

斜杭・組杭の水平抵抗に関する模型実験的考察*

後 藤 尚 男**
 芦 見 忠 志***
 滝 井 健 司****

要 旨 本文は斜杭ないしは組杭が構造物の基礎に用いられる場合、いかに水平力に有効に抵抗するかを明らかにするために、静的ならびに動的の模型実験を行なって、これに若干の考察を加えたものである。本研究の結果、杭先が有力な支持層に到達しかつ杭頭が構造物に拘束されているという条件のもとでは、杭頭水平力に対する斜杭の抵抗効果の大きいことが確認された。かくして斜杭ないしはその組杭は耐震上また防振上かなり有利に活用されるべきであることが結論づけられる。

1. 緒 言

近時構造物の基礎として杭打ち基礎が多く用いられ、その試験報告も少なくない。鉛直杭はもともと水平力に対して強くないが、わが国では多かれ少なかれ水平地震力に対抗することが要求される。そこでわれわれは斜杭を並用することが耐震上からも防振上からも有利であるとの見とおしのもとに、鋼製の実杭を用いた現地試験をすでに実施した。この実物試験によって斜杭を用いた斜直合成組杭の水平抵抗力はかなり効果的に発揮されることがわかった¹⁾。引続いて本研究ではかかる点を再確認するとともに、さらに広範囲の機構を知るために静的と動的の模型実験を遂行し、また組杭頭部の水平ばね定数の算定式をも導いて、若干の考察を進めた。斜杭や組杭の水平耐力に関する内外の文献の多くない中において、本研究の成果は構造物基礎の耐震ないしは防振設計上有力な一資料を提供できるものと考ええる。

2. 模型実験の概要

(1) 模型杭の相似条件

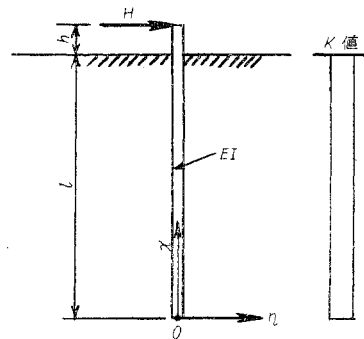
模型杭を作製するための相似条件を求めるため、図-1のごとく一樣な水平地盤係数 K で支持された鉛直単杭を考える。周知の次式

$$EI \frac{d^4 \eta}{dx^4} + bK \eta = 0 \quad \text{で、} \quad Y = \frac{\eta}{l}, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{bK}{4EI}} \dots (1)$$

とおく。ここに EI , b : 杭の曲げ剛性と奥行しからば上式の解は無次元化されて、

* 土木学会第 16 回年次学術講演会で概要を発表 (昭 36 年 5 月 28 日)
 ** 正員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室
 *** 正員 工修 大阪市土木局
 **** 正員 正員 KK 奥村組

図-1



$$Y = e^{\beta l \xi} (C_1 \cos \beta l \xi + C_2 \sin \beta l \xi) + e^{-\beta l \xi} (C_3 \cos \beta l \xi + C_4 \sin \beta l \xi) \dots (2)$$

で与えられ、積分定数 $C_1 \sim C_4$ はつぎの境界条件から決められる。

$$\left. \begin{aligned} \xi=0 \text{ で } \frac{d^3 Y}{d \xi^3} = 0: \quad C_2 - C_4 = 0 \\ \xi=0 \text{ で } \frac{d^2 Y}{d \xi^2} = 0: \quad C_1 - C_2 - C_3 - C_4 = 0 \\ \xi=1 \text{ で } M = -\frac{EI}{l} \frac{d^2 Y}{d \xi^2} = -Hh: \\ \quad -C_1 e^{\beta l} \sin \beta l + C_2 e^{\beta l} \cos \beta l + C_3 e^{-\beta l} \sin \beta l \\ \quad - C_4 e^{-\beta l} \cos \beta l = \frac{Hh}{2EI \beta^2 l^2} \\ \xi=1 \text{ で } S = -\frac{EI}{l^2} \frac{d^3 Y}{d \xi^3} = H: \\ \quad C_1 e^{\beta l} (\cos \beta l + \sin \beta l) - C_2 e^{\beta l} (\cos \beta l - \sin \beta l) \\ \quad - C_3 e^{-\beta l} (\cos \beta l - \sin \beta l) - C_4 e^{-\beta l} (\cos \beta l \\ \quad + \sin \beta l) = \frac{Hl^2}{2EI \beta^3 l^3} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

模型杭と原型杭にそれぞれ添字 m, p を付すると式 (2) における Y_m が Y_p に相似であるためには、式 (2) の βl と $C_1 \sim C_4$ したがって式 (3) における βl と右辺の荷重項が模型と原型とで相等しければよいことがわかる。これより

$$\beta_m l_m = \beta_p l_p, \quad \frac{H_m h_m l_m}{2 E_m I_m \beta_m^2 l_m^3} = \frac{H_p h_p l_p}{2 E_p I_p \beta_p^2 l_p^3}, \\ \frac{H_m l_m^2}{2 E_m I_m \beta_m^3 l_m^3} = \frac{H_p l_p^2}{2 E_p I_p \beta_p^3 l_p^3} \dots (4)$$

これを整理してつぎの相似条件式が得られる。

$$\frac{b_m l_m K_m}{E_m I_m l_m^3} = \frac{b_p l_p K_p}{E_p I_p l_p^3}, \quad \frac{h_m}{l_m} = \frac{h_p}{l_p}, \quad \frac{H_m l_m}{E_m I_m} = \frac{H_p l_p}{E_p I_p} \dots (5)$$

いま原型杭としてわれわれが行なった現地試験における H 形杭をとると²⁾, $b_p = 305 \text{ mm}$, $I_p = 2.14 \times 10^4 \text{ cm}^4$,

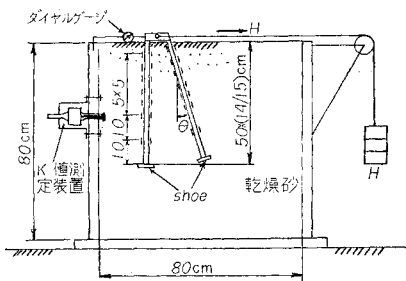
$E_p = 2.1 \times 10^9 \text{ kg/cm}^2$, $l_p \cong 15 \text{ m}$, $K_p = 0.3 \sim 3 \text{ kg/cm}^3$)。これに対して模型実験ではその長さが原型杭の1/30, 同じく巾が1/15であるアクリライト (メタアクリル酸樹脂)製の杭を乾燥砂中に用いることにすると, $l_m \cong 50 \text{ cm}$, $b_m = 20 \text{ mm}$, $E_m = 2.8 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ (10°Cにおいて), ここで $K_m/K_p \cong 10$ と仮定⁴⁾ (図-12 (3) から認る)。

これらの各値を式 (5)₁ に代入すると $I_m = 1.30 \text{ cm}^4$ となるので, $20 \times 20 \text{ mm}^2$ なる正方形断面を採用し, また式 (5)₂ より $h_m/l_m = h_p/l_p \cong 1/14$ を選ぶ。かくして式 (5)₃ の条件は $H_m/H_p = 1/1370$ ということになる。

