

軌道に生ずる高周波振動とその考察

正員 佐藤 吉彦*

1. 緒言

列車の通過によって軌道に発生する現象に関する力学的な研究は、列車荷重強度の増大に対する社会的、経済的な要請と、測定計器の発達とに支えられて、静的な現象から動的な現象へと進んできた。しかし従来の研究においては、実際上の必要と測定計器の関係から、研究対象とした周波数領域は数 100 cps を上限とするものであった。もちろん、これらの研究によって軌道のもつ多くの特性が明らかにされてきたわけであるが、列車の高速化、列車本数の増加は、レールの折損、道床劣化などの面から軌道に対する再検討を不可避なものとし、通過列車のもたらすいわゆる衝撃作用について、その本質を明らかにすることを必須のものとした。加えて、都市における列車騒音の防止、波状摩耗の原因の追求も、数 100 cps 以上におよぶ高周波振動に対する軌道の研究を必要とするに至った。

この論文では、このような軌道に生ずる高周波振動がもつ、いくつかの特性について明らかにすると同時に、高周波振動の立場から軌道各部が果たしている役割を追求することを試みた。

軌道を動力学的な立場からみた本格的な研究は、Tinoshenko, S.¹⁾ によって始められ、その後 佐藤 裕²⁾ によってまとめられている。しかし、これらの論文によって取扱われなかった数 100 cps 以上 10³ cps を越えるような振動（以下高周波振動という）の存在については、測定器の関係もあって Sonnevile, M. R.³⁾ の指摘を待たねばならなかった。彼は軌道構造において上部構造の研究が急務であることを説き、レールおよびまくら木の加速度を測定した結果、ここに 800~1 000 cps の 100 G におよぶ振動があることを示し、この研究にビブロジールが有効であるとした。そしてこのビブロジールによる実験の結果、レールとまくら木の締結にゴムパッドを用いれば、この高周波振動を削減できるとしたのである。

このような軌道における高周波振動の研究は、従来主として波状摩耗の発生に関係した立場から行なわれ、そのおもな結果は、Birmann, F.⁴⁾ によってまとめられている。それによれば、これらはいずれにしろ、主としてレール等軌道上部構造について研究されたものであり、特に Naake, H. T. の示すところによれば、レールの振動においては、頭部・底部などの部分質量の役割が重要

で、垂直方向(6 300 cps)・水平方向(1 400 cps)・ねじり(600 cps 以上)に対して、レール腹部をバネとした固有振動が存在するとし、8 m のレールを木まくら木上に固定して加振した結果によれば、垂直方向 800 cps、水平方向 430 cps の一次共振が存在するとしている。一方、軌道における Haeske の実測結果によれば、10⁴~10⁵ cps の間で全加速度が、100 G になっており、水平加速度では、3~6×10⁴ cps において、垂直加速度では 1.2×10⁴ cps において最大値があるとしている。

以上述べてきた従来の研究から、軌道に高周波振動が存在し、これはレールの固有振動に係るものであることが推定される。そこで、この論文では、新たに製作したチタン酸バリウムひずみ計を用いたレールひずみの直接測定と、まくら木以下の部分における加速度測定による軌道高周波振動存在の確認、この測定データの解析によって求めた高周波振動の特性、この高周波振動に対して軌道各部の果たしている役割の考察、軌道に高周波振動が発生する原因に対する考察を通じて軌道に生じている高周波振動の本質を追求する。

2. 軌道に生ずる高周波振動

軌道に既述の高周波振動が生じ得ることについては、すでに実験室内に設けられた実物軌道の衝撃加振によってあらかじめ確認していた⁵⁾が、営業軌道でこの振動の発生を実際に測定し、その状態を明らかにする目的で、国鉄・東海道本線と帝都高速度交通営団(地下鉄)・銀座線の 2 ヲ所⁶⁾で実測を行なった^{6),7),8)}。

(1) 測定条件と測定結果

軌道に生ずる高周波振動を測定するにあたって第一に必要なとされたのは、数 100 cps という従来の測定周波数領域の上限を越える測定器であった。この測定器として筆者が用いた装置は、表-1 に示すものである。この測定装置で従来のひずみおよび加速度の測定装置と異なっ

表-1 測定装置

測定対象	レールひずみ	まくら木・道床加速度
ピックアップ	種類	チタン酸バリウムひずみ計
	規格	有効長 15mm 特別注文
アンペア	ブリアンパ(自作)とブラウン管オシログラフに内蔵のアンペア	チタン酸バリウム加速度計
オシログラフ	東京電機精機 KK 製 2 現象ブラウン管	Bruekjaer 社製 4329 型 固有振動数 25 000 cps
記録用カメラ	Canon 製	TG0-130 型 オシログラフ
測定可能周波数		VT 型カメラ F. 1.2
測定回路数		10~10 ⁴ cps
		2

* 東大工博 国鉄・鉄道技術研究所

ている点は、オッシロ グラフにブラウン管オッシロ グラフを用いた点であり、その結果、ひずみ-電気変換器として新たにチタン酸バリウムひずみ計^{(9),(10),(11),(12)}を作ることとなったことである。この装置の周波数特性は、その固有振動数、アンプの特性などから $10 \sim 10^4$ cps を測定対象にとれるものである。

測定は、東海道本線では大船→辻堂の下り客車線で行ない、軌道構造は表-2に示すように砂路盤-砕石道床-PC まくら木-50 kg P S レールを用いた長大レールの代表的線区である。地下鉄の場合には三越前→神田の軌道で、構築底盤-コンクリート道床-木まくら木-50 kg P S レールを用いたものである。この両軌道で抵抗線ひずみ計を用いて列車通過時のレールひずみを測定した結果では、底部フランジの長手方向ひずみとして最大 440×10^{-6} (東海道本線) と 400×10^{-6} (地下鉄) を生じ、ひずみの時間的な推移とその軌道各部における分布には、従来の研究^{(13),(14),(15),(16),(17)}と特に異なっている点は認められなかった。

