

# パイプ ビーム構造の水路鉄管に関する設計計算式について\*

## ——充水過程に生ずる径間部管胴の応力——

正員 松尾 滋\*\*

**要旨** パイプ ビーム構造の水路鉄管の設計計算について、二、三の簡略式が提唱されているが、中距離以下のスパンの場合にはよくあてはまらないようである。筆者が Flügge の曲げ理論から誘導した近似式は、ロング スパンの場合はもちろん、かなり短かいスパンをもつ如薙第二明神谷水路鉄管のモデルについてもよく適用できることを確認し、その設計計算に使用した。

### 1. 緒言

水路が谷を横断するような場合、パイプ ビーム構造を採用すれば、従来の水路橋にくらべて鋼材重量を相当に軽減することができる。しかし、その設計計算には不確かな点が多く、例えば、半充水時の応力について二、三の簡略式が提唱されているが、いずれも実測値を明確に説明することができない。

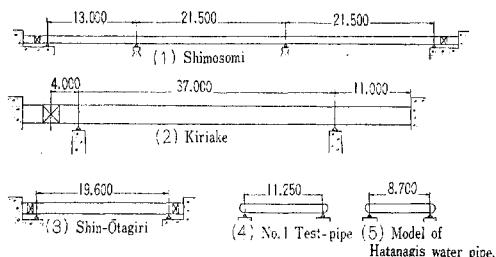
フーリエ級数を用いて、この種の問題を解くことが可能であることは、Flügge W., Timoshenko S. によって示されている。しかし、水路鉄管のように Shell の中でも特に薄肉で、スパンが大きい場合には、極端に収斂が悪く、最初あるいは途中で発散の形をとることさえあるので、実用化されないまま放置されていた。しかし、筆者は、適当な近似値を用いてそれらの収斂値を簡単な式でおきかえ、実用上十分な精度をもつ計算式を誘導することができた。

この式による計算値は 図-1 に示す 5 つのパイプ ビームの測定値によって、その妥当であることを確かめた。

### 2. 仮定および基本式

アンカー ブロック、リング支承、伸縮接手について次のように仮定する。

図-1 The Illustration of pipe beams, used in the analysis.



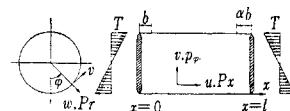
\* 一部は電力中央研究所技術研究所報告に発表

\*\* 電力中央研究所 技術研究所第二部構造研究室

- (1) 伸縮接手ははりとして曲げモーメントを伝達せず、管軸方向の摩擦抵抗はない。
- (2) サポート リングの変形は、径間部管胴の変形に対して省略できるほど小さい。
- (3) アンカー ブロック および各支台の相対位置は変わらない。
- (4) リング サポートは管軸方向に自由に滑動する。また、はりとしての曲げに抵抗しない。

従って、図-2 に示すように変位成分および座標軸を

図-2 The Representation of the positive direction for displacements, loads, and coordinate.  
The substitutive force for the bending moment on the beam.



とすれば、図-1 の水路鉄管の各スパンについて、その端条件は次式で示される。

$$x=0 \text{ および } x=l \text{ のとき, } \frac{\partial u}{\partial x} = v = w = 0$$

ゆえに、 $u, v, w$  を次のフーリエ級数で表わしてよい。

$$u = \sum A_{mn} \cos n\varphi \cos \frac{m\pi}{l}x \dots \quad (1)$$

$$v = \sum B_{mn} \sin n\varphi \sin \frac{m\pi}{l}x \dots \quad (2)$$

$$w = \sum C_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l}x \dots \quad (3)$$

ここで、水路鉄管から各スパンを切り出して考えることにすれば、必要な荷重は、自重、水重のほかに、支点に存在するはりとしての曲げモーメントである。この曲げモーメントは 図-2 に示すように  $x$  方向の荷重でおきかえる。この荷重は、 $\varphi$  方向には  $\cos \varphi$  で分布し、 $x$  方向には図に示すように、微小巾  $b$ ,  $\alpha b$  に一様に分布すると仮定する。

(1), (2), (3) 式の係数  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$ ,  $C_{mn}$  を用いて、bending moment, normal force を表わせば次式をうる。

$$M_x = \frac{K}{a^2} \sum (-\lambda^2 C_{mn} - \nu n^2 C_{mn} + \lambda A_{mn} - \nu n B_{mn}) \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l}x \dots \quad (4)$$

$$M_\varphi = \frac{K}{a^2} \sum (1 - n^2 - \nu \lambda^2) C_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l}x \dots \quad (5)$$

$$N_x = \frac{D}{a} \Sigma \Sigma (-\lambda A_{mn} + \nu n B_{mn} + \nu C_{mn}) \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \\ + \frac{K}{a^3} \Sigma \Sigma \lambda^2 C_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$N_\varphi = \frac{D}{a} \sum (n B_{mn} + C_{mn} - \nu \lambda A_{mn}) \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \\ + \frac{K}{a^3} \sum (1 - n^2) C_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \dots \dots \quad (7)$$

$$\text{ここで } \lambda = m\pi \cdot \frac{a}{l}, \quad D = \frac{Et}{1-\nu^2}, \quad K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

### 3. 半充水荷重による応力と変位

荷重  $P_r = \rho a \cos \varphi$  ( $0 < \varphi < \pi/2$ ) をフーリエ級数に展開すれば次式をうる。

$$P_r = \Sigma \Sigma D_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$D_{mn} = -\frac{8 \rho a}{m(n^2-1)\pi^2} \cos \frac{n\pi}{2} \dots \dots \dots (9)$$

$$\Sigma \frac{m\left(1 + \frac{2n^2}{\pi^2\eta^2m^2} + \frac{n^4}{\pi^4\eta^4m^4}\right)}{\frac{\delta^2}{12}\pi^4\eta^4m^4 + \frac{2n^2-\nu}{6}\delta^2\pi^2\eta^2m^2 + (1-\nu^2) + \frac{\delta^2}{2}n^2(n^2-1) + \frac{\delta^2}{6}\{2n^6 - (4-\nu)n^4 + n^2\}} \frac{1}{\pi^2\eta^2m^2} + \frac{\delta^2}{12}n^4(n^2-1)^2 \frac{1}{\pi^4\eta^4m^4}$$

•  $\sin \frac{m\pi}{2} = \Sigma N \sin \frac{m\pi}{2}$  ......... (14)

$$\text{ここで } \delta = \frac{t}{a}, \quad \eta = \frac{a}{l}$$

$m$  を横軸にとった  $N$  の曲線は、 $n, \delta, \eta$  によって形が違うが、これを概念的 図-3 Schema on Convergence of the series.  
に図示すれば、図-3

图—3 Schema on Convergence  
of the series.

