既設の水たたきの下流部を保護するための捨石の大きさを見出すことも, 同様な方法によって行なうことができる。

以上, 述べた計算例や前述し

図-35 水たたきの設計に対する計算例(2)

Fig. 35 Numerical example for design of length of apron (2)



た水たたきの長さに関する実験公式をもとにして、洗掘限界にある水たたきの設計に関して二、三考察し、著者の若干の見解を述べればつぎのようである。

まず水たたきを $L/D < 10.4$ の範囲に設けようとする場合には、前述したように粒径の大きいとき $L \propto U^2 d^{-n'}$ ($n' = 5/3 \sim 5$) であるから、水門の流速をできるだけ小さくすることが第一といわなければならない。また砂礫の大きさを増すこともきわめて有効であることがわかる。しかしながら、上述した計算例から明らかなように、一般にはこの領域に水たたきを設ける場合はほとんどなく、落差の小さい水門やカルバートなどの場合に限られるであろう。つぎに、 $10.4 < L/D < \epsilon$ の範囲の水たたきに対しては、粒径の大きいとき $L \propto (U^2 D)^{1/3} d^{-n'}$ ($n' = 5/8 \sim 15/16$) であるから、 U を小さくする方が D を小さくするより L を減少させるためには効果的であって、もし流量 q が一定の場合にはなるべく流速を小さくして所定の流量を流すようにすべきである。またこの場合には、水たたきの長さが砂礫の大きさにほぼ反比例するわけであるから、粒径を大きくすることはきわめて効果的であることはいままでもない。

下流水深 h_0 を $h_0/L < 0.288$ の範囲で減少させることは、図-34 からわかるようにきわめて効果的に水たたきの長さを短かくしうるわけであるが、一方、下流水深は一般にその水路の下流端における水理条件によってかなり変動する場合が少なくないので、その決定には十分注意しなければならない。またこうした事実立脚すれば、既設の水たたき下流部の洗掘防止のための対策の一つとして、下流水深の調節が効果的な一方法となりうる場合もあると考えられ、そのためには、図-34 と同様な図表を作成して適切な判断をとるべきであろう。これらの点を考慮すれば、水たたきの下流における水深があまり変動しないような場合には、下流水深をできるだけ下げて、 $h_0/L < 0.288$ の状態で設計することが望ましいということになる。

また計算例(2)に示したように、取水用の水門においては、一般にその操作過程において理論上最大となる水たたきの長さが得られるわけであるから、前述した方法によってかなり適確な決定を行なうことができるであろう。前例においては水門の流量係数を、計算を簡単に行なうために一定としたけれども、たとえばここで取り扱ったような潜り流出の場合には、事実、下流水深との関係によってその値が変化するわけであるから¹⁴⁾、実際にはさらにこの点を考慮して計算すべきであろう。

さらに以上述べた考察はすべて水たたきの面を滑面と考へた場合の結果であるが、実際の水たたきの面は決して滑面でないことを考えると、前論文⁷⁾ で論じた結果やこれまでに述べてきた洗掘限界に関する理論的考察から明らかなように、上述の計算方法はすべて安全側にある

ということができよう。掃流力を減少させ水たたきの長さをできるだけ短かくするために、水たたきの表面に適当な粗度を与えるということも考えられるが、こうすることによって一方では、水門やカルバートなどの排水機能が減少するおそれもあるので、このような点については今後の研究にまたねばならない。

(5) 結 語

以上 wall jet による洗掘限界を理論的に考察し、詳細な実験結果と比較検討した結果について述べた。この場合、砂礫の移動限界として前論文で提案した定義を適用したが、こうした場合の移動限界に対しても実際上十分有効に用いられ、またこの定義にもとづく理論結果との比較は二、三の問題点を残したけれども、かなりこの現象を説明しうるに足るものであることを示した。