表-2 測定軌道の条件

		第1回	第2回	第3回
測定地点	線路別	国鉄、東海道本線大船→辻堂下り客車線	帝都高速度交通営団地下鉄銀座線	三越前→神田、B線
	測定地点	東京起点 53.800 km	渋谷起点	9.570 km
軌道	基礎	砂路盤	鉄筋コンクリート構築	702型
	道床	砕石、厚: 250mm	コンクリート道床	
	まくら木	種類: コンクリートまくら木国鉄1号 間隔: 48丁/25m×52cm	木まくら木(大部分は 200×150×650mmの短まくら木)	平均 59.5cm
条件	レール	種類: 50 kg P S 長さ: 650m	50 kg P S	84m
	締結装置	標準G型	鉄タイプレート並型を用いた大釘どめ	ゴムタイプレート地下鉄12号型を用いた大釘どめ
	測定年月日	1958年6月	1959年7月~8月	1959年9月

以上のような測定条件のもとで得られた測定記録は、図-1に図示するようなものである。この記録は、列車が測定断面を通過しているときに、2現象ブラウン管オッシロ グラフの横軸を任意に掃引して得たものであり、1枚の写真における2個の現象記録は同時に水平掃引されている。

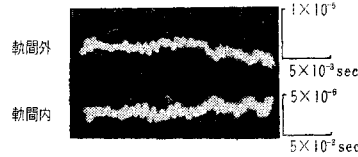
これによれば、レール腹部垂直方向ひずみは、まくら木中間で、 5×10^{-6} 程度の振巾をもつ高周波振動を生じ、

図-1 測定記録-地下鉄

Fig. 1 The record of the measured strain and acceleration. (The Ginza Line)

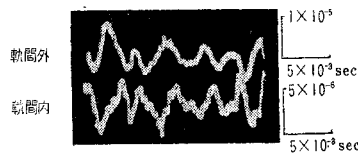
(a) まくら木中間レール腹部垂直方向ひずみ

The vertical strain of the rail web between ties



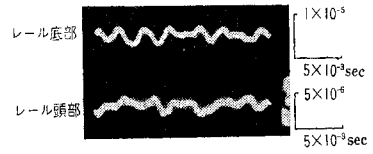
(b) まくら木直上レール腹部垂直方向ひずみ

The vertical strain of the rail web on a tie.



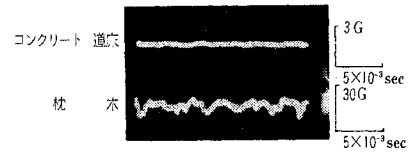
(c) まくら木直上レール腹部垂直方向ひずみ

The longitudinal strain of the rail on a tie.



(d) まくら木・道床加速度

The vibrational acceleration of a tie and the Lower slab of the structure.



その振動も同様であるのに対し、まくら木直上ではその変化は複雑になり、高周波振動は数 100 cps の従来も認められていた振動に重畳した形で存在している。一方、レール長手方向ひずみでは、高周波振動は頭部にだけ認められ、これが、数 100 cps の上下方向に関するはりとしてのレールの曲げ振動に重畳している。まくら木と、コンクリート道床である構築底盤における加速度の測定では、まくら木の上下方向加速度にこの高周波振動が認められる。

さらにこの記録で、レール腹部垂直方向ひずみの軌間内外におけるひずみ変化をみると、いずれの場合にもこの高周波振動ひずみは、その時間的な推移がほぼ等しく、位相が 180° ずれているので、このひずみは、レール断面に関する腹部の曲げひずみになっていることがわかる。

以上述べてきたことは、地下鉄の実測で得た 547 枚の記録と、東海道本線で得た 75 枚の記録を通じて共通にいえることであり、高周波振動は腹部垂直方向ひずみを主体として、レールに発生していることを確認できた。

(2) 軌道高周波振動の特性

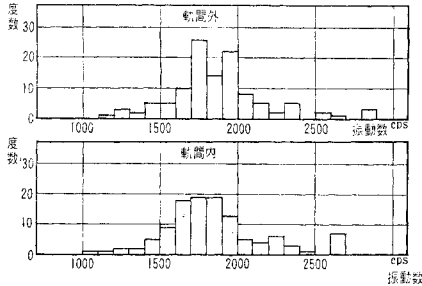
つぎに、軌道に生じている上記のような高周波振動の特性を、その振動数と振巾分布を通じて追求する。

a) 振動数 この高周波振動の振動数を確定するために、図-1の測定記録で波頂間の時間を測定し、これからその振動数を計算して、頻度分布を求めた一例が 図-2 である。

この振動数の頻度分布から、レール腹部に顕著に認められている高周波振動は、1800 cps を中心とし 1500~2000 cps の振動であるということが出来る。レール頭部の長手方向ひずみに認められる高周波振動も、この振

図一2 軌道高周波振動の振動数
一地下鉄・まくら木中間レール腹部垂直方向ひずみの場合一

Fig. 2 The frequency of the high frequency vibration in the track—the vertical strain of the rail web between ties (The Ginza Line)



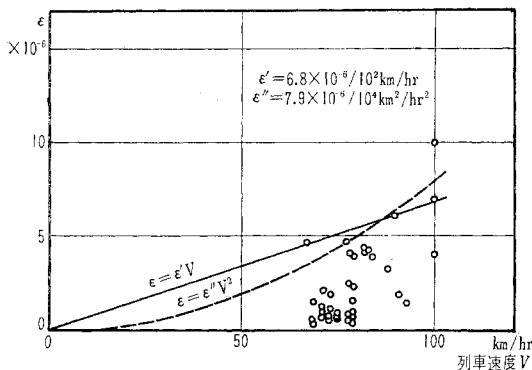
動数の振動であるが、ここにはこのほか、東海道本線の実測でレール底部長手方向ひずみとともに、微小振巾で1000~1500 cpsの振動が測定されている。一方、地下鉄における測定でも、このレール頭部長手方向ひずみにはレール腹部垂直方向ひずみと同種の振動のほかには2500 cps程度の振動が記録された例もあり、ここには種々の高周波振動が生じ得ることを推定させる。

b) 振巾 高周波振動の軌道における分布を明らかにするために、測定記録(図一1参照)1枚について高周波振動の最大全振巾を各1個読取った。この最大振巾を列車の走行速度に対して図示したのが図一3である。この図によれば、軌道に生ずる高周波振動ひずみは速度とともに漸増し、図中の実線で示した直線*あるいは破線で示した2次曲線*で表示される。この両曲線のどちら

図一3 高周波振動の振巾

一東海道本線・まくら木中間軌間外レール腹部垂直方向ひずみの場合一

Fig. 3 The amplitude of the high frequency vibration in the track—the vertical strain of the rail web outside the gauge (The Tokaido Line)