ようになる。ここで  $\sin \frac{m\pi}{2}$  の値が、 $m$  の奇数値に対して、 $1, -1, 1, -1, \dots$ となることに着目すれば、曲線 BCD を近似的に省略できることがわかる。

かつ、曲線 AB, DE は曲線  $1/m, 1/m^2, 1/m^3$  のうちのいざれかにきわめて近いので、(14)式は次式のように簡略化される。

$$\Sigma N \sin \frac{m\pi}{2} = [N]_{m=1} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \dots \right] \\ = [N]_{m=1} \cdot \frac{\pi^3}{32} \dots \dots \dots \quad (15)$$

また、 $[N]_{m=1}$  も次式のように近似値でおきかえれば計算は非常に簡略になる。

$$[N]_{m=1} = \frac{n^4}{(1-\nu^2)\pi^4\eta^4 + \frac{\delta^2}{12}n^4(n^2-1)^2} \dots \dots \dots (16)$$

$$m=1,3,5,\dots \quad n=2,4,6,\dots$$

(1), (2), (3), (8) 式を Flügge の基本方程式に代入し  $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}$  を未知数として解き,  $k = \delta^2/12 \ll 1$  に着目して整理すれば次式をうる。

$$A_{mn} = \frac{a^2}{D} \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda [k\lambda^4 + \nu\lambda^2 - n^2(kn^2 - 1)] D_{mn} \quad \dots (10)$$

$$B_{mn} = -\frac{a^2}{D} \cdot \frac{1}{4} \cdot n [2k\lambda^4 + (2+\nu+2kn^2)\lambda^2 + n^2] D_{mn}$$

..... (11)

$$C_{mn} = \frac{a^2}{D} \cdot \frac{1}{4} [\lambda^4 + 2n^2\lambda^2 + n^4] D_{mn} \dots \dots \dots \quad (12)$$

$$4 = k \lambda^8 + 2k(2n^2 - \nu) \lambda^6 + \{1 - \nu^2 + 6kn^2(n^2 - 1)\} \lambda^4$$

$$+ 2k\{2n^6 - (4 - \nu)n^4 + n^2\} \lambda^2 + kn^4(n^2 - 1)^2$$

.....(13)

(9)～(12) 式を (1)～(7) 式に代入し、級数の数値計算を行なえば、変位と応力を求めることが可能であるが前に述べたように非常に収斂が悪い。一例を  $m$  について示せば次式のようになる。

この簡略化を行なえば、径間中央断面の管外側の応力および変位は次式で表わされる。

$$\sigma_x M = \kappa_M [\pi^2 \eta^2 - \nu - \Gamma_1 \vartheta_1' \cos \varphi - (\Gamma_2 \vartheta_2' \cos 2\varphi - \Gamma_4 \vartheta_4' \cos 4\varphi + \Gamma_6 \vartheta_6' \cos 6\varphi - \dots)]$$

$$\sigma_\varphi M = \varepsilon_M \left[ -\frac{\pi}{4} + 2(\vartheta_2 \cos 2\varphi - \vartheta_4 \cos 4\varphi + \vartheta_6 \cos 6\varphi - \dots) + \nu \pi^2 \eta^2 (1 + \vartheta_1' \cos \varphi + \vartheta_2' \cos 2\varphi - \vartheta_4' \cos 4\varphi + \dots) \right]$$

$$\sigma_{xN} = \kappa_N \cdot \pi^2 \eta^2 \left[ (\textcircled{I}_1 \vartheta_1' \cos \varphi + \textcircled{II}_2 \vartheta_2' \cos 2\varphi - \textcircled{II}_4 \vartheta_4' \cos 4\varphi + \dots + \frac{\delta^2}{12} (\vartheta_1' \cos \varphi + \vartheta_2' \cos 2\varphi - \vartheta_4' \cos 4\varphi + \dots) \right]$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\varphi}N = & \kappa_N \left[ \frac{\pi}{4} (1 - \nu^2) + \pi^2 \eta^2 (\varPhi_1 \vartheta_1' \cos \varphi \right. \\ & - \varPhi_2 \vartheta_2' \cos 2\varphi - \varPhi_3 \vartheta_4' \cos 4\varphi + \dots) \\ & \left. - \frac{\delta^2}{6} (\vartheta_2 \cos 2\varphi - \vartheta_4 \cos 4\varphi + \dots) \right]\end{aligned}$$

$$v = -\kappa_D [\psi_1 \vartheta_1' \sin \varphi + \psi_2 \vartheta_2' \sin 2\varphi \\ - \psi_4 \vartheta_4' \sin 4\varphi + \dots]$$

$$w = \kappa_D \left[ \frac{\pi}{4} + \vartheta_1' \cos \varphi + \vartheta_2' \cos 2\varphi - \vartheta_4' \cos 4\varphi + \dots \right]$$

二二六

これらの式は、 $n$ について級数の形のまま残してある。これは、 $m$ について行なったような方法では近似値が得られないためであるが、 $m$ にくらべてはるかに収斂が速く、6項 ( $n=12$ ) 位で十分であるので、それほど面倒な計算にはならない。

4. 支点におけるはりとしての bending moment におきかえた  $x$  方向の荷重による応力と変位

荷重  $P_x$  を次のようにフーリエ級数で表わす。

$$\left. \begin{aligned} F_{m1} &= \frac{2 Tb}{l} (1-\alpha) \\ F_{m1} &= \frac{2 Tb}{l} (1+\alpha) \end{aligned} \right\} m=1,3,5, \dots \quad (20)$$

前節と同様にして、 $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}$  を  $D_{mn}, F_{mn}$  で表わすことができる。ここで、 $x=0, l$  におけるはりそしてのたわみ角をそれぞれ  $\theta_1, \theta_2$  と書けば、

$$[\underline{u}]_{x=0} - [\underline{u}]_{x=0} = 2\alpha \theta_1, \quad [\underline{u}]_{x=l} - [\underline{u}]_{x=l} = 2\alpha \theta_2$$

.....(21)

(21) 式の左辺について前節と同じように簡略化を行ない、 $\alpha, Tb$  について解けば、

$$\alpha = \frac{G + \theta_1 + 2\theta_2}{G - 2\theta_1 - \theta_2} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

$$Tb = \frac{3}{2+\alpha} \left[ \frac{\rho l^2}{24} - 2Et\gamma\theta_1 \right] \dots \dots \dots (23)$$

表-1 Elements of Various Pipe Beams.

	length of span <i>l</i> (mm)	radius <i>a</i> (mm)	thick- ness <i>t</i> (mm)	$\frac{a}{l}$	$\hat{d} = \frac{t}{a}$
Shimosōmi	21 500	550	9	0.02558	0.01636
Kiriakē	37 000	1 300	15	0.03514	0.01154
Shin-Ōtagiri	19 600	800	11	0.04082	0.01375
No. 1 Test Pipe	11 250	690.25	4.5	0.06135	0.0066319
Model of Hatanagi	8 700	690.25	4.5	0.07934	0.006519

表-2 Stresses and Displacements by the substitutive force for the bending moment.

