

信号交差点の交通容量に関する基礎的考察

渡 辺 新 三*

要 旨 この論文は交通流を Random Flow と考えて、これを基礎として解析を進める立場から車頭間隔の分布を調べて、車頭間隔の限界値の存在について考察し、限界車頭間隔を有する車頭間隔分布を利用して交差点における右左折車による交通能率の低下を解析し、直進交通のみによる交差点の極限容量とあわせて一般の信号交差点における交通容量を求めたものである。

1. ま え が き

これまで道路の交通容量を理論的に追求した論文はかなりの数にのぼっているが、その理論を構成する基礎的な考え方は

- (1) Traffic Dynamics^{1),2)}
- (2) Random Flow^{3),4)}
- (3) Kinematic Wave⁵⁾

の3つの型に分類することができる。これらの理論にはそれぞれの特色があって一概にその長短を論ずることはできないが、この論文では Random Flow の立場から交通流の性格を車頭間隔時分で表現し、限界車頭間隔の考察と交差点容量の追求を行なった。

これまで交通流の理論的解析に最も多く用いられてきた分布はポアソン分布である。実際にポアソン分布を交通流に適用する場合には交通流に斉時性、独立性、稀現象の仮定がなりたつことが必要で、一般に交通量が少ない場合にはこの仮定がよく適合することが内外の研究者によって明らかにされてきた。しかしなんらかの理由によって交通現象の生起に独立性がなくなってくると、交通流にかたよりが生じてポアソン分布の適用が認められなくなる。この場合の交通流は現象的には前を走行する車両のために自由走行をさまたげられて独立性がなくなり、交通流に連行性が生じてくるからである。このような場合の解析には複合ポアソン分布に修正して適用すれば比較的よい近似が得られることが明らかにされているが⁶⁾、筆者はこのときの車頭間隔に着目して解析の手がかりとした。すなわち、自由走行をしている交通流の車頭間隔は当然指数分布で示されるが、街路交通のように交通量が多くなったり、交差点などで滞留した車両が一団となって走行をする場合には、車頭間隔にある限界値が存在していてこの限界値に近い車頭間隔をとって走行する車両が多くなり、単純な指数分布とはならない。このことは、Darmstadt も指摘して自由走行の仮定を修正

した関数を提案している⁷⁾。筆者は街路交通流の車頭間隔分布を限界車頭間隔に影響されている流れと、自由走行をしている流れの合成と考えて、前者には指数分布を限界車頭間隔で切断してあつかい、時間の経過に対して車頭間隔に有限な限界値を導入することにした。後者に対してもこの限界値は存在するのであるが、この値は各車頭間隔に対して十分小さいので車の存在を時間の経過に対して点として取扱って十分であり、したがってこれまでのように指数分布を適用することにした。

2. 車頭間隔の分布

自由走行をしている交通流の車頭間隔の分布を f_1 とすれば、 f_1 は指数分布と考えることができるので任意の時間間隔 θ に対して

$$f_1 = e^{-\theta/t} \dots \dots \dots (1)$$

とあらわすことができる。ここで t は車頭間隔の平均値である。(1) 式はポアソン分布

$$P(n) = \frac{(N\theta)e^{-N\theta}}{n!}$$

に対して出現車両数 $n=0$ としたときに相当する。上式で N は単位時間当りの交通量であり、したがって車頭間隔の平均値 t は $1/N$ と表わすこともできる。一方自由走行が不可能になった場合の交通流は車頭間隔は非常にせまくなり、安全に走行できる範囲で極限まで短くなる所が各所に生じてくる。この極限値を限界車頭間隔とよび ϵ で示すことにすると、 t が ϵ に対して十分大きな間、換言すれば交通量が少なくて車頭間隔が大きな場合は ϵ を無視して車の存在を点と考えて車頭間隔分布を求めても大きな誤りはないが、 t が ϵ に近づいてくれば ϵ を無視することは明らかに不当で、 ϵ を時間の長さとして扱わなければならない。すなわちある時間間隔 θ に n 台の車両が通過するものとすれば $[(\theta - n\epsilon)/n]$ なる時間間隔に $(t - \epsilon)$ の平均車頭間隔の分布を考えることになる。ここで $\theta/n = \theta$ とおけば限界車頭間隔の影響をうけて走行する交通流の車頭間隔分布 f_2 は

$$f_2 = e^{-(\theta - \epsilon)/(t - \epsilon)} \dots \dots \dots (2)$$

となる。一般の交通流は自由走行をする車両群と連行を余儀なくされている車両群とからなっているので、そのおのこの平均車頭間隔を t_1, t_2 とすれば、 θ に車両が全くふくまれていない確率 $P(\theta)$ は (3) 式のように示すことができる。

* 正員 名古屋工業大学教授 土木工学教室

$$P(\theta) = N r t_1 e^{-\theta/t_1} + N(1-r)(t_2 - \epsilon) e^{-(\theta - \epsilon)/(t_2 - \epsilon)} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで r は自由走行をする車両の全交通量に対して占める割合である。

次に任意の時間間隔 τ より大きい時間間隔の生ずる確率を求める。 τ と $\tau + d\tau$ の間に車両がない確率を $p(\tau) d\tau$ として、時間軸上に θ をとるとき θ について斉時性が保たれるものとすれば、任意の θ に車が存在しない確率 $P(\theta)$ は次のように考えることができる。すなわち θ の先端が τ と $\tau + d\tau$ の間に生ずる確率は $k\tau p(\tau) d\tau$ である。このときの確率定数 k は

$$\int_0^{\infty} k\tau p(\tau) d\tau = 1$$

より

$$k = \frac{1}{\int_0^{\infty} \tau p(\tau) d\tau} = \frac{1}{\tau^m} = N$$

となるから $\tau \geq \theta$ として τ の中にふくまれる θ に車がない確率は

$$k \left(\frac{\tau - \theta}{\tau} \right) \tau p(\tau) d\tau = N(\tau - \theta) p(\tau) d\tau$$

となる。したがって τ について θ から ∞ まで積分すれば $P(\theta)$ は (4) 式のように求められる。

$$P(\theta) = \int_0^{\infty} N(\tau - \theta) p(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} N d\tau \int_{\tau}^{\infty} p(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots(4)$$

この関係から $P(\theta)$ が求められたときは逆に $p(\tau)$ を知ることができる。いま (4) 式に (3) 式を代入すれば $p(\tau) d\tau$ は

$$p(\tau) = \frac{1}{N} \frac{d^2 P(\theta)}{d\tau^2}$$

より

$$p(\tau) = \frac{r}{t_1} e^{-\tau/t_1} + \frac{1-r}{t_2 - \epsilon} e^{-(\tau - \epsilon)/(t_2 - \epsilon)}$$

となり、 τ より大きい車頭間隔の生ずる確率 $\phi(\tau)$ は (5) 式となる。

$$\phi(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} p(\tau) d\tau = r e^{-\tau/t_1} + (1-r) e^{-(\tau - \epsilon)/(t_2 - \epsilon)} \quad \dots\dots\dots(5)$$

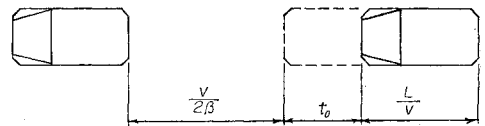
図-1 は名古屋市広小路通りにおける交通流の観測資料に (5) 式をあてはめたものである。

