

上下地盤動を受ける吊橋の振動

正員 久保慶三郎*

要旨 正弦波振動で表わされる地盤の橋軸方向の水平振動を受ける吊橋の振動について、実験的ならびに理論的に解析した結果はすでに第2回世界地震工学会議¹⁾で発表した。この理論の妥当性ならびに、吊橋の振動性状を明らかにするために、全長 548 cm の横型吊橋を作成し、この横型について橋軸方向の水平振動実験を行なった。この実験により著者の理論の妥当性を確かめることができたので、同一の考え方で上下方向の地盤動を受ける吊橋の振動の理論的解析、さらに現在建設中の若戸大橋の諸次元を用いて数値解析を施した。

橋軸に直角方向の水平地盤動を受ける吊橋の問題は、吊橋の水平横抵抗が、大きい風荷重に対してかなり検討されていること、および吊橋の横振動は旧タコマ橋にみられるように逆対称の振動が起りやすく、そのためには補剛桁のみに大きい応力、たわみが発生することなどを考え本論文では研究しなかった。なお地震の水平動と上下動との加速度の比を過去の記録について調査した結果も述べた。本文で取扱った吊橋の種類および解析の対象は側径間の補剛桁の有無、塔頂におけるケーブルと塔との結合状態などの組合せ 4 種類である。

1. まえがき

最近大径間の吊橋が建設され、また計画されるようになった。過去においては吊橋はどちらかというと山間部に建設されたので、沖積地に比して地盤の卓越周期も早く、大地震による被害もほとんど受けていなかったが、吊橋の径間が大きくなり、それらの吊橋が特に過去において大地震の大きい被害を経験している冲積地、洪積地に建造されると、その耐震性が問題になって来る。

吊橋は他の形式の橋に比較すると振動しやすいといわれている。このことは地震による振動、さらに進んで、吊橋の耐震性を論ずるときに重要な問題となってくるものであり、振動しやすい構造物に対しては従来の耐震設計の基準になっている震度法ではその耐震性が論じられなくなり、振動学的考察にもとづく耐震設計が研究されなければならないことは一般に認められていることと思われる。

吊橋のみならず一般の構造物の耐震設計は日本のような地震国では非常に重要な問題であるが、そのとき地震時の地盤振動の性状が十分解析され

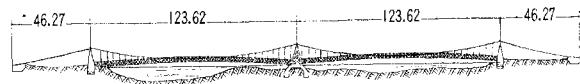
ていなければならない。なぜならば、構造物の自由振動については完全解ではなくても、十分の精度のある解を求めることができるが、強制振動の項、すなわち地震時の地盤の運動が明らかにされないと、地震時の構造物の振動を求めることができないからである。特に構造物に大きい震害を与えるような地震の際の地盤の運動が、構造物の耐震設計の研究に重要、欠くべからざるものになってくる。最近強震計の設置が世界的傾向であるのもこの点にその原動力がある。

しかしながら、残念なことに現在までに、構造物に大被害を与える大地震の記録は、ほとんど求められておらず、第2回世界地震工学会議においても、構造物の地震時の応答の解析に必要な大地震の記録というと、米国において 1940 年 5 月 18 日に記録された Elcentro の地震記録（最大震度=0.32 g）であった。この点から考えても大地震の記録はあまり存しないことがわかり、特に日本の沖積地帯の地震に適用されるごとき地震記録はないといって過言ではないと思う。

吊橋の耐震性の重要性は現在および将来において必ず大きい問題となるであろうが、現状においては上述のように大地震の記録に乏しいので、本論文においては、吊橋の耐震性の前提となるべき、水平橋軸方向および垂直の正弦波地盤動を受ける吊橋の振動性状を解析した。

一般的の形式、特に単純桁式の橋架の被害例は比較的多

図-1 (a) 五松橋



平面図

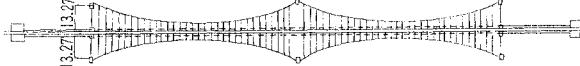
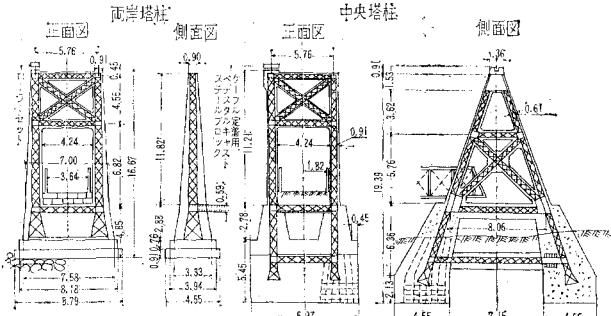


図-1 (b) 五松橋



数存するのであるが、吊橋の震害例は著者の知る範囲においては福井地震において、補剛トラスの上弦材が座屈した五松橋がただ1橋あるのみである。次に本論文の研究題目とも密接な関係があるので、五松橋の震害の概況について述べる。

五松橋(図-1 参照)は県道松岡一丸岡線が福井県吉田郡松岡町五領ヶ島村において九頭竜川を渡る箇所に建設された。3塔柱、2径間補剛構付吊橋である。この地点は九頭竜川が丘陵地から平野部に出た所であり、福井平野の東端に近い所である。換言すれば、いわゆる山間部にある吊橋ではなく、冲積地帯に存在した吊橋であった。

本橋の震害の概況は、

- 1) 地震により、右岸側径間の補剛桁の支点が左岸側に移動した。
- 2) 右岸塔柱上のサドルが約10cm 川寄りに移動した。
- 3) 右岸のアンカー ブロックが約20cm 川寄りに移動したが、2個のアンカー ブロックのうち、川下側の方が移動量が多いようであった。
- 4) 補剛トラスの上弦材が座屈し、その最大たわみは14cm に達した。座屈の半波長は7~10m であった。

等である。

以上の震害、特に補剛桁上弦材の座屈の原因については京大の小西一郎教授²⁾が、Timoshenko の理論を用いて探究している。

橋軸方向の水平地盤動を受ける吊橋の振動の理論は種々の仮定の下に立てられているので、その仮定および理論は最初に模型実験においてたしかめられなければならない。模型実験結果と比較する項目として、振動周期、塔頂および主径間補剛桁のたわみ、および塔の水平せん断力を選んだ。Bleich, F.³⁾ の振動周期を求める式を用いた値と実験値との関係を示すと表-1 のようになった。この式は側径間は主径間と同様その補剛桁が考慮されているが、塔頂においては、ケーブルと塔とは固定されていないのであるが、2次振動以上の周期は計算値とよい符合を示している。