Left side of eq.	Right side of eq. at $x = \frac{l}{4}$	Right side of eq. at $x = \frac{l}{2}$	Right side of eq. at $x = \frac{3}{4}l$
$\frac{\sigma_{\beta} M}{k_M(2-\nu^2)\mu_1 \cos \varphi}$	$\beta_1 + \frac{1}{2}\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_1 - \frac{1}{2}\beta_2$
$\frac{\sigma_{\beta} M}{k_M\nu\mu_1 \cos \varphi}$	同上	同上	同上
$\frac{\sigma_{\beta} N}{k_N(1-\nu^2)\mu_1 \cos \varphi}$	同上	同上	同上
$\frac{6(1-\nu)\sigma_{\beta} N}{k_N\delta^2\nu\mu_2 \cos \varphi}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_1 + \frac{1}{8}\beta_2$	同上	$\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_1 - \frac{1}{8}\beta_2$
$\frac{v}{k_D\mu_2 \sin \varphi}$	同上	同上	同上
$\frac{w}{k_D\mu_2 \cos \varphi}$	同上	同上	同上
$\mu_1 = \frac{\pi^2}{96\eta^2} - \frac{\pi^2 Et}{2\eta a^2} \gamma \theta_1, \quad \mu_2 = \frac{1}{24\eta\gamma} - \frac{2Et}{\pi\eta a^2} \cdot \frac{\theta_1}{\eta}$			
$\beta_1 = \frac{3(1+\alpha)}{2(2+\alpha)}, \quad \beta_2 = \frac{3(1-\alpha)}{2(2+\alpha)}$			

表—3 Coefficients in the Special Cases.

Case	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\mu_1$	$\mu_2$
	1	1	0	0	0
	$\infty$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{\pi^4}{192} \cdot \frac{1}{\pi^2 \eta^2}$	$\frac{\pi^3}{48} \cdot \frac{1}{\pi^4 \eta^4}$
	1	1	0	$\frac{\pi^4}{96} \cdot \frac{1}{\pi^2 \eta^2}$	$\frac{\pi^3}{24} \cdot \frac{1}{\pi^4 \eta^4}$

$$\text{ここで, } G = \frac{\rho l^3}{24 E a t}$$

以上の諸式を用いれば、半充水時に加算する応力および変位は表-2 のように表わされる。係数  $\alpha, \beta, \mu$  は、端条件が特別な場合には、表-3 のようになる。

### 5. 半充水時における応力の計算値と測定値

半充水時に管断面が縦長の円状に変形することは、すでに実験的に確かめられているし、武藤教授、Karlsonにより、その最大応力値が理論的に指摘されている。現在、設計計算に最もよく用いられている式は、結局武藤教授の式と同じものであって、次のようにかかれる。

$$\left. \begin{aligned} M_\varphi &= \rho a^3 \left[ \frac{1}{4} \cos \varphi + \frac{1}{4} \varphi \sin \varphi - \frac{1}{\pi} \right], \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ M_\varphi &= \rho a^3 \left[ \frac{\pi}{4} \sin \varphi - \frac{1}{4} \cos \varphi - \frac{1}{4} \varphi \sin \varphi - \frac{1}{\pi} \right], \quad \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= \rho a^2 \left[ \frac{3}{4} \cos \varphi + \frac{1}{4} \varphi \sin \varphi \right], \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ N_\varphi &= \rho a^2 \left[ \frac{1}{4} \cos \varphi - \frac{1}{4} \varphi \sin \varphi + \frac{\pi}{4} \sin \varphi \right], \quad \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

図-1の5例について、(26),(27)式による計算値、(17)～(25)式による計算値、および測定値、を比較したのが図-4～図-8である。これらの図から次のことがわかる。

(a) 新しい式による計算値は、スパンのいかんにかかわらず測定値とよく一致しているが、スパンが短かい方が幾分誤差が大きい。

(b) 従来の式は最大応力値を与える式であるので、それによる計算値は、スパンが長い場合には測定値にかなり近いが、スパンが短かい場合には全く一致せず、非常に過大な値になる。

図-4 Outer Fiber Stress Distributions.

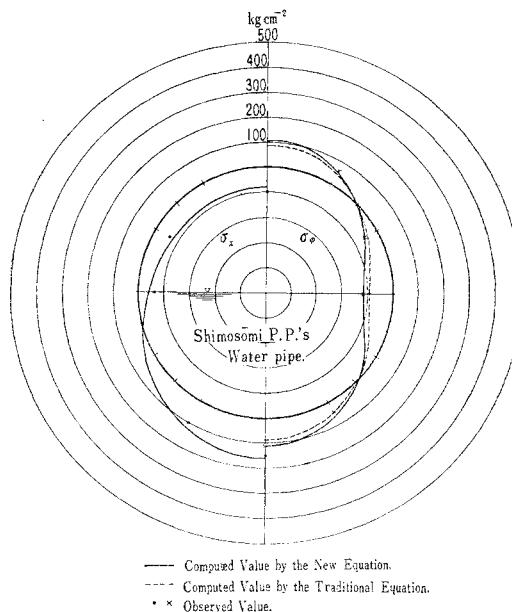
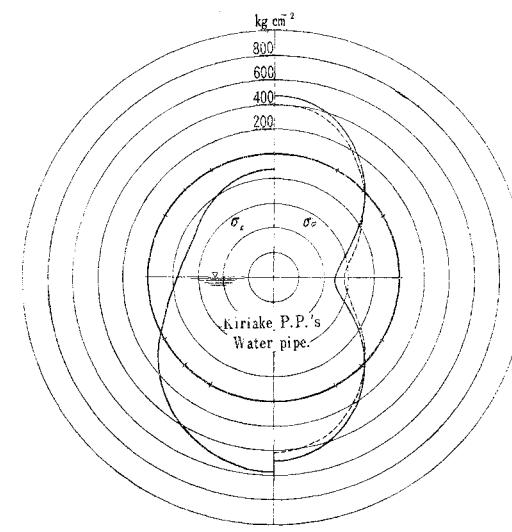


図-5 Outer Fiber Stress Distributions.