3. 限界車頭間隔

限界車頭間隔 ϵ はすでに述べたように安全に走行しうる範囲で前後を走る車両との間隔が最小になった時の車頭間隔をさすのである。したがって ϵ は当然走行速度の関数として表わされる性質のものであり、かつ交通容量に直接影響するパラメータである。このことは Highway Capacity Manual でも道路の実用容量決定の手段として車頭間隔と速度差の関係をとりあげて、車頭間隔が 9 sec 以下になると速度差が目立って低下することを認めている。交通容量特別研究会の報告³⁾によれば Couvreur, C., George, H.D. 氏らも限界車頭間隔の値を求めて前者はこの値を 5 sec, 後者は 6 sec と報告している。

ϵ を理論的に求めるには車頭間隔の時間的構成を調べればよいわけで 図-2 はそれを示している。すなわち速度 v の車両が、前車が停車したのを認めて制動をかける

図-2 車頭間隔の時間的構成



までに要する反応時間 t_0 と制動をかけてから停止するまでに要する時間 $v/2\beta$ (β は減速度) と車両長が通過するのに要する時間 L/v (L は車両長に若干の余裕長を加えたもの) の和であるから ϵ は

$$\epsilon = t_0 + \frac{v}{2\beta} + \frac{L}{v} \quad \dots\dots\dots(6)$$

となる。

(6) 式から $\frac{d\epsilon}{dv} = 0$ とおけば、 ϵ の最小値を示すときの走行速度 v_0 が求められる。

$$\frac{d\epsilon}{dv} = \frac{1}{2\beta} - \frac{L}{v^2} = 0$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{2\beta L} \quad \dots\dots\dots(7)$$

この v_0 を (6) 式に代入すれば走行車両の減速度と車長の関数として ϵ を求めることができる。

$$\epsilon = t_0 + \sqrt{\frac{2L}{\beta}} \quad \dots\dots\dots(8)$$

図-1 $\tau - \{1 - \phi(\tau)\}$ の関係

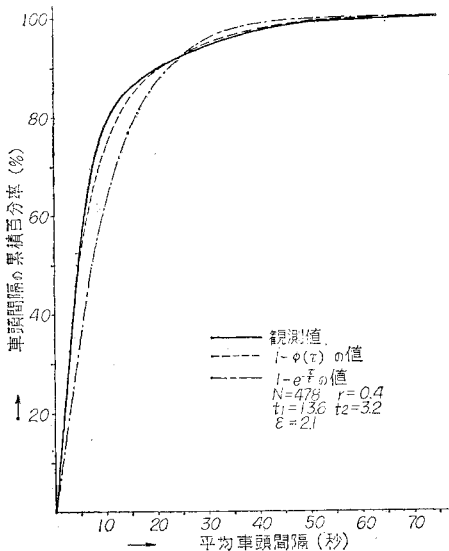


図-3 $\epsilon-v-\beta$ の関係

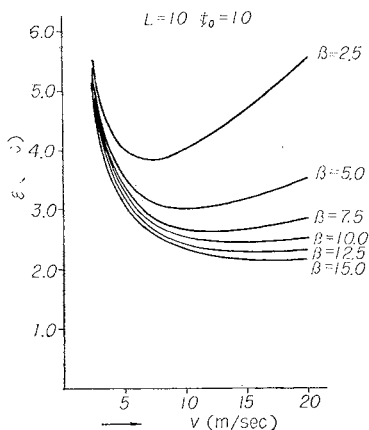


図-4 $\epsilon-v-L$ の関係

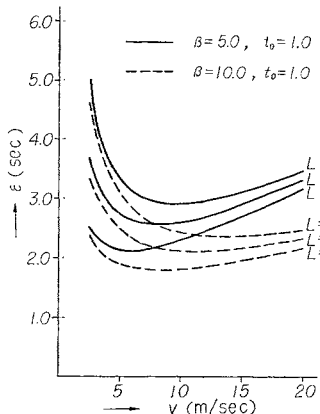
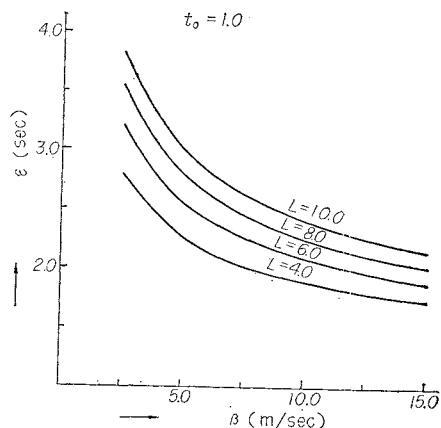


図-5 $\epsilon-\beta-L$ の関係



t_0 は運転手の性格、技倆によって若干の差はあってもほぼ一定値で $t_0=0.5\sim 1.5$ sec 程度である。 β は車の制動能力であるから車によって定まった値で、わが国の車両規則では速度 $25\sim 35$ km/h で制動距離 10 m, $35\sim 80$ km/h で 14 m となっているから、 $\beta=5\sim 18$ m/sec² の制動能力を持たねばならないこととなる。また車両長 L も最大長 12.0 m と定められているので、 $L=2\sim 12$ m を考えればよい。(6) および (8) 式を以上の範囲で計算したものが 図-3~5 である。この結果からわかるように ϵ の値は一定値ではなく車の制動能力に関係するので、わが国の街路交通のように種々雑多な車種の混合交通の場合には ϵ は

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n a_i \epsilon_i \dots\dots\dots (9)$$

として計算しなければならない。ここで a_i は i 車種の混合率である。

筆者がシネカメラおよびストップウォッチで ϵ を実測した結果は 表-1 のように $\epsilon=2\sim 3$ sec で上述の結果を大体裏付けている。測測値の中には $\epsilon < 1.0$ sec の場

表-1 限界車頭間隔観測値

ϵ	観測回数	同百分率
0 ~ 1.0	28	18.6
1.0 ~ 2.0	54	35.8
2.0 ~ 3.0	41	27.2
3.0 ~ 4.0	15	9.9
4.0 ~ 5.0	7	4.6
5.0 ~ 6.0	4	2.6
6.0 ~ 7.0	2	1.3
計	151	100.0

合もあるが、これは混合交通のために一車線を軽車両が共用した場合や、追い越しの前後の車頭間隔、さらには明らかに危険な走行状態も混っていたためであるが、これらは本当の ϵ の値を示しているものではない。

4. 信号交差点の極限交通容量

交通量が極端に多い場合には交通解析に Random Flow を適用することは分布理論に若干の修正を加えても適切な解析は困難で、この場合にあえて交通流の車頭間隔を求めれば各車頭間隔とも限界値 ϵ にきわめて近い状態で走行することになる。(3) 式の表現を用いれば $t=0$ で $t_2 \doteq \epsilon$ の状態である。そして

$$\theta < \epsilon \text{ で } P(\theta) = 0$$

$$\theta \doteq \epsilon \text{ で } P(\theta) \rightarrow 1$$

$$\theta \geq \epsilon \text{ で } P(\theta) \rightarrow 0$$

と矩形分布の形になる。

信号交差点における停止状態のとき ϵ は時間で示されているので、 ϵ を時間で測れば停止状態がつづくかぎり無限に大きくなるから、このときは (6) 式の ϵ を空間に変換して考えればよい。その記号を S とすれば

$$S = \lim_{v \rightarrow 0} v \cdot \epsilon$$

$$= \lim_{v \rightarrow 0} v \cdot \left(\frac{L}{v} + t_0 + \frac{v}{\beta} \right) = L$$