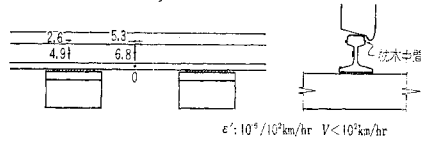
* この両曲線は図示した最大全振巾を示す点の95%をふくむものである。

が適当であるかは今後の検討にまつこととして、さし当り直線の係数 ϵ' によって測定点のひずみおよび加速度を代表させ、軌道各部の振動を図一4(a)~(d)と比較してみると、以下のことがわかる。

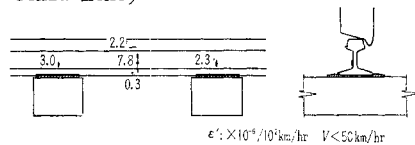
図一4 高周波振動の振巾

Fig. 4 The amplitude of the high frequency vibration in the track.

(a) レールひずみ係数—東海道本線
The index of the rail strain (The Tokaido Line)

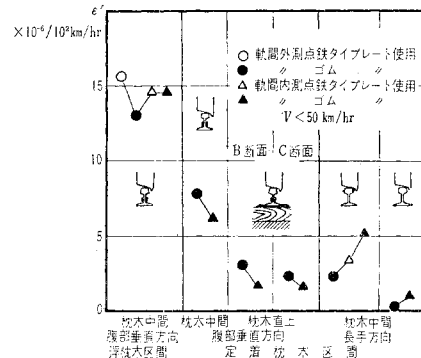


(b) レールひずみ係数—地下鉄
The index of the rail strain (The Ginza Line)



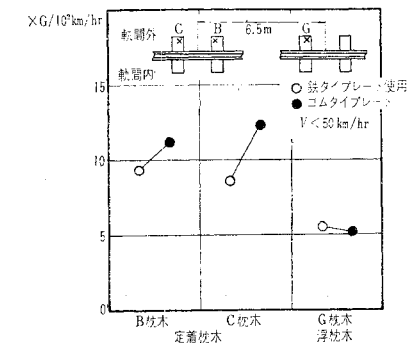
(c) レールひずみ係数—測定条件による差—地下鉄
The difference of the rail strain index due to track condition (The Ginza Line)

The difference of the rail strain index due to track condition (The Ginza Line)



(d) まくら木上下方向加速度係数—地下鉄
The index of the vibrational acceleration of ties (The Ginza Line)

The index of the vibrational acceleration of ties (The Ginza Line)



すなわち、レールひずみにみられる高周波振動には、まず定性的に次の事実がある。①まくら木中間の腹部垂直方向ひずみが最大である(図-4(a),(b))。②これにまくら木直上の腹部垂直方向ひずみとまくら木中間の頭部長手方向ひずみがほぼ同振巾でつぐ(図-4(a),(b))。③東海道本線と地下鉄の場合ではひずみ分布が異なっており、東海道本線の方がまくら木直上とまくら木中間で振動振巾が平均化の傾向にある(図-4(a),(b))。④レールの固定度(浮まくら木区間は短まくら木なので浮まくら木になることはレールの固定度が悪くなることを意味する)による腹部垂直方向ひずみの差異は顕著である(図-4(c))。⑤ゴムタイププレートと鉄タイププレートによる差異は認められない(図-4(c))。

これに対し定量的には、①最大のひずみは地下鉄の浮まくら木区間のまくら木中間腹部垂直方向ひずみに生じており、 $15.6 \times 10^{-6} / 10^2 \text{ km/hr}^2$ である(図-4(c))。②東海道本線の測定と、地下鉄でレールの固定条件がよい場合の測定で、まくら木中間の腹部垂直方向ひずみは両者とも $7 \sim 8 \times 10^{-6} / 10^2 \text{ km/hr}^2$ であり、ほぼ等しい値になっている(図-4(a),(b))、ということがある。

一方、まくら木の加速度(地下鉄)について同様の解析を行なってみると(図-4(d))、その振巾は $10 \text{ G} / 10^2 \text{ km/hr}^2$ 程度である。まくら木の定着条件の影響に関しては、レールとの結合も悪かったGまくら木で、定着まくら木の場合の1/2の振巾になっている。

この測定は、高周波振動という従来未知の軌道現象に関する研究であったために、現在までの測定では、連続記録をとることも統計的処理を意図した測定を行なうこともできなかったが、ここで取扱った全測定は終始ブラウン管面を直視して行なったものであり、図-1に示したような記録は、全現象を代表するものであることを確かめつつ得たものであった。上記のような検討の結果、測定値に関する脚注の例外を除き、すべての現象およびその値は、同一範疇に入るものであった。

(3) 要約

以上によって明らかにされたことは、 10^4 cps までの振動を測定できる装置で、レールひずみを主体として軌道振動を測定した結果、レールひずみには従来も認められていた数 100 cps の振動のほか、 $1500 \sim 2000 \text{ cps}$ の振動がレール腹部垂直方向ひずみのうちまくら木中間において特に顕著に認められたことである。この $1500 \sim 2000 \text{ cps}$ の振動は、レール断面に関する腹部の曲げ振動である。この振動は数 100 cps の振動ひずみと同じく列車速度に対して反応し、以上の測定で一般的に認められた最大のひずみ係数 ϵ' は $16 \times 10^{-6} / 10^2 \text{ km/hr}^2$ であるが、レール内における分布・絶対値などはレールの

* このひずみには、例外的に $19.7 \times 10^{-6} / 42 \text{ km/hr}^2$ という値を生じている。

支持条件によってかなりの影響を受けるものと推定される。しかしこの測定で明らかにされた限りでは、ひずみの絶対値そのものは現在のところ特に顧慮すべきほどのものではない。

3. 高周波振動に対する軌道各部の役割

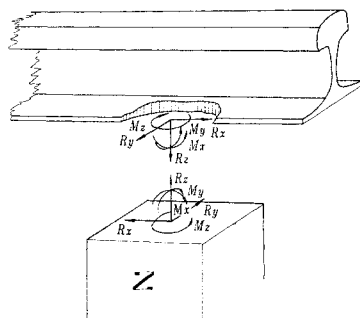
軌道は無限の延長をもつと設定できる構造物であるから、そこには無限の固有値があると考えることができる。しかし現実の問題としては、これら固有値のすべてを考慮しなければならないわけではない。列車速度が遅かった時代には静的な状態における固有値を考えれば十分であったのが、その速度の増大とともに動的な固有値に関係した路盤とまくら木に基因する固有振動を考慮するようになってきたのである。そして現在、その速度と通過荷重の増加が、高周波振動の研究という形で、さらにいくつかの固有値と、それにもつづく軌道の特性に対する検討を要求している。

