

## 滑面水路床の下流端における洗掘限界\*

土 屋 義 人\*\*

### 1. 緒 言

従来水流による砂礫の移動限界の問題は、限界掃流力としてきわめて多くの人々によって実験的な考察が行なわれ、またその水理学的機構の解析は Shields<sup>1)</sup> および White<sup>2)</sup> に始まり栗原博士<sup>3)</sup>の研究をへて、著者ら<sup>4),5)</sup>の研究におよんでいる。また最近 Yalin<sup>7)</sup> は流砂の問題に関連して若干の考察を進めたが、その機構の解析は次元解析の域を脱していないといえよう。

最近道路の整備や建設にともなって、数多くのカルバートその他の排水溝が設けられるが、その機能を十二分に発揮させるためには、その下流側に発生する局所洗掘を防止軽減し、その維持に万全を期さなければならない。この目的のためには、カルバートなどの下流部における洗掘の機構を水理学的に究明して、できる限り効果的に洗掘軽減をはかる必要があるが<sup>6)</sup>、また局所洗掘を完全に防止するということも考えられる。この後者の考えにもとづき、とくに水たたきの長さが十分長くなって等流に近い状態で流れる場合、その下流側の水路床が絶対に洗掘されないという条件でその水たたきを設計するには、こうした砂礫の移動限界に関する研究が直接重要になってくるわけである。

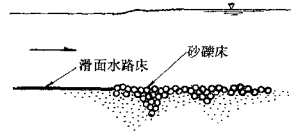
一方水流による砂礫の移動限界を考察する場合、従来その限界の定義はもっぱら実験者の主観にまかせられていたことから、限界掃流力にみられるように、理論的に考察した結果と実験結果との比較や、またほとんど同一の条件のもとに実施されたと考えられる実験値も実験者によっていちじるしい相違を示すなど、その力学的機構にもとづく以上に大きいばらつきを示している。このことは、その現象の複雑さのために、その限界を適確に定義することが困難であるわけであって、とくにその機構の根底には確率に支配される要素がきわめて多く、したがってその理想的な手法は当然砂礫の移動に関するある確率を導入して、統計力学的に進めるべきであろう。しかしながらその考察を進めるに必要な基礎的資料が不十分であるといわねばならない現在では、こうした取扱いは将来の研究にまたなければならぬので、その平均値に相当した現象を考えて理論的考察を進めるわけであって、そうしたことから砂礫の移動限界に対して、水工学上の価値を失わないような、むしろ実際的なある定義が必要になってくるわけである。

以上のような理由から、この研究においては、砂礫の移動限界に対して、その理論的考察の結果と従来の限界掃流力に関する実験結果との比較において、水工学上の実際問題との関連を考察して、一つの定義を提案し、つぎのような詳細な実験によって得られた実験値にもとづいて考察する。実験は自由表面の影響が介入して、一般にその測定が困難であると考えられる開水路の使用をやめて、岩垣博士が限界掃流力の実験を行なったと同様な閉管路を用い、流速分布を測定して限界の摩擦速度を求めるといった方法をとった。上述した砂礫の移動限界に対する定義にもとづく実験値と理論結果との比較はよく一致することが示され、またこのような滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界は、限界掃流力の場合にくらべて、粒径の大きい場合かなり小さい掃流力で規定されることを明らかにする。

さらに、著者の実験に使用した砂礫の形状係数は、球のそれに比較して、粒径によりかなり相違しているにもかかわらず、理論曲線とよく一致したが、このような形状係数とその移動限界におよぼす効果はあまり明確にあらわれないということについて、砂礫の二、三の特性に関する実験結果をもとにして理論的に若干考察し、こうした場合の砂礫の移動限界に対しては、砂粒の形状効果はあまり大きくないことを示す。しかしながら、このような議論には砂礫の抵抗係数に関する詳細な実験を必要とするが、その点についても言及する。

最後に実験結果と理論曲線との両者を参考にして実験公式を提案するとともに、こうした条件にある水たたきの設計に関して考察する。

図-1 滑面水路床の下流部における水たたき  
Fig. 1 Definition sketch of apron and flow downstream of smooth bed.



### 2. 洗掘限界に関する理論的考察

図-1 のように滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界を考察するにあたり、水路床の粗度が相違するために生ずる水面形の変化を省略し、流速分布として滑面乱流に対する対数法則を適用することにすれば、限界掃流力に関する岩垣博士の理論的研究<sup>1)</sup>にもとづいて、その移動限界をつぎのように論ずることができる。

\* 土木学会第15回年次学術講演会において一部発表

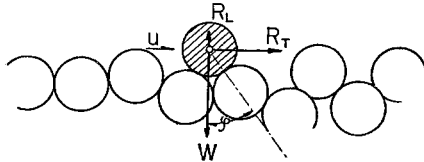
\*\* 正員 京都大学助教授 防災研究所

(1) 平衡条件

図-1 に示した滑面水路床の下流端の近傍にある砂礫の力学的模型として、図-2 に示すような粗面上にのっている一つの球状の砂礫(斜線のもの)を考え、その移動限界を考察する。砂礫に作用する力としては、鉛直方向の圧力勾配による揚力  $R_L$ 、流れの方向の流体抵抗と圧力勾配による抵抗の和  $R_T$ 、および砂礫に作用する重力  $W$  のみを考えた。図-2 に示した力関係を 図-3 に示すように模型化してあらわせば、砂礫の移動限界の条件式はつぎのようになる。

図-2 球状の砂礫に作用する力

Fig. 2 Forces acting on a spherical sand gravel.



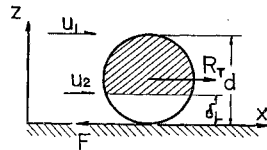
$$R_T = F \dots\dots\dots(1)$$

ただし、摩擦係数  $F$  は

$$F = [(\sigma - \rho)g(\pi/6)d^3 - R_L] \tan \phi \dots\dots\dots(2)$$

図-3 力関係の模型図

Fig. 3 Schematic diagram of force relation.



とあらわされる。ここに、 $\sigma$  および  $\rho$  : 砂礫および水の密度、 $d$  球状砂礫の代表的な大きさ、 $g$  : 重力の加速度、 $\phi$  : 砂礫の静止摩擦角、である。

いま 図-3 のように層流底層を考え、その厚さを  $\delta_L$

とし、さらに水路床の下流端にある砂礫を対象とすることから、砂礫の存在による  $\delta_L$  の変化は考えないことにする。この層内では速度変動はないものとし、 $R_T$  をこの層内でうける抵抗  $R_{T1}$  と乱れた部分における抵抗  $R_{T2}$  とに分けてつぎのようにあらわす。

$$R_T = R_{T1} + R_{T2} \dots\dots\dots(3)$$

図-3 において、乱れた部分(斜線の部分)の流れに垂直な断面積を  $\beta_s(\pi/4)d^2$ 、層流底層の部分のそれを  $(1-\beta_s)(\pi/4)d^2$  とすれば、 $\beta_s$  は  $\delta_L/d$  の関数である。このような断面積をもつ砂礫に作用する流体抵抗  $R_{T2}$  および  $R_{T1}$  を圧力勾配による抵抗を付加してつぎのようにあらわした。

$$R_{T2} = -\frac{\rho}{8} C_{D1} \beta_s u_1^2 \pi d^2 + \frac{\rho}{4} \beta_s \left( \frac{D\bar{u}}{Dt} \right)_d d^3, \dots\dots(4)$$

$$R_{T1} = -\frac{\rho}{8} C_{D2} (1-\beta_s) u_2^2 \pi d^2, \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 $u_1$  および  $u_2$  はそれぞれ乱れた部分および層流底層の部分における流体抵抗を見積るための代表流速であって、速度勾配のある場合の流体抵抗の取扱い方が明らかでないことから、限界掃流力の場合と同様に、乱れた部分に対しては  $z=d$  における流速を  $u_1$  に、また層流底層の部分に対しては  $z=\delta_L$  における流速を  $u_2$  として採用する。