— Computed Value by the New Equation.  
- - - Computed Value by the Traditional Equation.

## 6. 自重、満水荷重、水頭による応力と変位

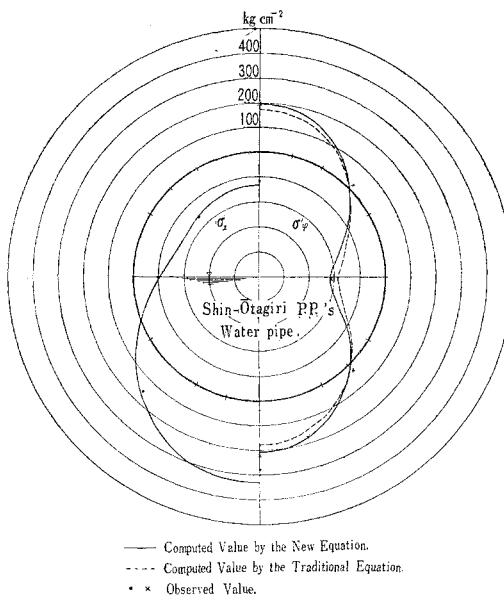
半充水荷重の場合と同じ方法によって式の簡略化を行なえば、表-4が得られ、次のことがわかる。

(a) これらの荷重に対しては、断面の変形がほとんどなく、中空円筒ぱりとして働くと考えてよい。

(b) 水頭時には、中空円筒ぱりとしての応力に、Hoop Stressを加算する簡略算で、実用上十分である。

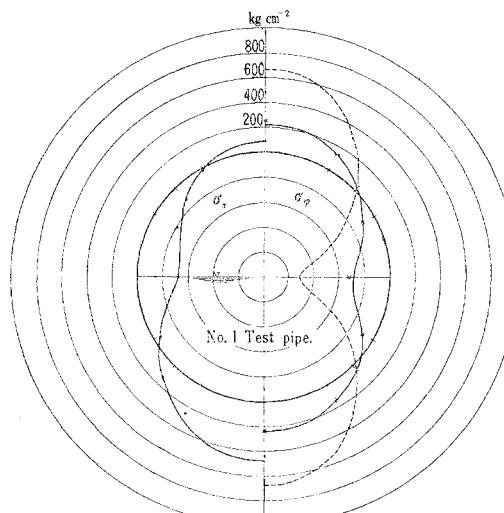
満水荷重で、最初の円形にはほぼ近い形にもどることについて、異説があったが、筆者は、実験によつても確

図-6 Outer Fiber Stress Distributions.



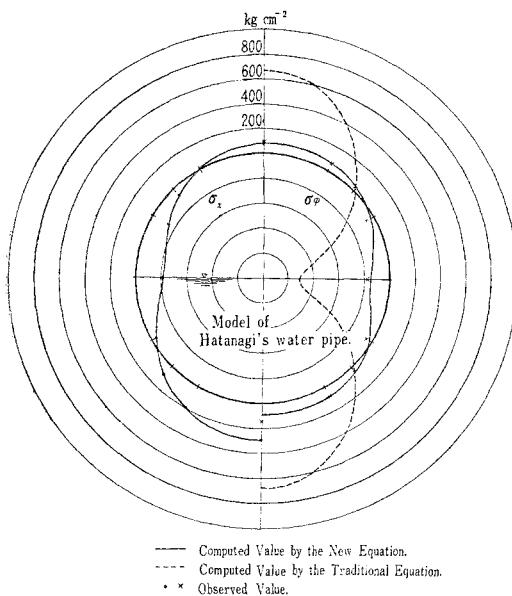
— Computed Value by the New Equation.  
- - - Computed Value by the Traditional Equation.  
• × Observed Value.

図-7 Outer Fiber Stress Distributions.



— Computed Value by the New Equation.  
- - - Computed Value by the Traditional Equation.  
• × Observed Value.

図-8 Outer Fiber Stress Distributions.



認した。

## 7. 充水過程の応力の変動

管表面の任意の点の応力は、半充水時あるいは満水時に最大応力になるとは限らない。充水過程の応力の変動状態を計算値によってプロットしたのが図-9～図-11である。測定値もそれぞれよく一致した。

図-9 Circumferential Stress Diagram, on the Model of Hatanagi's water pipe.

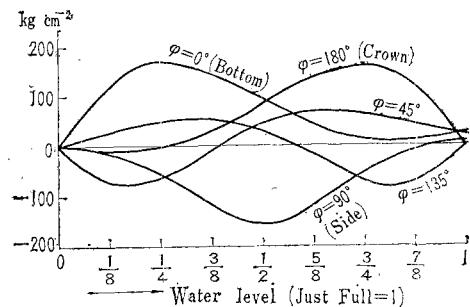


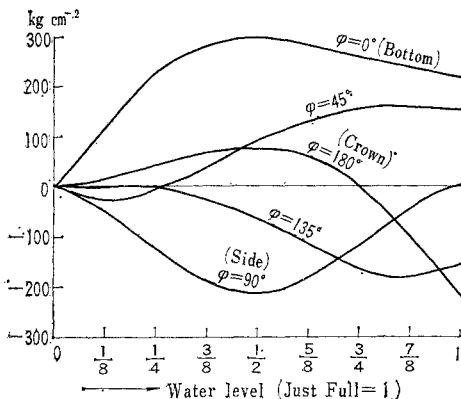
表-4 Stresses and Displacements by the Dead Load, Just full water, and Head.