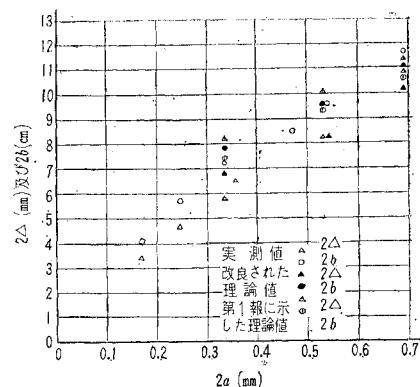
表-1

対称振動			逆対称振動		
次 数	計 算 値	実 測 値	次 数	計 算 値	実 測 値
1	0.301 秒	0.313 秒	1	0.435 秒	0.46 秒
2	0.201	0.21	2	0.150	0.15
3	0.0999	0.094			

1次振動においては、対称振動および逆対称振動とも実測値の方が大きくなっているのは、これらの振動においては、補剛桁は上下振動のほか、水平にも補剛桁全体として振動したためではないかと考えられる。高次の振動になるとこの水平の振動が全然見られなくなる。

吊橋を橋軸方向に振動せしめた時のたわみ δ および主径間補剛桁の中央点のたわみ b と振動台の振巾 a との関係を $2\delta = 0.17 \text{ mm} \sim 0.69 \text{ mm}$ までについて求めた結果

図-2 振動台の振巾と塔頂および補剛桁のたわみ



を図-2 に示す。図中黒印で示してある改良された値とは、主径間の補剛桁のたわみ曲線を正弦曲線で表わさないで、正弦曲線の自乗であらわした場合の値である。すなわち、中央径間のたわみ曲線を $b \sin \frac{n\pi x}{l}$ とおく代りに、

$$\eta = b' \sin^2 \frac{n\pi x}{l}$$

とおいて求めたものである。この方が、本模型に関する限り、たわみ曲線の実験値ともよくあつてゐると思われる。改良されたたわみ曲線を用いると、橋軸方向に水平振動(振巾=a)をうける吊橋の塔頂の変位 δ' 、および b' はそれぞれ

$$\delta' = \frac{4 w^2 l a N}{3 H_w^2 p c \left[2 + \frac{L N}{E_c A_c} \right]^2}$$

$$b' = \frac{8 w a N}{3 H_w p c \left(2 + \frac{L N}{E_c A_c} \right)}$$

となる。本実験に用いた模型について、改良された値としかならざるものとの比は、塔頂のたわみで 1:0.82、補剛桁のたわみで 1:1.04 となっている。

$\eta = b' \sin^2 \frac{n\pi x}{l}$ は、たわみの実験結果に近いばかりでなく、塔頂の変位、補剛桁の振巾についても実験値に近い値を与えることが判明した。

最後に理論値と実験値とを、ケーブルの振動時の付加的応力について比較してみる。ケーブルの応力は4カ所で測定したが、そのうち側径間で塔に近い所のものと、主径間中央点のものとの値を探る。振動周期 0.31 秒の場合に現われる最大応力は、側径間側が 638 kg/cm^2 で主径間側が 602 kg/cm^2 であった。これらの応力を水平張力に換算すると、1mm のケーブルに働く力はそれぞれ 4.48 kg 、および 4.73 kg となり主径間側の張力の方が 0.25 kg だけ大きくなっている。

次に計算値を求めてみると、この値は主径間トラスのたわみ曲線を正弦曲線の1次の形とするか、2次の形とするかによって異なり、前者の場合で $h_t = 0.26 \text{ kg}$ 、後者

の場合で 0.21 kg となる。それゆえに計算値と実験値とは良好な一致を示しているといえると思う。

以上固有振動周期、補剛トラスの最大振巾、塔頂の変位、塔頂の塔に働くせん断力などについて、理論と実験とを比較し、理論の妥当性を確認した。

2. 理 論 解

地盤の上下動による吊橋の振動を考えるとき次の仮定で計算する。

第 1 に、地盤の振動は正弦波振動であると仮定する。地盤の垂直振動については従来あまり研究者の注意を集めていなかったようで、この問題に対する研究も少ない。したがってその性質も明白でないので、上下動の場合、水平動の場合と同様に地盤の振動は正弦波で現われるものと仮定した。換言すれば正弦波の地盤振動に対する吊橋の応答を計算することになる。

第 2 には、吊橋の両側にある基礎部は同一の位相で振動すると仮定する。この仮定は吊橋の最も危険な状態をいみする。最もエネルギーが供給されやすい位相差を求めるとき、それがすなわち 0 である。考え方方は水平動の場合と同じであるが、考えるべき位相差の値は異なっている。

第 3 の仮定は、計算はすべて共振時について行なうことである。吊橋は橋軸方向の振動実験にも見られるように、その減衰係数が小さいために容易に共振を起こし、またこの共振によって大きいたわみ、および応力を発生させることになる。したがって共振の危険性を十分見込まなければならないとのと、共振によって最も破壊的な変形が生ずることの 2 つの理由によって、計算はすべて共振時に行なうこととしたのである。またこれによって複雑な吊橋の計算を簡単化することができたのである。

第 4 の仮定は、基礎部から供給されるエネルギーと減衰によって上部構造で失なわれるエネルギーとが等しいとしたことである。この仮定は水平動の場合と全く同一である。

以上の仮定のもとに、主ケーブルの振動時の応力、あるいは補剛トラスの中央点のたわみを求め、それによってあらわされる供給エネルギーと消費エネルギーとを等しいとおいて、地盤の振動振巾と主ケーブル張力などの関係を求めた。