Wall jet 中に設けられる滑面の水たたきの下流端における砂礫の移動限界は、粒径の大きいとき前論文の結果と同様に、限界掃流力の場合にくらべて非常に小さい掃流力で規定されることが明らかにされた。また実験の範囲内では、砂礫の形状係数がこうした移動限界におよぼす影響は、その限界を $u_{c*}^{*2}/(\sigma/\rho^{-1})gd \tan \varphi$ であらわした場合、あまりいちじるしくないようであり、前論文の場合とほぼ同様であることが見出された。

最後に、実験結果と理論結果との両者に基づいて実験公式および設計図表を提案するとともに、二、三の実計算例を示しておいた。

4. 結 論

以上水門下流部の流れをその考察の都合上、まず水門からの流れが潜り流出となっている場合を一つの噴流と考へ、そうしたいわゆる wall jet の特性から zone of flow establishment, zone of established flow および自由水面が存在するために wall jet に関する成果が直接適用できない領域の三つに分けて洗掘限界を論じた結果について述べた。

まず第2章においては洗掘限界を理論的に考察するに必要な水門下流部における境界層の発達を論じて、その水理学的特性をかなり明らかにすることができた。ついで第3章においては、すでに述べた三つの領域に対する wall jet による洗掘限界を取り扱い、それらのおおの領域に対して理論的に考察した試みについて述べた。すなわち zone of flow establishment および zone of established flow に対しては、第2章で述べた境界層の解析結果を全面的に適用して考察を進め、また wall jet に関する成果が適用できない領域に対しては、上記の領域に対する結果との関連において次元解析的な手法によって考察した。実験はこれらすべての領域に対して行ない、前論文で提案した砂礫の移動限界の定義を適用して実験値と理論曲線とを比較した。現象が複雑なために若

干実験値のちらばりはあったが、かなり理論結果は実験値を説明することができたようである。実験結果と理論結果との比較にもとづいて、洗掘限界に対する実験公式を提案し、さらに洗掘限界にある水たたきの長さをあらゆる関係に書きかえるとともに設計のための図表を示した。最後に、水たたきの長さの決定に関する計算例をつけ加え若干の考察をするとともに、こうした状態にある水たたきの設計に対する著者の二、三の見解を述べた。

以上の諸結果は道路排水にともなう水門やカルバートなどの水たたきの設計に対する基礎的資料となりうるものと考えている。

最後に本研究を行なうにあたって、終始御指導を賜った石原藤次郎教授および岩垣雄一教授に深く感謝するとともに、実験に協力していただいた久下元一氏および実験ならびに計算の一部を助力していただいた、宇野、辻、長谷川の諸君に謝意を表する。なお、この研究が昭和34および35年度文部省総合研究費による研究の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) Leliavsky, S.: Irrigation and Hydraulic Design, Vol. 1, Chapman and Hall, London, 1955, p. 204.
- 2) Bligh, W.G.: Dams and Weirs, American Technical Society, Chicago, 1918, p. 164.
- 3) Leliavsky, S.: Irrigation and Hydraulic Design, Vol. 1, Chapman and Hall, London, 1955, p. 208.
- 4) Veronese, A.: Erosioni di fondo avalle di uno scaccio, Annali dei Lavori Pubblici, 1937, p. 717.
- 5) Ahmad, N.: Mechanism of Erosion below Hydraulic Works, Proc. of Minnesota Int. Hyd. Conv., I.A.H.R., 1953, pp. 133-143.
- 6) 南 勲: 取水ダムの水理学的研究 学位論文 昭.35, p. 4.
- 7) 土屋義人: 滑面水路床の下流端における洗掘限界, 土木学会論文集, 第80号, 昭.37.4, pp. 18-29.
- 8) 岩垣雄一: 限界掃流力の流体力学的研究, 土木学会論文集, 第41号, 昭.31.12, pp. 1-21.
- 9) 岩垣雄一・土屋義人: 砂面上に置かれた礫の限界掃流力について, 土木学会論文集, 第41号, 昭.31.12, pp. 22-38.
- 10) Halbronn, G.: Etude de la mise en régime des écoulements sur les ouvrages à forte pente, La Houille Blanche, No. 1, 1952, pp. 21-40.
- 11) Craya, A.E. and Delleur, J.W.: An Analysis of Boundary Layer Growth in Open Conduits near Critical Regime, Dept. of Civil Eng., Columbia Univ., CU-1-52-ONR-226, 1952.
- 12) Bauer, J.W.: Turbulent Boundary Layer on Steep Slopes, Proc. of A.S.C.E., Sep. No. 281, 1953.
- 13) Iwasa, Y.: Boundary Layer Growth of Open Channel Flows on a Smooth Bed and its Contribution