(2) 実験の装置

模型杭としては斜杭の効果を端的に知り得るものとして, 斜・直両杭の頭部を原型杭⁹⁾ の場合に対応して長さ200/30 cm のアクリライト材で剛結したものを標準とした⁶⁾。これに図-2 にみるごとく7断面の内外縁に抵抗線ひずみ計 (ポリエステル ゲージ, G.L. = 10 mm, G.R. = 120 Ω) を接着してリード線で取り出した。また杭先が支持層に達していることを具現するため, 杭断面の10倍に当る40 cm² の木製の shoe を取り付け, 杭と shoe とはヒンジ結合とした。式 (4), (5) は図-1 の杭先で自由なる条件のもとに得られたが, 杭先でヒンジまたは固定なる条件を用いても, 式 (3)₁, (3)₂ の右辺は0であるので式 (4), 式 (5) がそのまま成り立つわけである。

図-2 静的実験装置の見取図



かくしてでき上がった模型杭を図-2 にみるとおり乾燥砂 (滋賀県野州川産) を満たした80 cm 立方の砂槽内に設置した。この場合砂の締固めは表-1 のごとき条件により, 砂のてん充各過程において砂槽全体を起振器で加振して実施した (砂の総容積減少率は約10%)。

表-1 砂槽の締固め条件

砂 層	層 厚 (cm)	加 振*	表面沈下 (cm)
第 1 層	30	a + b	3
第 2 層	30	a + b	3
第 3 層	20	a + b	2
全 層	80	b	1

* a : 800 r.p.m. (110 kg) で 60 sec 加振
b : 1100 r.p.m. (220 kg) で 120 sec 加振

実験の装置は通常行なわれると同様に図-2 において水平荷重 H による杭のひずみ分布を抵抗線ひずみ計装置で, また杭頭の変位をダイヤルゲージで測定した。

なお同図の左側はその先端に $20 \times 20 \text{ mm}^2$ の載荷面を有する鋼棒の圧入変位に対する圧入力⁷⁾の比によって K 値の分布を測定する装置を示している。一方動的実験における加振は杭頭に取りつけられた小型起振器の加振によった。

(3) 実験の実施

本研究では結局図-3 にみるごとく4群の模型杭を1群ずつ砂槽内に設置して実験を進めた。本文では (I) ~ (III) における組杭を斜直合成組杭, (IV) におけるものを対称斜組杭と呼ぶことにする。まず同図の (I) は原型杭の状態そのままに対応し, (II) では斜杭の傾斜角 θ の影響を, (III) では支持層の深さの影響をそれぞれ明らかにしようとしたものであり, (IV) は振動実験の目的で左右を対称に作製したものである。

図-3 実験した模型杭の種類

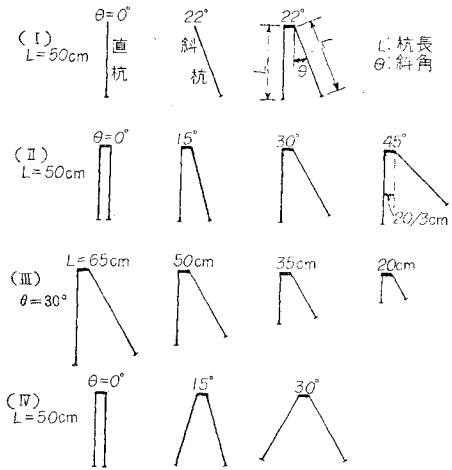


図-3 の杭全部に対して静引張実験を行なったが, 本実験は乾燥砂のためクリープは大きくないので, 単杭では2 kg ずつを3分間ごとに加えて, 10, 20, 30 kg でそれぞれ水平力を0にもどし, また組杭では4 kg ずつを5分間ごとに加えて20, 40, 60 kg で水平力を0にもどすという方法をとった。

一方動的実験は図-3 の (IV) に対して小型起振器による振動実験を行ない, 杭のひずみ分布は電磁オシロに, また杭頭の変位はアスカニヤ振動計によって記録した。

3. 斜直合成組杭の実験結果

(1) 単杭と組杭効果の実験

現地試験の場合にそのまま対応する図-3 の杭群 (I) を用いて行なった杭頭の水平力 H と変位量 η のくり返し曲線を一括図示したのが図-4 である。これから直・斜の両単杭間には大差ないが, 組杭の水平抵抗力は単杭の代数和よりはるかに大きいことが目立つ。同図中にみるごとく弾性勾配 α から杭頭の水平ばね定数 $k_h = \tan \alpha$

図-4 単杭と組杭の水平力-杭頭変位曲線, 杭群(I)

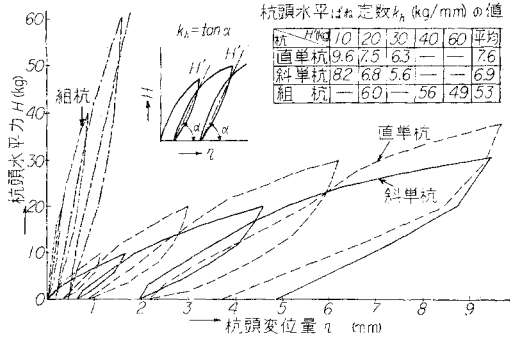
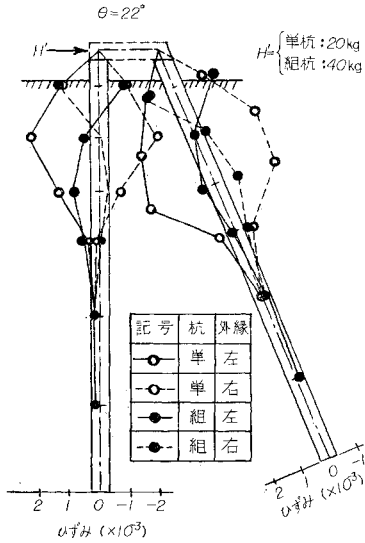


図-5 単杭と組杭のひずみ分布, 杭群(I)



を求めて比較しても、組杭の効果の大きいことが確認される。

つぎに一例として単杭2本にそれぞれ $H' = 20 \text{ kg}$ が作用した場合と組杭に $H' = 40 \text{ kg}$ が作用した場合とが対応するものとして、測定ひずみ分布を比較したのが図-5である。ここに H' とは図-4の中に記入したごとく、くり返し荷重の極大値を意味する。これより組杭の杭頭に作用する拘束モーメントによって、組杭砂中部のひずみは単杭の場合よりかなり小さく、したがってひずみ分布の点からも組杭の効果の大きいことが認められる。

(2) 斜杭の斜角 θ の効果

杭群(II)を用いて斜直合成組杭の斜角 θ の変化による各杭のひずみ分布を、 $H' = 40 \text{ kg}$ に例をとって図示したのが図-6である。この図より明らかなごとく θ が増すに従って、ひずみ ϵ は全般的にかなり急激に減少している。またいずれの場合も各杭の内外縁ひずみが杭の重心軸に対して対称でないのは、この図の場合直杭に引張、斜杭に圧縮という軸方向力が作用しているからにほかならない。