解析は上述の仮定にもとづいて、次の 4 つの場合について行なった。

a) 側径間に補剛桁があり、ケーブルは塔頂で塔に固定されている場合。

b) 側径間に補剛桁がないが、ケーブルは塔頂で塔に固定されている場合。

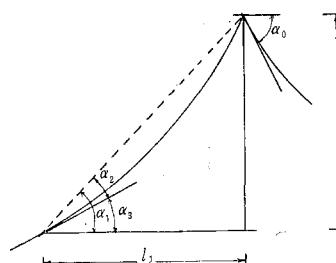
c) 側径間に補剛桁はあるが、塔頂のケーブルの支持は滑節である場合。

d) 側径間に補剛桁もなく、かつ塔頂のケーブルの支持が滑節である場合。

である。

a) 側径間に補剛桁があり、ケーブルは塔頂で塔に固定されている場合 記号は図-3 に示すものを使用することにする。側径間および主径間におけるケーブルの振

図-3



動時張力をそれぞれ h_{45} 、および h_{35} とするとこれらの張力によって塔は A_{35} だけ橋軸方向に変位するのであるから、 h_{45} および h_{35} は次の式で与えられる。

$$h_{45} = \frac{A_{35}}{K} \quad \text{および} \quad h_{35} = N \cdot A_{35} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ただし

$$K = \frac{L_1}{E_c A_c} - \frac{w^2 l_1^3}{H w^3} \left\{ \frac{1}{m^2} \left(1 - \frac{2}{m} \tanh \frac{m}{2} \right) - \frac{1}{12} \right\}$$

$$N = \frac{3 E I_0}{h^3} + \frac{1}{K}$$

主径間中央点のたわみ b_{35} は同様に、

$$b_{35} = \frac{n \pi H w \left(2 + \frac{NL}{E_c A_c} \right)}{2 w l} \quad \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる。次に塔頂のたわみ A と地盤の上下動振巾 a_v との関係を求めるために、供給エネルギーと消費エネルギーをまず計算する。

基礎部に働いている力の垂直方向の成分は、

$$h_{35} \tan \alpha_0 + h_{45} \tan \alpha_4 - h_{45} \tan \alpha_3 \quad \dots \dots \dots (3)$$

である。

$\tan \alpha_0$ 、 $\tan \alpha_4$ や $\tan \alpha_3$ を計算すると、それぞれ $4 f t^{-1}$ 、 $l_1(H+4f_1)(l_1^2-4Hf_1)^{-1}$ 、および $l_1(H-4f_1)(l_1^2+4Hf_1)^{-1}$ となるから、(3) 式は次のように書き直される。

$$h_{35} \frac{4f}{l} - 8h_{45}l_1f_1 \frac{H^2+l_1^2}{(l_1^2-4Hf_1)(l_1^2+4Hf_1)} \quad \dots \dots \dots (4)$$

地盤の上下動が $a_v \sin pt$ で表わされるとすると共振時に基礎部から供給されるエネルギー V は、

$$V = 2 \int_0^{2\pi/p} \left\{ h_{35} \frac{4f}{l} + 8h_{45}l_1f_1 \frac{H^2+l_1^2}{(l_1^2-4Hf_1)(l_1^2+4Hf_1)} \right\} \times a_v p \cos^2 ptdt$$

$$= 2 a_v 4 \left\{ \frac{4fN}{l} + \frac{8l_1f_1(H^2+l_1^2)}{(l_1^2-4Hf_1)(l_1^2+4Hf_1)K} \right\} \quad \dots \dots \dots (5)$$

一方において消費されるエネルギー W は $\pi p b_{35}^2 Cl/2$ であるから、 $V=W$ より、

$$\begin{aligned} A_{35} &= \frac{16 w^2 l \left\{ \frac{4 f N}{l} + \frac{8 f_1 l_1 (H_1^2 + l_1^2)}{(l_1^2 - 4 H f_1)(l_1^2 + 4 H f_1)} \right\}}{\epsilon p n^2 \pi^2 H_w^2 \left[2 + \frac{N L}{E_c A_c} \right]} \cdot a_v \\ b_{35} &= \frac{n \pi H_w \left(2 + \frac{N L}{E_c A_c} \right)}{2 w l} \cdot A_{35} \\ h_{35} &= N \cdot A_{35} \end{aligned} \quad (6)$$

が得られ、 $a_v \sin pt$ なる地盤動で共振するときの、塔頂のたわみ、主径間中央点のたわみ、ケーブルの振動時張力の値が求められた。

b) 側径間に補剛桁がないが、ケーブルは塔頂で塔に固定されている場合 この場合は、側径間のケーブルのたわみは0に等しいと考えられるので、**a)**の場合より式が簡単化される。塔頂の変位を A_{36} とすると、塔頂の変位とケーブルの振動時張力 h_{36} との間には

$$h_{36} = \left(\frac{3 E I_0}{h^3} + \frac{E_c A_c \cos \alpha_1}{l_1} \right) A_{36} \quad (7)$$

なる関係があり、またケーブルの弾性的伸びを計算すると、

$$\frac{w}{H_w} \int_0^l \eta \, dx = 2 A_{36} + \frac{L h_{36}}{E_c A_c} \quad (8)$$

となり、上式に $\eta = b_{36} \sin \frac{n \pi x}{l}$ を代入して、 b_{36} と A_{36} との関係を求める

$$b_{36} = \frac{n \pi H_w \left\{ 2 + \left(\frac{3 E I_0}{h^3} + \frac{E_c A_c \cos \alpha_1}{l_1} \right) \frac{L}{E_c A_c} \right\}}{2 w l} \cdot A_{36} \quad (9)$$

が得られる。

吊橋の基礎部に働く力の垂直方向の成分は、 $\alpha_3 = \alpha_4$ のために、 $h_3 \tan \alpha_0$ のみとなり、供給エネルギーと消失エネルギーとを相等しいとして、次式を得る。

$$\begin{aligned} b_{36} &= \frac{32 f w \left(\frac{3 E I_0}{h^3} + \frac{E_c A_c \cos \alpha_1}{l_1} \right)}{p c l n \pi H_w \left\{ 2 + \left(\frac{3 E I_0}{h^3} + \frac{E_c A_c \cos \alpha_1}{l_1} \right) \frac{L}{E_c A_c} \right\}} \cdot a_v \\ \text{および} \\ h_{36} &= \frac{64 w f \left(\frac{3 E I_0}{h^3} + \frac{E_c A_c \cos \alpha_1}{l_1} \right)^2}{2 + \left(\frac{3 E I_0}{h^3} + \frac{E_c A_c \cos \alpha_1}{l_1} \right) \frac{L}{E_c A_c}} \cdot a_v \end{aligned} \quad (10)$$

c) 側径間に補剛桁があるが、塔頂のケーブルの支持は滑節である場合 主径間のたわみ曲線を $b_{37} \sin \frac{n \pi x}{l}$ とおき、ケーブルの振動時の付加張力を h_{37} とすると、主径間および側径間の張力が等しくならねばならないので、ケーブルの弾性のびの方程式は、

$$\frac{h_{37} L_T}{E_c A_c} = 2 \frac{w}{H_w} \int_0^{l_1} y_s dx + \frac{w}{H_w} \int_0^l b_{37} \sin \frac{n \pi x}{l} dx \quad (11)$$