となり、車長のみに関係する等車頭間隔と考えることができる。

いま、信号交差点における極限交通容量を考えてみると停止時間に多数の車両が滞留していて、進行信号時には限界車頭間隔の車両群のみが連行して交差点を通過する場合である。したがってこの時は対向車線を横切る右折交通が入る余地がなくなる。この場合の交差点容量の算定方法は新藤氏⁹⁾によって提案されている。すなわち進行信号時間を g として、 g の間に n 台が通過可能として $(n+1)$ 台目の車両が等加速度で増速して等速になって交差点に入った状態を考えると

$$g > t_0(n+1) + \frac{v}{a}$$

の状態で交差点に入ることができる車群長 $(n+1)$ 台の

車両が走行した距離に等しいので

$$nS = \frac{v^2}{2\alpha} + \left\{ g - t_0(n+1) - \frac{v}{\alpha} \right\} v \dots\dots\dots(9)$$

となり、 n は (10) 式のように求められる。

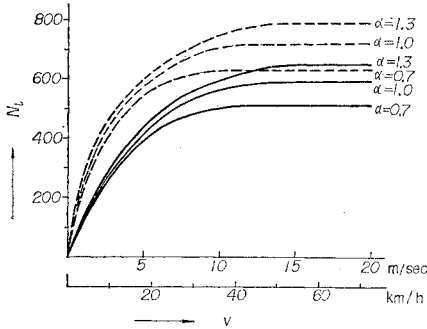
$$n = \frac{\left\{ g - t_0 - \frac{v}{2\alpha} \right\} v}{S + t_0 v} \dots\dots\dots(10)$$

この場合 v の取りうる範囲は (9) 式の右辺第2項が0となるまで、すなわち等速走行時間が0となるまでの範囲であるから

$$v_{\max} = \frac{g - t_0(n+1)}{\alpha}$$

となる。 v_{\max} 以上の速度を取ってもその速度に達しないまま n 番目の車両が交差点に入って来るので v の増加に対して交差点容量は増加しない。この条件を入れて (10) 式で、速度、加速度を変化させた一例 ($g=25$, $t_0=1$, 信号周期 $C=60$ sec) は 図-6 のようになる。これ

図-6 交差点容量と速度の関係



からわかるように交差点容量は速度、加速度が増加するにつれて向上するが、速度については前述のように交差点容量がある値以上にならない限界速度がある。加速度 1.3 m/sec^2 (乗用車の加速能力に相当する) のときでも交通容量を最大にする限界速度はこの例では 50 km/h である。交差点容量を支配する低速車の加速度を考えたとき限界速度は約 36 km/h であり、このことから交差点容量に関しては走行速度をむやみに大にすることは何ら益するところはなく、加速能力の向上の方が効果的である。また車長も容量に影響を与え車長が大になるにつれて交差点容量は減少する。

以上の理論は単一車種について考えたものであるが混合交通の場合は、交差点を通過するのに一番時間を要する車両、換言すれば加速能力もふくめて速度の一番遅い車種 k に支配されるから (10) 式は各車種の混合率を考慮して平均車長と最低速車の速度、加速度を用いて (11) 式のように書くことができる。

$$n = \frac{(g - t_0 - v_k/2\alpha_k)v_k}{\sum_{i=1}^k a_i S_i + t_0 v_k} \dots\dots\dots(11)$$

ここで a_i は i 車種の混合率である。(10) 式および (11)

式で求めた n は 1 信号周期 C sec 当りの通過台数であるから 1 時間当りの容量 N に変換しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} N &= 3600 n/C \\ C &= g + y + r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

y, r はそれぞれ、注意、停止信号時間 (sec) である。

(12) 式で求めた N は単一車種のときは正確な値を示しているが、混合交通の場合には最低速車 k により n が支配されるから車種の混合率によってはある信号周期には k 車種をふくまない場合もあり、このときは $(k-1)$ 車種について n を決めなければならない。すなわち各信号周期中の n 台に k 車種をふくむかどうかによって交通容量が異なるわけであるから、 k 車種を少なくとも 1 台はふくむ確率 $P(k)$ を求めて最低速車をそれぞれ $(k-1)$, $(k-2)$, $\dots\dots, 2, 1$ 車種としたときのおのおの n について交差点容量を考える必要があるから混合交通のときは (12) 式の代りに (13) 式を用いなければならない。

$$N = \sum_{k=1}^k P(k) 3600 n_k / C \dots\dots\dots(13)$$

ここで $P(k)$ は n 台中に少なくとも 1 台の k 車種が入っている確率であるからその確率分布は二項分布として求められる。 a_k を k 車種の混合率として

$$\begin{aligned} P(k) &= \sum_{x=1}^n n C_x (a_k)^x (1-a_k)^{n-x} \\ &= 1 - n C_0 (1-a_k)^n \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

(14) 式の $P(k)$ を計算した結果が 表-2 である。また (11), (13) 式から 表-3 のような v, S, α について乗用車、バス、トラック類、軽自動車、自動三輪車類の混合交通の交差点容量を求めた結果が 図-7, 8 である。

図-7 で共通している特性は次のようである。

- ① 交差点の極限容量 N_i は信号周期 C が増加するほど大となるが、その増加率は C の増大にともなって減衰する。したがって C をきわめて大きくとっても N_i は無限に大きくならずある値に収れんする。
- ② N_i は車両の加速度 α と車長 L に直接関係する。 α が大きければ N_i も大であり、 L が大きくなれば N_i は減少するが直線関係ほど単純ではない。
- ③ 混合交通のとき高速車群に低速車が少しでも混合すれば N_i は急速に減少するが、 a_k が 20% 以上になると a_k の増加による N_i の低下は微小である。
- ④ 混合車種の一方が高速で車長が大、他方が低速で車長が小さいときは N_i が最小となる混合率が存在する。
- ⑤ 混合車種の車長が等しいときは N_i は $P(k), v_k, \alpha_k$ のみに支配される。

3 車種混合の場合の 図-8 についても全く同様のことがいえるが、このほかに高速車と中速車の混合率のいかにかわらず低速車混合率 a_k が 20% 前後に N の最小値が存在する。また N_i に影響をあたえる混合率は

a_k, a_{k-1}, \dots の順であり高速車の混合率がかなり大きくても a_k と a_{k-1} の比率によっては N_L はあまり大きくならないことが明らかになった。なお、図-7, 8 の N_L の値はあたえられた α, v, L, t_0 についてのものである

表-2 1信号周期の通過台数 n の中に最低速車が入る確率 $P(k)$

$n \backslash a_k$	5	10	15	20	25	30	35	40
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.1	0.41	0.65	0.79	0.88	0.93	0.96	0.98	0.99
0.2	0.67	0.80	0.97	0.99				
0.3	0.83	0.97						
0.4	0.92	0.99						
0.5	0.97							
0.6	0.99			1.00				
0.7								
0.8								
0.9								
1.0								