図-6 斜角 θ の変化による組杭のひずみ分布, 杭群(II) $H' = 40 \text{ kg}$

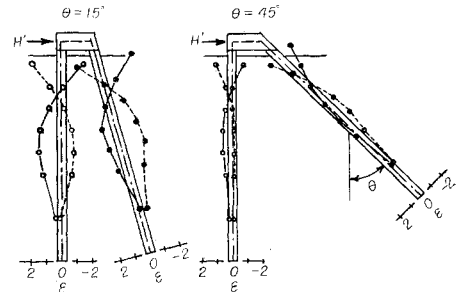
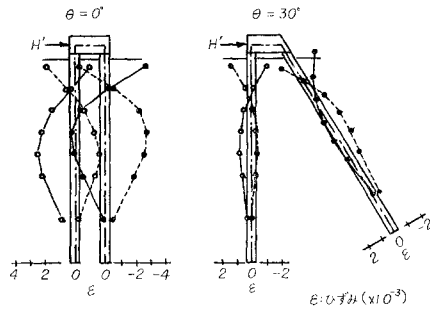
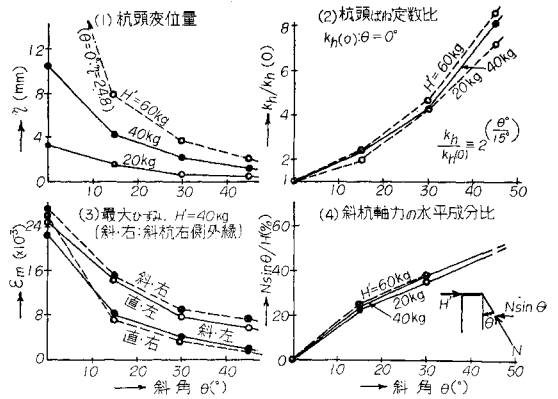


図-7 組杭中の斜杭斜角 θ の効果, 杭群(II)



つぎに図-7(1)は θ と杭頭水平変位量 η との関係、図-7(2)は θ と杭頭の水平ばね定数 $k_h = \tan \alpha$ (図-4参照) との関係を示したもので、後者の場合は $\theta = 0^\circ$ における k_h すなわち $k_h(0)$ に対する比率で示している。 θ が大なるほど η が減少し、 k_h が増大することは斜角 θ が水平抵抗力に有効に影響することを実証している。図-7(3)には図-6などにおける杭のひずみ分布の最大値を θ に対して図示したが、各杭の左右したがって内外縁応力の差の1/2は軸方向力 N に相当するもので、 N は θ の増大に対して大きくは変化していないことがわかる。かくして図-7(4)は斜杭の軸方向力の水平成分 $N \sin \theta$ と H' の比率を θ に対して示したもので、当然推測されるごとく $N \sin \theta / H'$ は θ とともに増大し、 $\theta = 45^\circ$ において $N \sin \theta / H' \cong 50\%$ という結果が示されて

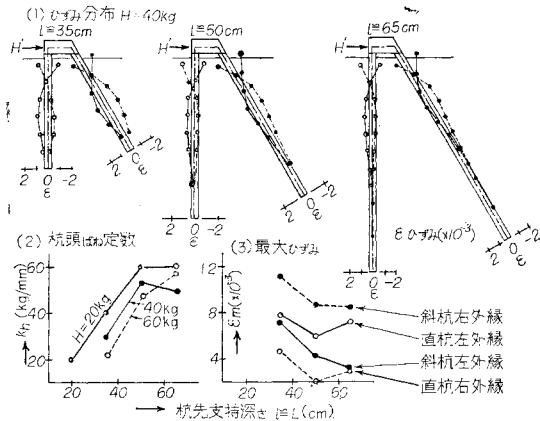
いる。

以上の各図からして θ が組杭の水平抵抗を鋭敏に大ならしめる傾向が確認され、図-7(2) を例にとると、 $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ における k_h は $\theta = 0^\circ$ における $k_h(0)$ の2倍、4倍、8倍程度におよぶことがわかる。

(3) 杭先支持層深さ l の影響

高架橋下部に杭基礎を用いるような場合には、杭先支持層までの深さ l は長大な路線に沿って一定であるとは限らない。かかる場合を対象としてこの l の影響を明らかにするため、 $l \equiv$ 杭長 L とみなして図-3の杭群(III)を用いて行なった実験結果を図-8に一括した。ただし $L=20$ cm の組杭はその根入が小であるため、図-2における杭先の shoe の支持効果を十分に期待できなかった。

図-8 杭先支持深さ l の影響、杭群(III)



実験によって得られた図-8(1)における各杭のひずみ分布から、 l が大きくなると測定ひずみ ϵ が全般的に減少する傾向がうかがわれるが、特に $l=50$ cm 杭の下端と $l=65$ cm 杭の下部とにおける ϵ が無視できるくらい小さいことが注目される。また図-8(2)の杭頭ばね定数 k_h と同図(3)の最大ひずみの両者は $l=50$ cm と $l=65$ cm とで大きな差異は認めがたい。

かくして図-8の(1)~(3)の結果から、一定深度までの杭長部分が杭頭水平力に有効に対抗することが確認され、本模型実験の場合その深度は40~50 cm程度であるということが出来る。

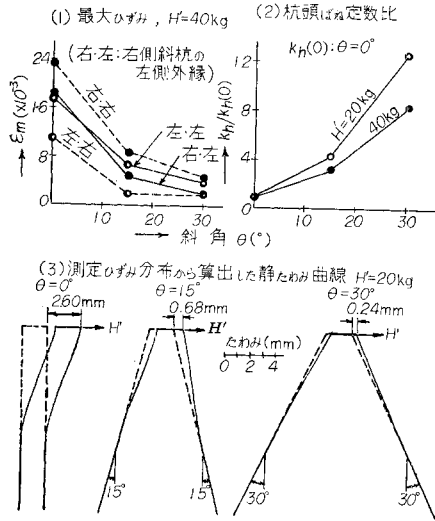
4. 対称斜組杭の実験結果

耐震性ないしは防振性を重視して斜組杭を実用するには当然左右対称となる。ここでは最も簡単な形として図-3の最下段にみた杭群(IV)を用いて静的ならびに動的の実験を行なった。

(1) 静的実験の結果

静的実験は3.の場合と同様に実施したが、図-9(1)は一例として $H'=40$ kg における各杭の最大ひずみ ϵ_m

図-9 対称斜組杭の静的実験結果、杭群(IV)



を斜角 θ に対して図示したものである。 θ が大となるにしたがって ϵ_m は急激に減少しており、全般的にみて斜直合成の図-7(3)における値よりも小となっている。

ついで図-9(2)は $\theta=0^\circ$ における値を基準にとった杭頭ばね定数比 $k_h/k_h(0)$ を斜角 θ に対して示したもので、 θ の増大に応じてその比が急増することが目立つ。これは図-7(2)の斜直合成の場合よりも同一の θ において、さらに2倍程度におよんでいることが注目される。

一方図-9(3)は図-6,8のごとくに得られる測定ひずみの分布を2回積分し、これに杭頭変位の測定値を入れて、静たわみ曲線を算出した結果である。頂部横ばりの剛性は大きく⁶⁾、かつ斜杭とは剛結されているので変形曲線は同図のごとくなる。杭頭変位量の大きさからしても、 θ の増大にもとづく斜組杭が受けもつ水平抵抗の効果はかなり顕著であることが首肯される。

なお測定ひずみの分布形状は図-6と酷似しており、これより図-9(3)において左側斜杭に生ずる引張力と右側斜杭に生ずる圧縮力とは杭頭より杭先まではほぼ一様分布に近い結果が得られた。

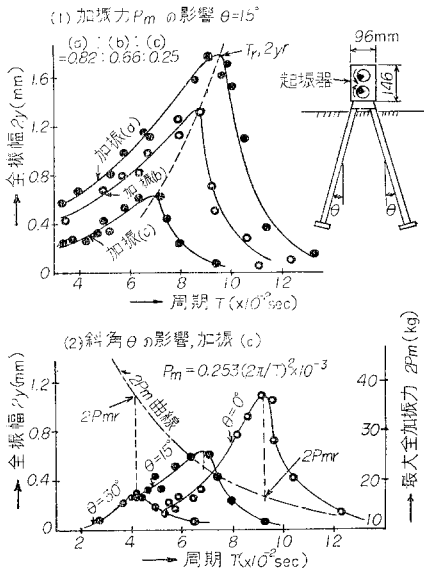
(2) 振動実験の結果

図-10(1)の右側に図示したごとく組杭頂部に高さ \times 巾 \times 奥行 $= 146 \times 96 \times 120$ mm の小型起振器を設置して振動実験を行なった。この起振器は8個の扇形偏心錘を内蔵し、そのうち4個の位相角 ϕ を変えて起振力 P を加減できる。この場合最大起振力 P_m は周知の関係から次式で表わされる。

$$P_m = umr\omega^2 \cos \phi = u \frac{w}{g} r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cos \phi$$