また鉛直方向の圧力勾配による揚力  $R_L$  はつぎのようにあらわされるものとする。

$$R_L = \frac{\rho}{4} \pi d^3 A \left( \frac{Dw}{Dt} \right)_d, \dots\dots\dots(6)$$

$$\text{ここに、} \delta_L \leq d/2; A = \{1 - (\delta_L/d)\}, \dots\dots\dots(7)$$

$$\delta_L \geq d/2; A = 4(\delta_L/d)[1 - (\delta_L/d)]^2, \dots\dots\dots(8)$$

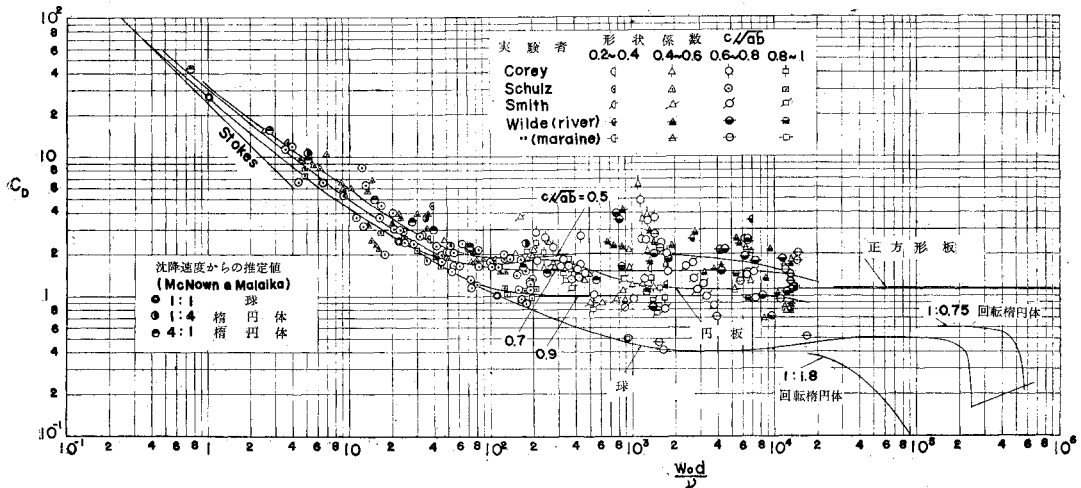
であり、 $w$  は  $z$  方向の流速成分である。

(2)  $u_c * d / \nu \leq u_c * \delta_L / \nu$  の場合

砂礫が層流底層内に完全に入ってしまう場合であるか

図-4 球およびその他の物体の抵抗係数と Reynolds 数との関係

Fig. 4 Relation between drag coefficients  $C_D$  of sphere and other bodies, and Reynolds number  $u_1 d / \nu$ .



ら、 $R_L=0$  および  $R_{T1}=0$  である。流速分布として

$$\bar{u}/u^* \approx u^*z/\nu \dots\dots\dots(9)$$

を用い、(5) 式を計算して (1) 式に代入すれば、つぎの関係がえられる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi} = \frac{4}{3\phi_1} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $\phi_1 = C_{D2}(u_c^*d/\nu)^2 \dots\dots\dots(11)$  である。

抵抗係数  $C_{D2}$  として 図-4 に示される球の抵抗係数に関する実験結果を用いることにすれば、Reynolds 数

$$Re_2 = u_1d/\nu = (u_c^*d/\nu)^2 \dots\dots\dots(12)$$

の関数となる。これは限界掃流力に関する岩垣博士の理論結果と同一であることはいうまでもない。また  $u_c^*\delta_L/\nu = 6.83$  であるから、(10) 式の適用範囲は  $u_c^*d/\nu \leq 6.83$  となる。

(3)  $u_c^*d/\nu \geq 6.83$  の場合

この場合は砂礫が一部層流底層外へ露出するから、乱れた部分における乱れの影響を考慮する必要がある。

流速分布として、

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{0.4\xi} \left( \frac{1}{2} - \sqrt{\xi^2 + \frac{1}{4}} \right) + 2.5 \log_e(2\xi + \sqrt{4\xi^2 + 1}) + 6.83, \dots\dots\dots(12)$$

$$\xi = 0.4(u^*z/\nu - 6.83), \dots\dots\dots(13)$$

を用いて、岩垣博士の研究と同様に (4),(5) および (6) 式を計算し、それらの結果を (1) 式に代入すれば、(10) 式に対応したつぎの関係が得られる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi} = \frac{4}{3\phi_2'} \dots\dots\dots(14)$$

ここに

$$\begin{aligned} \phi_2' = & C_{D1}\beta_s \left\{ 2.5 \log_e(2\xi_1 + \sqrt{4\xi_1^2 + 1}) \right. \\ & - \frac{1}{0.4\xi_1} (\sqrt{4\xi_1^2 + 1} - 1) + 6.83 \left. \right\}^2 \\ & + \frac{3\beta_s(\sqrt{4\xi_1^2 + 1} - 1)}{2(1 - 6.83/u_c^*d/\nu)\xi_1} \left\{ \frac{1}{2} \log_e(2\xi_1 + \sqrt{4\xi_1^2 + 1}) \right. \\ & - \frac{1}{0.4\xi_1} (\sqrt{4\xi_1^2 + 1} - 1) + \left. \frac{(\sqrt{4\xi_1^2 + 1} - 1)}{\xi_1} \right. \\ & \left. \left( 0.825 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{25} + \frac{1}{4\xi_1^2 + 1}} \right) \right\} \\ & + \frac{2A(\sqrt{4\xi_1^2 + 1} - 1)}{(1 - 6.83/u_c^*d/\nu)\xi_1} \left\{ 0.354 \log_e(2\xi_1 + \sqrt{4\xi_1^2 + 1}) \right. \\ & - \frac{0.177}{\xi_1} (\sqrt{4\xi_1^2 + 1} - 1) + \left. \frac{(\sqrt{4\xi_1^2 + 1} - 1)}{\xi_1} \right. \\ & \left. \left( 0.1414 + \frac{1}{4\sqrt{4\xi_1^2 + 1}} \right) + 0.966 \right\} \tan \phi \\ & + 46.65(1 - \beta_s)C_{D2}, \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

であり、 $C_{D1}$  は Reynolds 数

$$Re_1 = \frac{u_1d}{\nu} = \frac{u_c^*d}{\nu} \left\{ 2.5 \log_e(2\xi_1 + \sqrt{4\xi_1^2 + 1}) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{0.8\xi_1} (\sqrt{4\xi_1^2 + 1} - 1) + 6.83 \right\}, \dots\dots\dots(16)$$

また  $C_{D2}$  は Reynolds 数

$$Re_2 = u_c^*d/\nu = 6.83(u_c^*d/\nu) \dots\dots\dots(17)$$

の関数であり、さらに  $\xi_1$  は次式によってあらわされる。

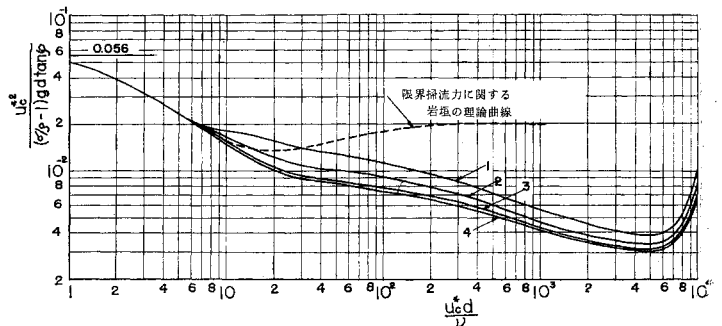
$$\xi_1 = 0.4(u_c^*d/\nu) - 2.732 \dots\dots\dots(18)$$

この結果は岩垣博士の研究において、 $u^*\delta_L/\nu$  を  $u^*d/\nu$  の関数とせず、一定値 6.83 とした場合であることはいうまでもない。なお上記諸式において、 $u_c^*d/\nu$  が十分大きい場合に対しては、(12) 式は  $u^*z/\nu$  が十分大きいときに

$$\bar{u}/u^* = 5.50 + 5.75 \log_{10}(u^*z/\nu) \dots\dots\dots(19)$$

となるから、(15) および (16) 式はそれぞれつぎのようにあらわされる。

図-5 滑面水路床の下流端における洗掘限界の無次元表示  
Fig. 5 Dimensionless expression of criterion for scour from flows downstream of smooth bed obtained by the theory.