- to Practical Application to Channel Design, Memoirs of Fac. of Eng., Kyoto Univ., Vol. 19, No. 3, 1957, pp. 229-254.
- 14) Henry, H.R.: Discussion of "Diffusion of Submerged Jets", Trans. of A.S.C.E., Vol. 115, 1950, pp. 665-697.
- 15) 椿東一郎・古屋朝治: 潜流に関する一考察, 九州大学応用力学研究所所報, 第3号, 昭.27.8, pp. 61-64.
- 16) Albertson, M.L., Dai, Y.B., Jensen, R.A., and Rouse, H.: Diffusion of Submerged Jets, Trans. of A.S.C.E., Vol. 115, 1950, pp. 639-697.
- 17) Glauert, M.B.: The Wall Jet, Jour. of Fluid Mech., Vol. 1, 1956, pp. 625-643.
- 18) Bakke, P.: An Experimental Investigation of a Wall Jet, Jour. of Fluid Mech., 1956, pp. 467-472.
- 19) Tollmien, W.: Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge, Z.A.M.M., Vol. 6, 1926, pp. 468-478.
- 20) Kuethe, A.M.: Investigations of the Turbulence Mixing Regions Formed by Jets, Jour. of App. Mech., Vol. 2, No. 3, 1935, pp. A-87-95.
- 21) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, London, 1960, p. 605.
- 22) Spengos, A.C.: Turbulent Diffusion of Momentum and Heat from a Smooth Plane Boundary with Zero Pressure Gradient, Scientific Report No. 1, Dept. of Civil Eng., Colorado Agricultural and Mechanical College, 1956, pp. 1-50.
- 23) Klebanoff, P.S. and Diehl, Z.W.: Some Features of Artificially Thickened Fully Developed Turbulent Boundary Layer with Zero Pressure Gradient, N.A.C.A., Report 1110, 1952, pp. 1-27.
- 24) Schubauer, G.B. and Klebanoff, P.S.: Contributions on the Mechanics of Boundary Layer Transition, N.A.C.A., Report 1289, 1956, pp. 1-11.
- 25) Corrisin, S. and Kistler, A.L.: Free-Stream Boundaries of Turbulent Flows, N.A.C.A., Report 1244, 1955, pp. 1-32.

補遺: 1) p. 34 の計算例(1)中の式に対する検討は、さらに実際の現象を考察して詳細に吟味すべきであるが、ここでは簡単に取り扱うことにした。

2) 最近 wall jet に関する下記論文を入手した。

Schwarz, W.H. and Cosart, W.P.: The Two-dimensional Turbulent wall-jet, Jour. of Fluid Mech., Vol. 10, 1961, pp. 481-495.

この論文の中に 図-9 に示したような wall jet における抵抗法則に関する実験結果が示されているので、著者の実験値との関連についてつけ加えておきたい。Schwarz らは 図-9 に示したと同じ抵抗法則の定義にもとづく C_f の値は $u_0\delta/\nu=2.2 \times 10^4 \sim 1.06 \times 10^6$ の範囲に対してほぼ一定値 $C_f=1.109 \times 10^{-2}$ であることを述べている。これは 図-9 の結果と較べてかなりその値が近く、また Reynolds 数 $u_0\delta/\nu$ によって、たとえば Blasius の法則のようには大きく変化しないことを示しているのであって、きわめて興味深い事実であるが、その C_f の値に対する適確な説明はなされていない。

(原稿受付: 1961.8.28)

BASIC STUDIES ON THE CRITERION FOR SCOUR FROM FLOWS DOWNSTREAM OF AN OUTLET

By Yoshito Tsuchiya, C.E. Member

The hydraulic demand for design and planning of the length of an apron and its type is to decrease effectively the damage due to scour, or more strictly to prevent perfectly from the local scour. In this paper, based on the later demand the author investigates theoretically and experimentally basic relationships for determining the length of an apron under the condition that the sediment bed downstream of an apron is not absolutely scoured by action of flow.