ここに u, w, r : それぞれ偏心錘の個数、自重、偏心距離であり、本器の場合は $u=8, w=0.20$ kg, $r=5.2$

図-10 対称斜組杭の振動実験による共振曲線, 杭群(IV)



mm である。本実験では位相角 ϕ を変化させ、つぎの3種の状態で使用した。

- 加振 (a) $\phi = 0^\circ : P_m = 0.820 \times 10^{-3} \omega^2$ (kg)
- 加振 (b) $\phi = 36^\circ : P_m = 0.663 \times 10^{-3} \omega^2$ (kg)
- 加振 (c) $\phi = 72^\circ : P_m = 0.253 \times 10^{-3} \omega^2$ (kg)

かくして図-10(1)は $\theta = 15^\circ$ なる組杭における共振曲線を示したもので、(c), (b), (a) と P_m が增大するにつれて共振周期が漸増するという非線型振動としての性状が得られた。また図-10(2)は同一の加振条件(c)のもとにおける組杭の斜角 θ の影響を共振曲線のまま対比したものであって、 θ が大きくなると共振周期 T_r と共振振幅 y_r とがかなり減少していることが注目される。しかもこのときの加振力は図中の破線のごとく T^2 に逆比例するので、少なくとも共振に関する限りでは斜角のおよぼす効果は相当に大きいことが明らかである。

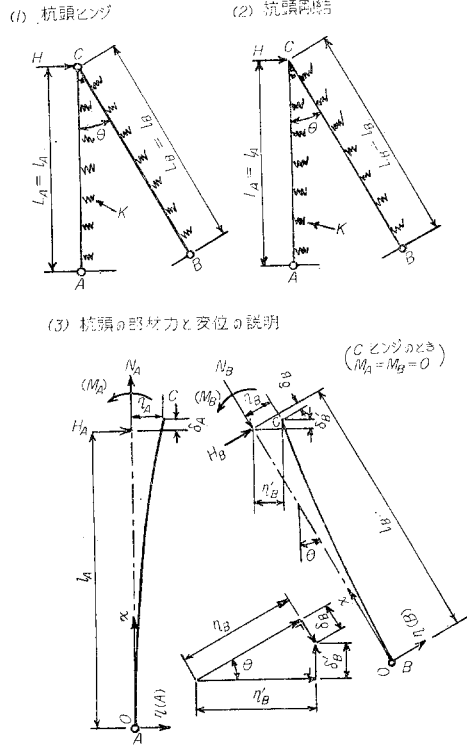
5. 斜直合成組杭の杭頭水平ばね定数の計算

組杭のばね定数の算出には従来から杭の両端をヒンジ結合とみなして、軸方向力 N のみに依存したいわゆるトラスと同様な計算方法が採られがちであった⁷⁾。ここではこれに地盤の弾性支持と杭の曲げ剛性を取入れた場合の算定式を考える。すなわち図-11の上半のごとく杭長の全区間が一様分布の水平地盤係数 K で支えられ、支持層に到達した杭先は巨視的にヒンジ状態にあるものとみなす。

(1) 杭頭ヒンジ結合の場合

図-11(1)の組杭頂部 C を仮想的に切断すると図-11(3)のごとき軸方向力 N 、水平力 H と変位量 η, δ の釣合状態がかかる、ただし杭頭ヒンジのため $M_A = M_B$

図-11 斜直合成組杭水平変形の計算



$= 0$ 。直杭と斜杭は同断面同材料からなるものとして、まず直杭に A なる添字を付して、 H_A による杭頭変位量 η_A を求める。しからば式(1)の解がそのまま適用されるので、

$$\eta(A) = \{ e^{\beta x} (A_1' \cos \beta x + A_2' \sin \beta x) + e^{-\beta x} (A_3' \cos \beta x + A_4' \sin \beta x) \} H_A = f_A(\beta x) \cdot H_A \dots (6)$$

$f_A(\beta x)$ は βx の関数で $\{ \}$ 内全体を表わし、 β は式(1)に与えられた値である。積分定数 $A_1' \sim A_4'$ は図-11(3)の左半の $x=0$ で $\eta(A)=0, M(A)=0, x=l_A$ で $M(A)=0, S(A)=H_A$ なる境界条件より、

$$\left. \begin{aligned} A_1' &= -A_3' = A_2' \tanh \beta l_A \cdot \cot \beta l_A, \\ A_2' &= A_4' = 1 / (2 \beta^3 EI D) \end{aligned} \right\} \dots (6)'$$

ここに、 $D = -2 \left(\frac{\cos \beta l_A}{\cosh \beta l_A} + \frac{\sinh \beta l_A}{\sin \beta l_A} \right)$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{bK}{4EI}} : \text{式(1)}$$

また同図(3)右半の斜杭についても全く同様に式(6)、式(6)' ですべて定数と添字 A の代りに B を用いばよい。これより杭頭における H_A, H_B によるそれぞれの変位 η_A と η_B は式(6)で $x=l$ とおけばよいので次式の形となる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_A &= \eta(A)_{x=l_A} = f_A(\beta l_A) \cdot H_A \\ \eta_B &= \eta(B)_{x=l_B} = f_B(\beta l_B) \cdot H_B \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

ここに $1/f_A(\beta l_A) = H_A/\eta_A$ は直杭の単杭としての杭頭水平ばね定数、 $1/f_B(\beta l_B) = H_B/\eta_B$ は斜杭に直角方向の単杭としての杭頭ばね定数そのものに相当する。

一方 図-11(3) における未知断面力 H_A, H_B, N_A, N_B に対して、つぎの4個の条件式をかきことができる。

$$\left. \begin{aligned} \Sigma V=0: N_A+H_B \sin \theta-N_B \cos \theta=0 \\ \Sigma H=0: H_A+H_B \cos \theta+N_B \sin \theta=H \\ \eta_A=\eta_B'=\eta_B \cos \theta+\delta_B \sin \theta: \\ f_A(\beta l_A) H_A=f_B(\beta l_B) H_B \cos \theta+\gamma_B N_B \sin \theta \\ \delta_A=\delta_B'=\eta_B \sin \theta-\delta_B \cos \theta: \\ \gamma_A N_A=f_B(\beta l_B) H_B \sin \theta-\gamma_B N_B \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots(8)$$

上式において $\gamma_A=l_A/Ea, \gamma_B=l_B/Ea$ で、かつ E, a : 杭のヤング率と断面積。式(8)を解くことによって、

$$\left. \begin{aligned} H_A=F_1 H_B, N_A=F_2 H_B, \\ N_B=(F_2+\sin \theta) H_B \sec \theta, \\ H_B=H \cos \theta / (1+F_1 \cos \theta+F_2 \sin \theta), \text{ここに} \\ F_1=\frac{f_B(\beta l_B)(\gamma_A+\gamma_B)-\{f_B(\beta l_B)-\gamma_B\} \gamma_A \sin ^2 \theta}{(\gamma_A+\gamma_B) f_A(\beta l_A) \cos \theta}, \\ F_2=\frac{f_B(\beta l_B)-\gamma_B \sin \theta}{\gamma_A+\gamma_B} \end{aligned} \right\} \dots(9)$$