$$\begin{aligned} \phi_2' = & C_{D1}(7.5 + 5.75 \log_{10} u_c^*d/\nu)^2 \\ & + \frac{4}{5} (\sqrt{2} + 7.5 + 5.75 \log_{10} u_c^*d/\nu) \\ & + 5 + \frac{2\sqrt{2}}{5} (7.5 + 5.75 \log_{10} u_c^*d/\nu) \tan \phi, \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

$$Re_{e1} = (u_c^*d/\nu)(5.5 + 5.75 \log_{10} u_c^*d/\nu) \dots\dots\dots(21)$$

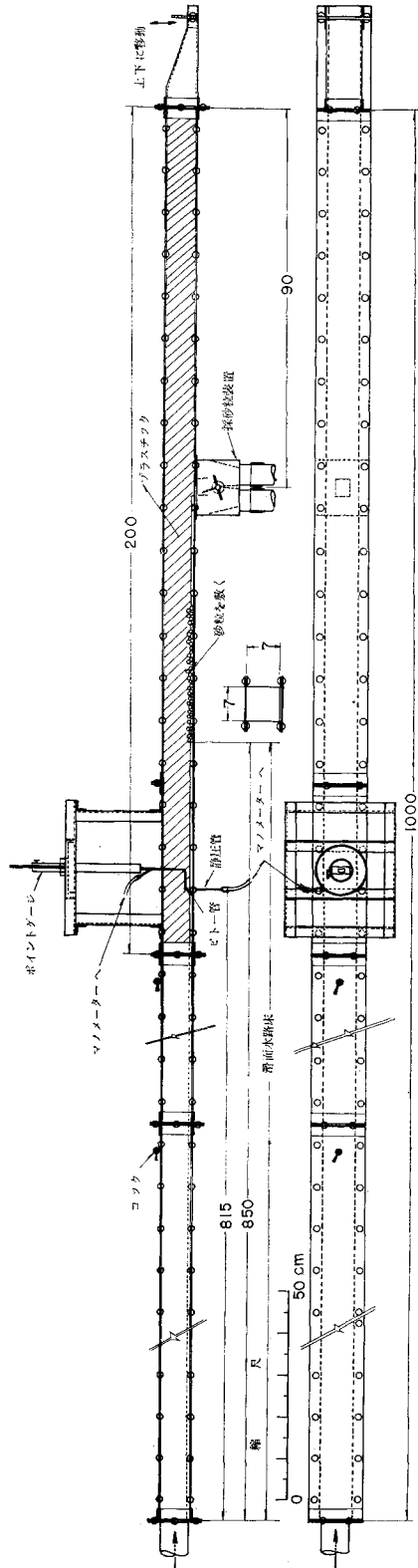
以上要するに、滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界はつぎの関係によってあらわされることがわかる。

$$\frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi} = \frac{4}{3\phi_i}, (i=1,2) \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 $\phi_i = \phi_i(u_c^*d/\nu) \dots\dots\dots(23)$

である。これらの諸式を計算して、 $u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi$  と  $u_c^*d/\nu$  との関係を示したものが、図-5 であり、比較のために限界掃流力に関する岩垣博士の理論曲線を示した。図において、1の曲線は時間的平均流速  $\bar{u}$  によって砂礫が移動するとした場合、2の曲線はさらに  $\sqrt{u^*2}$  を加えた流速によって流体抵抗を見積った場合、3の曲線はさらにx方向の圧力勾配による抵抗を加えた場合であり、最後に4の曲線は(10),(14) および (22) 式であらわされるすべての抵抗を考えた場合であって、限界掃流力の場合にくらべて  $\bar{u}$  による流体抵抗がしめる割合がかなり大きいということがわかる。またこの結果によれば、このような状態におかれた砂礫の移動限界

図-6 実験用閉管路  
Fig. 6 Experimental water tunnel.



は、限界掃流力の場合にくらべて  $u_c * d / \nu$  が大きい場合、かなり小さい掃流力で規定されるということが結論される。

### 3. 洗掘限界に関する実験

前節において述べた滑面水路床の下流端における洗掘限界に関する理論的考察を実験的に吟味検討するために、つぎに述べるような実験を行なったが、なるべく現象を理論的考察に近い状態にするため閉管路を用いた。

#### (1) 実験装置および実験方法

**a) 実験用閉管路** これは図-6に示すように、一辺7cmの正方形断面をもつ長さ10mの鋼製管路であって、上流から9mまでは全断面滑面で同一であり、それより下流は砂礫を敷くために底面が一段と低くなっている。上流から8mより下流は片側面が合成樹脂板で作られ、内部の砂礫の移動状況やピトー管の位置などの様子が見えるようになっている。また下流端は断面をしばって、管路内に自由水面があらわれないようにし、流量は上流に取りつけられた3"のスルースバルブと余水吐分岐管に取りつけられた4"のスルースバルブとを並用して行なった。

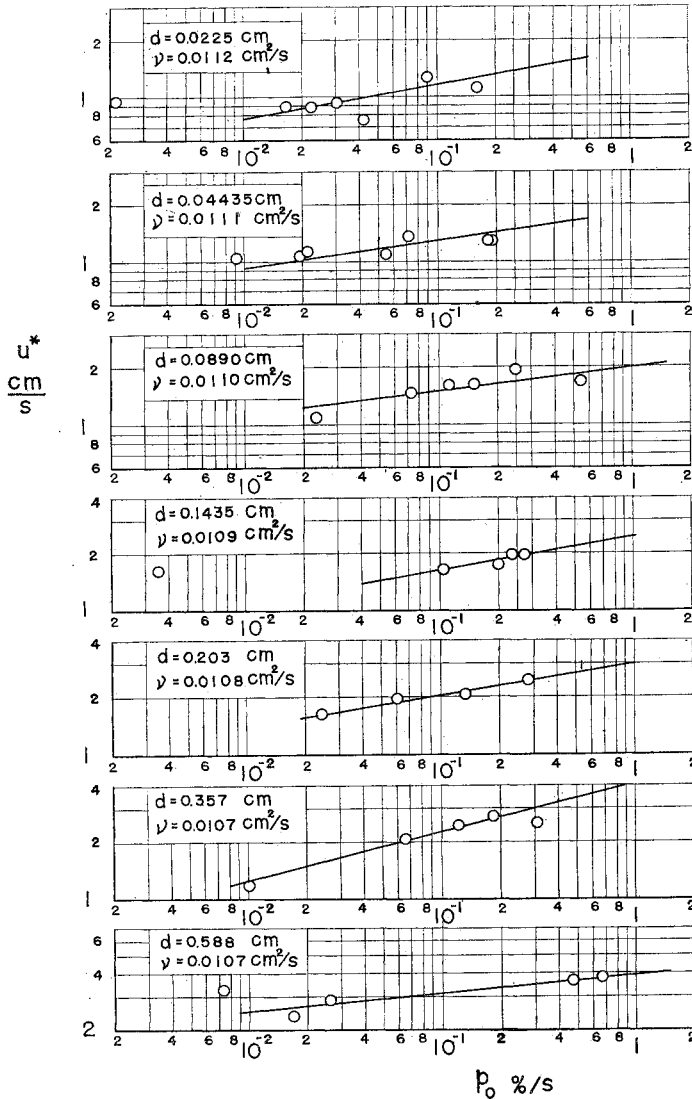
**b) 砂礫の特性** 実験に使用した砂礫の特性をとりまとめて、表-1に示した。粒径はなるべく一樣になるように、0.15~0.3mm, 0.3~0.6mm, 0.6~1.2mm, 1.2~1.7mm, 1.7~2.5mm, 2.5~5.0mm, 5.0~7.0mmのフルイの目の大きさのそれぞれの平均を採用し、それを  $d$  として用いた。また  $\phi$  は砂礫の静止摩擦角であって、著者らの研究<sup>7), 8)</sup>と同様な方法によって測定した結果である。さらに各粒径について、100個の砂礫の平均の形状係数  $c/\sqrt{ab}$  を測定した結果と、単位面積当りに露出する砂礫数を示した。ここに、 $a, b$  および  $c$  はそれぞれ砂礫の互いに直交する3軸方向の大きさを大きさの順にあらわしたものである。

表-1 実験に用いた砂礫の特性  
Table 1 Properties of used sands and gravels.