となるが、ここで y_s は

$$EI \frac{d^4 y_s}{dx^4} - H_w \frac{d^2 y_s}{dx^2} + \frac{w}{H_w} \cdot h_{37} = 0 \quad (12)$$

を満足しなければならない。

(11) 式および(12)式より

$$\begin{aligned} h_{37} &= \left[\frac{L_T}{E_c A_c} - \frac{2 w^2 l_1^3}{H_w^3} \left\{ \frac{1}{m^2} \left(1 - \frac{2}{m} \tanh \frac{m}{2} \right) - \frac{1}{12} \right\} \right] \\ &= \frac{2 w l}{n \pi H_w} b_{37} \end{aligned} \quad (13)$$

が得られる。

ここにおいて共振時に基礎部から供給されるエネルギーを求めるとき、基礎部に働く力の垂直成分が、

$$h_{37} \left\{ \frac{4 f}{l} + \frac{8 l_1 f_1 (H^2 + l_1^2)}{(l_1^2 - 4 H f_1)(l_1^2 + 4 H f_1)} \right\} \quad (14)$$

であるから、

$$V = 2 \int_0^{2\pi/p} h_{37} \left\{ \frac{4 f}{l} + \frac{8 l_1 f_1 (H^2 l_1^2)}{(l_1^2 - 4 H f_1)(l_1^2 + 4 H f_1)} \right\} \times a_v p c \cos^2 p t dt \quad (15)$$

となる。

消費されるエネルギー W は $\pi p c l b_{37}^2 / 2$ であるから $V = W$ より

$$\begin{aligned} h_{37} &= \frac{16 w^2 l \left\{ \frac{4 f}{l} + \frac{8 l_1 f_1 (H^2 + l_1^2)}{(l_1^2 - 4 H f_1)(l_1^2 + 4 H f_1)} \right\}}{n^2 \pi^2 H_w^2 p c \left[\frac{L_T}{E_c A_c} - \frac{2 w^2 l_1^3}{H_w^3} \left\{ \frac{1}{m^2} \left(1 - \frac{2}{m} \tanh \frac{m}{2} \right) - \frac{1}{12} \right\} \right]^2} \\ &\times a_v \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} b_{37} &= \frac{8 w \left\{ \frac{4 f}{l} + \frac{8 l_1 f_1 (H^2 + l_1^2)}{(l_1^2 - 4 H f_1)(l_1^2 + 4 H f_1)} \right\}}{p c n \pi H_w \left[\frac{L_T}{E_c A_c} - \frac{2 w^2 l_1^3}{H_w^3} \left\{ \frac{1}{m^2} \left(1 - \frac{2}{m} \tanh \frac{m}{2} \right) - \frac{1}{12} \right\} \right]} \\ &\times a_v \end{aligned} \quad (17)$$

d) 側径間に補剛桁もなく、かつ塔頂のケーブルの支持が滑節である場合 主径間中央点の補剛桁のたわみ b_{38} と振動時の付加の張力 h_{38} との間には、

$$b_{38} = \frac{n \pi H_w L_T h_{38}}{2 w l E_c A_c} \quad (18)$$

があることは容易にわかる。

この場合は基礎部に働く力の垂直成分は $h_{38} \tan \alpha_0$ のみであるから、基礎部から共振時に供給されるエネルギーを計算すると、

$$V = \frac{8 f \pi h_{38} \cdot a_v}{l} \quad (19)$$

である。一方において消費されるエネルギーは前と同じに求められるので $\pi p c l b_{38}^2 / 2$ となる。

ゆえに両者を等しいとおいて、

$$\begin{aligned} b_{38} &= \frac{32 w f E_c A_c}{n \pi H_w L_T p c l} \cdot a_v \\ h_{38} &= \frac{64 w^2 E_c^2 A_c^2}{n^2 \pi^2 H_w^2 L_T^2 p c} \cdot a_v \end{aligned} \quad (20)$$

がえられる。

3. 地震時の上下動加速度

従来地震の上下振動について、耐震設計の規定においていかに考えていたかを調べて見る。土木構造物のうちで上下動を考慮して設計しているのは、鋼道路橋、鋼鉄道橋、およびコンクリート構造物である。鋼橋の場合はいずれも水平震度 0.2、鉛直震度 0.1 を規準にしている。換言すれば、鉛直方向の地震の影響は、水平方向の半分を考えることになる。この点国有鉄道の無筋コンクリートおよび鉄筋コンクリート土木構造物の設計基準(案)では、はっきり“鉛直震度を考える場合にはその値は水平震度の 1/2 とする”と規定している。

現行の規定においては、ある構造物では鉛直震度は全然考えないで他の構造物では鉛直震動は水平震度の 1/2 となっているが、この考え方は一般に構造物は鉛直荷重に対しては比較的高い強度をもっていることにも原因するが、過去の経験にもとづいたものではないかと考えられる。一般に地震の強さは水平方向と鉛直方向とでいかなる性状を示すかについては、科学技術庁資源局編集の強震記録⁴⁾(1923~1956)が、有益な資料となっている。この強震記録のうちで、主として強震計による記録を取り、さらに水平と垂直の加速度が対比できるものを抜き出したものが表-2 である。表中 SO と書いてある所は地震計の記録のうち、スケール オーバーしたもので、この値は平均をとるときに省略してある。備考の早い、遅いは振動周期の早い、遅いを示している。

36 個の値の平均値は NS 方向の水平加速度と垂直加速度との比が 3.85 : 1 で、EW 方向のそれは 3.69 : 1 となっていることが判明した。すなわち上下動の加速度はこの報告書の例でみると、水平加速度の 1/3.77 ということになり、かなり水平加速度に比して小さいことがわかる。しかしまれには上下動の加速度の方が大きい場合も 1943 年の鳥取のさか川地震における京都の例でみられている。

上下動の加速度は水平動のそれに比して小さいかも知れないが、吊橋の地盤による強制振動を考えるときには上下動は重要なものであろう。なぜならば、吊橋は橋軸方向の水平地震動を受けたときでも上下振動が簡単に誘起されるのであるから、地盤の上下動によって吊橋の上下振動もまた大きくなるおそれがあるからである。

4. 計算結果

上述の実験および理論においては、吊橋に与えられる強制振動はその正弦振動が永劫に続くものと仮定して実施してきた。しかしながら実際の地盤動、特に吊橋に決定的被害を発生させると思われる地震は長時間継続するものではなく、ある限られた時間だけ作用するものと考えるべきであろう。地震の場合は、日本の過去の地震記録における主要振動の最長記録は約 30 秒⁵⁾である。すなわち主要振動が 30 秒間位継続して、あとは加速度