ただしここで $l_A=l_B=l$ とみなせるときは、上式で、 $\gamma_A=\gamma_B=\gamma, f_A(\beta l_A)=f_B(\beta l_B)=f(\beta l)$ とかける。しかして杭頭の水平ばね定数は $k_h=H/\eta_C$ であり、しかも $\eta_C=\eta_A=\eta_B'$ として算出されたことから、式(7)と式(9)の関係を用いて次式が得られる。

$$k_h=\frac{H}{f_A(\beta l_A) H_A}=\frac{1+F_1 \cos \theta+F_2 \sin \theta}{F_1 \cos \theta f_A(\beta l_A)}, F_1, F_2: \text{式(9)} \dots(10)$$

(2) 杭頭剛結の場合

図-11(2) のように頭部が剛結である場合には、同図(3)において当然 $M_A \neq 0, M_B \neq 0$ で、かつ変形後も頂角 $\angle C=\theta$ が変わらないという条件を上記(1)のヒンジの場合に追加すればよい。したがって式(6)に相当する直杭と斜杭の η 曲線にふくまれる積分定数 $A_1 \sim A_4, B_1 \sim B_4$ および杭頭の M_A, M_B はつぎの8個の条件式によって決められる。

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で } \eta(A)=M(A)=0 \\ x=l_A \text{ で } M(A)=M_A, S(A)=H_A \\ x=0 \text{ で } \eta(B)=M(B)=0 \\ x=l_B \text{ で } M(B)=M_B, S(B)=S_B \\ \text{かつ } \left\{ \frac{d \eta(A)}{d x} \right\}_{x=l_A}=\left\{ \frac{d \eta(B)}{d x} \right\}_{x=l_B} \\ M_A+M_B=0 \end{aligned} \right\} \dots(11)$$

簡単のため $l_A=l_B=l$ として式(11)の計算を進めると、

$$\left. \begin{aligned} -A_1=A_3=\frac{1}{4 \beta^3 E I f_1}\{(\gamma_A \sin \beta l \cosh \beta l-1) H_A\} \\ -\beta f_1 f_3 M_A \\ A_2=A_4=\frac{1}{4 \beta^3 E I f_2}(\sin \beta l \cosh \beta l \cdot H_A-\beta f_1 M_A) \\ B_1 \sim B_4 \text{ は } A_1 \sim A_4 \text{ で, } H_A \rightarrow H_B, M_A \rightarrow M_B \\ \text{ここに,} \\ f_1=\sin \beta l \sinh \beta l+\cos \beta l \cosh \beta l, \\ f_2=\cosh \beta l \sinh \beta l-\cos \beta l \sin \beta l, \\ f_3=(\sin \beta l \sinh \beta l-\cos \beta l \cosh \beta l) f_2 \end{aligned} \right\} \dots(12)$$

これより直杭と斜杭の杭頭水平変位量 η_A, η_B は次式

の形にかける。

$$\left. \begin{aligned} \eta_A=e^{\beta l}\{A_1 \cos \beta l+A_2 \sin \beta l\}+e^{-\beta l}\{A_3 \cos \beta l \\ +A_4 \sin \beta l\}=g_1 H_A+g_2 H_B \\ \eta_B=e^{\beta l}\{B_1 \cos \beta l+B_2 \sin \beta l\}+e^{-\beta l}\{B_3 \cos \beta l \\ +B_4 \sin \beta l\}=g_3 H_A+g_4 H_B \end{aligned} \right\} \dots(13)$$

上式で g_1, g_3 は水平力 H_A に、 g_2, g_4 は H_B にそれぞれかかる係数全体を意味する。かくして式(8)に掲げた4個の条件式をこの場合にも適用してつぎの結果を得る。

$$\left. \begin{aligned} H_A=G_1 H_B, N_A=-G_2 H_B \csc \theta, \\ N_B=\frac{\sin ^2 \theta-G_2}{\sin \theta \cos \theta} H_B, H_B=\frac{H \cos \theta}{1+G_1 \cos \theta-G_2} \\ \text{ここに,} \\ G_1=\frac{-2 g_2 \cos \theta-g_4(1+\cos ^2 \theta)-\gamma \sin ^2 \theta}{2 g_1 \cos \theta-g_3(1+\cos ^2 \theta)}, \\ G_2=\frac{1}{\gamma}\{g_2 \cos \theta-g_4+G_1(g_1 \cos \theta-g_2)\}, \gamma=\frac{l}{E a} \end{aligned} \right\} \dots(14)$$

これらの結果を用いて杭頭の水平ばね定数 k_h は式(10)と同様に次式で求められる。

$$k_h=\frac{H}{\eta_A}=\frac{H}{g_1 H_A+g_2 H_B}, g_1, g_2: \text{式(13)}, \\ H_A, H_B: \text{式(14)} \dots(15)$$

(3) 近似計算式

式(6)や式(12)の積分定数はいずれも βl の関数で占められ、かつ k_h の算出には式(10)、式(15)より明らかとなり、結局杭頭変位の η_A と η_B とが対象とされる。しかるに式(13)などにおいて $e^{-\beta l}(\quad)$ の項は $e^{\beta l}(\quad)$ の項に比較してかなり小さく、場合によっては前者を省略できることもある⁹⁾。

かくして式(6)、式(13)などにおいて $e^{-\beta x}(\quad), e^{-\beta l}(\quad)$ などの項を無視すると、演算過程も半減されて結局杭頭ばね定数に関するつぎの近似式が容易に得られる。

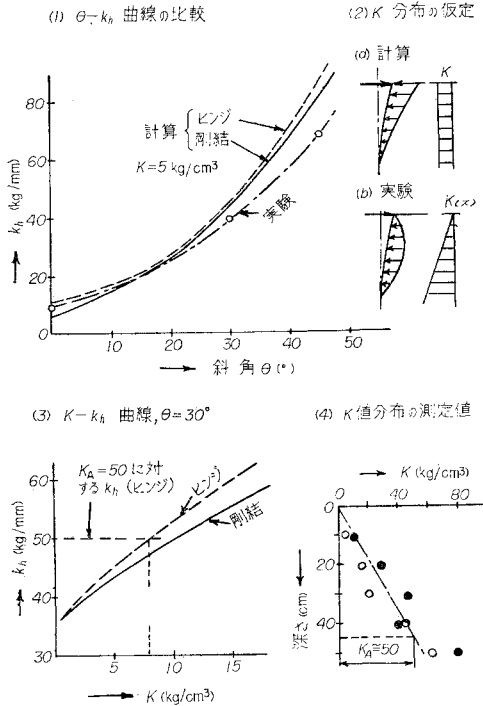
$$\text{式(10): } k_h=\frac{H}{f_A(\beta l_A) H_A'}, \text{式(15): } k_h=\frac{H}{g_1' H_A'+g_2' H_B'} \dots(16)$$

(4) 数値計算適用例

上述の k_h に関する算定式(16)を3.における模型組杭に適用して数値計算を行ない、実験結果と対比したのが 図-12 である。まず 図-2 の左側に記入した装置から測定された K 値分布は 図-12(4) にみるごとく杭先で $K_A \approx 50 \text{ kg/cm}^3$ なる三角形状となった。そこでかかる K 値分布に対する η 曲線の理論式⁹⁾を本実験における杭頭ヒンジの組杭に適用して計算したところ $k_h \approx 500 \text{ kg/cm}$ となった。