から、これらのパラメーが変化すればその数値は当然変わるが、現在のわが国の交通状態ではほぼ実際に近い値を示している。

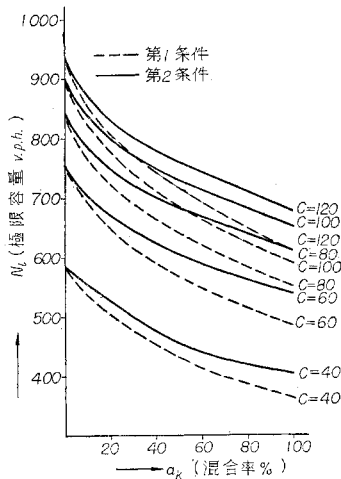
表-3

諸元	第1条件	第2条件	第3条件
v_1	35 km/h (9.73 m/sec)	35 (9.73)	35 (9.73)
v_2	30 (8.33)	35 (9.73)	35 (9.73)
v_3	25 (6.95)	25 (6.95)	25 (6.95)
S_1	6.0 m	6.0	6.0
S_2	12.0	10.0	12.0
S_3	4.0	6.0	4.0
α_1	1.3 m/sec ²	1.3	1.2
α_2	1.0	1.0	0.9
α_3	0.7	0.7	0.6
t_0	1.0 sec	1.0	1.0

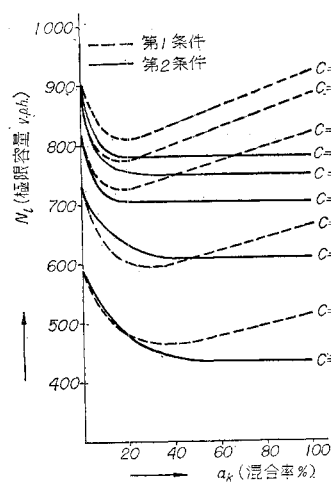
注：諸元の欄中、添字の 1 は乗用車、2 はバス、トラック、3 は軽自動車、自動3輪車とする。

図-7 2車種混合の場合の極限容量図

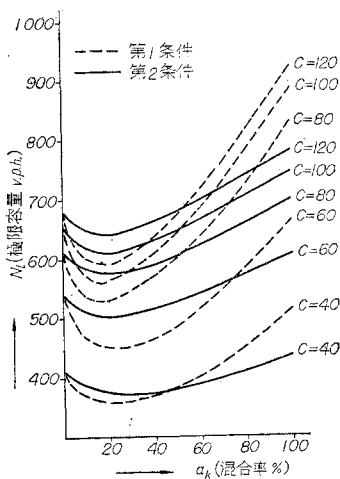
(a) 乗用車とバス、トラック類混合の場合



(b) 乗用車と軽自動車類混合の場合



(c) バス、トラック類と軽自動車類混合の場合



(d) 第3条件の乗用車に対する混合の場合

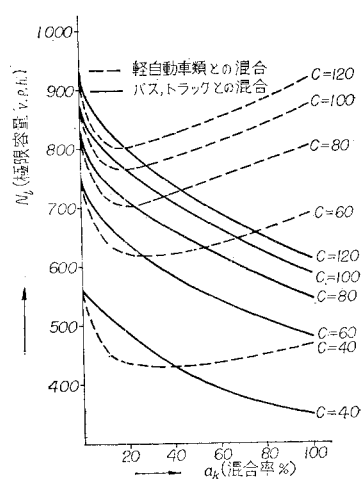
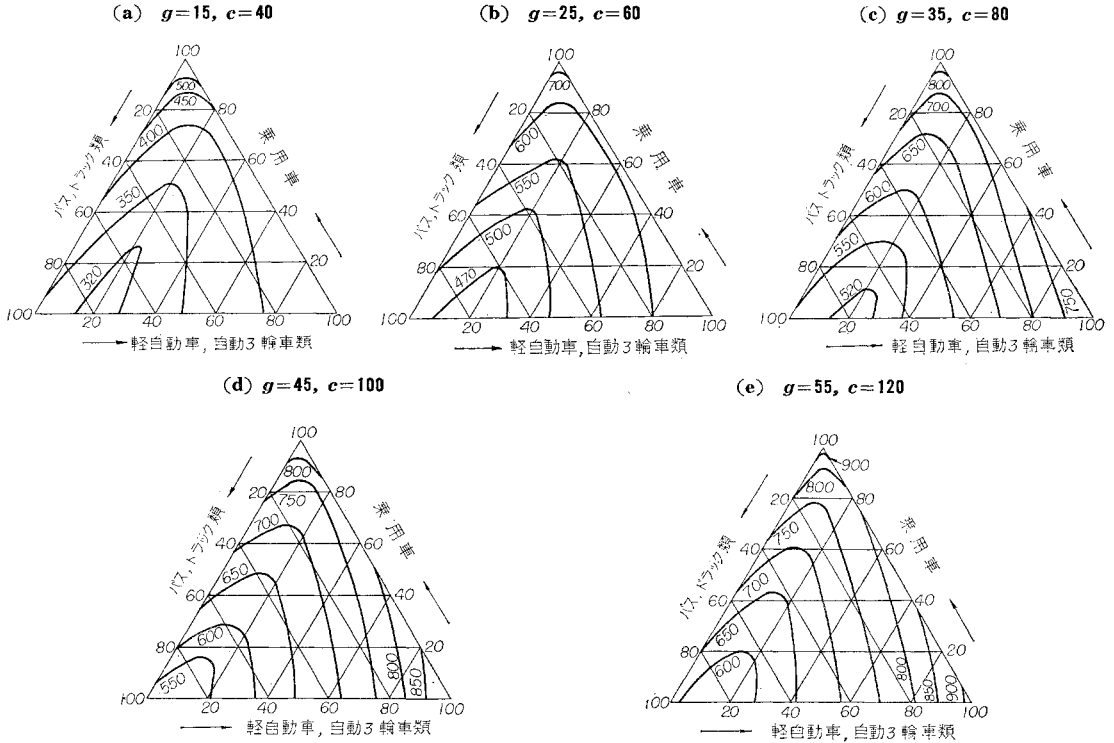


図-8 3車種混合の場合の極限容量図



5. 曲進交通による交差点容量の低下

前節で求めた極限容量は交差点容量を最大にする理想状態の場合を考えたので、対向車線を横切らなければならない右折車などの曲進交通については全く考慮を払っていない。一般の交差点では右左折する交通があるので、この曲進車による交差点処理能力の低下を考えておかなければならない。わが国では車両は左側通行であるから左折は交通流から分岐して交差街路に入るので交通流線の横断はなく、交織交差 (Weaving) があるだけで信号交差点であれば横断歩行者に通行を阻げられる以外は交差点容量の低下にはほとんど影響をあたえない。しかし右折車は対向交通の車線を一度は横切らねばならないから、対向交通が閑散であれば右折車はその間隙をぬって目的とする街路へ進入することができるが、対向交通が多い場合には交差点内で一旦停車して対向の直進車が全部通過した後に右折しなければならない。すなわち交差点中心付近のポケットに右折車が滞留する現象を生ずる。いま右折車が対向の直進交通を待ってポケットにたまって行くとき、右折車の数が多ければポケット容量をこしてしまい、やむをえず右折車の出て来る車線に累積して停車することになるから、その車線の交通能力をそれだけ停滞させて容量の低下をきたすわけである。この右折車がポケット容量をこす確率を $Q(x)$ としこれを停滞確率とよぶことにする。 $Q(x)$ はポケット容量 K

台と対向車線の間げきに通過できを台数 \bar{x} の和までの右折車数が生ずる確率を求めて全確率から引けばよいので次のようになる。

$$Q(x) = 1 - \sum_{x=0}^{K+\bar{x}} n C_x p^x (1-p)^{n-x} \dots \dots \dots (15)$$