表-2

地震名	観測所	NS	EW	備考
1929 有田川下流	州本 (S)	3.95	2.86	
1930 会津の北	熊ヶ谷 (S)	8.39	17.45	V早い
"	長野 (S)	S.O.	2.94	"
"	名古屋 (S)	12.71	6.19	
1931 埼玉西方	水戸 (S)	1.09	S.O.	
1933 三陸	柿岡 (S)	1.73	1.14	V遅い
"	仙台 (S)	1.26	S.O.	"
"	盛岡 (S.W.)	1.28	1.53	V早い
1935 静岡	沼津 (S)	3.55	3.17	"
1936 大和河内	京都 (S)	2.10	1.21	
1937 新潟焼山	長野 (S)	2.05	2.28	
1938 和歌山田辺沖	京都 (S)	2.53	2.53	
"	彦根 (S)	4.60	3.90	
1938	水戸 (S)	9.31	9.31	
"	柿岡 (S)	1.31	1.20	
1938 塩谷岬	横浜 (S)	6.81	5.50	
"	熊ヶ谷 (S)	2.94	4.13	V断然早い
"	前橋 (S)	2.74	1.88	NS 遅い
1938 福島県東方沖	柿岡 (S)	3.21	2.03	V早い
"	筑波山 (S)	3.96	5.36	
"	水戸 (S)	8.18	8.55	
"	宇都宮 (S)	5.18	7.18	V早い
"	甲府 (S)	1.44	1.44	"
"	柿岡 (S)	1.54	1.54	
"	筑波山 (S)	5.00	4.80	
"	仙台 (S)	S.O.	1.64	
"	水戸 (S)	9.26	5.86	
"	柿岡 (S)	1.00	1.06	
"	秋田 (S)	1.72	S.O.	
1943 鳥取県野坂川	米子 (S)	S.O.	2.28	
"	京都 (S)	1.64	0.62	
"	神戸 (S)	2.82	2.10	
"	徳島 (S)	2.02	2.53	
"	松江 (S)	3.74	2.55	
1945 三河(愛知県)	岐阜 (S)	7.70	6.40	V早い
1946 南海道	熊ヶ谷 (S)	3.71	4.21	
1948 福井	金沢 (S)	1.91	1.65	
1949 栃木県今市	熊ヶ谷 (S)	1.71	2.31	
1950 九十九里浜地震	銚子 (S)	4.22	2.64	
1953 千葉県房總沖	銚子 (S)	1.46	2.43	
"	東京 (S)	2.11	1.75	
1956 江戸川河口	東京 (S)	4.26	5.20	
平均値		3.85	3.69	

の小さい振動が残る。このような過渡的振動を吊橋について計算を行なうこととはすこぶる困難であるので、吊橋と同じ自己振動周期、減衰常数をもつ一質点系に置換して、静止状態から振動が始まって、一定期間 (T_0) 強制振動させられる振動系の振動の生長を調べてみる。

その運動方程式は、時間が 0 から T_0 までは

$$y'' + 2phy' + p^2y = q \sin pt \quad \dots \dots \dots (21)$$

この式の解は、 $t=0$ で、 $y=0$ 、および $y'=0$ より、

$$y = y_s \left[\frac{1}{\sqrt{1-h^2}} e^{-pht} \cos(p't - \varepsilon) - \cos pt \right] \dots \dots (22)$$

$$\text{ただし } p' = p \sqrt{1-h^2}, \tan \varepsilon = \frac{h}{\sqrt{1-h^2}}, y_s = \frac{q}{2p^2h} \quad \dots \dots$$

となる。よって 0 から T_0 までの間に n 波の波が作用したときの y_{T_0} は次式で表わされる。

$$y_{T_0} = y_s \left[\frac{1}{\sqrt{1-h^2}} e^{-2n\pi h} \cos \left(\frac{2\pi np'}{p} - \varepsilon \right) - \cos 2n\pi \right] \dots \dots (23)$$

式中の $2n\pi p'/p = 2n\pi(1-h^2/2) = 2n\pi - n\pi h^2$ であって、 h が吊橋の場合は 0.004~0.006 程度であるので、高い円振動数との共振、換言すれば、 n の大きい場合の強制振動を対象にしても、 $n\pi h^2$ は小さい値であるので、 $2n\pi p'/p \approx 2n\pi$ と考えられる。一例をあげて計算すると、 $n=125$ 、($p=2\pi/0.24$ 、 $T_0=30$ 秒) の場合 $h=0.006$ としても、 $n\pi h^2=0.014$ で位相差 ε を加えても、0.020 ラジアン (=1.10) であって、無視できる値である。それゆえに上式は近似的に

とおくことができる。 y_s は定常状態の振巾を表わすゆえ、 n 波に対する振巾の生長率 μ は

$$\mu = \frac{y_{T_0}}{y_s} = 1 - e^{-2n\pi h} \dots \dots \dots \quad (25)$$

である。今 $T_0=30$ 秒とし、種々なる振動周期について、生長率 μ を計算すると、表-3 の結果を得る。これによると、 n が小さいときは、生長率も 20~28% 程度であるが、 n が大きくなると、99% にも達する。

表—3

T(秒)	n	μ		
		$\hbar=0.004$	$\hbar=0.005$	$\hbar=0.006$
3.3	9	20%	25%	28%
2.1	14	30	36	41
1.1	22	42	50	56
0.59	51	72	80	85
0.36	83	87	93	96
0.24	125	97	98	99

地盤動は吊橋の各固有振動周期と同一の周期であると仮定して計算を行なってきたが、次に問題になるのは正弦曲線で表わされるとした地盤動の振巾である。地盤の運動のうち最も危険な地震の場合をとって考えると、従来用いられてきた震度法の場合であると、かなりの研究が行なわれているので、地盤によりまたは地域により震度をきめることができるが、地盤の振動振巾についてはあまり研究もなくまた記録も乏しい。

しかしながら Biot, M.A.⁶⁾ の研究によると、1秒以上の波を対象とすると、地震波の性質として、

$$A \cdot T^{-1} = \text{const}$$

という関係が成り立つことが、実験的に明らかにされている。ここに A は地震動の振巾で、 T は周期である。

吊橋の対称第一次の振動周期は一般に長いので、Biot の研究結果が適用されると思われる。この関係は周期の小さい範囲ではあまりよくは成立しないようである。振動振巾 A は T がわかっているれば、上式で与えられることが考えられるが、ここで問題は一定値をいくらにとるかということである。本論文はこの一定値のとり方を詳細に検討するものもその目的でもなく、また現状においては十分の資料が整備されるとは思われないので、ここでは $AT^{-1}=90$ として計算を進めたことのみを記すことにする。あえてその根拠を求めるならば、0.6 秒の周期

