

特性係数法による確率降雨強度式の算定法について

正 員 石 黒 政 儀*

要 旨 対数正規法により確率降雨強度式を算定する方法を提唱した前報に引続き、本文では極値極限法によりこれを算定する方法を提示し、さらに本邦短時間強雨特性より誘導した特性係数法によって算定する方法を提唱した。この特性係数法による確率降雨強度式は $I_N = \beta_N \cdot R_N$ の形をとるが、ここに I_N は N 年確率降雨強度(mm/hr)、 β_N は N 年確率特性係数、 R_N は N 年確率時間雨量(強度, mm/hr)である。本法は前述の2方法と同程度の精度のもとに、わずか2組の降雨資料のみで、最も簡単に確率降雨強度式を算定できる。さらにこの場合の式中の特性係数の二、三の誘導法をも提唱論議した。最後に本法の適用例として、 N を10年としたときの本邦における R_{10} の確率雨量分布図と β_{10} の特性係数分布図とを提示した。これらの β_N と R_N とは本邦気象庁管下の全気象台、測候所147地点の降雨資料から算出決定したものである。

1. 緒 言

都市下水道計画における雨水流出量算定や、小区域排水工などの設計計画をおこなうにあたっては、当該地方の短時間強雨特性を解明すべきであるが、とくに下水道計画でのビュルクリ系実験式の時間雨量の算定およびラショナル式に用いる降雨強度式算定法は水文統計学的に処理すべきである。筆者はその一方法として降雨強度が対数正規分布の場合には岩井法^{1)~4)}に若干の修正を加えた算定法を提唱し、本邦主要都市に適用してその有効性を検証したが⁵⁾、本文ではさらに順序統計学より出発した極値極限理論にもとづく、いわゆる Gumbel 法^{6),7)}を応用して、確率降雨強度式を算定する方法を論究した。この二算定法では各継続時間たとえば5, 10, 20, 30, 40, 60, 80, 120分等における降雨資料がえられた場合に、所望の確率年降雨強度式を精密に算定することができる。これらの二精密算定法による算定結果はほとんど同値を与えることがわかった。さらに本邦の全域を代表すると思われる144の気象台、測候所の観測降雨資料より、短時間降雨強度曲線として、いかなる式型が実用上、精度上最適であるかを検討し、この式型には地域的な特性のあることを見出した⁸⁾。これらの水文統計学および強度式型より降雨強度の本質を理論的に解明し、1時間雨量とほかのいずれか1つの降雨量のみがえられておれば、各継続時間ごとの全資料を用いたと同精度のもとで簡単に確率降雨強度式を算定しようとするような実用的方法を

考究し、これを特性係数法と名づけた^{9),10)}。この式は $I_N = \beta_N \cdot R_N$ で表わされ、今まで降雨強度式についてわか国のみならず諸外国でも多くの研究がなされてきたが結局はこの簡単な関係式を求めていたことを明らかにした。さらに上式の I_N を求めるに、 R_N は1時間雨量の確率計算で求められるが、 β_N の特性係数決定法として確率論的誘導法をも提唱論議し、その算定例を極値法による精密算定結果と比較検討した後、最終的に沖縄、石垣島までを含めた147地点の算定結果から導いた確率時間雨量の分布図(R_N)と特性係数の分布図(β_N)を提示したが^{23),24)}、その一例として、10年確率の算定結果を本文では示した。この分布図によれば、降雨資料が僅少であるか、または皆無の地方でも容易に最も合理的な確率降雨強度式を算定することが可能となった。

2. 極値極限法による確率降雨強度式の精密算定法

短時間強雨の降雨強度式を確率論的に算定するには、各継続時間ごとの強雨の確率計算をまず行ない、同一確率年値を第2データとして、最小自乗法で式型の比較算定をするという、2回の手順を要する筆者がさきに提唱した方法⁹⁾が精密算定法である。確率計算は対数正規法の岩井法のほか石原、高瀬^{11),12)}、角屋¹³⁾の方法でももちろんよいわけである。本文ではいわゆる極値理論による Gumbel のモーメント法で簡単に解く方法と最小自乗法による方法とを用いることにする。