In order to make clear the mechanism of scour and criterion for scour downstream of a culvert and an outlet, it is necessary, first of all, to analyze the characters of flows close to a bed, especially the boundary layer developing there. The boundary layer growth in wall jets issuing from a submerged outlet is treated based on the momentum equation for a boundary layer connecting with two-dimensional free turbulent jets. It is very difficult to analyze the boundary layer growth in wall jets having a free surface by solving the momentum equation. Therefore, the boundary layer growth in a free turbulent jet with a wall is treated. The experiments of the resistance law, boundary layer growth, and the diffusion of the wall jet are performed and compared with the theoretical results. It is cleared from the theoretical considerations and the experimental results that the flow downstream of an outlet is practically divided into the three regions; the first region is called as a zone of flow establishment in a free turbulent jet, where the flow has a constant velocity, the second, called as a zone of established flow, where the flow has a maximum velocity inversely proportional to square root of a distance from an outlet, and the third region, where the study of wall jets classified as the above two regions is not applied owing to the existence of a free surface. And the theoretical results of the velocity profiles in a main flow, of the boundary layer growth and of the shear velocity distribution along a bed are in fairly good agreement with the experimental

results, and the limit of applicability has experimentally been decided.

The criterion for scour from wall jets issuing from a submerged outlet is considered theoretically for the three regions described above by applying completely the results of wall jets. The criterion for scour in the theoretical considerations is defined as the criterion for movement of sands and gravels at or near downstream end of an apron, and the apron to be considered is of a smooth bed.

The criterion for movement of sands and gravels at or near the downstream end of an apron is considered theoretically on the basis of the same procedure as the Iwagaki's study on the critical tractive force. In order to calculate the fluid resistance acting on a spherical sand grain and to develop mathematically the equilibrium condition of the grain, it is necessary that characters of the both of laminar and turbulent boundary layers and the transition of laminar to turbulent should be cleared. Since the characters, especially turbulence intensities and the transition are not closely made clear, the theoretical considerations on the criterion for scour are made by assuming the fully developed laminar and turbulent boundary layers and by estimating adequately the turbulence characteristics in the boundary layers.

For the both regions of the flow establishment and the established flow, the criterion for scour is finally expressed as,

$$u_c^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi = 4/(3 \epsilon \phi_i), \quad (i=1,2,3,4,5,6,7,8) \text{ in which}$$

$$\phi_i = \phi_i(u_c^*d/\nu, u_c^*/U \text{ or } u_c^*/\bar{u}_0),$$

u_c^* is the critical shear velocity, U the velocity of wall jets, \bar{u}_0 the maximum velocity of wall jets in the second region, ϵ the sheltering coefficient which is closely equal to 0.4, the equations with suffixes of $i=1,2,3,4$ are for the first region, and the equations with suffixes of $i=5,6,7,8$ for the second region.