をもつ構造物に対して、150 gal の加速度を考えていることである。現在建設中の若戸大橋の耐震性が重要問題であったので、同橋の寸法を用いて、各種の強制振動の振巾を計算する。計算に使用する吊橋の減衰常数は実験結果の値を採用し、特に最小の値 0.004 を用いた。地盤の振巾、周期は前節の $AT^{-1}=90$ を用いた。この値は若戸大橋の架橋地点が過去において大地震の経験のほとんどない北九州であるので、それほど低い値であるとは思わない。しかる場合は地盤の振動振巾は $T=3.1$ 秒に対しては $A=7.09$ cm, $T=2.1$ 秒に対しては、 $A=4.78$ cm であるので、上下動の振巾の値は水平動の振巾の 100%, 50% および 37.7% の 3 種について計算した。

地盤運動の継続時間は過去の地震の最長記録 30 秒をとった。表-4 および表-5 は地盤の上下動が水平動と同時に作用する場合を計算したものである。表中の b は補剛トラスの中央点のたわみであり、 μ はケーブルに働く振動時の付加的張力である。添字で 31 と 35 とが加わっている欄はケーブルが塔頂で固定され、側径間にも補剛桁のある場合で、以下 32 と 36 はケーブルは塔頂で固定されているが側径間のみは補剛桁がない場合、33 と 38 は側径間に補剛桁がなく、またケーブルも塔頂で滑りうる場合、34 と 37 はケーブルは塔頂で滑動できるが、側径間には補剛桁のある場合である。

表-4 は地盤動の継続時間を 30 秒として求めたもので、表-5 はそれを 15 秒とした場合の張力およびたわみの値を示している。地盤動継続時間 15 秒のときは、振巾の生長率は $h=0.004$ とし $T=3.1$ 秒、および 2.1 秒に対して、それぞれ 12% および 19% である。表中の a_p/a_h は上下地盤動振巾と水平地盤振巾との比をあらわす。

表一-4

T=3.1 秒				T=2.1 秒			
$a_0 t/a_h$	100%	50%	37.7%	100%	50%	37.7%	
$b_0 + b_h$	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
$b_{31} + b_{35}$	1 122.2	912.8	861.3	245.9	197.2	185.2	
$b_{32} + b_{36}$	977.2	838.0	803.8	225.5	193.9	186.1	
$b_{33} + b_{38}$	940.2	797.8	762.8	231.4	198.3	190.2	
$b_{34} + b_{37}$	1 063.4	852.2	800.2	294.2	221.5	203.6	
$b_{31} + b_{35}$	19 358 t	15 518 t	14 573 t	2 249 t	1 802 t	1 692 t	
$b_{32} + b_{36}$	19 450	16 687	16 007	2 244	1 930	1 853	
$b_{33} + b_{38}$	20 250	17 358	16 647	2 675	2 177	2 055	
$b_{34} + b_{37}$	19 376	15 549	14 608	2 246	1 804	1 695	

表一

<i>T</i> =3.1秒				<i>T</i> =2.1秒			
$\frac{a_v}{a_h}$	100%	50%	37.7%	100%	50%	37.7%	
$b_v + b_h$	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
$b_{31} + b_{35}$	673.3	547.7	516.8	155.7	124.9	117.3	
$b_{32} + b_{36}$	586.3	502.8	482.3	142.8	122.8	117.8	
$b_{33} + b_{38}$	564.1	478.7	457.7	146.5	125.6	120.5	
$b_{34} + b_{37}$	638.0	511.3	480.1	186.4	140.3	129.0	
$b_{31} + b_{36}$	11 615 t	9 311 t	8 744 t	1 424 t	1 141 t	1 072 t	
$b_{32} + b_{38}$	11 670	10 012	9 604	1 421	1 222	1 173	
$b_{33} + b_{38}$	12 150	10 415	9 988	1 694	1 379	1 301	
$b_{34} + b_{37}$	11 626	9 329	8 765	1 423	1 142	1 073	

している。 $a_v/a_h 100\%$ は地盤の上下動が水平動と同じ振巾で振動する場合で、このような振動は過去の地震記録にもその例がまれであるが、この場合についても一応計算してみた。 $a_v/a_h 50\%$ は、現行の橋の示方書が規定している設計震度が上下動は水平動の 1/2 であるので、計算の対称にした値である。 $a_v/a_h 37.7\%$ は第2節で述べた、日本における強震記録の上下動と水平動との加速度比の平均が 37.7% であったので、その値を意味している。しかしながら、この値は加速度比であるので、振巾比まで、この比になるか否かは周期が異なっていると思われる所以問題だと思うが、一応基準になる数字だと思って、この比についての計算を実施したわけである。

5. あとがき

表-4,5 にみられるように、吊橋の対称振動が発生すると、ケーブルの振動時の付加的水平張力はいちじるしく大きくなることが最も注目すべきことではないかと思う。仮定された地盤動をうけた時の吊橋に発生する応力およびたわみを若戸大橋の寸法を用いて計算を行なった結果については以上のとくであるが、若戸大橋自身の耐力について少し説明する。

ケーブルの耐力は 35 300 ton である。しかしケーブルの張力は塔頂近くで最大になるので、水平張力を対象に耐力を考えるときは、上述の値の 1/1.08 である。またケーブルには 死荷重張力 = 8 190 ton が作用しているので、振動時に残されている水平張力は 32 700 - 8 190 = 24 510 ton である。この値を表-4 および 表-5 の値とを比較すると、本文で仮定した程度の地盤動なら最悪の場合、すなわちケーブルは塔頂で固定されておらず、側径間には補剛桁がなく、かつ上下動振巾は水平動振巾と同一の大きさの場合でも、破断に対する安全率は 1.21 ある。しかしながら、補剛トラスの破壊について調べると、 $\sigma_{max} = 5 200 \text{ kg/cm}^2 (\text{St } 52)$ としたときの、対称 1 次の振動系の最大振巾は 7.30m であるから、地盤の最強振動が 30 秒継続する場合はすべての場合に、 $\sigma_{max} = 5 200 \text{ kg/cm}^2$ まで完全に弾性を保持するとの仮定をすると、補剛桁は破断してしまうことになる。もっとも、鋼材は降伏点で塑性になって、伸びが急激にふえるので、補剛桁の最大振巾が 7.30m 以上にもなりうると、補剛桁が地盤動によって、破損しても修理が可能であるからケーブルの破断よりは研究の重要性は減じている。