粒径 $d$ (cm)	比重 $\sigma/\rho$	$\tan \phi$	形状係数 $c/\sqrt{ab}$
0.0225	2.646	0.967	0.637 (0.271-0.934)
0.0444	2.666	0.863	0.603 (0.211-0.945)
0.0890	2.654	0.913	0.622 (0.321-0.901)
0.1435	2.566	0.968	0.586 (0.320-0.858)
0.203	2.602	0.940	0.630 (0.244-0.894)
0.357	2.567	1.011	0.656 (0.436-0.945)
0.588	2.583	1.055	0.660 (0.388-0.909)

**c) 実験方法** 管路の流入口より9mの下流に対象とする砂礫を敷き、流量を調節して、滑面の下流端における単位時間当りの砂礫の移動数を測定した。それと同時に流速分布と水温を測定し、水温から動粘性係数を求めた。流速分布の測定は管路の流入口より8.5mの位置で、断面中央において外径3mmのピトー管を用い

図-7 砂礫の移動割合と摩擦速度との関係の数例  
 Fig.7 Some examples of relation between rate of movement of sands and gravels, and shear velocity.



て行なった。

滑面水路における流速分布は前章で述べたように、 $u^*z/\nu$  の大きい部分に対して、

$$\bar{u}/u^* = A_s + 5.75 \log_{10} u^*z/\nu, \quad (A_s \approx 5.50)$$

とあらわされるから、この関係を適用して、 $u^*$  を求めた。

(2) 実験結果と理論曲線との比較

以上のようにして得られた実験結果を 図-7 に示す。図の横軸は、砂礫の移動限界を水工学上の実際問題に立脚して定義するために、単位面積当り単位時間内に移動した砂礫数をその表面にあらわれている砂礫数との比であらわしたものである。

従来砂礫の移動限界の定義は限界掃流力の実験にみら

れるように統一されたものでなく、実験者の主観によってその限界が判定されてきた。したがって実験値が各実験者によって系統的に離れた結果を示し、その水理学的機構にもとづくばらつき以上に大きい変動を示すことになる。一方、Einstein<sup>8)</sup> がいろいろに少なくとも混合砂礫の場合には、その移動限界を正確に定めることはかなりむずかしいことではあるが、しかし水工学上の実際問題では、ある一定の取扱いのもとにその限界を定義し、移動限界の水理学的機構を論ずることはきわめて重要なことといえよう。

岩垣博士は限界掃流力に関する研究において砂礫の移動限界の定義について考察し、移動限界を階級的に分けて、それらの実験値と従来の実験結果との関連から何秒間に何粒動くと観測できる程度を規準とした。このように、その限界の定義としてはあくまでも既応の実験結果に立脚して、ある一つの取扱い方を提案するという方法をとるべきであろう。したがって、その定義は実験値が従来の実験結果に比較して妥当な値を与えるもので、かつ粒径によって変わらないことが要求されるわけである。さらに付加的には限界掃流力に関してこれまで述べてきた理論的考察の発展に都合のよいものが望まれる。このような理由から一つの試みとして、前述したようなあらわし方をとったのである。

これまでに述べてきた限界掃流力に関する考察はすべて 図-3 に示した

ように粗面上にのっている一つの砂礫を対象としているわけであるから、実際の場合には上流側にある砂礫による影響、たとえば砂礫の位置的な遮蔽効果や後流による影響などのため、計算によって得られた流体抵抗よりも実際にはかなり小さい流体抵抗をうけて、つり合いを保っているわけである。こうした事実を理論的に考察することはほとんど不可能であることから、以上のような力学的模型についてえられた結果を、上流側にある砂礫による諸効果をすべて遮蔽係数という一つの実験定数によってあらわして修正するという方法をとってきたわけである。したがってこの遮蔽係数をもっぱら上流側にある砂礫の状態に依存するはずであり、また後流の特性が物体の大きさや距離との比によって特徴づけられるというこ

とや、前述した位置的な遮蔽効果も同じものによって関係づけられるであろうことなどを考えると、砂礫面上にある一つの砂礫に遮蔽効果をおよぼす範囲は、一応砂礫の大きさに比例すると考えることができよう。このように考えると、流れを二次元的に取り扱っていることからその砂礫の大きさに比例する距離、したがってその面積内から移動を開始する砂礫数によって、その移動限界を定義することが有利であるということになる。もちろんその比例定数は粒径によって変わるかもしれないが、その値についての議論はここでは必要でない。こうした考えにもとづいて提案した  $p_0\%/s$  という値を上述の考慮のもとに定めて、既述の実験結果や 図-6 に示した実験値と理論結果とを比較して、その妥当性を検討するという方法をとるべきことはいうまでもない。

さてこのような考えのもとに提案した  $p_0\%/s$  としてどういう値をとるかということはいきわめて問題の多い点であるが、図-7 に示した結果から  $p_0$  による  $u^*$  の変化が比較的ゆるやかであることからつぎのように定めた。すなわち、図-5 から明らかなように  $u_{c0}^*d/\nu$  の小さい領域においては、前節で求めた理論結果が限界掃流力の場合と一致することから、この領域における限界掃流力に関する従来の実験結果とこの論文で取り扱う移動限界も一致すべきことなどを考慮して、 $p_0=0.5\%/s$  という値を採用したのである。

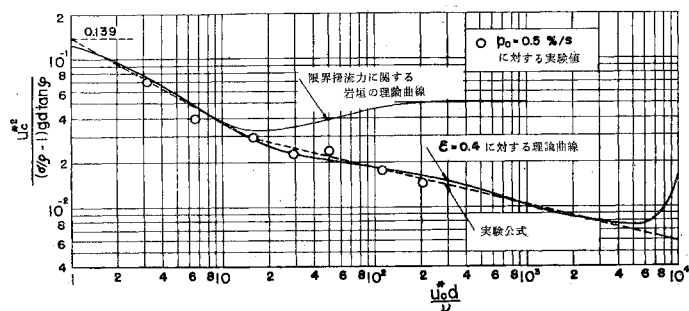
表-2 は以上のことから、 $p_0=0.5\%/s$  に対する摩擦速度を 図-7 から求め、これを限界摩擦速度  $u_{c0}^*$  とし

表-2 滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界に関する実験結果

Table 2. Experimental data of criterion for movement of sands and gravels at downstream end of smooth bed

$d$ (cm)	$u_{c0}^{*2}$ (cm/s) <sup>2</sup>	$u_{c0}^*d/\nu$	$u_{c0}^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi$
0.022 5	2.47	3.14	0.070 3
0.044 4	2.63	6.51	0.039 8
0.089 0	3.87	15.84	0.029 4
0.143 5	4.80	28.8	0.022 5
0.203	7.08	49.8	0.023 7
0.357	10.25	112.5	0.017 6
0.588	13.70	204.2	0.014 2

図-8 洗掘限界に対する実験結果と理論曲線との比較  
Fig. 8 Comparison of experimental results and theoretical curves on criterion for sand movement.



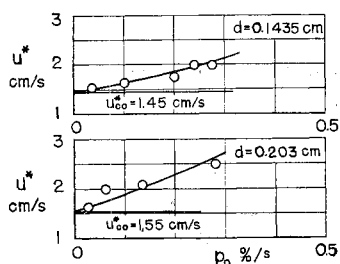
て採用した実験結果をとりまとめたものであり、また 図-8 はこれらの結果を理論曲線と比較したものである。図中の理論曲線は (22) 式を

$$\frac{u_{c0}^{*2}}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi} = \frac{4}{3\epsilon\phi_i} \dots\dots\dots(24)$$

とあらわし遮蔽係数を  $\epsilon=0.4$  としたものであるが、これは滑面水路床の下流端における遮蔽されない砂礫の移動限界であっても、実際にはその水路床の下流ある範囲内で砂礫が移動するものとして、図-7 の結果が測定されたと考えるべきで、したがって  $\epsilon$  の値が限界掃流力の場合と同一程度であると推定されるからである。図-8 によれば、多くの仮定を導入して考察した理論結果であるにもかかわらず、実験結果と良好な一致を示している。このことは、限界掃流力に関する岩垣博士の研究にもとづいて行なったこの移動限界の水理学的機構に対する考察の妥当性を実証することになり、またここで提案した移動限界の定義は、少なくとも実用上の観点から一応妥当なものであるといえるであろう。なお、著者の実験に用いた砂礫の形状係数は 表-1 に示した程度であるが、形状係数とその移動限界におよぼす効果はあまり顕著でないようである。こうした形状係数が移動限界におよぼす効果については、次節において考察するつもりである。

図-9 流砂がない場合の摩擦速度の推定

Fig. 9 Estimation of shear velocity for criterion without sediment transport.