	Dead Load	Just Full Water	Head <i>h</i>
$\sigma_{xM}$	$\frac{(2-\nu^2)\rho't}{8(1-\nu^2)} \cos \varphi$	$\frac{\rho a}{2(1-\nu^2)} \left[ \nu - \frac{2-\nu^2}{8} \left( \frac{l}{a} \right)^2 \cos \varphi \right]$	$\frac{\rho a}{2(1-\nu^2)} \left[ \nu \frac{h}{a} - \frac{2-\nu^2}{8} \left( \frac{l}{a} \right)^2 \cos \varphi \right]$
$\sigma_{\varphi M}$	$\frac{\nu\rho'l^2t}{8(1-\nu^2)} \cos \varphi$	$\frac{\rho a}{2(1-\nu^2)} \left[ 1 - \frac{\nu\pi^4}{8} \left( \frac{a}{l} \right)^2 - \frac{\nu}{8} \left( \frac{l}{a} \right)^2 \cos \varphi \right]$	$\frac{\rho a}{2(1-\nu^2)} \left[ \frac{h}{a} \left\{ 1 - \frac{\nu\pi^4}{8} \left( \frac{a}{l} \right)^2 \right\} - \frac{\nu}{8} \left( \frac{l}{a} \right)^2 \cos \varphi \right]$
$\sigma_{xN}$	$\frac{\rho'l^2}{4a} \cos \varphi$	$\frac{\rho l^2}{8t} \cos \varphi$	$\frac{\rho l^2}{8t} \cos \varphi$
$\sigma_{\varphi N}$	$\rho'a \cos \varphi$	$\frac{\rho a^2}{t} \left[ 1 + \frac{\pi^2}{8} \cos \varphi \right]$	$\frac{\rho a^2}{t} \left[ \frac{h}{a} + \frac{\pi^2}{8} \cos \varphi \right]$
$v$	$-\frac{5}{192} \cdot \frac{\rho'l^4}{Ea^2} \sin \varphi$	$-\frac{5}{384} \cdot \frac{\rho a^3}{Et} \left( \frac{l}{a} \right)^4 \sin \varphi$	$-\frac{5}{384} \cdot \frac{\rho a^3}{Et} \left( \frac{l}{a} \right)^4 \sin \varphi$
$w$	$\frac{5}{192} \cdot \frac{\rho'l^4}{Ea^2} \cos \varphi$	$\frac{\rho a^3}{Et} \left[ 1 + \frac{5}{384} \left( \frac{l}{a} \right)^4 \cos \varphi \right]$	$\frac{\rho a^3}{Et} \left[ \frac{h}{a} + \frac{5}{384} \left( \frac{l}{a} \right)^4 \cos \varphi \right]$

これらの図から次のことがわかる。

- (a)  $\sigma_\varphi$  が最大になる水位は、 $\varphi$ によってかなり違うが、その最大値はほぼ一定している。
- (b)  $\sigma_x$  の最大値は管底に生ずるが、その水位は必ず

図-10 Longitudinal Stress Diagram, on the Model of Hatanagi's water pipe.



しも満水時ではなく、断面変形が最も大きい半充水時に最大になることがある。

断面の形は、自重時にほぼ円で、次第に下の大きい卵形になり、半充水で縦長の楕円状になり、次に上の大き

図-11 Circumferential Stress Diagram, on Shin-Otagiri's water pipe.

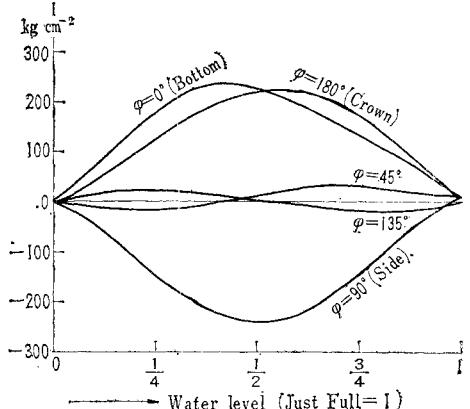


表-5 Formulas and Coefficients for Stresses of the Pipe Beam by a Half full Water.

$\vartheta_n = \frac{1}{C_1 \eta^4 + C_2 \delta^2}$	$\vartheta'_n = C_3 \vartheta_n$	$n$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
$\oplus n = C_4$		1	97.41	0	1.571	0.9100	18.85	0
$\Gamma n = C_5 \eta^2 + C_6$	$\eta = \frac{a}{t}$	2	6.088	0.8242	0.6667	0.2275	16.55	0.9000
	$\delta = \frac{t}{a}$	4	0.3805	20.60	0.1333	0.05688	15.98	4.500
		6	0.07517	112.2	0.05714	0.02528	15.88	10.50
		8	0.02378	363.5	0.03174	0.01422	15.84	18.90
		10	0.00974	897.5	0.02020	0.009100	15.82	29.70
		12	0.00470	1873	0.01399	0.006319	15.81	42.90
$\rho : \text{Density of Water}$								
$\lambda_1 = 2(\vartheta_2 + \vartheta_4 + \vartheta_6 + \dots + \vartheta_{12})$								
$\lambda_2 = \vartheta_2' + \vartheta_4' + \vartheta_6' + \dots + \vartheta_{12}'$								
$\lambda_3 = (\oplus_2 \vartheta_2' - \oplus_4 \vartheta_4' + \oplus_6 \vartheta_6' - \dots - \oplus_{12} \vartheta_{12}')$								
$\lambda_4 = \Gamma_2 \vartheta_2' - \Gamma_4 \vartheta_4' + \Gamma_6 \vartheta_6' - \dots - \Gamma_{12} \vartheta_{12}'$								
$\alpha = \frac{G + \theta_1 + 2\theta_2}{G - 2\theta_1 - \theta_2}$								
$G = \frac{\rho I^3}{48 E a t}$								
$\theta_1, \theta_2 : \text{Deflection Angle of the Pipe beam, by a half-full Water.}$								

い卵形になり、満水荷重ではほぼ円形にもどる。

## 8. 設計計算式

支持端近辺を除く管胴の設計計算のうち、自重および静水荷重による応力は、次のように計算すればよい。

(a) 自重および満水荷重による応力を中空円筒ばかりとして計算する。水頭のある場合は Hoop Stress を加算する。

(b) 半充水荷重による円周方向応力を、径間中央断面の管側について計算する。

(c) 半充水荷重による管軸方向応力を、径間中央断面の管底について計算する。

半充水荷重による応力の計算式と係数は、表-5 のようになる。

## 9. 簡略化による誤差

図-12 Longitudinal Stress Diagram, on Shin-Otagiri's water pipe.