ここで x は右折車の生ずる台数、 p は右折車の全交通に対して占める割合である。

$Q(x)$ を n と p について計算した結果が表-4である。

表-4 停滞確率 $Q(x)$

$n=5$		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
$x \backslash p$	0	0.23	0.41	0.56	0.67	0.73	0.83	0.88	0.92
	1	0.02	0.08	0.17	0.26	0.37	0.47	0.57	0.66
	2	0.00	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.24	0.32
	3	0.00	0.00	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.09
	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01

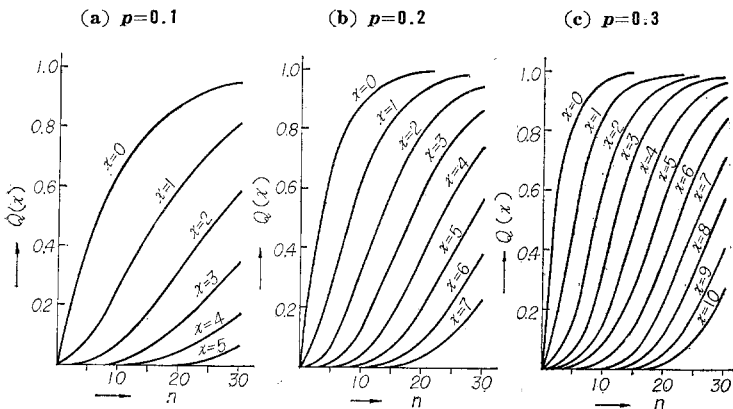
$n=10$		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
$x \backslash p$	0	0.40	0.65	0.80	0.89	0.94	0.97	0.99	0.99
	1	0.09	0.26	0.46	0.62	0.76	0.85	0.91	0.95
	2	0.01	0.07	0.18	0.32	0.48	0.62	0.74	0.83
	3	0.00	0.01	0.05	0.12	0.22	0.35	0.49	0.62
	4	0.00	0.00	0.01	0.03	0.08	0.15	0.25	0.37
	5	0.00	0.00	0.00	0.02	0.05	0.09	0.15	0.21
	6	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	0.15

x \ p	p							
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
0	0.54	0.79	0.91	0.97	0.99	1.00	1.00	1.00
1	0.17	0.45	0.68	0.83	0.92	0.97	0.99	1.00
2	0.04	0.18	0.40	0.60	0.76	0.87	0.94	0.97
3	0.01	0.06	0.18	0.35	0.54	0.70	0.83	0.91
4	0.00	0.01	0.06	0.17	0.31	0.49	0.65	0.78
5	0.00	0.00	0.02	0.06	0.15	0.28	0.44	0.60
6	0.00	0.00	0.00	0.02	0.06	0.13	0.25	0.39
7	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.11	0.21
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.04	0.10

x \ p	p							
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
0	0.64	0.88	0.96	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0.26	0.61	0.83	0.93	0.98	0.99	1.00	1.00
2	0.08	0.32	0.60	0.79	0.91	0.97	0.99	0.99
3	0.02	0.13	0.35	0.59	0.78	0.89	0.96	0.98
4	0.00	0.04	0.17	0.37	0.59	0.76	0.88	0.95
5	0.00	0.01	0.07	0.20	0.38	0.58	0.76	0.88
6	0.00	0.00	0.02	0.09	0.22	0.39	0.58	0.75
7	0.00	0.00	0.01	0.03	0.10	0.23	0.40	0.58
8	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.11	0.24	0.41
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.05	0.12	0.25
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.04	0.08

これを使用するとき、 n は1信号周期当りの台数として与えられているから時間当りの信号周期数により同じ交通量でもことなつた n をとることに注意しなければならない。例えば $N=600$ V.P.H., $P=0.2$ のとき $K=3$ 台、 $\bar{x} \approx 0$ として、 $C=60$ sec のときは $n=10$ を用いて $Q(x) \approx 12\%$ となり、 $C=90$ sec のときは $n=15$ を用いて $Q(x) \approx 35\%$ と求められる。 $Q(x)=0$ ということはその車線を全く停滞させることなく交通がさばけている状態を示すものであり、 $Q(x)=1$ のときはその車線は右折車がポケットに累積して車線を完全にふさいでいる状態を示している。図-9 は p がそれぞれ 0.1, 0.2, 0.3 の場合について $Q(x)$ と n との関係を図示したものである。これらの図から $Q(x)$ は n と p の増加にともなつて大きくなるがその変化は一様でなく適当な大きさのポケット容量があれば $Q(x)$ の増加をある程度防ぐ

図-9 $Q(x)-n$ の関係



ことが可能である。また交通量が多く、かつ右折車の割合の多い交差点では $Q(x)$ を一定値以下に抑えるため信号周期を短かくして n を小さくし、ポケットを有効に使うことも一法である。しかしこの方法は前節で求めた極限容量が信号周期の減少とともにいちじるしく減るのでその兼ね合いの上で採用しなければならない。

次に \bar{x} は相手車線を横切ることのできる台数の期待値であるから

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^{n_r} x_j P(\theta_j) \dots \dots \dots (16)$$

となる。ここで x_j は対向車線の1間げきに右折できる台数であり、 $P(\theta_j)$ は x_j 台が対向車線を通過するに要する時間 θ_j 以上の時間間隔が対向車線に生ずる確率である。また n_r は右折することができる最大数であるから n_r 台が限界車頭間隔で進行するものと考えて

$$g = \theta_1 + (n_r - 1)\epsilon$$

より

$$n_r = (g - \theta_1 + \epsilon) / \epsilon \dots \dots \dots (17)$$

となる。(17) 式で $\epsilon = \theta_1$ ならば $n_r = g / \theta_1$ となるが実際には θ_1 の方が ϵ より少し大きい。筆者の観測結果では1車線のときは θ_1 は 3~5 sec で、この値は普通の車線巾を自分の車線から対向車線まで横切るものとして計算するとき $\alpha = 2.0 \sim 0.8$ m/sec² に相当している。対向車線数が2車線以上になれば θ_j の値もそれに応じて大きくなる。