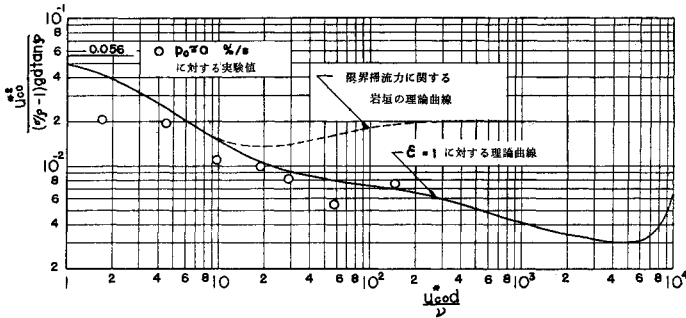


つぎに砂礫の移動限界の定義の一つとして、流砂量が 0 となる極限を採用するということも考えられるので、この点について考察してみよう。

図-9 は 図-7 の結果のうちの若干を普通目盛でかきかえたものであるが、これから一応  $p_0 \approx 0\%/s$  となるような  $u^*$  の値を推定することができるので、この値を流砂量が 0 となる極限として移動限界を定義した場合の限界摩擦速度  $u_{c0}^*$  とする。このようにして求めた実験結果と理論曲線とを比較したものが 図-10 である。この図において実線は  $\epsilon=1$  の場合の理論曲線を示す。実験値は 図-8 の結果にくらべてかなりちらばっているが、粒径の

図-10 流砂がない場合の洗掘限界に対する実験結果と理論曲線の比較

Fig. 10 Comparison of experimental results at criterion without sediment transports and theoretical curves.



大きい場合は  $\epsilon=1$  とした理論曲線にほぼ一致している。 $p_0 \approx 0\%/s$  付近においては、実験を行なうときの砂礫の敷き並べ方に実験値がいちじるしく左右されることや、また水を流しはじめて砂礫が 2,3 粒移動し、それ以後全然動かなくなるといったことが起こることなどを考えると、この付近における流砂量をどうして測ったかということが非常に問題になってくる。したがって、砂礫の敷き並べ方にあまり左右されないで、しかも測定の方法によって変わらない程度に移動を開始していると考えられる従来の限界掃流力の実験値は、全体の平均値として実際上きわめて適当な判定規準とも考えられるので、砂礫の移動限界に対する定義は前者をとるべきであろうと考える。

(3) 洗掘限界におよぼす砂礫の形状係数の効果に関する考察

前節で述べた砂礫の移動限界に関する理論的考察においては、砂礫をすべてフルイの目の大きさでさあrawされる球と仮定して議論を進めてきた。しかし実際の砂礫は球とはいちじるしく相違する場合が少なくないので、こうした特性が移動限界にどの程度影響をおよぼすかについて二、三考察してみよう。

a) 砂礫の二、三の特性に及ぼす形状係数の効果

前節の (1) および (2) 式であrawされる関係においては、砂礫をフルイの目の大きさによってあrawされる直径をもつ球として取り扱ったわけであるから、その移動限界は当然砂礫の形状によって相違することが考えられる。また抵抗係数  $C_D$  はすべて一様な流れの中におかれた球の抵抗係数を用いてきたが、この値も当然砂礫の形状によって変わるものと考えられる。そのほか、砂礫の形状によりその特性が変わるものとして静止摩擦角が考えられる。しかし、この項は (24) 式の左辺にふくまれ分離されていること、また右辺の鉛直方向の圧力勾配による抵抗の項に  $\tan \phi$  がかかっているが、この抵抗の影響はほかのものにくらべてかなり小さいことから、ここでは砂礫の形状が  $\tan \phi$  におよぼす効果は取り扱わな

いことにする。

以上のことから、砂礫の形状を球と仮定した場合の体積の相違（したがって見かけ上の面積についても）と抵抗係数におよぼす効果の二つをとりあげ、Corey, Schulz, Wilde および Smith<sup>9)</sup> らの実験結果をもとにして考察する。砂礫の形状を実用的に表現する各種の方法が提案されているが<sup>9)</sup>、水工学上の問題においては、測定が比較的簡単であって、かなりその形状を統一的に表現しうるものであることが望ましい。これに関する議論や砂礫本

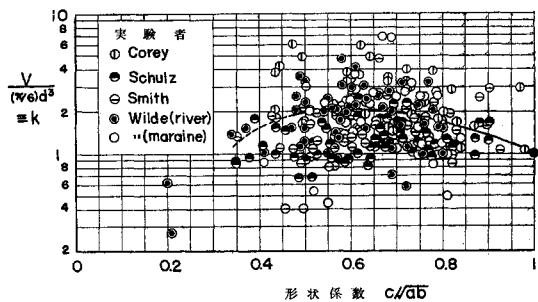
来の水理学的特性については、別の機会にゆずり、ここではすでに述べたように、次式であrawされる Corey の提案した形状係数 (shape factor) を採用する。

$$\text{形状係数} = c/\sqrt{ab} \dots\dots\dots (25)$$

ここに、 $a, b$  および  $c$  はそれぞれ互いに直交する 3 軸方向の砂礫の大きさを大きさの順にあrawしたものである

まず 図-11 はフルイの目の大きさであrawされる直径をもつ球の体積  $(\pi/6)d^3$  と実際の砂礫の体積  $V$  との比  $k$  が (25) 式であrawされる形状係数によってどの

図-11 体積比  $k$  の形状係数による変化  
Fig. 11 Variation of ratio of volume of a sand grain to that of sphere with shape factor.



ように変化するかを示したものである。実験値は非常にちらばっているが、これは測定上の困難さとともに、体積比  $k$  がこの形状係数のみでは適切に表現されないためであろう。またこれらの実験値はいずれも実際の河川の砂礫を用いているにもかかわらず、Corey および Wilde の実験値は Schulz や Smith のそれにくらべてかなり大きい値を示しており、その変化の傾向も相違している。しかしながら、全体的にみれば、形状係数が小さくなるにつれて  $k$  の値は  $c/\sqrt{ab} = 0.5 \sim 0.6$  付近までは増加し、それより小さくなると減少するようと思われる。後述する計算に 図-11 の関係を用いるため、全体的傾向として両者の関係を図のような曲線であrawすことにする。つぎに砂礫の抵抗係数におよぼす形状係数の効果について考察する。従来砂礫の抵抗係数というのは

沈降速度 (fall velocity) を無次元表示するために用いられているわけであって、最近 Albertson<sup>10)</sup> は、砂礫の大きさをあらわすのに nominal diameter (砂礫と同じ体積をもつ球の直径) を用いて抵抗係数におよぼす形状係数の効果を検討して興味深い図表をつくっている。しかし一般には nominal diameter  $d_n$  と sieve diameter (フルイの目の大きさであらわした直径)  $d$  とは一致しないので、Corey, Schulz, Wilde および Smith の実験値を sieve diameter を用いてかきかえてみた。これを 図-4 に球のほかいろいろな形状をした物体の抵抗係数とともに示している。実験値は非常にちらばっているが、 $d_n$  を採用したときと同様、形状係数が小さくなるにしたがって抵抗係数が大きくなっていくことがわかる。図中の曲線は形状係数ごとにばらついている実験値の平均的な関係をあらわしたものである。図-4 に示した結果は  $d_n$  を用いて整理した Albertson らの結果にくらべると、ばらつきの程度はあまり変わらないが、若干大きい値を与えているようである。いずれにしても沈降速度に関する Reynolds 数  $\bar{w}_0 d / \nu$  が  $10^3 \sim 10^4$  付近において、形状係数が 0.5 の場合  $C_D$  は 2 程度 ( $d_n$  を用いた Albertson らの結果によれば、1.7 程度) の値を示している。この結果と図中に示した球およびそのほかの物体の抵抗係数、とくに円板の抵抗係数の値と比較検討すれば、つぎのようである。

まず第一に砂礫の場合の方がかなり大きな値を示していることである。円板は確かにある意味では形状係数が 0 となった場合と考えられ、ある有限の大きさの物体の抵抗係数 (もっともその代表直径のとり方によって多少の相違は考えられるが) としては、一応最大値を与えるものと考えてよいであろう。一方、砂礫の抵抗係数は沈降速度  $\bar{w}_0$ 、比重  $\sigma/\rho$  および大きさ  $d$  あるいは  $d_n$  を測定して、

$$C_D = \frac{4}{3} [(\sigma/\rho) - 1] g d (\text{あるいは } d_n) / \bar{w}_0^2 \dots\dots(26)$$