対称 2 次の振動系について考えると、たわみの限界値は、補剛桁が $b_{max} \sin 2\pi x/l$ でたわむとして、 $b_{max} = 3.65\text{m}$ となるので、ケーブル、補剛桁ともに、本文で仮定した地盤動に対しては、十分安全である。

吊橋の振動においては、対称 1 次の振動系が最も危険

であり、ケーブルの振動時の付加的張力がいちじるしく大きくなることは上述のごとくであるが、その結果として、アンカーブロックの振動時の安定については十分注意する必要のあることが明らかにされる。すなわち、動力学的解析によらない従来の静力学的解析では、アンカーブロックに作用するケーブルの張力は過小評価されていると考えられる。特に吊橋の上下動の固有振動周期が 1 秒以内の場合には、地震時には共振によって、いちじるしく大きいケーブルに張力が発生し、アンカーブロックを移動せしめてしまうことになるおそれがある。福井地震における、自己振動周期（対称 1 次の上下動）が 1.26 秒であった。五松橋（図-1 参照）の被害の原因もこの点に帰するのではないかと考えている。

本稿を終るに当って、種々御指導を戴いた福田武雄先生、および研究の始めから終りまで御懇切な御指導、御援助を絶えず御与え下さった岡本舜三先生に深甚の謝意を表し、また実験・計算等について尽力して下さった研究室の諸官にも深謝する次第である。

記号説明

	の付加的水平張力
EI : 補剛桁の曲げ剛性	h_{tt} : 塔頂における塔のせん断力
L_T : ケーブルの全長	L_t : 主径間のケーブル長
E_c : ケーブルのヤング係数	c : 吊橋の減衰係数
A_c : ケーブルの断面積	ρ : 地盤の水平振動の振動数
$a : l_{tl}$	N : 吊橋で消費されるエネルギー
r : 円振動数	W : 吊橋へ供給されるエネルギー
g : 重力加速度	λ : 対数減衰率
b : 主径間補剛桁の最大振動振巾	h : 減衰常数
ϕ_0 : 塔の固有振動数	F_a : 減衰力
EI_0 : 塔の曲げ剛性	$y_m = \eta$: 主径間補剛桁のたわみ曲線
h : 塔の高さ	y_s : 側径間補剛桁のたわみ曲線
α または α_h : 地盤の水平振動振巾	H : 塔頂より補剛桁までの高さ
a_v : 地盤の上下振動振巾	S : 塔の断面係数
A : 塔頂の水平変位	
h_{st} : 主径間ケーブルの振動時の付加的水平張力	
h_{ci} : 側径間ケーブルの振動時	

文 献

- 1) Kubo, K. : "Vibration of Suspension Bridges forced to Vibrate Longitudinally", Proc. of 2nd World Conference on Earthquake Engineering, 1960
- 2) "福井地震震害調査報告, 土木部門", 北陸震災震害調査特別委員会 1950
- 3) Bleich, F. : Mathematical Theory of Vibration on Suspension Bridges"
- 4) "Seismograms of Strong Earthquakes", by Resources Bureau, Science and Technics Agency, Tokyo, Sep. 1, 1959
- 5) 那須信治: "地震の話" 土木学会 第1回 地震工学研究発表会
- 6) Biot, M.A. : "A Mechanical Analyzer for the Prediction of Earthquake Stresses" Bulletin Seismological Society of America, Vol. 31, No. 2, April, 1941

(原稿受付: 1961.1.16)

VIBRATION OF SUSPENSION BRIDGE DUE TO VERTICAL GROUND MOTION

By Keizaburo Kubo, C.E. Member

SYNOPSIS

As regards the vibration of suspension bridge due to horizontal ground motion, which can be represented by sinusoidal wave, and whose direction is parallel to the bridge axis, the writer has already published the results obtained by model tests and by theoretical analysis at the 2nd World Conference on Earthquake Engineering, 1960. In order to investigate the vibrational characteristics of vibration of suspension bridged, and to prove the validity of the theory, the writer made a model, whose total length is 548 m, and the vibration tests were done by using the model. After confirming the validity of the theory given by the writer, he applies his analytical method to analyze the vibration of suspension bridges due to vertical ground motion, and performs numerical analysis about the Wakato Bridge, which

is now under construction.

In this paper, the writer does not analyze the vibrational characteristics of suspension bridges due to horizontal ground motion, whose direction is perpendicular to the bridge axis, because the perpendicular strength of the suspension bridge is mostly checked against large wind load, and usually lateral vibration of the suspension bridge causes the torsional vibration which does not give rise to large additional cable tension.

The ratio of vertical acceleration to horizontal one of earthquakes is obtained by using the acceleration records in the past. The number of kinds of cases which are treated in this paper is four, owing to the combination of both side span with stiffening girder or not and condition of the top of the tower, sliding or fixed.

土木学会論文集編集委員会

委員長	丸安隆和	副委員長	林泰造	委員	竹間弘彦	委員	増田重臣
委員	浅川美利	委員	倉西茂	"	土屋昭彦	"	松尾新一郎
"	飯田隆一	"	佐川嘉胤	"	土屋雷藏	"	室町忠彦
"	石橋金一郎	"	佐藤昭二	"	中山謙治	"	柳田尚力
"	色部誠	"	佐藤吉彦	"	永盛峰雄	"	山川典尚
"	内田一郎	"	相良正次	"	西片守	"	山本晴
"	川島賢一	"	多谷虎男	"	西原巧	"	山村保
"	北川英夫	"	高瀬信忠	"	長谷川五郎	"	吉村真事
"	久野悟郎	"	高橋国一郎	"	林正道	"	西勝威夫
"	久保慶三郎	"	高橋裕	"	平嶋政治	"	
"	倉田進	"	立松俊彦	"			

昭和 36 年 7 月 20 日印刷
昭和 36 年 7 月 25 日発行

土木学会論文集 第 75 号

定価 250 円 (税 20 円)