前節において筆者は、このような周波数領域における研究を進めるための測定装置と、これを用いてレールひずみを主体として営業線を測定した結果を概括し、レールには、 $1500 \sim 2000 \text{ cps}$ にレール断面に関する腹部曲げひずみとして卓越する振動があることを指摘して、これのもついくつかの特性を明らかにした。そこで本節では、この振動のもつ意味と同時に、軌道各部がこれら高周波振動に対して果たしている役割を追求する。

軌道は、レールが既存の条件であると考えれば、ふたつに大別することができる。すなわち車両の走行路を与えると同時に荷重分配の役割を果たしているレールと、これを支える「レール支持系」とでも名づけるべき部分である。そしてこの両系は、力学的にはこの間に働く図-5に示すような内力によって結合されている。このことは逆にいうと、軌道は、このような内力をおのおのに対する外力と仮定すれば、レールとレール支持系のふたつに分割して考えられることを意味する。そこでまず最

図-5 レールとレール支持系を結合するまくら木反力

Fig. 5 The force acting between rail and rail supporting system.



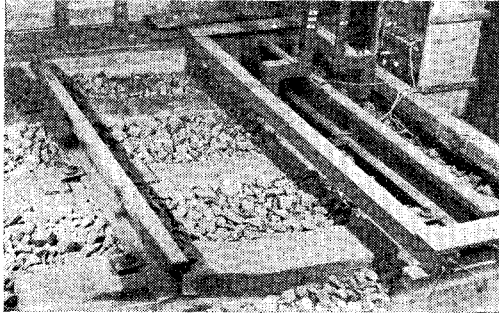
初に、この内力をまくら木反力と名づけ、これに対する考察を進める。

(1) まくら木反力

このまくら木反力の特性を知るために、実物と同じ構造をもち、長さだけが短い図-6のような軌道を実験

図-6 実験軌道

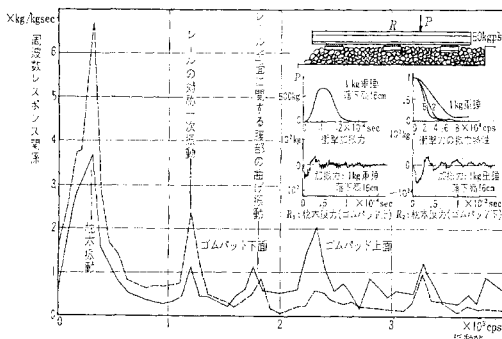
Fig. 6 The track used for experiments.



室内に作り、まくら木反力のなかで主たる役割を果たすと考えられた軸方向力 R_z を測定し解析した。すなわちこの軌道を、レール頂面に加えた落下重錘による衝撃力で加振し、加振衝撃力とまくら木反力の分析から、まくら木反力の動特性を周波数レスポンス関数に⁽¹⁸⁾ によって表示したのである。このまくら木反力の測定には、直径 50 mm、厚さ 4 mm のチタン酸バリウム圧電子片 4 枚を鋼製の箱の中に固定したものを用い、一方、衝撃力は、載荷するレール頂面上にチタン酸バリウム圧電子片を置きこれを鋼板で締めつけ、その上に重錘を落下させることによって測定した。この測定による測定記録の一例を図-7 の枠内に示す。この測定記録から、数値フーリエ解析法によって求めた上記周波数レスポンス関数を図-

図-7 まくら木中間レール表面→中央まくら木反力の周波数レスポンス関数(振巾)一実験軌道

Fig. 7 The frequency response function connecting the rail surface and the force acting between the rail and the middle tie(The Track used for Experiments.)



* 加振点に単位正弦関数力を加えた場合に求められる応答正弦関数の振巾・位相を表す。

7に示す。この図に実線で示した折線は、ゴムパッドの上面におけるまくら木反力に関して求めた周波数レスポンス関数であり、破線の折線はゴムパッド下面まくら木反力に関する周波数レスポンス関数である。この両曲線は、300 cps, 1200 cps, 1800 cps, 2300 cps, 3300 cps にある各ピークによって特徴づけられている。これらピークのうち、最大のものは 300 cps のそれであり、2300 cps, 1200 cps のピークがこれにつぐ。これらのピークはいずれにしるこの実験軌道の固有振動数に相当するわけであるが、実際に列車の走行する営業軌道のそれとの対応が重要である。

300 cps のピークに相当する振動(以下単に「300 cps の振動」というように書く)は従来も認められていたまくら木に関係した振動であり、1200 cps の振動は、この軌道のレールひずみと、はりとしてのレールの固有振動数を検討の結果、まくら木を支点とする 2 連続はりとしてのレールの固有振動に相当するものであった。1800 cps の振動は、レールのまくら木を支点とするはりとしての固有振動には無関係である。しかし、これは営業軌道における実測で認められたレール断面に関する腹部の曲げ振動の振動数によく一致しており、またこの軌道で行なったレールひずみの測定でも認められている振動である。これについては次項でさらに検討する。2300 cps, 3300 cps の振動はレールひずみの測定では抵抗線ひずみ計を用いたために測定できなかった振動であるが、はりとして仮定したレールの固有振動数の計算によれば、端部まくら木からの突出部の固有振動数 2580 cps と、2 連続はりとしたレールの逆対称 2 次の固有振動数 3840 cps がそれぞれ近い値を有する。

営業軌道のレールははりとしては無限連続ばりに相当する。その意味では、特殊な理論⁽¹⁹⁾ を用いなければならないが、そこにはそれに応じた固有振動があるわけであり、加振力いかにによってこれが実際に現出するであろうことは上記の測定とその解析からも推定される。

つぎに、このまくら木反力の周波数レスポンス関数をゴムパッドの上・下面について比較する。この曲線の絶対値を比較することは、チタン酸バリウム磁器を圧電子片として用いるときの信頼度の点から妥当ではないので、その全体の変動に注目してみると、この両曲線はピークに相当する固有振動数において良く一致していることと、ゴムパッド下面の周波数レスポンス関数は上面にくらべて 1000 cps を越えるような高周波振動の領域において低減していることが知られる。