Fig. 1 presents an example of the comparisons

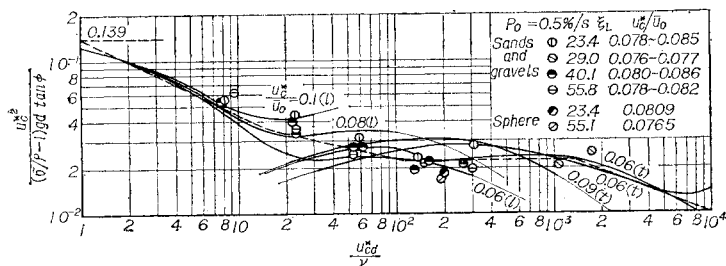


Fig. 1 Comparison of theoretical curves with experimental results in the second region

of the theoretical curves for the criterion for scour with the experimental results. The experimental data shown in the figure are obtained by applying a new definition for the criterion for movement of sands and gravels proposed by the author in the preceding paper on the criterion for scour from flows downstream end of a smooth bed. And the notations l and t are of the laminar and the turbulent boundary layers respectively. From the results shown in the figure, it is cleared that the criterion for scour from wall jets is represented by the three parameters, $u_c^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi$, u_c^*d/ν and u_c^*/U or u_c^*/\bar{u}_0 , and especially by comparing the results with the critical tractive force and the criterion for scour from flows downstream end of a smooth bed, it is found that a parameter u_c^*/U or u_c^*/\bar{u}_0 should be added. Since the theoretical curves can not be expressed by one curve with the parameter u_c^*/U or u_c^*/\bar{u}_0 , the complete comparison of the theoretical curves with the experimental results can not be made. However, the theoretical curves for the criterion are in fairly good agreement with the experimental results, although the theoretical considerations include many assumptions in the development. The effects of the parameter u_c^*/U or u_c^*/\bar{u}_0 are neither closely clear nor large within the range of the experiments.

Fig. 2 represents the proposed empirical formulas for the criterion for scour based on the above results, and the Iwagaki's formula for

critical tractive forces is shown in the figure for comparison. It is concluded from the comparison that the criterion for scour from wall jets is represented by less critical shear velocity than that for the critical tractive force for the sands and gravels with a sufficiently large size.

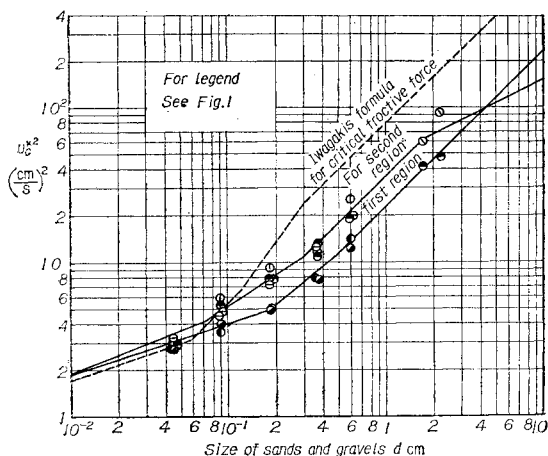


Fig. 2 Graphical representation of empirical formulas for criterion for scour

The criterion for scour in the third region, in which the results of wall jets is not directly applied, may depend on the existence of free water surface. By means of the procedure of dimensional analysis based on the described theoretical considerations and the fact that the maximum velocity of flow in this region is closely connected with the tail water depth, the criterion for scour is considered and decided experimentally.

Based on the above descriptions, empirical formulas for determining the length of an apron and design charts available for practical purpose are developed. In addition, some numerical examples in practical design problems are shown and some considerations on the design of the length of an apron are briefly described.

土木学会論文集編集委員

(1962年6月より一部交代)

委員長	丸安隆和	副委員長	山川尚典	委員	高瀬信忠	委員	堀川清司
委員	安芸周利	委員	川秀夫	立松俊彦	增田重郎	委員	田新一郎
"	浅川美隆	"	倉田進茂	玉野治光	"	"	村田二郎
"	飯橋金一郎	"	倉西茂力	土屋昭彦	"	"	室町忠彦
"	石橋誠一郎	"	後藤圭司	西尾元充	"	"	箭内寛治
"	内田一郎	"	佐川嘉胤	西片五郎	"	"	山本徹夫
"	内田惠之助	"	佐武昭二	長谷川正道	"	"	吉田
"	岡内功	"	佐藤昭彦	林正啓祐	幹事	西脇威	
"	川島賢一	"	佐藤吉彦	久武啓祐			
"	北川英夫	"	多田宏	堀井健一			