編集兼発行者	東京都新宿区四谷一丁目	社団法人 土木学会
印刷者	東京都港区赤坂溜池 5	末森猛雄 株式会社 技報堂

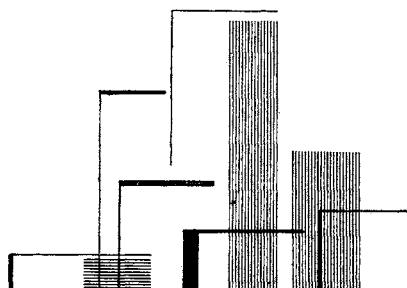
発行所 社團法人 土木学会 振替東京 16828 番

東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話 (351) 代表 5138 番

最も良い最も経済的なコンクリートを造る…

ポゾリス

セメント分散剤



あらゆるコンクリート構造物にポゾリス
は素晴らしい効果を示しております

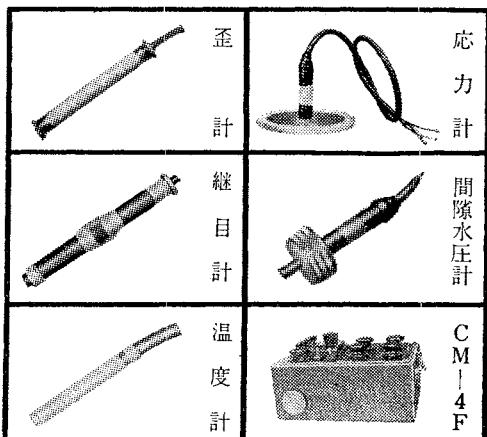
完備したコンクリート試験室・各種データーと共にテクニカル・サービスマンが
皆様の御用命をお待ちいたしております



日曹マスター・ビルダーズ株式会社

本社 東京都千代田区大手町2の4(新大手町ビル) 電話(211)代表2781
大阪営業所 大阪市東区北浜2の90(日産生命会館内) 電話(202)代表3294

共和の抵抗線歪計とカールソン型計器



株式会社 共和無線研究所

本社 東京都港区芝西久保明舟町19
電話東京(501)代表2444番
大阪出張所 大阪市北区宗是町10(中之島ビル内)
電話土佐堀(44)0058・0059番
名古屋出張所 名古屋市中区岩井通り4の8(マスミビル内)
電話 南 (32) 2596~8番
福岡出張所 福岡市宮内町25(宮内ビル内)
電話福岡(3) 5565・6390番

MARUTO CONCRETE PRESS

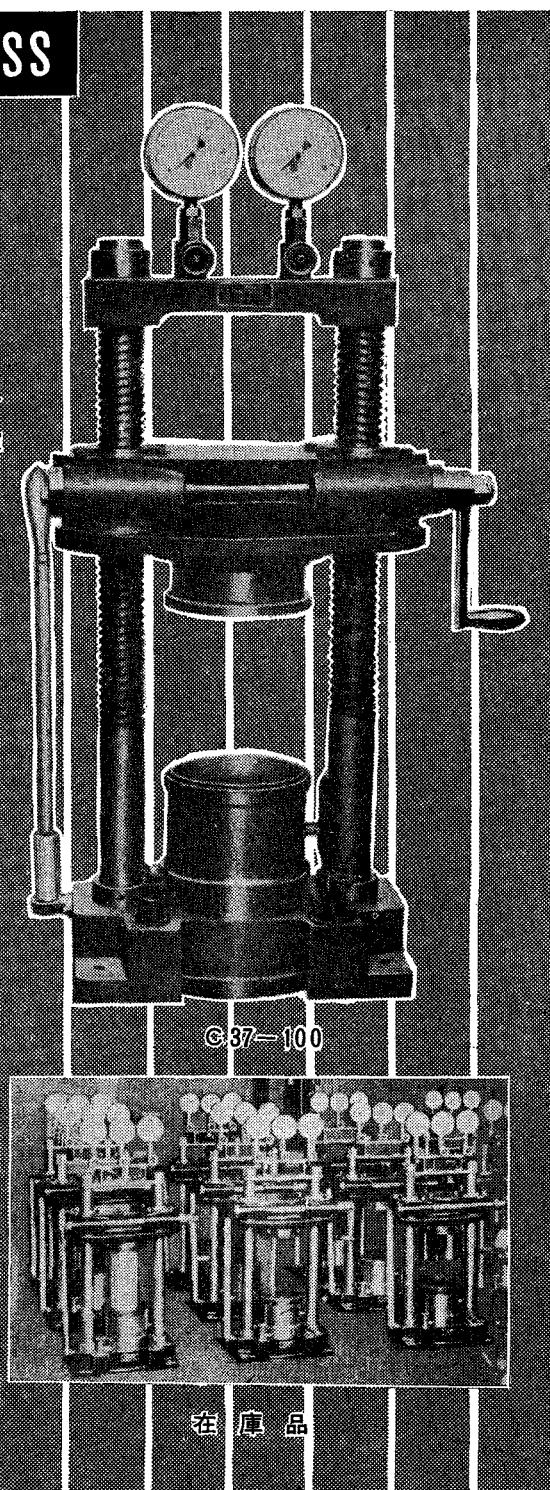
圧縮試験機 (手動油圧式)

コンクリート工事現場の品質管理
コンクリート製品工場の品質管理研究
において本試験機はPATENT
NO. 431055を有するその機能、特徴を完全に發揮

特 徵

- 高性能特殊緩衝装置 (Patent No. 431055) を装備し、コンクリートの急激破壊に基づく油圧の急速な減少に対し、絶対の精度、安全性を保証出来ます。
- 非常に軽量可搬であり、しかも鋳鋼、ニッケル・クローム鋼を材質としており極めて堅牢であります。
- 高低圧用二個の荷重計を装備し、上下昇降自由な加圧頭を有しております。従って、コンクリートの他、煉瓦、ブロック、セメント、モルタル等の圧縮試験にも容易に適用出来ます。
- 曲げ試験用取付具を装置して、コンクリートの曲げ試験をも完全に行えます。

機能		
	型式 No.C 09-60	No.C 37-80
常用最高圧力	60 ton	80 ton
上下加圧板間距離	0~370 mm	0~450 mm
加圧板寸法	175 mm ϕ	220 mm ϕ
荷重計目盛	高圧用 1 ton ; 低圧用 0.1 ton	
荷重計保証精度	最高荷重において ± 2 %	
供試体最大寸法	15 cm ϕ × 30 cm	20 cm ϕ × 40 cm
最大ラム・ストローク	30 mm	
総重量(約)	140 kg	300 kg
	350 kg	



C 37-100

在庫品

営業品目

土質試験機
コンクリート試験機
アスファルト試験機
ブルーピング・リング

株式会社 丸東製作所

東京都江東区深川白河町2の7
電話：深川 (641) 2661, 7749, 8735