(2) レール断面各部の役割

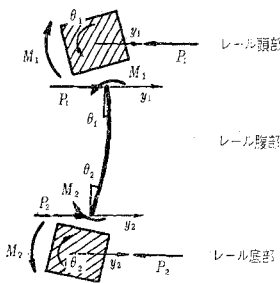
レールひずみの実測で高周波振動がもっとも顕著に生じていたのはレール腹部であり、このひずみはレール断面に関する腹部の曲げ振動ひずみであった。しかもこの

振動は、まくら木中間においてもっとも卓越しているので、レールの固有振動にもとづくものであると考えられるが、このような振動は、レールを長手方向に関するはりと考えることから説明できない。そこで以下において、レール断面に関する固有振動について検討を行なう。

レール腹部では曲げひずみが卓越していた事実を考え、レール断面のうち腹部を無質量はりと仮定し、頭部および底部をそのはりに剛接する剛体と考えて、図-8に図示するモデルを設定する。このモデルは次の4式で規定される。

図-8 レール断面に関する振動モデル

Fig. 8 The Vibrational model of the rail section.



$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -\frac{6EI}{l^3} (2y_1 + l\theta_1) + \frac{6EI}{l^3} (2y_2 + l\theta_2) \dots\dots\dots (1.a)$$

$$m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = -\frac{6EI}{l^3} (2y_2 + l\theta_2) + \frac{6EI}{l^3} (2y_1 + l\theta_1) \dots\dots\dots (1.b)$$

$$I_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = -\frac{2EI}{l^2} (3y_1 + 2l\theta_1) - \frac{2EI}{l^2} (3y_2 + 2l\theta_2) + \frac{6EI}{l^2} (2y_2 + l\theta_2) \dots\dots\dots (1.c)$$

$$I_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = -\frac{2EI}{l^2} (3y_2 - 2l\theta_2) - \frac{2EI}{l^2} (3y_1 + 2l\theta_1) + \frac{6EI}{l^2} (2y_1 + l\theta_1) \dots\dots\dots (1.d)$$

この式で m_1, I_1, I_2, l, E に、50 kg PS レールで求められる表-3の数値を与え、表-4の6極限状態について固有振動数を計算した結果を図-9に示す。この図にはさらに東海道本線と地下鉄の軌道条件のもとで、レールを、まくら木を支点とする単純はりと仮定した場合の固有振動数と、50 kg PS レールで頭部と底部を質量と仮定して、腹部をそれを結合するバネと考えた場合の固有振動数をもあわせて示した。

表-3 50 kg PS レールの各数値

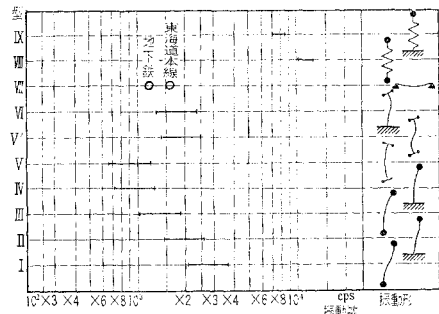
記号	数値	単位
m_1	2.20×10^{-4}	kg sec ² /cm
m_2	2.05×10^{-4}	"
I_1	4.37×10^{-8}	kg cm sec ²
I_2	1.12×10^{-2}	"
l	$2.43 \sim 7.72 \times 10^{-1}$	cm ⁴
E	7.064	cm
	2.1×10^8	kg/cm ²

表-4 固有振動数計算の条件

型	条件	状態
I	$I_1 \rightarrow \infty$	腹部の変形を両端固定はりと仮定した場合
II	$I_1 \rightarrow \infty$ $m_2 \rightarrow \infty$	腹部の変形を両端固定はりとし、かつレール底部を固定すると仮定した場合
III	$I_1 = 0$ $I_2 \rightarrow \infty$	腹部の変形を片持はりと仮定した場合
IV	$I_1 = 0$ $I_2 \rightarrow \infty$ $m_2 \rightarrow \infty$	腹部の変形を片持はりとし、かつレール底部を固定すると仮定した場合
V	$y_1 = 0$	レールの頭部と底部に回転しか生じないと仮定した場合
VI	$y_1 = 0$ $I_2 \rightarrow \infty$	レールの頭部に回転だけが生じ底部を固定すると仮定した場合

図-9 各極限状態における固有振動数

Fig. 9 The natural frequency of the model shown in Fig. 8 under the limited conditions.



この図-9によれば、1500~2000 cps という実測に認められたレール断面に関する腹部の曲げ振動は、腹部をはりと考えた図-8のレールモデルの固有振動数範囲と重疊しており、その振動型に関して十分検討すべきことを示している。この図のなかで、Timoshenko, S. がレールの横曲げのさいに仮定した腹部変形であるI-II型の固有振動数は値が高くなりすぎているし、一方、頭部の回転慣性を無視したII-III型では低くなり過ぎている。そこで、頭部・底部の回転慣性だけを考慮したV-VI型の固有振動数を見ると、これはI-II型より低くあるいは同程度になっているので、III-IV型ほど現実のレールの固有振動数が低下することはないと考えられる。この図からはさらに、底部の回転慣性が1500~2000 cpsで有効に働いていることと、底部の固定度が固有振動数にかなりの影響をおよぼし、自由な場合と完全固

定の場合では 1.5~2.0 くらいの差を生ずることが知られる。

以上の事実を総括すると、実測に認められたレール断面に関する腹部の曲げ振動は、図-8 のレールモデルで近似されるレール断面の固有振動にもとづくものであり、腹部の振動形は、底部固定、頭部半固定で規定されるはりとしての変形であらわされるものと推定される。

(3) レール支持系の役割

この「軌道の高周波振動の問題」のように、事物に新たな条件が加わった場合には、その条件に対して事物を構成する各要素の特性をあらためて検討する必要がある。そこでここでは、高周波振動に対してレール支持系の果たしている役割を理論的に追求する。