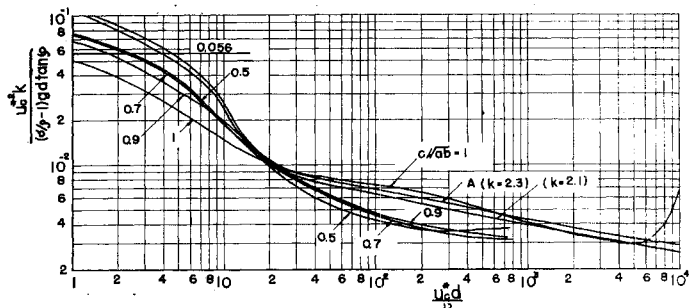
の関係から求めたものであるから、 $\bar{w}_0$  の測定法とその意義とが問題になってくるわけである。 $\bar{w}_0$  は一般に静水中に砂礫を沈降させ、見かけ上の terminal velocity を測定しているわけであるから、そのような水理現象の解明に従来の結果をそのまま適用することには問題はないが、(26) 式によって求められた抵抗係数を用いて、たとえばこの論文の場合のようにその移動限界を取り扱うことはつぎのような理由によって疑問が生ずる。すなわち Albertson らが指摘しているように、 $\bar{w}_0 d / \nu$  が 100 以上になると、砂礫は鉛

直に降下せず左右に動揺し、したがってその径路は測定値よりも実際にかなり大きくなっている。一方鉛直に降下しないために、完全には (26) 式が成立しないといってもよいわけで、このように、沈降速度から  $C_D$  を求めることは、砂礫の径路が実際にかなり小さく測定されている事実から静止物体に対する抵抗係数に対してかなり大きな値をあたえることになる。このことは 図-4 に示した McNown および Malaika<sup>11)</sup> の実験結果によってかなり明確にされる。この測定値は二種の楕円体の抵抗係数を沈降速度から求めたものであって、砂礫の抵抗係数と同程度の値を示し、実線で示した一様な流れの中において測定されたほかの楕円体に対する実験結果にくらべてかなり大きな値を示している。以上のことから、沈降速度から求めた砂礫の抵抗係数は、砂礫を一様な流れの中にいろいろな方向において、その抵抗係数の平均値を測定したと考えた場合よりもかなり大きい値を与えることになる。したがって、従来測定された沈降速度から求めた抵抗係数を、たとえば砂礫の移動限界の解析に適用する場合には十分の考慮が必要であるといわねばならない。

**b) 移動限界におよぼす形状係数の効果についての考察** 上記において一応移動限界におよぼす形状係数の効果を検討するのに必要な砂礫の特性について考察したので、ここではその特性を前節の理論的考察に適用した結果について述べる。図-4 および 図-11 をもとにして、前節で述べた理論的考察の中に形状係数を導入し、その効果を考察するためには、まず砂礫をフルイの目の大きさを直径とする球と仮定したための補正を考えなければならない。そのために (22) 式の左辺に補正係数  $k$  をかける。さらに抵抗係数  $C_{D1}$  および  $C_{D2}$  と Reynolds 数との関係として 図-4 に曲線で示した結果を用いることにすれば、(23) 式の右辺にふくまれる抵抗係数が形状係数の関数となることから、(23) および (24) 式はつぎのようにあらわされる。

$$\frac{u_*^{*2} k}{(\sigma/\rho - 1) g d \tan \varphi} = \frac{4}{3 \phi_i} \dots\dots(27)$$

図-12 砂礫の移動限界におよぼす形状係数の効果に対する理論結果  
Fig. 12 Influence of shape factor on criterion for movement of sands and gravels



$\bar{w}_0 d / \nu$  が 100 以上になると、砂礫は鉛



ここに、 $\bar{\phi}_i = \bar{\phi}_i(u_c^* d/\nu, c/\sqrt{ab}) \dots\dots\dots(28)$   
 であり、これらの諸式を計算して  $u_c^{*2}k/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$   
 と  $u_c^* d/\nu$  との関係を  $c/\sqrt{ab}$  をパラメーターとして図示  
 したものが 図-12 である。なお図中には、 $c/\sqrt{ab} < 0.5$   
 の範囲に対して示してあるが、この場合  $c/\sqrt{ab}$  による  
 $k$  の変化がわからないので、 $c/\sqrt{ab} = 0.5$  程度の砂礫  
 の抵抗係数が前述した理由によって、高々円板の抵抗係  
 数程度であり、それ以上は大きくなりえないという考え  
 のもとに、抵抗係数と Reynolds 数との関係として 図  
 -4 に示した円板に対する実験値を用いて計算し、その  
 結果を曲線 A として示してある。

図-12 からわかるように、抵抗係数と Reynolds 数  
 との関係として 図-4 に示した  $c/\sqrt{ab} = 0.9, 0.7$  およ  
 び  $0.5$  の場合の結果を用いて計算した曲線はほとんど  
 一致してしまうが、前節で計算した  $c/\sqrt{ab} = 1$  の場合  
 の曲線とはかなり相違する。また曲線 A は  $u_c^* d/\nu > 20$   
 の範囲においては  $c/\sqrt{ab} = 1$  の場合とほとんど一致し  
 ており、このことは砂礫の抵抗係数に関する前述の考察  
 にもとづけば、きわめて興味深いことといえよう。速度  
 勾配のある流れの中においてうける物体の抵抗について  
 の本質的な多くの問題点があるにもかかわらず、砂礫の  
 形状がその移動限界におよぼす影響は、前節で取り扱  
 ったような模型的方法によって、かなり説明できるように  
 考えられる。その結果少なくとも  $u_c^* d/\nu > 20$  程度の範  
 囲においては、 $c/\sqrt{ab} > 0.5$  に対して、限界掃流力の無  
 次元表示  $u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$  におよぼす形状係数の  
 効果はあまり大きくないものと推論してよいであろう。

しかしながら、 $u_c^* d/\nu < 20$  の範囲においては曲線 A  
 は  $c/\sqrt{ab} = 1$  に対する理論曲線にくらべて非常に大き  
 くなっている。 $u_c^* d/\nu \approx 20$  付近において、理論上まだ  
 層流底層が砂粒の大きさの  $1/2$  程度の厚さをもってい  
 ることから、この付近を境界として砂粒近傍の流れの特  
 性、とくに後流の発達程度が相違するようにも考えら  
 れる。円柱の後流についての実験結果を参考にして、  
 Reynolds 数が  $100$  程度 ( $u_c^* d/\nu$  にして約  $10$ ) で Kármán  
 渦が発生するという事を考えると、上述した  
 $u_c^* d/\nu = 20$  付近の現象に対する関連として、かなり興  
 味深い事実を見出すことができるけれども、こうしたこ  
 とをもとにして  $u_c^* d/\nu < 20$  の範囲において曲線 A が  
 $c/\sqrt{ab} = 1$  に対する曲線から離れるという理由をくわ  
 しく議論することはむずかしいであろう。ただこうした考  
 察にもとづけば、すでに述べた遮蔽係数をもつば上流  
 側にある砂礫の後流にのみ依存すると考えた場合は、  
 $u_c^* d/\nu = 10 \sim 20$  付近を境界としてその取扱いを  
 変える必要があると考えられる。しかしこうした問題に  
 ついての議論はすでに説明した理論的考察の結果を実  
 験値と比較して、その妥当性を検討するという方法以外  
 にはないわけであって、この観点で両者を比較検討した結果によ

れば、実験の範囲内においては  $u_c^* d/\nu$  の小さい場合  
 でもよく両者が一致することを示した。

以上の考察を総合し、著者の実験結果を考慮すれば、  
 砂礫の形状係数が  $0.5$  程度より大きい場合には、無次  
 元化した限界掃流力  $u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$  は形状係  
 数によってあまり変化しないと考えられる。さらに適  
 格な議論は砂礫の抵抗係数の詳細な測定結果を必要と  
 するわけであって、今後の研究にまたねばならない。