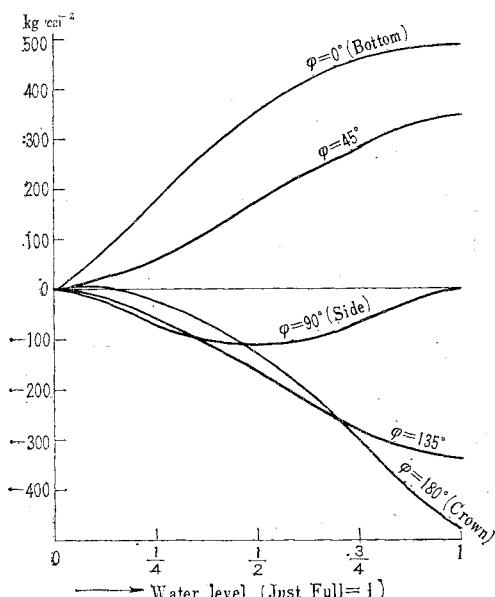
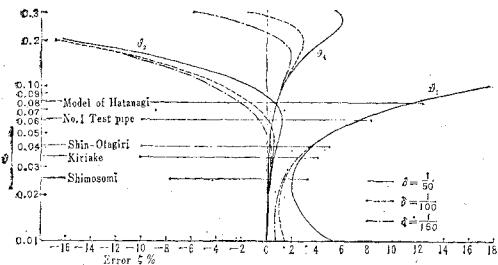


図-1 の 5 つの例については、簡略化による誤差は小さく、実用上差し支えないことを実験によって確かめることができた。

(15) 式の誤差については、相当煩瑣になるので、(16) 式による誤差を  $\vartheta_n$  についてプロットすると 図-13 をうる。 $\vartheta_n$  以上は誤差  $\epsilon$  が非常に小さくなるので省略した。この図からわかるように、 $\epsilon$  は Short Span になるとつれて急速に大きくなる。しかし、細難程度の Medium Span でも、 $\vartheta_1$  についてのみ 11% で、かつ、Medium Span になると、 $\vartheta_1$  は  $\vartheta_2$  にくらべて非常に小さくなるので、総合した誤差はかなり小さくなるはずである。実験結果もそれを裏付けている。

図-13 Error by the Equation (16).



## 10. 端および端付近の管胴の応力

第2節の仮定よって、端および端付近の管胴の応力を論することはできない。これらの応力については、Boulder Canyon Project Final Reports, Part V, Bulletin 5. にくわしく解析せられており、その後、多くの実測によって、実用上十分な精度であることが確かめられているようである。

また、それらの式を用いて設計すれば、いわゆるリムストレスに対抗するため、端付近の管胴の板厚は幾分厚くなることもある、部分充水時における端付近の管胴の表面応力は通常非常に小さい。筆者が図-1 に示した 2 つの Test Pipe について、サポート リングにできるだけ近接してはりつけたストレイン ゲージによって測

図-14 Observed Outer fiber stress distributions at near edges of the Shell.

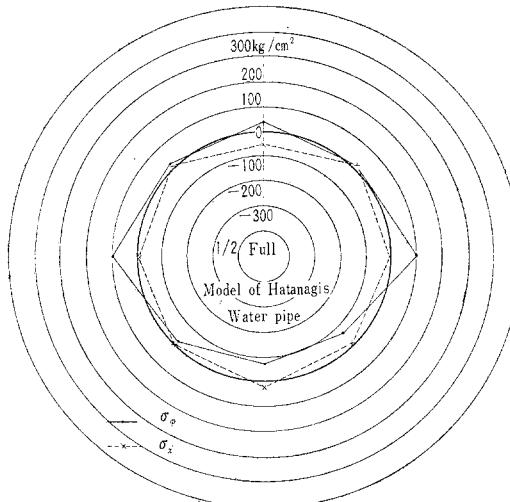
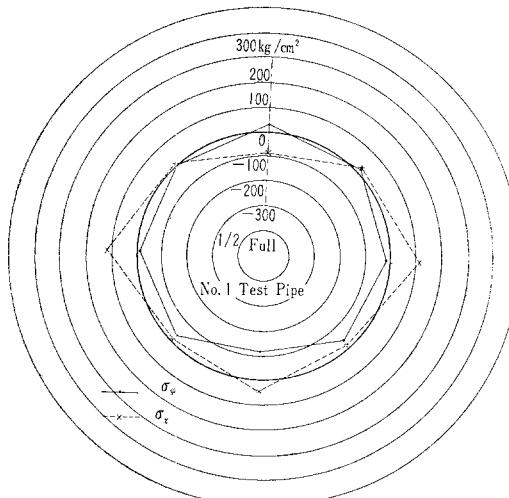


図-15 Observed Outer fiber stress distributions at near edges of the shell.



定した値も、径間中央断面の応力にくらべて小さく、図-14, 15 にみられるとおりである。なお、図は、測定値の平均を直線で結んだものである。また、Just Full の測定値はもっと小さかった。

また、前記の文献によれば、水を含めた一径間の重量は、その殆んどが、円周方向のせん断力によってリングガーダーに伝達される。このせん断応力は満水荷重について計算することになるので、半充水荷重については端および端付近の管胴の応力は設計計算の必要はないであろう。

## 11. 結 語

簡略化による誤差についての所論が、不十分ではあるが、実験結果を考え合わせれば、端付近を除く径間部管胴について、次のように結論しても差し支えないであろう。

- (a) 自重および満水荷重に対して、管断面はほとんど円形を保ち、中空円筒ばりとして働く。
- (b) 充水過程では、管断面はかなり縦長に変形するので、円周方向に大きな曲げモーメントを生じ、かつ、

管底における管軸方向の応力が、はりとして計算される応力よりも大きくなる。

畠薙第二明神谷水路鉄管は、この結論に従って、表-5 によって設計計算を行なった。

なお図-1 の Test Pipe, Model of Hatanagi's water Pipe については、正確な試験体が新三菱重工神戸造船所鉄構設計課 矢野謙氏外、造船所の方々の御尽力によってできたので、よい実験データが得られた。

## 参 考 文 献

- 1) Timoshenko, S.: Theory of Plates and Shells. 1940.
- 2) Flügge, W.: Statik und Dynamik der Schalen. 1934.
- 3) Schorer, H.: Design of Large Pipe Lines, Tr.A.S. C.E. Vol. 98, 1933.
- 4) Roark, J.: Formulas for Stress and Strain, 1954.
- 5) 水越達雄：切明発電所放水路鉄管におけるパイプピーム構造の設計とその計算について、発電水力 No. 18, 1955.
- 6) 内田勝雄・矢野謙・瀬川剛・秋山成興：ロングパイプビームに関する実験的考察、土木学会論文集 64 号, 1959.

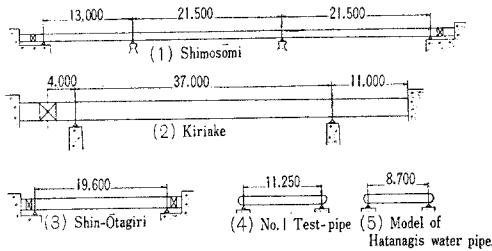
(原稿受付: 1961.1.10)

APPROXIMATE FORMULAS OF PIPE BEAM SHELL ON  
THE STAGE OF WATER FILLING FOR ITS DESIGN  
EXCEPT BOTH SUPPORTING ENDS

By Shigeru Matsuo, C.E. Member

An approximate formula which has been so far introduced into the simply supported pipe-beam, may not be suitable for adapting to the structure with medium and short spans.