一方 図-12(2) の a) のごとく矩形分布の K 値そのままを用いた式(16)から $K-k_h$ 関係を計算した一例が同図の(3)である。この図から測定値 $K_A \approx 50 \text{ kg/cm}^2$ に k_h に関して等価的な K 値は $5 \sim 10 \text{ kg/cm}^3$ であることがわかる。そこで $K=5 \text{ kg/cm}^3$ にとって $\theta-k_h$ 関係を計算して実験結果と対比したのが 図-12(1) である。これより計算曲線と実験曲線とは大局的には割合よ

図-12 数値計算適用結果



く対応していることが認められ、計算式は一応妥当なものと考えられる。

6. 本研究結果に関する考察

(1) 実験装置の検討

a) 本実験結果はアクリライト材の応力 σ -ひずみ $\epsilon \leq 22 \times 10^{-3}$ (20~80°C)の直線比例限界内¹⁰⁾にあったが、実験は半年余にわたり室温が 6~30°C の広範囲におよんだので、これに対しヤング率は $E=2.2 \sim 2.9 \times 10^4$ kg/cm²¹⁰⁾の間に変化する結果となった。そこで本実験では図-3における杭の同一群ごとには温度の影響を無視できるようなほぼ同一温度に近い状態で実施した。

b) 乾燥砂は表-1のごとき振動締固めによって、図-12(4)のごとき K 値の分布を得た。この三角形の K 値分布は一般に砂基礎で認められているので、砂の締固めはほぼ一行に行なわれたものと推察される。しかし表-1における一定条件による加振条件にもかかわらず、数回におよんだ砂の締固め結果は図-12(4)の K 値分布にも見ごとく若干の差異が現われたことは致し方なかった。また乾燥砂には振動締固めが効果的であるが、加振を局部的に変化させて現地盤の K 値分布などに近似させることは実際上困難であった。

c) 図-2における杭先の shoe は各杭の軸方向力が一様分布に近かったことから、支持層の簡易な具現に比較的良好に対応したものと考えられる。一方図-4などの水平引張試験では組杭に対して 4kg ずつを5分間ごと

に加えたが、乾燥砂のため $H \leq 60$ kg の範囲ではクリープの進行はこの5分間ではほとんど終止したものとみなされた。

(2) 静的実験と計算結果との考察

a) 図-4の右上の表より k_h に関して、組杭/(単杭の和) = $53/(7.6+6.9) \approx 4$ 倍¹¹⁾となり、これは本実験の場合斜直合成杭の水平抵抗力は単杭の代数和の4倍におよぶことを明示している。

b) 組杭の斜角 θ の増加は組杭自身の水平抵抗力を増大させたが、図-7(4)よりこれは斜杭の軸方向力 N そのものよりも、 N の水平成分 $N \sin \theta$ ないしは $N \sqrt{\sin \theta}$ なる形で効くとみなしてよからう。

c) 組杭の水平抵抗力を増大させる支持層深さ $l \approx$ 杭長 L には、ある限度のあることが図-8より認められたが、これは斜杭の $L \sin \theta \approx l \sin \theta$ そのまが組杭の水平抵抗力に影響しないことを意味する。

d) 図-7(2)と図-9(2)とを一括対比した表-2の最右欄からは結局、対称斜組杭中における引張斜杭が圧縮斜杭と同様効果的に作用していることが認められる。

表-2 斜直合成組杭と対称斜組杭の杭頭ばね定数比

記号	斜直合成組杭		対称斜組杭		比率	
	H' (kg)					
	20	40	20	40	20	40
	(1)	(2)	(3)	(4)	(3)/(1)	(4)/(2)
θ (°)	0	1	1	1	1	1
	15	2.0	2.5	4.4	3.7	2.2
	30	4.4	4.9	12.6	8.4	2.9
						1.7

e) 図-12(1)で $K_A \approx 50$ kg/cm³ の砂基礎から得られた $\theta-k_h$ の実験曲線に対応する計算曲線は $K \approx 5$ kg/cm³ のときであった。このことは、同図(2)a)の地表面近くにおける地盤反力が仮定上相当過大に評価されることから、ある程度首肯されることである。

f) 静的実験全般を通じ杭に作用する軸方向力は一様分布に近く、いわゆる end bearing pile としての作用が大きかったことは、アクリライト杭と乾燥砂との間の摩擦が小さく、かつ杭先の shoe が有効に働いた結果にほかならないと考えられる。

(3) 振動実験の結果

図-10のごとく得られた共振曲線から共振点に注目して一括した表-3、表-4の結果からはつぎのことが

表-3 対称斜組杭の共振性状の検討

θ (°)	加振	周期 T_r		全振巾 $2y_r$		P_{mr}		y_r/P_{mr}	
		(10 ⁻² sec)	比	(mm)	比	(kg)	比	(mm/kg)	比
0	(a)	13.9	1.46	3.20	2.91	3.9	0.41	2.09	
	(b)	11.5	1.21	2.20	2.00	3.9	0.28	1.44	
	(c)	9.5	1	1.10	1	2.8	0.20	1	
15	(a)	9.5	1.36	1.80	2.82	4.7	0.19	1.86	
	(b)	8.5	1.21	1.34	2.09	4.3	0.16	1.51	
	(c)	7.0	1	0.64	1	3.1	0.10	1	
30	(a)	5.6	1.30	1.00	3.33	7.4	0.068	1.71	
	(b)	5.2	1.21	0.80	2.67	6.9	0.058	1.47	
	(c)	4.3	1	0.30	1	3.8	0.040	1	

表一四 共振時の杭頭水平ばね定数 k_{hr} と静値 k_h との比較

$\theta(^{\circ})$	k_h (kg/mm)		$k_{hr} = P_{mr}/y_r$ (kg/mm)			
	(a')	(b')	(a)	(b)	(c)	平均
0	9.2(1)	8.8(1)	2.4(1)	3.6(1)	5.1(1)	(1)
15	40.6(4.4)	32.2(3.7)	5.2(2.2)	6.4(1.8)	9.7(1.9)	(1.9)
30	116(12.6)	74.0(8.4)	14.8(6.2)	17.3(4.8)	25.3(5.0)	(5.3)
力(kg)	20	40	3.9~7.4	3.9~6.9	2.8~3.8	—

考えられる。

a) 加振力が (c), (b), (a) と増加すると共振周期 T_r が漸増するのはこの系の力-変位関係が剛性低下型である当然の結果である。また共振点における単位加振力当りの共振振幅 y_r/P_{mr} の比は (c) : (b) : (a) \cong 1 : 1.5 : 2 で、これは 4.(2) における P_m の比 (c) : (b) : (a) = 1 : 2.6 : 3.2 より小さい結果を与えている。

b) 表一三の $T_r, y_r, y_r/P_{mr}$ における (c) : (b) : (a) の各比の増加割合は全般的にみて、斜角 θ の大きい方が緩慢となっている。これは θ の大きい方が作用外力の増大に対して強く対抗できると考え得る一資料とみなせる。

c) 表一四で $P_{mr}/y_r = k_{hr}$ は共振時の杭頭ばね定数を表わしており、これと静実験で得た k_h と対比されるべきものである。かくして同表の結果から全般的に $k_{hr} < k_r$ なることが明らかで、 θ が大なるほどその傾向は強まる。これより当然のことながら、共振時には静止時よりも組杭の水平抵抗力がかなり低下するものと考えなければならぬことを知る。