$P(\theta_j)$ を求めるためには対向車線に (5) 式を適用して

$$P(\theta_j) = \phi(\theta_j) - \phi(\theta_{j+1})$$

と求めることができる。 θ_j は (17) 式のように ϵ で進行して横断するときには

$$\theta_j = \theta_1 + (j-1)\epsilon$$

となるから

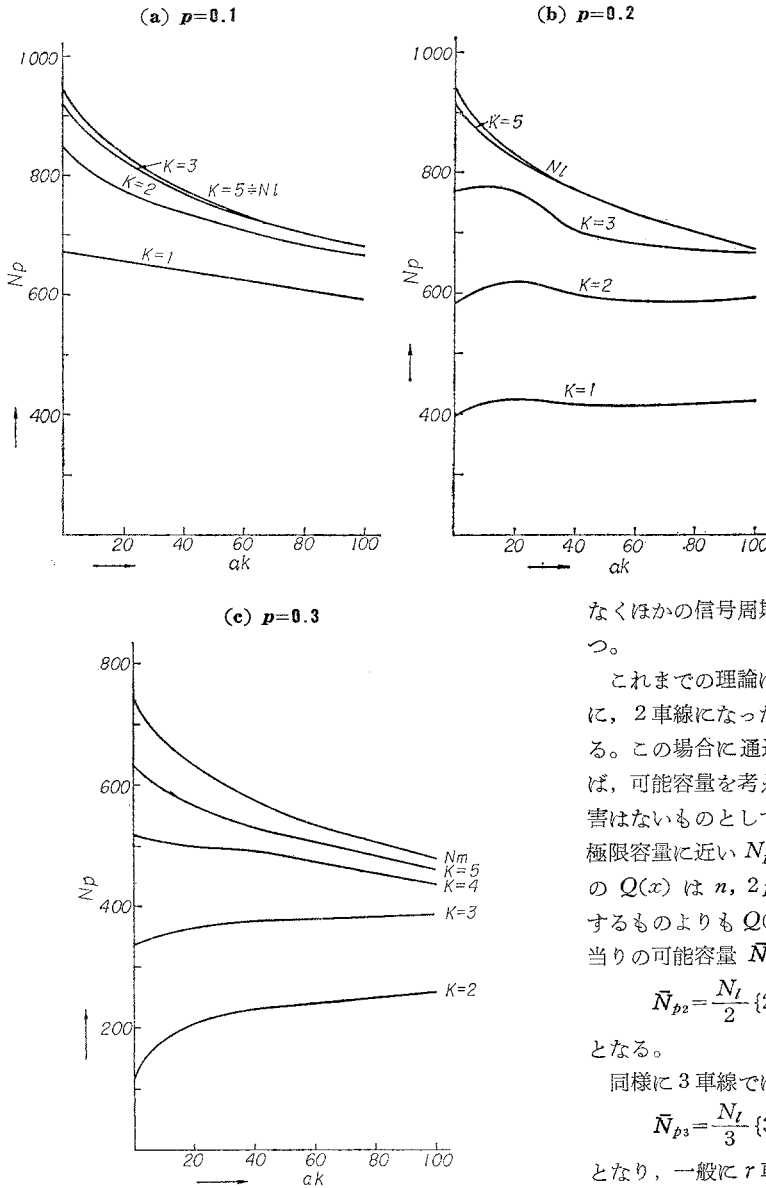
$$\left. \begin{aligned} \phi(\theta_j) &= r e^{-\frac{\theta_1 + (j-1)\epsilon}{t_1}} + (1-r)e^{-\frac{\theta_1 - (j-2)\epsilon}{t_2 - \epsilon}} \\ \phi(\theta_{j+1}) &= r e^{-\frac{\theta_1 + j\epsilon}{t_1}} + (1-r)e^{-\frac{\theta_1 - (j-1)\epsilon}{t_2 - \epsilon}} \end{aligned} \right\} (19)$$

となる。ここで r, t_1, t_2 は対向車線について観測値を代入すれば対向車線を横切れる台数の期待値 \bar{x} が求められる。この \bar{x} を K とともに (15) 式に代入して $Q(x)$ を求めれば、その交差点における右折車による交差点容量の低下は $N \cdot Q(x)$ と求められる。

6. 交差点の可能容量と実用容量

4. でのべた極限容量は、容量最大の値を知るために右折車を許さない状態で算出したので現実の交差点では起こりえない仮想上の容量となる。いま

図-10 可能容量図



トラック類の混合のときは、図-10 のようになる。この図から p が 0.1 程度ならばポケットの容量が 3 台もあれば可能容量はほぼ極限容量に近い値を維持し $K=1$ でも 450 台以上の容量を有しているが、 p が 0.2 となると、 $K=1$ では 200 台、 $K=2$ で 400 台程度に可能容量が低下する。しかも Nl の大きかった乗用車のみの場合がいちじるしい減少を示し、車種混合による変化が単調でなくなる。これは右折車が多くて車線が停滞し始めると交通量が多い方が車の累積が大きくて通過容量をより低下させるためである。 p が 0.3 になるとこの傾向は一層あきらかになる。このことは $g=25$ のときばかりで

なくほかの信号周期や計算条件のときも同様の傾向をもつ。

これまでの理論は 1 車線としての考察であるが、つぎに、2 車線になった場合の可能容量を考えることにする。この場合に通過台数の $p\%$ が左折車であるとすれば、可能容量を考えるので左側車線は対面交通による障害はないものとして (対面交通の $\bar{x}=0$ とする)、ほぼ極限容量に近い Np を有すると考える。しかし右側車線の $Q(x)$ は $n, 2p$ に対するものであるから n, p に対するものよりも $Q(x)$ は大きくなる。したがって 1 車線当りの可能容量 \bar{N}_{p2} は

$$\bar{N}_{p2} = \frac{Nl}{2} \{2 - Q(x_{n,2p})\}$$

となる。

同様に 3 車線では

$$\bar{N}_{p3} = \frac{Nl}{3} \{3 - Q(x_{n,3p})\}$$

となり、一般に r 車線では次式のように求められる。

$$\bar{N}_{pr} = \frac{Nl}{r} \{r - Q(x_{n,rp})\} \dots\dots\dots (20)$$

しかし $Q(x)$ は表-4 からわかるように n が同じ値であっても p が大きくなれば急速に 1 に収れんするから、 r 車線といっても K の値があまり大きくない範囲ではせいぜい 4~5 車線で、右側車線は $Q(x)$ が大きくなって $\{1 - Q(x)\} Nl < Np$

となり右折車を全部通過させることが困難となる。例えば表-3 の第 3 条件の場合で、乗用車とバス、トラック類の混合率をおのおの 50% と、乗用車とバス、トラック類と軽自動車、自動三輪車の混合率をそれぞれ 60, 20, 20% のところで代表させて、前者では $g=25$ sec、後者では $g=35$ sec として右側車線の停滞確率と 1 車線

対向車線の交通は全くさまたげないで交差点の性格を容量算定に考慮した状態で、すなわち実際に起こりうる交通状況で可能な最大容量を交差点の可能容量 Np とよぶことにすると Np は信号周期当りの可能通過台数 n 、右折車の割合 p 、ポケットの容量 K によって決定される。この場合対向車線の交通をまったく阻害しないとするので右折車は対向の直進交通が終るまでポケットで待避するものとして $\bar{x}=0$ と考えるから対向の交通量に関係しない。したがって Np は (11), (13) 式によって求められる極限容量 Nl と n, p, K により求められた $Q(x)$ を乗じて算出することができる。例えば表-3 の第 3 条件の場合で、 $g=25, c=60$ sec の乗用車とバス、ト

表一5 車線数と可能容量 (2 車種混合の場合)

$\begin{matrix} N_p \\ r \\ K \end{matrix}$		$g=25, p_1=0.15, N_T=561$ (乗用車 50%, バス,トラック類 50%)							
		$r=1$		$r=2$		$r=3$		$r=4$	
N_p	K	$Q(x)$	\bar{N}_p	$Q(x)$	\bar{N}_p	$Q(x)$	\bar{N}_p	$Q(x)$	\bar{N}_p
0	0	0.77	128	(0.95)		(0.99)		(1.00)	
1	1	0.42	327	(0.80)		(0.94)		(0.99)	
2	2	0.16	470	0.56	405	(0.83)		(0.94)	
3	3	0.04	537	0.31	475	(0.64)		(0.86)	
4	4	0.01	555	0.13	525	0.42	482	(0.71)	
5	5	0.00	559	0.07	541	0.23	518	(0.64)	
6	6	0.00	560	0.04	550	0.09	543	0.32	515
7	7	0.00	561	0.01	558	0.02	560	0.13	543
8	8	0.00	561	0.00	560	0.00	561	0.03	556
9	9	0.00	561	0.00	561	0.00	561	0.01	559
10	10	0.00	561	0.00	561	0.00	561	0.00	561