いまある大きさ y よりも小さいか等しい値の確率を $p_0(y)$ とし、原水文資料の初期頻度分布関数を $f_0(y)$ とすると、 m 回の観測値のすべてが y より小さいか等しいような確率は次式で示される。

$$p(y) = [p_0(y)]^m \dots\dots\dots (1)$$

$f_0(y)$ の初期分布に対して最大値の頻度分布関数 $f(y)$ は確率 $p(y)$ の一次微分であるからつぎのようになる。

$$f(y) = \frac{dp(y)}{dy} = d[p_0(y)]^m / dy \\ = m [p_0(y)]^{m-1} \cdot \frac{dp_0(y)}{dy}$$

$$\therefore f(y) = m [p_0(y)]^{m-1} f_0(y) \dots\dots\dots (2)$$

ゆえに最大値の分布 $f(y)$ は $f_0(y)$ さえわかれば数値計算が可能である。いま y が一つの無限変量であるときは極値理論により式(1)の確率 $p(y)$ は次式に収斂する。

$$P(y) = \exp\{-e^{(a+y)/c}\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで a, c は統計的パラメーターでモーメント法により

$$a = r c - \bar{y}, c = (\sqrt{6}/\pi) \sigma \dots\dots\dots (4)$$

* 宮崎大学講師，工学部土木工学教室

ここで $\gamma=0.577216$: ユーラー-常数, \bar{y} : 平均値,
 σ : 標準偏差

いまある大きさ y より大きいか等しい毎年最大値の再現確率を P_M とすると, あきらかに式 (3) の補確率で示されるから

$$P_M = 1 - P(y) = 1 - \exp - e^{-(a+y)/c} \dots\dots (5)$$

毎年最大値の再現期間 (Return Period) を T_M とすると, 式 (5) より

$$T_M = 1/P_M = 1/\{1 - \exp - e^{-(a+y)/c}\} \dots\dots (6)$$

これより $y = -a - c \cdot \lg[\lg T_M - \lg(T_M - 1)] \dots\dots (7)$

式 (4) の a, c を式 (7) に代入すると

$$y = \sigma K + \bar{y} \dots\dots (8)$$

$$K = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \{ \gamma + \lg[\lg T_M - \lg(T_M - 1)] \} \dots\dots (9)$$

式 (9) の K は頻度係数とよばれているが¹⁶⁾, これはつぎのように書きかえた方が計算上有利である。

$$K = -0.45 - 0.78 \lg[\lg T_M - \lg(T_M - 1)] \dots\dots (10)$$

実用的には常用対数で表わした次式の方が便利である。

$$K = -\left(1.1 + 1.795 \log_{10} \cdot \log_{10} \cdot \frac{n+1}{n+1-m}\right) \dots\dots (11)$$

ここで n は資料総数, m は大きい方よりの資料順位, 式 (7) (9) (10) の T_M は再現期間 (plotting position) のであり, 次式で求めうる¹⁷⁾。

$$T_M = (n+1)/m \dots\dots (12)$$

ここで m, n は式 (11) のそれと同意である。

この頻度係数 K を用いれば式 (8) のように一次式で算定できるが, これを頻度係数 K による算定法と呼ぼう。

一般に Gumbel 法としては, 上述の x と y とが逆になった次式が用いられることが多い。

$$x = -b - c \lg[\lg T_M - \lg(T_M - 1)] \dots\dots (13)$$

$$x = u + \frac{1}{a} y \dots\dots (14)$$

式 (14) の y は標準化変量と呼ばれ次式で示される。

$$y = -\lg[\lg T_M - \lg(T_M - 1)] \dots\dots (15)$$

式 (14) の各係数はモーメント法により次式で求まる。

$$\left. \begin{aligned} 1/a &= \pi / (\sigma_x \cdot \sqrt{6}) & b &= r c - \bar{x} \\ u &= \bar{x} - \gamma/a & c &= \left(\frac{\sqrt{6}}{\pi}\right) \sigma_x \end{aligned} \right\} \dots\dots (16)$$

式 (8) は式 (4), 式 (14) は式 (16) のモーメント法でそれぞれ求まるが, 次式の最小自乗法で求めた方が観測値とよく合致する。すなわち式 (8) を次式に変換する。

$$y = Ax + B \dots\dots (17)$$

この式 (17) の各係数, すなわち式 (8) は次式で求まる。

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\bar{x} \cdot \bar{y} - \bar{x} \bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \\ B &= \bar{y} - A \bar{x} = \frac{\bar{x} \cdot \bar{xy} - \bar{x} \bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (18)$$

式 (14) は同様に

$$\left. \begin{aligned} 1/a &= [(\bar{x}^2 - \bar{x}^2) / (\bar{y}^2 - \bar{y}^2)]^{0.5} \\ u &= \bar{x} - \bar{y}/a \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

これらの各式を用いて, 確率降雨強度式を算定するには, 各継続時間ごと (普通 8 回) の確率計算を行ない, 同一確率年値をもって式型算定を行なえばよい。本文ではこの極値法の頻度係数 K と, 標準化変量 y とを用い

それぞれモーメント法と最小自乗法との 4 種の算定例を, 本邦 K 市の降雨資料 (年数) 40 個の場合を示すことにする。

図-1 は式 (8), (9) の頻度係数 K を用いて算定した 10 分間強度の計算結果であり, 式 (4) のモーメント法と式 (17) の最小自乗法との算定結果をプロットしてあるが, 最小自乗法により算定した方が実測値との適合はよいことが示されている。