昭和 37 年 6 月 15 日印刷
昭和 37 年 6 月 20 日発行

土木学会論文集 第82号

定価 150 円 (千 20 円)

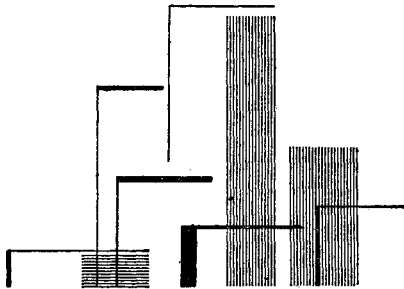
編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土木学会 末森 猛雄
印刷者 東京都港区赤坂溜池5 株式会社 技報堂 大沼 正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828 番
東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話 (351) 代表 5138 番

最も良い最も経済的なコンクリートを造る…

ポゾリス

セメント分散剤



あらゆるコンクリート構造物にポゾリスは素晴らしい効果を示しております

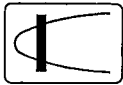
完備したコンクリート試験室・各種データと共にテクニカル・サービスマンが皆様の御用命をお待ちいたしております



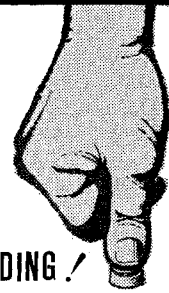
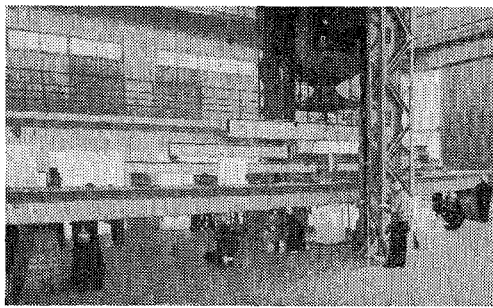
日曹マスタービルダーズ株式会社

本社 東京都港区赤坂丹後町10 (エムバイヤビル) 電話(481)1142 (代)
 大阪営業所 大阪市東区北浜 3の7 (広銀ビル) 電話(202)代表3294

— 営業品目 —



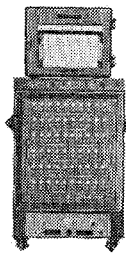
- 抵抗線歪計
- オシログラフ自動現象機
- 抵抗線歪測定器
- 拍用軸馬力計
- 電磁オシログラフ
- その他



AUTOMATIC
 …RECORDING!

あなたはスイッチを入れるだけ

■あとは、共和の静的歪多点多点自動測定装置が、初期バランス・多点切換操作・歪測定記録を自動的に行ないます。ゲージ断線・短絡などバランス不能のときは、その点のプザーによって事前にバランス不能点を知ることができます。60点の歪測定はわずか90秒！すべて自動的にスピーディーに行うので時間・人員ともに大巾に節減することができます。■誌名ご記入の上、カタログ御請求下さい！



静的歪多点多点自動測定装置
ASB型+STRY型

株式会社

共和電業

(旧社名 共和無線研究所)
 本社 東京都港区芝西久保明舟町一九番地
 電話 東京(五〇一)代表二四四四番
 営業所 大阪・名古屋・福岡
 出張所 札幌

長い線でも
 同じ細さに

かき始めも 先端がくずれない
 途中でかき減りが少ない

6H→6B14硬度 1ダース ¥600

uni



三菱鉛筆

ウイザワ
 ポンプ
 ブロウ



製 作 品 目

渦 卷 ポ ン プ
 暖 房 用 ポ ン プ
 真 空 ポ ン プ
 ル ー ツ ブ ロ ウ
 空 気 力 輸 送 機

株 式 會 社
 宇 野 澤 組 鐵 工 所

本社及び渋谷工場 東京都渋谷区山下町62
 電話 東京(441)2211(代)
 玉川工場 東京都大田区矢口町945
 電話 東京(738)4191(代)