(4) 実験公式および水たたきの設計に関する考察

滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界は、緒  
 言でも述べたように、水工学上の実際問題として、た  
 とえば水門の水たたきが十分長くなった場合、その下  
 流側が洗掘されないための対策を講じようとするとき  
 に問題となる。この場合、水たたきの下流が洗掘され  
 ないためには、どの程度の大きさの捨石を必要とする  
 かという問題や、あるいは水たたき下流部の砂礫の特  
 性が定まっているときには、水たたきの勾配および水  
 深をどの程度にすべきかということが、実際上問題と  
 なってくるわけであるから、このためには 図-8 に示  
 した結果のままでは実用上都合が悪い。そこで  $u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$   
 と  $u_c^* d/\nu$  との関係を 図-8 における破線のように、  
 折線であらわすことにすれば、これらの折線はつぎの  
 ような実験公式であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} 88.6 \leq R^* < 60300 : \\ & u_c^{*2} = 0.0794 \{ (\sigma/\rho - 1) g \tan \varphi \}^{2/3} \nu^{2/3} d^{2/3}, \\ 2.68 \leq R^* \leq 88.6 : \\ & = 0.216 \{ (\sigma/\rho - 1) g \tan \varphi \}^{7/9} \nu^{4/9} d^{1/3}, \\ R^* \leq 2.68 : \\ & = 0.139 \{ (\sigma/\rho - 1) g \tan \varphi \} d, \end{aligned} \right\} \dots\dots(29)$$

ここに、 $R^* = \{ (\sigma/\rho - 1) g \tan \varphi \}^{1/2} d^{3/2} / \nu$  である。上  
 式の適用限界は 図-8 から明らかなように、粒径の大  
 きな場合の実験値がないので明確には定められないが、  
 一応つぎのような考えのもとに概略値を推定した。図-8  
 において  $u_c^* d/\nu = 5000$  付近で理論曲線が急激に増加  
 し始めるのは、球の臨界 Reynolds 数に近づいたこと  
 を示している。この付近の抵抗係数と Reynolds 数との  
 関係は物体の形状はもちろん、たとえ球であっても表  
 面の粗さや乱れの強さなどに左右されるわけであるから、  
 これ以上前節の理論的考察を適用することはできない。  
 このことから、とくにこの程度の Reynolds 数に対  
 する砂礫の抵抗係数については実験値が全然ないので、  
 きわめて問題が多いわけであるが、ここでは一応理論  
 曲線が急激に増加し始める  $u_c^* d/\nu = 5000$  をその適  
 用限界と考えることにしたのである。また、砂礫の比  
 重  $\sigma/\rho$  を  $2.65$ 、 $\tan \varphi = 1$  とし、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$   
 ( $20.3^\circ\text{C}$ )、 $g = 980 \text{ cm/s}^2$  を用いて (29) 式を簡  
 易化すると、 $u_c^{*2}$  を  $(\text{cm/s})^2$ 、 $d$  を  $\text{cm}$  であらわ  
 して次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} 0.0788 \leq d < 6.10 \text{ cm} : & u_c^{*2} = 20.3 d^{2/3}, \\ 0.00763 \leq d \leq 0.0788 : & = 8.73 d^{1/3}, \\ d \leq 0.00763 : & 225 d \end{aligned} \right\} \dots\dots(30)$$

図-13 砂礫の移動限界に対する実験公式の図示  
 Fig. 13 Graphical representation of empirical formula of criterion for movement of sand gravels.

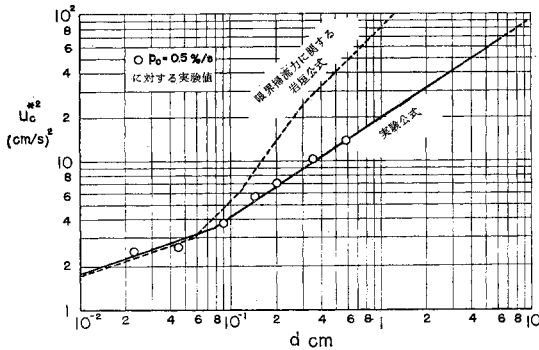


図-13 は (30) 式を図示したものであり比較のために限界掃流力に関する岩垣公式を示した。つぎに以上の結果にもとづく水たたきの設計に対して二、三考察してみよう。まず 図-13 から明らかなように、滑面の水たたきに対しては粒径の大きいとき限界掃流力の場合にくらべてきわめて砂礫が移動しやすく、洗掘されやすいわけであるから、水たたきの設計ならびにその洗掘防止対策に十分慎重な考慮を払うべきである。水たたきの下流が洗掘されないための捨石の大きさの決定は、水たたき下流端における掃流力を水たたきの勾配および水深、あるいは流量、勾配および粗度から推定して、その値に対応した 図-13 に示す洗掘限界の砂礫の大きさを見出せばよく、一般に水たたきの面は完全な滑面ではないから、この決定は安全側の捨石の大きさを与えるであろう。これに反して、砂礫の大きさが与えられている場合には、与えられた最大流量を流しうる最も経済的な水たたきの勾配、巾および粗度(したがって水たたき表面の状態)を決定すればよい。また水たたきの下流端における掃流力を減少させるという立場から、水たたきの面に適当な粗度を人工的にあたえることも考えられるが、もしこのために生ずる水深の増加があまり問題にならない場合には、たとえば水たたきの面に張石をすることも一方法であろう。この場合張石を相互に目地じめしないものとし、その張石の大きさが下流の砂礫と同じ大きさであり、かつ砂礫面と同程度に密に張石するとすれば、このときの洗掘限界は限界掃流力の問題として解決されるわけであるから、図-13 に示した岩垣公式によって設計すればよい。

4. 結 語

以上滑面水路床の下流端における洗掘限界を理論的に考察し、また詳細な実験を行なって比較検討した。その場合、従来砂礫の移動限界の定義が明確でないことから、水工学上の実際問題に立脚した新しい定義を提案するとともに、実験結果と理論結果との比較によってその

妥当性を検討した。滑面水路床の下流端における砂礫の移動限界は、粒径の大きいときには、限界掃流力の場合にくらべて非常に小さい掃流力で規定されることがわかった。また砂礫の形状がその移動限界におよぼす効果について、砂礫の特性に関する二、三の実験結果から理論的に考察し、著者の移動限界に関する実験結果ともあわせて、形状係数が  $c/\sqrt{ab} > 0.5$  程度の範囲においては、無次元化した限界掃流力  $u_{c*}^2/(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi$  は形状係数によってほとんど変化しないことを明らかにした。しかしながら、さらに適格な考察は砂礫の抵抗係数に関する詳細な実測結果にまたねばならないことを付記した。最後に、理論結果と実験結果とにもとづいて実験公式を提案するとともに、こうした条件による水たたきの設計やその下流に用いる洗掘防止用の捨石の大きさの決定について二、三の考察を述べた。

最後にこの研究を行なうにあたって、終始御指導を賜った石原藤次郎教授および岩垣雄一教授、ならびに御教示および御支援をいただいた名工大 橋本規明教授に深く感謝するとともに、実験に熱心に助力をあたえられた辻 暢博および長谷川淳一の両君に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Rouse, H. : Engineering Hydraulics, 1950, p. 789.
- 2) White, C.M. : The Equilibrium of Grains on the Bed of a Stream, Proc. Roy. Soc., A 174, 1940, pp. 322~338.
- 3) 栗原道徳 : 限界掃流力に就いて, 九州大学流体工学研究所報告, 第4巻, 第3号, 昭.23.9, pp. 1~26.
- 4) 岩垣雄一 : 限界掃流力の流体力学的研究, 土木学会論文集, 第41号, 昭.31.12, pp. 1~21.
- 5) 岩垣雄一・土屋義人 : 砂面上におかれた礫の限界掃流力について, 土木学会論文集, 第41号, 昭.31.12, pp. 22~38.
- 6) 岩垣雄一・土屋義人 : 水門から噴出する Wall Jet による洗掘限界について, 京都大学防災研究所年報, 第3号, 昭.34.12, pp. 34~53.
- 7) Yalin, S. : Sur la mécanique du mouvement des matériaux solides, La Houille Blanche, Novembre, 1956, pp. 607~618.
- 8) Einstein, H.A. : The Bed-load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, U.S. Dept. of Agri., Soil Conservation Technical Bulletin, No. 1026, 1950, pp. 1~71.
- 9) Schulz, E.F., Wilde, R.H., and Albertson, M.L. : Influence of Shape on the Fall Velocity of Sedimentary Particles, Missouri River Division, Corps of Engineers, U.S. Army, Through the Colorado A and M Research Foundation, MRD Sediment Series No. 5, 1954, pp. 1~161.
- 10) Albertson, M.L. : Effect of Shape on the Fall Velocity of Gravel Particles, Proc. of the Fifth Hydraulics Conference, State Univ. of Iowa, Studies in Engineering, Bulletin No. 34, 1952, pp. 242~261.
- 11) McNown, J.S., and Malaika, J. : Effect of Particle Shape on Settling Velocity at Low Reynolds Number, Trans. A.G.U., Vol. 31, No. 1, 1950, pp. 74~82.