$Q(x)$ の項の () は 1 信号周期に右折車をさばき切れないときの確率を示す。

表一6 車線数と可能容量 (3 車種混合の場合)

$\begin{matrix} N_p \\ r \\ K \end{matrix}$		$g=35, p_1=0.10, N_T=640$ (乗用車 60%, バス,トラック類 20%,軽自動車類 20%)							
		$r=1$		$r=2$		$r=3$		$r=4$	
N_p	K	$Q(x)$	\bar{N}_p	$Q(x)$	\bar{N}_p	$Q(x)$	\bar{N}_p	$Q(x)$	\bar{N}_p
0	0	0.77	146	(0.95)		(0.99)		(1.00)	
1	1	0.42	369	(0.81)		(0.95)		(0.99)	
2	2	0.17	534	0.56	460	(0.83)		(0.96)	
3	3	0.05	609	0.32	538	0.65	500	(0.87)	
4	4	0.01	632	0.15	593	0.44	547	(0.72)	
5	5	0.00	638	0.05	623	0.25	587	0.54	553
6	6	0.00	639	0.02	634	0.12	615	0.35	582
7	7	0.00	640	0.01	638	0.04	630	0.20	607
8	8	0.00	640	0.00	640	0.02	634	0.08	625
9	9	0.00	640	0.00	640	0.01	637	0.04	633
10	10	0.00	640	0.00	640	0.00	639	0.02	637

$Q(x)$ の項の () は 1 信号周期に右折車をさばき切れないときの確率を示す。

平均の可能容量を算出したものが表一5, 6である。これらから n と p が等しい限りにおいては車線数は少ないほど1車線当りの交通容量は大きい。すなわち車線当りの可能容量は交差点が小さいほど有利であることを示しているが、交通量が大きくなって1車線の N_p をこせば、どうしても2車線を採用しなければならない。このとき車線が少ない方が有利という点から右折車を両車線に分けて車線当りの可能容量を大きくしようとしても、外側車線から右折車が出るときは一度内側車線を横切らなければならないので内側車線に停滞確率があれば、その停滞車ははけてのち、始めて外側車線が有効に働くことになる。したがってこの場合は右折車を内側車線に集めた方が可能容量は大になる。

一般に交通量が大きくなってしかも右折車の割合 p が変わらない交差点では、その交差方向の交通もかなり大きいのが普通で交差方向の車線も増加していることが多い。このような時には車線が少ないほど可能容量が大となると断言することはできない。例えば交通量が増加して1車線から2車線、3車線と増加するとき K もそれに応じて1台ずつ増加するものとすれば基本になっている K の台数次第では車線数が増した方が車線当りの可能容

量が増加することもある。表一5, 6で()で囲んだ数字は $1-Q(x)$ の値が rp よりも小さい場合で右折車を所定の台数だけ通過させられない時であるから $1-Q(x) \geq rp$ になる範囲まで K を大きくとらなければ停滞車が累積してゆくことになる。以上のことから可能容量を増加させるためには次のようにすればよい。

(1) 右折車の割合 p に応じたポケット容量 K を確保すること。

(2) 交差点が小さい場合少量の交通容量を増すには K を増せばかなり有効なことがある。

(3) 交通量がいちじるしく増加する場合は K を増加させるよりも車線を増加させた方が効率がよいが、同じ K で車線を1車線増加したときは車線数に比例して可能容量が増加するのではなく車線当りの可能容量は漸減する。

(4) 右折車が多くなったときや交通量が非常に大きくなったときは最内側車線をポケットの代用にすると可能容量はかなり増加する。この方法を用いれば $nrp=n$ ($rp=1$) 台までは右折停滞車が累積することなく交差点を通過できることになる。ただこの場合は信号機の規制を行なって注意信号時間中に n 台が右折するのに十分な時間を確保するか、進行信号中に特に右折信号時分を与える必要がある。

街路計画を立案するとき、可能容量は実現可能な最大容量であるのでこれを基準値とすることは将来の交通量増加に対して不安がある。通行車両側としても常に限界車頭間隔に近い交通流よりも多少自由走行を許された交通流の方が安心感がある。そこで交差点の実用容量としては、 $r\%$ は交差点で停止することなく自由走行状態で通過し $(1-r)\%$ は一旦停車をするか、前車両に追従して速度を落して通過する状態を考慮して、 r をある値にとったときの通過台数を実用容量として計画の基準値とするのがよい。 r を決定するに当っては交差点の形状、車線数、交通流の性格を考慮して、その交差点に適した値を決めなければならないが20~30% ぐらいの範囲が適当と思われる。 r を一定値に決めた場合の車頭間隔の分布は(3)式により決められるが、 r と t_1, t_2 の間に普遍的な関係が見出せないので実用容量を考えるときの交差点に入る台数を r だけから算出することは困難である。これまでの調査では $r=0.5$ のとき、 t_1 は $2s \sim 4s$ であり、 t_2 は $5t_1 \sim 15t_1$ をとることが多い。

実用容量では自由走行の車がある程度許しているので右折車についてもその間げきをつけて対向車線を横断する確率がある。これは(16), (18), (19)式によって求められる。この場合対向車線が r であれば r 車線を横切る確率 $P(\theta)$ は

$$\prod_{r=1}^r P(\theta_r)$$

となり、(19) 式の θ も r 車線を横切るに要する時間を採用しなければならぬ。(19) 式は単調減少関数であるから θ の増大にもなって $P(\theta)$ は減少するし、 $\prod_{r=1}^r P(\theta_r)$ は確率の積であるから r の増加にもなって急速に 0 に収れんする。このことは相手側車線数が多くなれば右折車をふくむ車線では実用容量が急速に可能容量と同じ状態に変わることを示している。ただこの時の交差点に入る台数 n が可能容量のときよりもかなり小さいだけのことである。

実用容量の数量的な値は r のとり方とその交通流の性格を示す t_1, t_2 の値により大きく変化するので数値で示すことは困難であるが、 r, t_1, t_2 の値を求めることができるならば実用容量を数量として算出することも可能である。

7. あとがき

一般に指数分布に対して時間を固定したときポアソン分布になることはよく知られているが、本論文で用いた限界車頭間隔を考慮して頭部を切った指数分布を生起回数をパラメータとして変換すると、 θ の間に n 台が通過する確率 $F_n(\theta)$ は指数分布からポアソン分布を求める場合と全く同じ手段によって (21) 式として求められる。

$$F_n(\theta) = 1 - \sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{j!} \left(\frac{\theta - n\varepsilon}{t - \varepsilon} \right)^j e^{-(\theta - n\varepsilon)/(t - \varepsilon)} \dots (21)$$

(21) 式を用いて交通解析を行なうことは理論の展開および計算が非常に面倒であるためポアソン分布のように一般的に用いられないので本論文では車頭間隔をパラメータとして解析を進めたのである。

この方法によって、これまで解析のおくれていた交差点容量の解析に基礎的な一石を投げ得たものと信ずる

が、ここで行なった解析は十字交差点の場合について対向車線の交差を主体に論じたものであるから、T型交差点、5本以上の街路の交差点の容量や、ウィービングの容量に対する影響など未解決のまま残された分野も少なくない。またほかの立場から解析を進めることも必要であるので、これらの問題について今後考察を進めるつもりである。