d) また 表一四 から同程度の外力のもとでは共振時における θ に対する k_{hr} の増大は静止時ほど期待しにくいことも注目されるべきである。

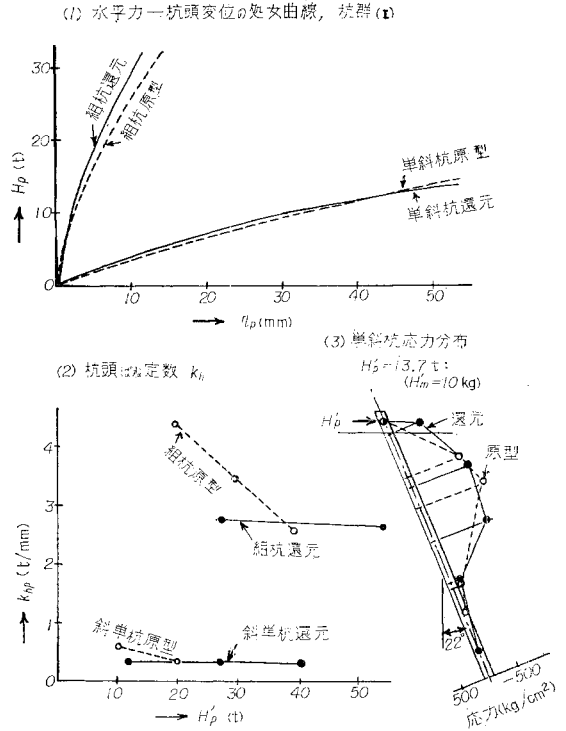
(4) 原型杭への静的還元

a) 以上の模型実験結果は 2.(1) の式(5)の相似条件から原型に還元できる。本実験の場合 図一12 から $K_m \cong 5 \text{ kg/cm}^3$ で大過なく、また原型を前文の高川現地にとると $K_p \cong 0.5 \text{ kg/cm}^3$ が実測されているので¹²⁾、 $K_m/K_p \cong 10$ となる。したがって 2.(1) の末尾にかいたところから $H_p = 1370 H_m$ として換算できる。

b) 本文の相似条件では杭と土の弾性のみしか考慮していないが、一応本文の 図一4 を原型に還元した $H-\eta$ の処女曲線と、原型そのもので得られた前文¹³⁾ 図一7 のそれとを対比したのが 図一13(1) である。すなわち $H_p = 1370 H_m$ のもとに $Y_m = \eta_m/l_m = \eta_p/l_p = Y_p$ であることより、 $\eta_p = \eta_m l_p/l_m = 30 \eta_m$ を用いて算出したものである。図一13(1) で単杭については還元曲線が原型曲線ときわめてよく近似しているが、組杭ではある程度差が出ていることは相似条件の仮定から当然のことと考えられる。

c) 同様に 図一4 の右上に求まった k_m から $k_p = H_p/\eta_p = 1.37 H_m/30 \eta_m$ (t/mm) $= 0.046 k_m$ (t/m) かつ $H_p = 1.37 H_m$ (t) を換算して、還元値と原型値とを 図

図一13 模型実験結果の原型杭への還元比較



一13(2) に掲げた。これらについても単杭の方が組杭の場合よりもよく対応していることがわかる。

d) つぎに杭外縁のひずみ分布 $\epsilon(x)$ については、

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{\epsilon(x)}{z}, \quad z: \text{中立軸から外縁までの距離}$$

において式(1)のごとく、 $Y = \eta/l, \xi = x/l$ とおくと

$$\frac{d^2 Y}{d\xi^2} = -\frac{\epsilon(l\xi)}{z} l \quad \therefore \frac{\epsilon_m(l_m \xi)}{z_m} l_m = \frac{\epsilon_p(l_p \xi)}{z_p} l_p \quad \dots\dots (17)$$

が得られる。そこで本実験の場合の模型・原型の寸法 $z_m = 1 \text{ cm}, l_m = 50 \text{ cm}, z_p = 15 \text{ cm}, l_p \cong 1500 \text{ cm}$ を代入すると $\epsilon_p \cong \epsilon_m/2$ となる。これより 図一5 における斜単杭の $H_m = 10 \text{ kg}$ に対する圧縮側のひずみ分布 ϵ_m から $H_p = 1.37 H_m$ (t), $\epsilon_p \cong \epsilon_m/2$ として還元した値を 図一13(3) において原型における値と対比した。測定点の位置にずれはあるが、還元・実験の両値が実際上かなりよく近似していることが認められる。

e) 原型杭では比較的粘土質の地盤であるのに対し模型杭では乾燥砂であり、また水平載荷の装置や杭頭の結合状態もある程度異なり、さらに相似条件を求めるに当たっては K 値分布を一樣と仮定したなど、模型・原型の間には若干の相違があった。それにもかかわらず 図一13 の全体にみるごとく、還元・原型の両値がかかなりよく相接近する結果が得られたことは、2.(1) で考慮した相似条件と式(17)自身とに相当実用性のあることを実証している。

7. 結 論

本文には斜杭・組杭の水平抵抗に関して実物試験に引続いて行なった模型実験の結果を取りまとめた。この実験では実物試験で得られた成果の一部を是認できるとともに、さらに傾向的な注目すべき若干の成果を収めることができた。ここに得られた主要な成果を総括すればつぎのごとくである。

(1) 斜杭ないしは斜組杭の水平抵抗力はその杭先が有力な支持層に達し、しかも杭頭が十分に拘束されるといふ両条件のもとで顕著に現われる。

(2) 斜組杭の実用範囲における斜角 θ の増大はこの組杭の水平抵抗力を鋭敏に増強し、組杭中の斜杭は軸方向圧縮のみならず軸方向引張にも効果的に抵抗する。

(3) 杭頭水平力に有効に対抗するのは斜組杭の場合でも単杭と同様に一定深度までの区間であって、それ以上の深部では杭の変形やひずみは極小となる。

(4) 砂基礎上の斜組杭は剛性低下型の非線型振動の性状を示し、共振点における換算ばね定数は当然のことながら静値にくらべてかなり低下する。

(5) 斜直合成組杭の杭頭水平ばね定数の算定式を導き、その妥当性をおおむね確かめることができた。

以上を要するに斜杭ないしは斜組杭の水平抵抗力の大きいことが再確認され、これらは今後基礎杭として耐震上や防振上有利に実用されるものと期待される。ところで一般に、構造物に作用する水平地震力は基礎杭に対しては、杭頭水平力と杭頭曲げモーメントの形で伝達され

る。本研究ではそのうち杭頭水平力のみを対象としたが、杭頭曲げモーメントに対しては斜杭や斜組杭は直杭や直組杭より、かえって杭頭部が傾斜しやすいことが推測されるので、かかる点について研究を続行中である。