すでに述べたように、レール支持系にはまくら木反力が外力として作用する。そこでこのような力に対してレール支持系が示す応答特性をなんらかの形で示すことが重要である。筆者はこのような特性を示すものとして、一定変位を生ずるのに必要な力の応答である支持インピーダンスを取上げ、部分的にこの逆数で、一定外力を加えた場合に生ずる変位の応答である支持アドミッタンスにより考察を進めた。

以下、3.(1) 項の場合と同様、まくら木反力のなかで高周波振動にとってもっとも重要と考えられる軸方向力 R_2 に対するレール支持系の特性を追求する。

レール支持系を従来の仮定にもとづき、図-10 のまくら木と道床・路盤を考慮したモデルによって表示する。ここで、 Z と書いたのはゴムパッドをふくむレールとまくら木を結合するレール締結装置である。この場合にレール支持系の支持インピーダンスは、剛さマトリックス法²⁰⁾によって計算の結果次のように表示される。

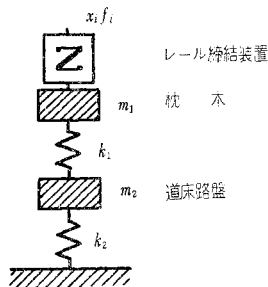
$$z = \frac{\frac{1}{k_2}(Z_{21} - m_1 w^2 Z_{22}) + \left(1 - \frac{m_2}{k_2} w^2\right)}{\frac{1}{k_1}(Z_{11} - m_1 w^2 Z_{12}) + \left(1 - \frac{m_2}{k_1} w^2\right)} \dots \dots \dots (2)$$

$$\left\{ \frac{Z_{21}}{k_1} + Z_{22} \left(1 - \frac{m_1}{k_1} w^2\right) \right\}$$

$$\left\{ \frac{Z_{11}}{k_1} + Z_{12} \left(1 - \frac{m_1}{k_1} w^2\right) \right\}$$

図-10 レール支持系モデル

Fig. 10 The vibrational model of the rail supporting system.



ただし、 $\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}$: レール締結装置の剛さマトリックス。

w : 円振動数

そこでつぎにこの(2)式で、レール締結装置を図-11のように仮定し、表-5の数値について具体的に支持インピーダンスを計算したのが、図-12の実線である。

図-11 レール締結装置のモデル

Fig. 11 The vibrational model of the rail fastening

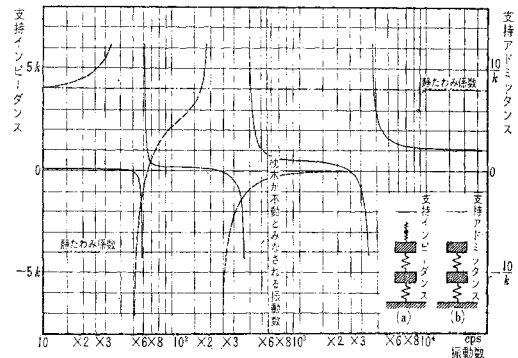


表-5 レール支持系の各数値

記号	数値	単位
mg	8×10^{-1}	kg
$m_1 g$	2.5×10	"
$m_2 g$	5.7×10^2	"
k	2.0×10^5	kg/cm
k_1	5.0×10^4	"
k_2	5.0×10^4	"

図-12 レール支持系の特性

Fig. 12 The response curve of the rail supporting system.

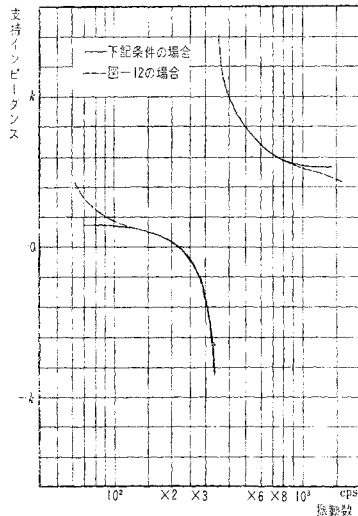


これによれば、支持インピーダンスは振動数が高くなるにしたがって、正の一定値から徐々に減少して0を経て負になり、負の無限大になってそこで正の無限大に変わり、これがふたたび小さくなって正の一定値に達するという過程をくり返して、次の6個の特異点を有する。すなわち、1次の特異点—0点 43 cps と極点 60 cps, 2次の特異点—0点 240 cps と極点 390 cps, 3次の特異点—0点 2550 cps と極点 3500 cps である。

このグラフで、0点および極点のような特異点の付近では、これら特異点の影響が支配的なのであり²¹⁾、また、支持インピーダンスの持つ4個の水平部は、高い振

動数から低い振動数になるにしたがって、それぞれ、 $k, k/2, 1/\left(\frac{2}{k} + \frac{1}{k}\right) = 0.167k, 1/\left(\frac{2}{k} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) = 0.100k$ に近い値を示しているので、各特異点の付近では、その特異点に対応した質量だけが有効に働き、それから下の質量は不動、それから上の質量は無視できるという領域があると推定され、計算の結果このことは 図-13 の程度に妥当である。以上のような意味で、高周波振動の領域においては、まくら木が不動になると考えられたので、図-12 枠内 (b) のモデルについては支持アドミッタンスを計算の結果、図-12 の破線の曲線を得た。そこで、この支持アドミッタンスが静たわみの 1/10 になる振動数をまくら木が不動であるとみなせる目安とすれば、この振動数は 550 cps となる。

図-13 支持インピーダンス—図-10 でまくら木の質量だけを考え、地盤質量を不動、レール締結装置の質量を無視した場合 Fig. 13 The impedance response of the model gotten by taking account of only the mass of the tie, assuming the roadbed not to move and neglecting the mass of rail fastening, in the model of Fig. 10.