It has been ascertained, however, that author's approximate formula, derived from Flügge's theory is suitable to be applied to various pipe-beams as shown in **Fig. 1**.



**Fig. 1** The illustration of pipe beams, used in the analysis.

The pipe shell is subjected principally to stress resultants of the equation (1), if we take the components of displacement in the form of the Fourier series, given by Flügge.

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \frac{K}{a^2} \Sigma \Sigma (-\lambda^2 C_{mn} - \nu n^2 C_{mn}) \\ &\quad + \lambda A_{mn} - \nu n B_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \\ M_\varphi &= \frac{K}{a^2} \Sigma \Sigma (1 - n^2 - \nu \lambda^2) \\ &\quad \times C_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \\ N_x &= \frac{D}{a} \Sigma \Sigma (-\lambda A_{mn} + \nu n B_{mn} \\ &\quad + \nu C_{mn}) \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \\ &\quad + \frac{K}{a^3} \Sigma \Sigma \lambda^2 C_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \\ N_\varphi &= \frac{D}{a} \Sigma \Sigma (n B_{mn} + C_{mn} \\ &\quad - \nu \lambda A_{mn}) \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \\ &\quad + \frac{K}{a^3} \Sigma \Sigma (1 - n^2) C_{mn} \cos n\varphi \sin \frac{m\pi}{l} x \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

then  $\lambda = \frac{m\pi a}{l}$

These coefficients  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$ ,  $C_{mn}$ , are represented by the following expression respectively

$$\left. \begin{aligned} A_{mn} &= \frac{a^2}{D} \frac{1}{4} k [k \lambda^4 + \nu \lambda^2 - n^2(kn^2 - 1)] D_{mn} \\ B_{mn} &= -\frac{a^2}{D} \frac{1}{4} n [2k \lambda^4 + (2 + \nu + 2kn^2) \lambda^2 \\ &\quad + n^2] D_{mn} \\ C_{mn} &= \frac{a^2}{D} \frac{1}{4} [\lambda^4 + 2n^2 \lambda^2 + n^4] D_{mn} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

where  $D_{mn}$ : Coefficient on pressure due to partially filled water

then  $k = \frac{\delta^2}{12} = \frac{1}{12} \left( \frac{t}{a} \right)^2$

$$\begin{aligned} d &= k \lambda^8 + 2k(2n^2 - \nu) \lambda^6 + \{1 - \nu^2 + 6kn^2(n^2 - 1)\} \lambda^4 \\ &\quad + 2k\{2n^6 - (4 - \nu)n^4 + n^2\} \lambda^2 + kn^4(n^2 - 1)^2 \end{aligned}$$

To obtain stresses of the shell, we substitute eqs (2) in Eqs (1). However, in the case of the water pipe as shown in **Fig. 1**, the series dilatorily diminishes as  $m$  increases, for example.

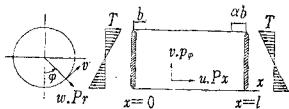
$$\begin{aligned} \sum & \frac{m \left( 1 + \frac{2n^2}{m^2 \pi^2 \eta^2} \right)}{12 \pi^4 \eta^4 m^4 + \frac{(2n^2 - \nu)}{6} \delta^2 \pi^2 \eta^2 m^2 + (1 - \nu^2) + \frac{\delta^2}{2} n^2 (n^2 - 1)} \\ & \cdot \frac{n^4}{m^4 \pi^4 \eta^4} \\ & + \frac{\delta^2}{6} \{2n^6 - (4 - \nu)n^4 + n^2\} \frac{1}{\pi^2 \eta^2 m^2} + \frac{\delta^2}{12} n^4 (n^2 - 1)^2 \frac{1}{\pi^4 \eta^4 m^4} \\ & \cdot \sin \frac{m\pi}{2} = \sum N \sin \frac{m\pi}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

Then, we substitute the following approximate value for the convergent value of eq (3).

$$\begin{aligned} [N]_{m=1} &= \sum \frac{1}{m^3} \sin \frac{m\pi}{2} = [N]_{m=1} \cdot \frac{\pi^3}{32} \\ & \approx \frac{\frac{n^4}{\pi^4 \eta^4}}{(1 - \nu^2) + \frac{\delta^2}{12} n^4 (n^2 - 1)^2} \cdot \frac{1}{\pi^4 \eta^4} \cdot \frac{\pi^3}{32} \end{aligned} \quad (4)$$

To obtain the stress of the pipe shell as the cases (1) and (2) (**Fig. 1**), we substitute the bending moment due to the own weight of the beam, at the supports, for the force distributed on the neighborhood of the edges (**Fig. 2**).

Fourier coefficients on this force are represented by following expression.



**Fig. 2** The representation of the positive direction for displacements loads, and coordinate. The substitutive force for the bending moment on the beam.

$$\begin{aligned} F_{o1} &= \frac{Tb}{l} (1-\alpha) \\ F_{m1} &= \frac{2 Tb}{l} (1-\alpha) \quad m=2, 4, 6\ldots \\ F_{m1} &= \frac{2 Tb}{l} (1+\alpha) \quad m=1, 3, 5\ldots \end{aligned} \quad (5)$$

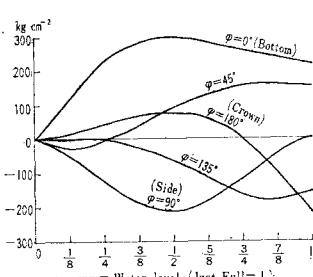
**Table 1** gives the approximate formulas and the coefficients required for the computations, on the pipe shell, half filled with liquid.

The outer fiber stresses computed on the model of Hatanagi's water pipe, vary with the level of liquid water, as shown in **Fig. 3** and **4**.