(原稿受付 : 1961.8.15)

# CRITERION FOR SCOUR AT THE DOWNSTREAM END OF A SMOOTH BED

By Yoshito Tsuchiya, C.E. Member

## (1) Introduction

In this paper, the criterion for scour from flows at the downstream end of a smooth bed is considered theoretically on the basis of Iwagaki's study on critical tractive forces. Experiments of the criterion for scour are performed to verify the results of the theoretical consideration and to consider the influence of shape factors of sand grains on the criterion for sand movement. In this consideration, a new definition of the criterion for sand movement is applied and confirmed by comparing it with experimental results. Furthermore, an empirical formula for the criterion for scour is proposed, and some considerations regarding the design of a long apron with a smooth bed are briefly described.

## (2) Theoretical Consideration of the Criterion for Scour

In considering the criterion for scour at the downstream end of a smooth bed shown in Fig. 1, neglecting the change of water surface due to the difference of bed roughness, and applying the logarithmic law of velocity profile in turbulent flows with a smooth bed, the criterion is discussed as follows. Now consider the equi-

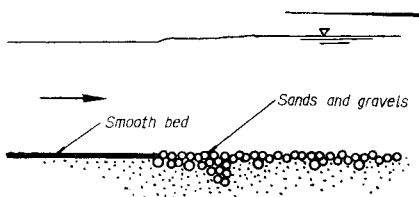


Fig. 1 Definition sketch of apron and flow downstream end of smooth bed.

librium condition of a spherical sand grain at the downstream end of a smooth bed using the forces such as the gravity force, the fluid resistance and the resistance due to from pressure gradient, and applying the same procedure as in the Iwagaki's study to the theoretical consideration, the criterion is finally expressed as  $u_c^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gd \tan \phi = 4/3 \phi_i$ , ( $i=1,2$ ).....(1) in which  $u_c^*$  is the critical shear velocity,  $\rho$  and  $\sigma$  the densities of fluid and sand grains

respectively,  $d$  the size of sand grains,  $\phi$  the friction angle of sand grains,  $g$  the acceleration of gravity, and  $\phi_i$  the function of  $u_c^*d/\nu$  only, where  $\nu$  is the kinematic viscosity.

It is concluded from the comparison of the theoretical result with that of critical tractive force by Iwagaki that, as is seen in Fig. 2, the criterion for scour is presented by the shear velocity less than that in the critical tractive force for the region of  $u_c^*bv < 6.83$ .

## (3) Experiments of the Criterion for Scour

In the experiment is used a water tunnel, specially made of steel, having a uniform and square section, and a length of 10 m. The used sand grains are seven kinds, which has the median diameters of from 0.0225 cm to 0.588 cm and the mean shape factors of 0.586 to 0.660 respectively. In this case, the shape factor is defined by  $c/\sqrt{ab}$ , where  $a$ ,  $b$  and  $c$  present the sizes of a sand grain in three directions taken normally each other and  $a$  (max.)  $> b > c$ .

Velocity profiles at the point of 9 m from the inlet of the tunnel, water temperatures and the rate of sand movement at or near the downstream end of a smooth bed are measured. The shear velocity is estimated based on the logarithmic law of velocity profile in turbulent flows with a smooth boundary.

Fig. 2 shows the comparison of the theoretical curves with the experimental results obtained by applying a new definition of the criterion for sand movement. In the comparison, the theoretical curve for the criterion is expressed in the

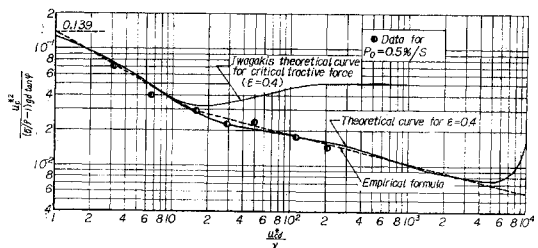


Fig. 2. Comparison of experimental results and theoretical curves on criterion for sand movement.

form of

$$u_c^{*2}/(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi = 4/3 \varepsilon \phi_i, \dots\dots\dots(2)$$

in which  $\varepsilon$  is a sheltering coefficient proposed by Iwagaki and is equal to 0.4. And  $p_0$  in the figure is a factor representing the criterion for sand movement defined practically based on hydraulic problems, which presents a ratio of the rate of sediment transportation, expressed by the number of sediments, to the number of sand grains exposed in unit area. In comparisons of the theoretical curve with the experimental data, the determining reasonably the value of  $p_0$  should be questioned. Based on the mechanism of sheltering phenomena and the comparison between the criterion described above and the critical tractive force for the region of  $u_c^*d/\nu > 6.83$ , the value of  $p_0$  is determined. It is cleared from the above determination of the value of  $p_0$  that  $p_0=0.5 \text{ \%}/s$  is practically adequate and as shown in the figure, the theoretical curve is in good agreement with the experimental data estimated by the definition.

Fig. 3 presents a result of theoretical considerations on the influence of the shape factor of sand grains on the criterion for sand movement. In the consideration, the influences of shape factors on the drag coefficient of a sand grain obtained from experimental results of the fall velocity of a sand grain and on the difference of volume between sand grains and spheres with a nominal or sieve diameter of sand grains are discussed on the basis of the experimental data obtained by many authorities. The curves in the figure are calculated theoretically by introducing the shape factors into the function  $\phi_i$  presented in Eq. (1), especially the drag coefficient of a spherical sand grain and the diameter of sand grains. The values of  $k$  shown in Fig. 3 represent the ratio of the volume of a sand

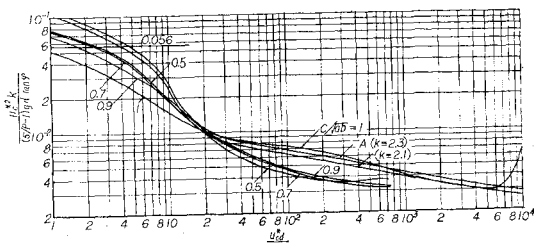


Fig. 3 Influence of shape factor of sand grain on criterion for sand movement.

grain to that of a sphere with a sieve diameter of sand grains. And the curves of A are the calculated results by using the drag coefficient of a disk in a general uniform flow in spite of the drag coefficient of a sand grain obtained from fall velocities. It is concluded from the figure and the results shown in Fig. 2 in which the difference due to the effect of shape factors between the theoretical curve and the experimental data is not closely clear, that the influence of the shape factor on the criterion for sand movement is no much for the shape factor larger than about 0.5 within the scope of the present experiments and the considerations. But the more exact consideration of the influence should be discussed based on the direct measurement of the drag coefficient of sand grains.

Fig. 4 presents the empirical formula of the criterion for scour shown in Fig. 2 by a chain line. The limit of applicability of the formula

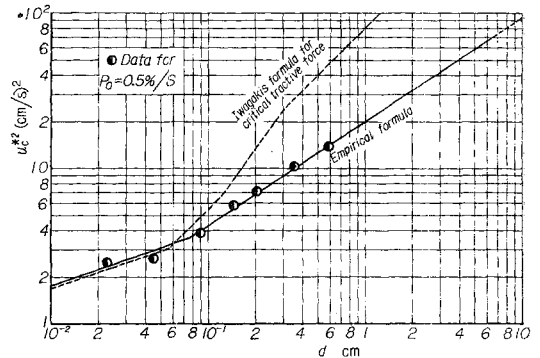


Fig. 4 Representation of empirical formula

is briefly discussed. It is made clear from the above figure and Fig. 2 that, as described before, the critical shear velocity in the criterion for scour from flows downstream end of a smooth bed is relatively less than that in the critical tractive force for the region of  $u_c^*d/\nu > 6.83$ . Therefore, it is concluded that the prevention of scour at or near the downstream end of a smooth bed may require sufficient considerations.

(4) Conclusion

In the foregoing descriptions, a theoretical consideration of the criterion for scour and the comparison of the theoretical curver with the experimental data are described. The results obtained may contribute to the solution of practical hydraulic problms of scouring.