以上のようなことから、レール支持系が 図-10 のモデルで近似できるものとした場合には、高周波振動の領域でレールに対する特性に支配的な役割を果たしているのはレール締結装置であることが知られ、このレール締結装置の特性はまくら木を不動と仮定し、この系だけの検討によって求められることになる。

4. 軌道高周波振動の発生原因

軌道に振動を発生させる原因を求明することは、その振動を支配する法則を知る上できわめて重要である。しかしこれにはいづれにしろ、車輪とレールの走行時の接

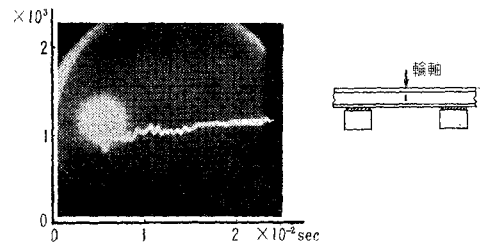
触問題に関係し、その本質の追求は安易な道ではない。この原因に関係するものとしては次の例が考えられる。

- (1) 車両側に原因があって、これが輪軸を通じて伝えられる場合
- (2) 輪軸と軌道との相互作用
 - (a) 上下方向に関するもの
 - (b) 接触面に関するもの

この(2)の(a)としては、具体的にはレール継目、レールの Lowspot、車輪の Flatspot のほか、レールの波状摩耗などの異状摩耗、車輪の真円度などに関係して、レールと輪軸の間で衝撃的な現象が生ずることが考えられる。実際の軌道でレール上に輪軸を落下させてそのレールひずみを 2. (1) で述べた方法で測定した結果 (図-14 参照) によると、この際には高周波振動が発生しており、輪軸落下点直下の腹部垂直方向ひずみからみると、これはレールだけの振動ではなく、レールと輪軸の間に働く力自体が変化していることを示している。輪軸全体の質量による落下時の衝撃持続時間からは、高周波振動の発生を期待できないが、腹部垂直方向ひずみにみられる最初の鋭いひずみ変化はレール頂面に加わった衝撃力が、軌道に高周波振動を十分発生させ得るものであることを示している。そこで、このような衝撃力の発生には輪軸のうち車輪の部分質量が重要な役割を果たしていると考えられる。列車の走行中常に上下方向に輪軸落下のような作用があるとすれば、高周波振動ひずみを 5×10^{-6} とした場合で、0.6 mm の落下高に相当する。

図-14 輪軸落下によるレール腹部垂直方向ひずみ—50 kg PS レール・コンクリートまくら木・砕石道床軌道の場合

Fig. 14 The vertical strain of the rail web caused by dropping of the wheel set on the track which is constituted with 50 kg PS rail, concrete ties and the crushed Stone ballast.



一方、(2)の(b)については、現在わが国で用いられている車輪が円錐型車輪であることのために、転動に関する幾何学的考察からも知られるとおり、車輪がレール上を走行するためにはレールと車輪の間で密着—すべりのくり返しを必要とする。そしてこの密着からすべりを生じる過程でレールに階段関数であらわされるような力が働くことが想定されるのである。

5. 結 語

軌道は自然の中で鉄道線路のために構成された路盤の上に、列車の走行路を実現するための構造物である。この軌道は従来、必要に応じて加えられた部分改良によって構成された歴史的構造物とでもいふべきもののように思われる。それだけにまたその中を支配している法則は課せられる条件に関して限界的なものが少なくない。ここではそのような法則に関係して高周波振動という現象をとり上げ、レールひずみを主体としてその状態を述べ、それに対して軌道各部の果たす役割を、レールとレール支持系という立場から論じた。

時代の推移とともに、鉄道そして軌道に課せられる条件も絶えず変化する。そのような条件のもとにあってわれわれ土木工学者は、常にもっとも妥当な軌道を実現することを必要とする。

おわりに、この論文は東京大学大学院在学当時の研究結果をまとめた学位論文「軌道の高周波振動に関する基礎的研究」の要旨であることを付記し、終始御指導頂いた東京大学生産技術研究所 岡本舜三教授に厚く御礼申し上げる。

参 考 文 献

- 1) Timoshenko, S.: "Method of Analysis of Static and Dynamic Stresses in Rail". Proc. of the Second International Congress for Applied Mechanics, 1-12 ((Zürich).
- 2) 佐藤 裕: 「軌道の動力学的強さ」, 鉄道業務研究資料, 第12巻第10-11号.
- 3) Sonnevile, M. R.: "Contribution a la Modernisation des Voies Ferrées." Conference faite á Bruxelles, 1951.
- 4) Birmann, F.: "Schienentrippeln. Ihre Erforschung und Verhütung-Neues aus der Riffelforschung der Deutschen." V.D.I., Z-100, Nr. 26, 1958.
- 5) 岡本舜三・佐藤吉彦: 「梁の衝撃曲げによって生ずる支点の反力について, 第2報 (模型軌道の衝撃加振)」, 土木学会年次学術講演会(前刷), 1957年.
- 6) 岡本舜三・久保慶三郎・佐藤吉彦: 「レールに生じた高次振動」, 生産研究, 第11巻第2号, 1959年.
- 7) 岡本舜三・佐藤吉彦: 「レールに生ずる高次振動」, 土木学会年次学術講演会(前刷), 1959年.
- 8) 岡本舜三・佐藤吉彦: 「軌道に生ずる高周波振動」, 土木学会年次学術講演会(前刷), 1960年.
- 9) 岡本舜三・佐藤吉彦: 「チタン酸バリウム歪計について」, 土木学会年次学術講演会(前刷), 1958年.
- 10) 岡本舜三・佐藤吉彦: 「チタン酸バリウム歪計」, 生産研究, 第10巻第8号, 1958年.
- 11) Mark, J.W. & Goldsmith, W.: "Berium Titanate Straingages," Proc. of S.E.S.A., Vol. 13, No. 8, 1955.
- 12) Ripperger, E. A.: "A Piezoelectric Strain Gage." Proc. of S.E.S.A., Vol. 12 No. 1, 1959.
- 13) Timoshenko, S. & Langer, B. F.: "Stresses in Railroad Track." Trans. of A. S. M. E., A.P.M. 54-26, Vol. 54, p. 277, 1932.
- 14) Schlumpf, V.: "Über eine bisher nicht beruchksichtigte Beanspruchungsart von Eisenbahnschienen." Schw. Bau. Zeit., 72 Jahrgang, Nr. 1, S. 6, 1954.
- 15) 八十島義之助・峯村芳郎: 「敷設レールの活荷重応力について」, 土木学会誌, 第35巻第9号, 1950年.
- 16) 小林 勇: 「軌道の力学的研究に関する二三の実験的研究」, 土木学会論文集, 第22号, 1955年.
- 17) 八十島義之助: 「活荷重による敷設軌条のねじれの実測報告」, 土木学会誌, 第38巻第5号, 1953年.
- 18) Goldmann, S. 著・関 英男訳: 「情報理論」, 無線従事者教育協会, 1956年.
- 19) Miles, J. W.: "Vibrations of Beam on Many Supports." Proc. of A.S.C.E., Vol. 82, No. EM 1, 1956.
- 20) 高橋利衛: 「機械振動とその防止」, オーム社(オーム文庫), 1953年.
- 21) Truxal, J. E.: "Automatic Feedback Control System Synthesis." 1955.