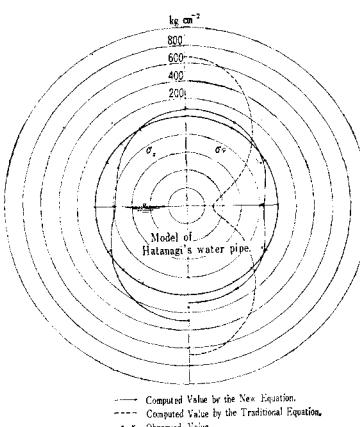
On the various pipe beams as shown in **Fig. 1**, strain-gauge and dial-gauge readings were

**Table 1** Formulas and Coefficients for Stresses of the Pipe Beam Half filled with water.

$[\sigma_x]_{\rho=0} = \rho a \left[ 4.396 \frac{\eta^2}{\delta} (\oplus_1 \vartheta_1' + \lambda_3) + 0.2227 (\Gamma_1 \vartheta_1' + \lambda_4) \right] - \frac{3(1+2)\rho I^2}{48(2+\alpha)t} \left[ 1 - \frac{\vartheta_1}{G} \right]$		$[\sigma_\varphi]_{\rho=\pi/2} = -0.2227 \rho a [\lambda_1 + 2.961 \eta^2 \lambda_2]$					
$\vartheta_n = \frac{1}{C_1 \eta^4 + C_2 \delta^2}$	$\vartheta'_n = C_3 \vartheta_n$	$n$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$\oplus_n = C_4$	$\eta = \frac{a}{t}$	1	97.41	0	1.5710	0.9100	18.85
$\Gamma_n = C_5 \eta^2 + C_6$	$\delta = \frac{t}{a}$	2	6.088	0.8242	0.6667	0.2275	16.55
$\rho : \text{Density of water}$		4	0.3805	20.60	0.1333	0.05688	15.98
		6	0.07517	112.20	0.05714	0.02528	15.88
		8	0.02378	363.50	0.03174	0.01422	15.84
		10	0.00974	897.50	0.02020	0.009100	15.82
		12	0.00470	187.30	0.01399	0.006319	15.81
							42.90
$\lambda_1 = 2(\vartheta_2 + \vartheta_4 + \vartheta_6 + \dots + \vartheta_{12})$							
$\lambda_2 = \vartheta_2' + \vartheta_4' + \vartheta_6' + \dots + \vartheta_{12}'$							
$\lambda_3 = \oplus_2 \vartheta_2' - \oplus_4 \vartheta_4' - \oplus_6 \vartheta_6' - \dots - \oplus_{12} \vartheta_{12}'$							
$\lambda_4 = \Gamma_2 \vartheta_2' - \Gamma_4 \vartheta_4' - \Gamma_6 \vartheta_6' - \dots - \Gamma_{12} \vartheta_{12}'$							
					$\alpha = \frac{G + \vartheta_1 + 2\vartheta_2}{G - 2\vartheta_1 - \vartheta_2}$	$G = \frac{\rho l^3}{48 Eat}$	
							$\vartheta_1, \vartheta_2 : \text{Deflection Angle of the Pipe beam, by a half-full water}$



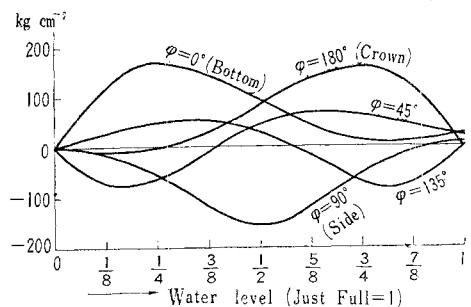
**Fig. 4** Longitudinal stress Diagram, on the Model of Hatanagi's water pipe.



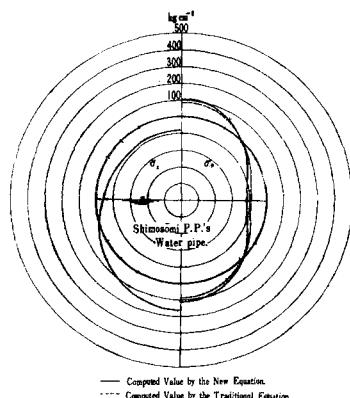
**Fig. 5** Outer Fiber Stress Distributions.

taken at various points, in the field or in our laboratory. The agreement between the observed and computed values is good as shown in **Fig. 5** and **6**, from which it appears that, the formulas derived above are both safe and adequate.

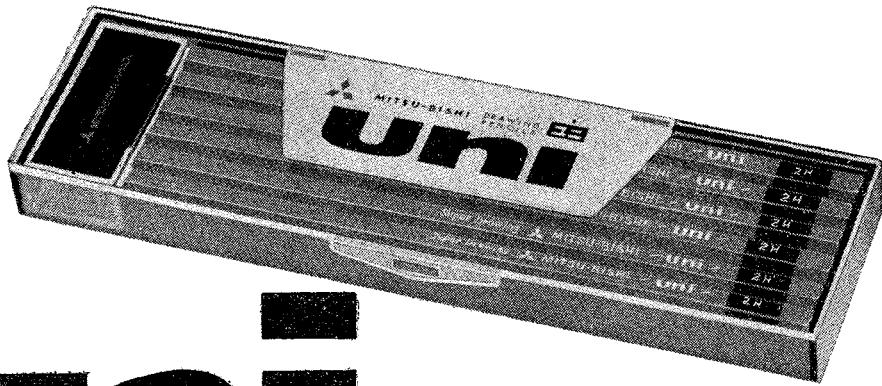
The strength of Hatanagi's water pipe with medium span was computed by the new formula, introduced in this paper.



**Fig. 3** Circumferential stress Diagram, on the Model of Hatanagi's water pipe.



**Fig. 6** Outer Fiber Stress Distributions.



# uni

**UNI** は三菱鉛筆の総力を挙げて完成した最高級の製図用鉛筆です。  
UNI とは ONE の意味の英語で—— 現代に存在する唯一つのもの  
として敢えて名付けた次第です。

ユニの 1 ダース函は筆函としてのアフターユースをも考えたブ  
ラスチックと金属の美しいデザインのものです。  
この函の中には、新らしい考案のグラインダーが 1 個ずつ入っ  
ています。  
硬度 4H, 3H, 2H, H, F, HB, B, 2B, 3B, 4B, 1 ダース ¥600.



## ウノサワのポンプコンプレッサー



### ~~~主 要 製 品~~~

渦巻タービンポンプ	空 気 力 輸 送 機
空 気 ガス 圧 縮 機	汽 动 ポ ン ブ
真 空 暖 房 ポ ン ブ	真 空 ポ ン ブ
コンデンセーショ ン ポ ン ブ	ル ー ツ ブ ロ ウ ー
クランク動各種 ポ ン ブ	ギ ャ ー ポ ン ブ

株式會社 宇野澤組鐵工所

本社及渋谷工場 東京都渋谷区山下町62 電話 東京(441) 2211代  
玉川工場 東京都大田区矢口町 945 電話 東京(738)4191代