図-2 は標準化変量 y を用いたもので, 式 (14), (15) と式 (19) とについてそれぞれ 2 つの算定式を示してあり 図-1 と同じことがわかる。

図-3 は 図-1, 2 の 10 分間降雨強度確率算定値と同様に, 降雨強度曲線決定に必要な各継続時間の降雨強度

図-1 頻度係数 K による 10 分間確率降雨強度算定図

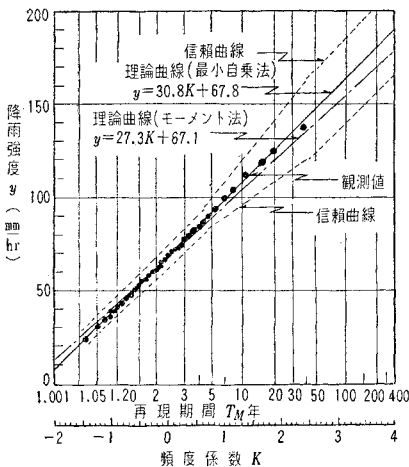


図-2 標準化変量 y による 10 分間確率降雨強度算定図

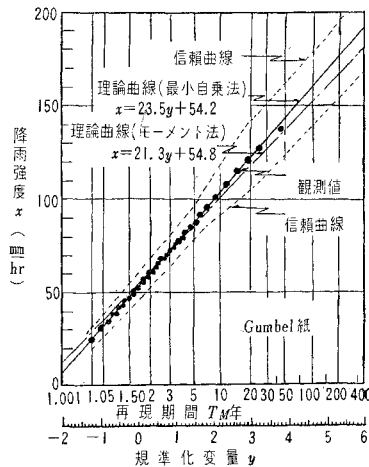


図-3 各継続時間の確率降雨強度

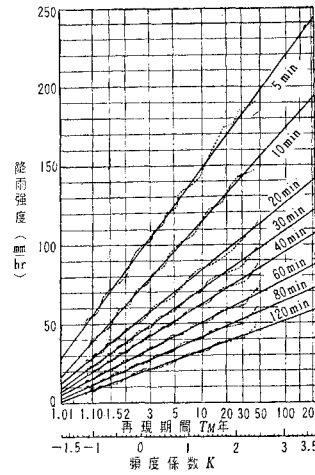


図-4 5年確率の式型算定比較図

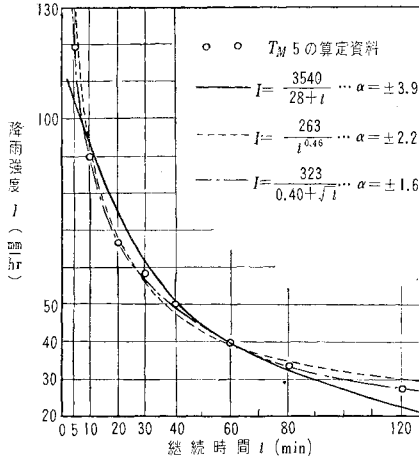
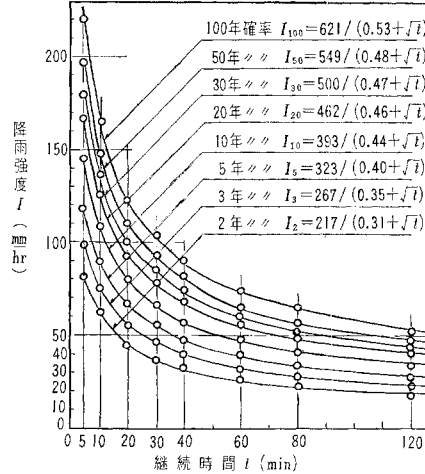


図-5 確率降雨強度式決定図



の確率計算を行ない、それをプロットしたもので、 K を用いた算定結果が示してある。図中の破線は観測値をプロットしたものである。

これらの算定値について各確率年値に対応する値を第2データとして、確率降雨強度式を最小自乗法で決定すればよいわけであるが、5年確率の場合の式型決定例を図-4に示す。式型決定では各継続時間ごとのデータと算定式からの偏差の平均偏差 $\pm a$ または平均偏差百分率 $\pm \%$ が最小のものを選ばよ。

かくして図-5のように各確率年ごとの降雨強度式をうるができる。この算定結果は極値極限法の頻度係数 K 、規準化変量 y および対数正規法として岩井法の下限值 $b=0$ とした算定値とは、ほとんど同値を与える。このように各継続時間ごとの資料を用いて算定する方法を確率降雨強度式の精密算定法と呼ぶことにする。なお本法の詳細については筆者の別文を参照されたい¹⁹⁾。