(原稿受付: 1961. 5. 9)

THE HIGH FREQUENCY VIBRATION OF THE TRACK

By Dr. Eng., Yoshihiko Sato, C. E. Member

1. Introduction.

The fact that there are the track vibrations of a higher frequency than several hundred cycles, was already pointed out by M.R. Sonnevile in 1951. In Japan, the increase in the railway traffic volume and in the train speed makes it necessary to find out the characteristics of these vibrations. From this point of view, the present study about "the high frequency vibration of the track" has been carried out.

2. The high frequency vibration of track caused by the running of the train.

2.1. Instruments used for measurement.

Until now, the dynamical study of the track has been limited to less than several hundred cycles, partly because of the frequency characteristics of the measuring system used, i.e. the wire strain gauge and the electro-magnetic oscillograph. So, for the present study of the high frequency vibration of the track, the author proposes a measuring system composed of a barium titanate strain gauge (or accelerometer) and a Braun-tube oscillograph. Fig. 1 shows the records of the vibration of the track caused by a running train as measured by these instruments. These records were obtained by arbitrary sweeping the horizontal axis of the Braun-tube oscillograph, when the train passed on the track under measurement. Two records in one oscillogram were the result of simultaneous sweeping in the horizontal axis.

2.2. The record of high frequency vibrations of the track.

These records indicate the following. The vertical strain in the rail web between ties has evidently a high frequency vibration of about 5×10^{-6} , but, on the tie, this high frequency vibration is superposed on the vibration of several hundred cycles which is already known. The longitudinal strain of the rail has a high frequency vibration only on the rail head. This high frequency vibration is also superposed on the vertical bending vibration of the rail whose

frequency is several hundred cycles. The acceleration of ties has shown a high frequency vibration, too. The record of vertical strain in the rail web has revealed that the high frequency vibration which is now observed is a bending strain of the rail web, because the appearance of these vibrations is nearly equal on both sides of rail web and the phase difference is 180° .

2.3. Field measurement.

To find out the predominant character of the high frequency vibration of the track under running trains, two field measurements were performed; one between Ôfuno and Tsujido on the Tokaido Line of the Japanese National Railways in June 1958 and the other between Mitsu-koshimae and Kanda on the Ginza Line of the Teito Rapid Transit Authority from July to September 1959. The track of the Tokaido Line consists of sandy roadbed, crushed stone ballast, prestressed concrete ties and 50 kg PS long welded rail. The Ginza Line is a subway. The track of this Line consists of concrete bed of the structure, wooden ties and 50 kg PS long welded rail.

2.4. Analysis of the record.

From the records as shown in Fig. 1, first, the frequency of the high frequency vibration is calculated. The number of happenings of frequencies obtained from Fig. 1 which fall in a certain frequency range is shown in Fig. 2 for example. These diagrams have made clear that the frequencies of the high frequency vibrations causing the vertical strain of the rail web are mostly 1800 cps and range from 1500 to 2000 cps. Next, to find out the amplitude of this high frequency vibration, the amplitudes which are maximum in the record as shown in Fig. 1, are plotted against the train speed in Fig. 3. As these values of amplitude are shown by a straight line or a parabola in this diagram, in Fig. 4 the slopes of these straight lines (strain/speed) are illustrated as the index of strain for each measured point.

2.5. The high frequency vibration of the track.

Through the above mentioned process, the following characteristics of the high frequency vibration have been determined.

In the rail strain, the high frequency vibration of 1500-2000 cps is generated by the running train especially in the vertical strain of the rail web between ties. This vibration is a bending one of the rail web and increases with the speed of the train. The maximum value of strain index is $16 \times 10^{-6}/10^2$ km/hr and the normal value is $7-8 \times 10^{-6}/10^2$ km/hr. The distribution and the absolute value of this index are fairly affected by the condition of rail supporting.

3. The effect of each part of the track on the high frequency vibration.

To make clear the effect of each part of the track on the high frequency vibration, an experimental track as shown in Fig. 6 was laid and the force acting between rail and tie which was caused by dropping the hammer of the drop-hammer impact machine on the rail surface was measured. To measure this force, the pickup box which contains 4 pieces of barium titanate porcelain was used and to measure the force variation of the impact, a piece of barium titanate porcelain was placed on the rail surface.

The frequency response function which was obtained from these data of the impact and the force acting between rail and tie are shown in Fig. 7. In this diagram, the peak of 300 cps corresponds to the normal vibration of the tie, while those of 1200, 2300 and 3300 cps correspond to normal vibrations of the rail which is considered as a beam supported by ties. Besides, the peak of 1800 cps which was found also in the track while a train is running corresponds to the normal vibration of the rail section. In this case, as for the rail section it is assumed that the rail head and bottom are both rigid bodies and the rail web is a beam connecting

them.

The values of various items which were measured on this track, of course, cannot be applied to the operating track directly, but the experiment performed on this track showed that, there was a good possibility of a high frequency vibration growing in the track.

4. The characteristics of the rail-supporting system.

The track can be divided into two parts: the rail and its supporting system. As a high frequency vibration is caused in the rail, the investigation of the frequency response of the rail-supporting system is important in order to find out its effect on the rail. Assuming the rail-supporting system as shown in Fig. 10 which has been developed from the experience in Japan and also the system Z which corresponds to the rail fastening, in Fig. 11, Fig. 12 is obtained. This diagram shows in full line the impedance response which is the force to cause a unit displacement. From this diagram it can be seen that, within the frequency range of high frequency vibrations, the rail fastening is important, and that to investigate its effect on the rail it would be proper to consider that the tie does not vibrate regardless the acting force.

5. Conclusion.

The following are the conclusion reached:

5.1. In the track, there is a good possibility of various high frequency vibrations being caused by the running of trains and actually the operating track has a high frequency vibration which is accentuated by the system of the rail section.

5.2. For this high frequency vibration, the effect of the rail fastening is important.

5.3. As the track is a vibrating system having various eigenvalues, these effects must be investigated very carefully before realizing an increase of the traffic volume and the train speed.