参 考 文 献 そ の 他

- 1) 後藤尚男・藤森 哲・八木 寿・芦見忠志：斜杭・組杭をふくむ鋼製基礎杭に関する現地試験，土木学会誌，45-11，昭.35.11，pp. 15-20.
- 2) 上掲 1) における H 形杭の断面は $15 \times 300 \times 305$ mm，長さ 15 m
- 3) 白善武一・藤森 哲・宮本 潔・御子柴光春：基礎くい設計施工の諸問題，土木施工，2-4，pp. 13-23，1961. 4.，表-8 参照。同表は上掲 1) に追加して実施さる。
- 4) $K_m < K_p$ が考えられるが，これに $K_m/K_p \propto b_p/b_m = 15$ なる傾向を考慮。
- 5) 上掲 1) の図-8 参照。
- 6) 剛結材 $I_c = 6 \times 4^3/12 = 32$ cm⁴ で，杭に比して $32/1.33 = 24$ 倍の断面 2 次モーメントを有す。
- 7) 後藤尚男：弾性質量基礎にある構造物の振動解析について，土木学会論文集，72，別冊 3-2，昭.36.2.，pp. 10-12 参照。
- 8) 一例として本模型の場合 $\theta = 30^\circ$ ， $K = 3.6$ kg/cm³ のとき $e^{-\beta t}$ () の項を省略すると 4% 過大に算出。
- 9) 後藤尚男：橋梁下部構造の振動性状について，土木学会誌 38-4，昭.28.4. p. 15，式 (6)。
- 10) 三菱レイヨンKK工務部：アクリライトの機械的性質特に設計基準について，同社技術ニュース，No. 5，昭.29. 6.
- 11) 上掲 1) の表-2 にある 6~8 倍より小さいのは shoe の影響も考慮される。
- 12) 上掲 3) の表-8 の粘性土 (高川地点) で $K_h = 0.47$ ， 0.48 kg/cm³
- 13) 上掲 1)。

(原稿受付：1961.7.12)

MODEL TESTS AND THEIR CONSIDERATIONS ABOUT HORIZONTAL RESISTANCE OF BATTER PILES AND COMBINED PILES

By Dr. Eng., Hisao Gotō, C.E. Member, Tadashi Ashimi,
C.E. Member, and Takeshi Takii, C. E. Member

It is the purpose of this paper to make clear the resistant mechanism of batter piles and combined piles when the horizontal forces act on their tops which are connected to the bases of construction.

1. Outline of Model Tests

By observing the theoretical solution of the deflection curve for the single pile loaded as shown in Fig. 1, we found on the view of similarity that the following three dimensionless terms

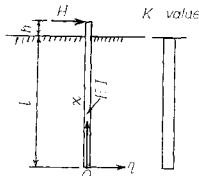


Fig. 1

$$\frac{bIK}{EI l^3}, \quad \frac{h}{l}, \quad \frac{Hl}{EI l}$$

(b : depth of pile)

should be equal between model pile and proto-type pile. Then we made the model piles from "acrylite" so that they satisfied the above-mentioned conditions of similarity and they were on a scale of 1/30 of the actual piles on which the authors had done some field tests. After setting up these model piles in the sand box as shown in Fig. 2, the static tests and the vibration tests were carried out respectively.

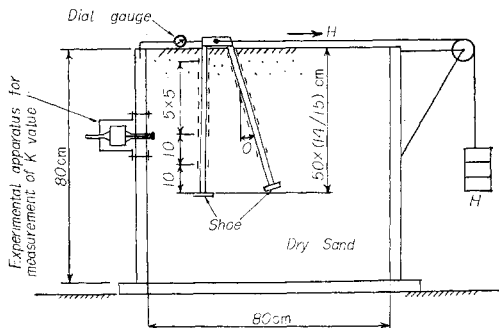


Fig. 2 General view of the experimental apparatus in the static test.

2. Experimental Results and Their Considerations

(1) By using the conditions of similarity mentioned in this paper, the virgin curves measured between the horizontal force H at the top of the model piles and the horizontal displacement η at the same point were reduced to those of proto-type piles which were shown with the full line curves in Fig. 3. On the other hand, the dotted line curves in that figure were based on the data obtained directly

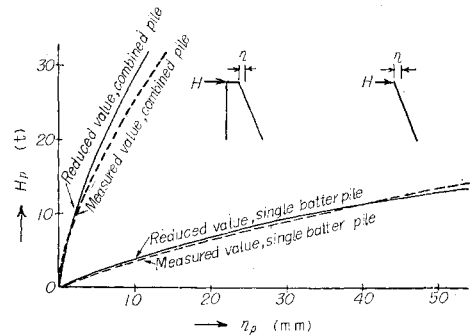


Fig. 3 Comparison between the reduced values from the model test to the proto-type piles and the measured values in the proto-type ones directly.

from the field tests on the proto-type piles themselves. From the results of Fig. 3, accordingly, it is noticed that there are quite a few difference between the two curves, furthermore, we can find clearly that the horizontal resistance of combined pile is much larger than that of single pile.

(2) From the experimental curves of strains measured along respective piles and the horizontal displacement measured at the top of the same pile, we obtained the static deflection curves for all the combined piles involving batter ones. These results definitely show the fact that an angle of slope θ of combined piles enlarges sensitively the horizontal resistance of those piles as a whole.

(3) The above fact regarding the effec-

tive action of θ to the horizontal resistance of combined pile is also easily confirmed not only from the analyzed values of an elastic slope on the repeated curve of H and η but also from the decreasing of resonance period and resonance amplitude which are attractive on the results obtained by the horizontal vibration tests. Moreover, through all of these static and dynamic tests, it is also noticed that the upper part of pile located near the sand surface resists effectively to the concentrated horizontal load H at the top of pile.

(4) From the results of horizontal vibration tests we found that the vibrating phenomena of these piles supported by dry sand belonged to the nonlinear vibration type, so-called soft spring type, which the resonance period increased gradually in accordance with the enlargement of external vibrating force.

(5) In order to compute the horizontal spring constant k_h at the top of combined piles as a whole, the authors theoretically dealt with two kinds of piles as shown on the right part in Fig. 4. Comparing the computed curves of

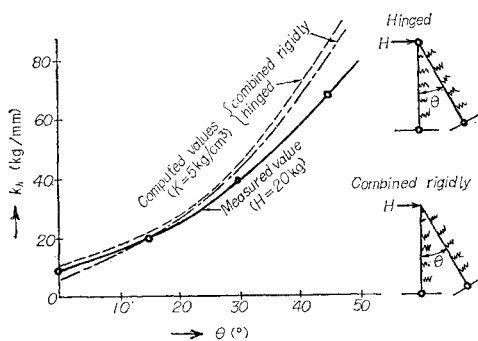


Fig. 4 Comparison between the measured values and the computed values of the horizontal spring constant at the top of pile as a whole (combined pile consisting of one vertical pile and one batter one)

k_h for θ on the model piles with the measured curve shown by the full line in this figures, we may justify the adequacy of our computation method for the spring constant k_h of combined pile as a whole.

3. Summary of the Results Obtained

The results obtained in this paper, may be summarized as follows :

(1) The horizontal resistance of the batter piles or the combined piles including batter ones appears remarkably under two conditions such as the ends of piles are driven into a layer having sufficient bearing power and the tops of piles are bound rigidly.

(2) Within a range of practical uses the increase of an angle of slope θ of combined piles enlarges sensitively the horizontal resistance of those combined piles as a whole. As it is observed that the horizontal resistance of the combined pile consisting of one vertical pile and one batter pile is about twice as large as that of pile consisting of two batter piles, we may reason that the batter piles in the combined ones resist effectively not only to the axial compression but also to the axial tension.

(3) In the combined pile including batter pile, the same tendency appearing in the single pile is also found that the upper part of pile which is located near the ground surface resists effectively to the concentrated horizontal load at the top of pile, and the assumed deformation and the measured strain at the lower part of pile located considerably far from the ground surface are negligibly small.

(4) The horizontal vibration phenomena of the combined pile including batter pile supported by the dry sand present the characteristics of the nonlinear vibration belonging to the type so-called soft spring type. In a certain range near the resonance point the dynamic spring constant of the combined pile as a whole declines more considerably than the static spring constant.

(5) The authors have investigated the computed method of the spring constant of the combined pile consisting of one vertical pile and one batter pile. By comparing the computed values with the measured ones we can generally confirm our method adequate within an elastic range of pile.