最後にこの研究に当って京都大学 米谷栄二教授のご指導、佐々木綱助教授、岐阜大学 加藤 晃講師のご協力をいただいたこと、および昭和 34, 35 年度の文部省科学研究費を受けたことを記して深く感謝する次第である。

参考文献

- 1) Pipes, L.A. : An operational analysis of traffic dynamics, Journal of Applied Physics, Vol. 24, March 1953
- 2) Kometani, E., Sasaki T. : On the stability of traffic flow, Journal of the Operations society of Japan, Vol. 2, Oct. 1958 No. 1
- 3) Raff, M.S. : The distribution of blocks in an uncongested stream of automobile traffic, Journal of the American Statistical Association 46, 1951
- 4) 米谷栄二・佐佐木綱 : 混合交通における追越しの確率と交通量算定法, 土木学会誌 39 卷 11 号, 1955
- 5) Lighthill, M.J., Whitham, G.B. : On kinematic waves, II. A theory of traffic flow on long crowded roads, Proceeding of Royal Society, London. A 229, 1955
- 6) 枝村俊郎・稲見俊明 : 連合性を考慮した分布の交通流への適用について, 第 3 回日本道路会議論文集, 1955
- 7) Darmstadt, T.H. : Theorie der Zeitlücken von Strassenverkehrsstromen, Strasse und Autobahn, April, 1958
- 8) 交通容量特別研究部会 : 高速道路の交通容量, 高速道路調査会, 1960
- 9) 新藤天彦彦 : 都心部交差点における交通容量について, 第 3 回日本道路会議論文集, 1955

(原稿受付 : 1961.7.11)

ON THE CAPACITY OF CROSSROADS EQUIPPED WITH TRAFFIC SIGNAL

By *Shinzō Watanabe, C.E. Member*

1. Distribution of Headway

While the traffic volume is relatively small and each vehicle can flow independently, the distribution of headway of traffic flow may follow the probability laws known as Poisson distribution.

When some of the vehicles flow in bumper to bumper under the influence of traffic control or—capacity of roadway, the distribution of headway cannot be expressed by Poisson distribution.

To analyze such a traffic flow, author divided the traffic flow into restricted flow and random flow, and was able to express as follows :

$$P(\theta) = N\gamma t_1 e^{-\theta/t_1} + N(1-\gamma)(t_2 - \epsilon)^{-(\theta-\epsilon)/t_2} \dots\dots\dots (1)$$

where, $P(\theta)$ = probability of the arrival of one vehicle during the given length of time interval θ

N = the number of vehicles arriving in the unit time

γ = the ratio of the number of vehicles according to random flow and the total number of vehicles

t_1 = the mean headway in random flow

t_2 = the mean headway in restricted flow

ϵ = the minimum headway

Minimum headway can be expressed as follows :

$$\text{Headway} = t_0 + v/2\beta + L/v \dots\dots\dots (2)$$

where, t_0 = PIEV time of driver (sec)

v = speed of vehicle (m/sec)

β = deceleration of vehicle (m/sec)

L = length of vehicle (m)

When the headway is a function of v , (here β and L are assumed constant), the minimum headway required is as follows,

$$\begin{aligned} d\epsilon/dv &= 1/2\beta - L/v^2 = 0 \\ v &= \sqrt{2\beta L} \\ \epsilon &= t_0 + \sqrt{2L/\beta} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

When the traffic flow is composed by vehicles of various speed formula (3) may be expressed as follows

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n a_i \epsilon_i \dots\dots\dots (4)$$

where, a_i = the ratio of the number of vehicles running at a speed of i and the total traffic volume

ϵ_i = the minimum headway of the vehicles running at a speed of i

2. Maximum Capacity of Crossroads Equipped with Traffic Signal, N_i

When the maximum capacity of crossroads equipped with traffic signal is defined as follows ; “Maximum capacity is the maximum number which can pass through a crossroads equipped with traffic signal at minimum headway during a green signal”, it is clear that right turn vehicle cannot enter this flow. Then N_i is expressed as follows :

$$\left. \begin{aligned} N_i &= \sum_{k=1}^K P(k) 3600 n_k / c \\ n_k &= (g - t_0 - v_k/2 a_k) v_k / (\sum_{i=1}^k a_i s_i + t_0 v_K) \end{aligned} \right\} (5)$$

where, $P(k)$ = probability of containing one vehicle belonging to K -group of speed at least during in one cycle of traffic signal

n_k = the number of vehicles belongs to K -group of speed in one cycle of traffic signal

C = one cycle duration of traffic signal (sec)

n = total traffic volume enter intersection during in one cycle of traffic signal

v_k = average speed of K -group

a_k = mean acceleration of K -group

S_i = headway of any group i , expressed in terms of length

3. Decrease of Capacity due to Right Turn Movement

In the case of left side traffic, the right turn traffic must stop and wait at the crossroads until the facing traffic pass through. While the number of right turn vehicles increases and over the capacity of waiting spaces at the crossroads, section, the right turn vehicles are forced to

stop on the running traffic lane and so the capacity of the street decreases. Probability of the number of right turn vehicles exceeds the capacity of the waiting spaces, is computed as follows :

$$Q(x) = 1 - \sum_{x=0}^{K+\bar{x}} n C_x p^x (1-p)^{n-x} \dots\dots\dots (6)$$

where, K = the capacity of waiting space at the crossroads

p = the ratio of right turn vehicles

where, x = the number of the right turn vehicles in one green signal duration

\bar{x} = the number of vehicles, which can right, while the facing traffic is stoppes.

Numerical value of $Q(x)$ is shown in Table -1.

4. Possible Capacity of crossroads Equipped with Traffic Signal, N_p

When the possible capacity of crossroads equipped with traffic signal " N_p " is defined as follows; "Maximum capacity is permitted the right turn vehicles within the limit of preference to the facing traffic", it is required as follows :

$$N_p = N_t \{1 - Q(x)\} \dots\dots\dots (7)$$

When the street has multiple traffic lanes, if it is supposed that the right turn vehicles pass through only the innerest lane and another lane permits only the straight traffic, the possible capacity for the multiple lane street will be required as follows :

$$N_{pr} = \frac{N_t}{r} \{r - Q(x_{n, rp})\} \dots\dots\dots (8)$$

where, N_{pr} = average possible capacity per lane, when the right turn ratio is p and the number of lane is r

$Q(x_{n, rp})$ = congestion probability

n : suffix of x indicates average traffic volume per green

r : the number of traffic lanes

p : the mean ratio of the number of right turn vehicles and total traffic volume. Only the innerest lane treats right turn vehicles, then the ratio of the right turn vehicles on the innerest lane becomes rp .

Table-1. shows a numerical example of the possible capacity.

Table 1. Value of Possible Capacity. Per One Traffic Lane (V.P.h.)

K	C=80 g=35 p=0.10 N _t =640			
	r=1	r=2	r=3	r=4
0	146			
1	369			
2	534	460		
3	609	538	500	
4	632	593	547	
5	638	623	587	553
6	639	634	615	582
7	640	638	630	607
8	640	640	634	625
9	640	640	637	633
10	640	640	639	637

g = green signal duration (sec)

Traffic flows at the minimum headway, used in the calculation of the possible capacity are the extreme condition, and in practice do not happen on ordinary streets. Then, to plan the crossroads, certain safety factor must be considered. Practical value of this safety factor cannot be decided in the similar standard.

Generally speaking, it is proper to assume that 50~70% of possible capacity corresponds to the practical capacity.