3. 特性係数法による確率降雨強度式の算定法

確率降雨強度式の精密算定法は、5~120分 にわたる任意継続時間の長期にわたる観測資料のえられる、いわゆる自記雨量計の設置してある主要都市でのみ適用可能であり、自記雨量記録紙の保存してある地点でも、われわれが气象台、測候所にて各継続時間ごとの長年にわたる降雨記録を自記紙からすべて読みとることは、相当の労力のみならず、自記紙上での読定の誤りや、誤算とをまぬかれない。ところで各气象台測候所での雨量観測値は、必ず10分間、1時間の毎年最大値(毎年第1位)は日雨量とともに気象管所の専門測定者の調整を経て公式の気象年報、気象月報の雨量観測表に明記することになっているから、これらの値は容易に入手できる。

そこで本邦における気象業務のかかる現状とわれわれの要望である確率降雨強度式の算定に、この10分間と1時間との雨量記録のみを用いて算定する方法を提唱す

る。この方法は短時間降雨の本邦における降雨特性研究の結果から導いたものであり、これを特性係数法とよぶことにした^{9), 10)}。

一般の確率降雨強度式としては M.M. Bernard が提唱した次式がある^{19), 20), 21)}。

$$I = \frac{K \cdot T_P^x}{t^n} \dots \dots \dots (20)$$

ここで I は確率降雨強度 (mm/hr)、 $K \cdot x \cdot n$

は地方常数、 T_P は確率年、 t は降雨継続時間 (min) である。

式 (20) の各常数については Bernard 自身によって米國東部の分布図が完成されているが^{19), 20), 21)}、これは都市下水道計画のみならず中、小河川や発電水力ダム等の流量推定にも用いているのが、最近の文献からもうかがわれる²²⁾。この式は降雨強度式の中に確率年数 T_P (たとえば5年確率の場合 $T_P=5$) を入れており式の算定が面倒で、かつ本式が厳密になり立つ地点は本邦ではわずかに全域の6%にすぎない(この点については稿を改めて論議する)。このように確率年数をその中にふくめずに、筆者の提唱する次式によって十分これを満足することができる。すなわち

$$I_N = \beta_N \cdot R_N \dots \dots \dots (21)$$

ここで I_N : N 年確率降雨強度、 β_N : N 年確率特性係数、 R_N : N 年確率時間雨量または強度。

この式 (21) は1時間雨量 R に特性係数 β を乗じたものであり、既往のいかなる降雨強度式もこの形で示され、降雨強度の特性はこの2係数で完全に説明することができる。

R_N の N 年確率時間雨量の計算は、対数正規法、極値極限法などで容易に算定することができる。 β_N はあらゆる降雨強度式型をとりうるが、一般式としてつぎの三式型をあげ、 β_N の算定法を述べると

$$\beta_N = a' / (\sqrt{t} \pm b) \dots \dots \dots (22)$$

β_N は N 年確率特性係数、 a' 、 b は N 年確率地方常数で次式で算定する。

$$\left. \begin{aligned} a' &= b + \sqrt{60} \\ b &= (\sqrt{60} + \beta_N^t \cdot \sqrt{t}) / (\beta_N^t - 1) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

ここで β_N^t 、 \sqrt{t} は同一継続時間 (min)、たとえば10分であれば β_N^{10} 、 $\sqrt{10}$ となり、 β_N^{60} は60分と10分間雨量強度比から求められる。

つぎに降雨強度式型が Talbot 型の場合は

$$\beta_N = a' / (t + b) \dots\dots\dots (24)$$

で示され各係数は式 (22) と同意であり、次式で求まる

$$\left. \begin{aligned} a' &= b + 60 \\ b &= (60 - \beta_N^0 \cdot t) / (\beta_N^0 - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

β_N^0, t は式 (23) と同じく同一継続時間 (min) にとる。

表-1 特性係数式 $\beta_N = a' / (\sqrt{t} \pm b)$ と β_N^0 表

No.	特性係数式 β	各継続時間係数値: β^0							
		5min	10	20	30	40	60	80	120
1	14.25/(\sqrt{t}+6.5)	1.63	1.48	1.30	1.19	1.11	1.00	0.92	0.82
2	13.75/(\sqrt{t}+6.0)	1.67	1.50	1.31	1.20	1.12	1.00	0.92	0.81
3	13.25/(\sqrt{t}+5.5)	1.71	1.53	1.33	1.21	1.12	1.00	0.92	0.81
4	12.75/(\sqrt{t}+5.0)	1.76	1.56	1.35	1.22	1.13	1.00	0.91	0.80
5	12.25/(\sqrt{t}+4.5)	1.82	1.60	1.37	1.23	1.13	1.00	0.91	0.79
6	11.75/(\sqrt{t}+4.0)	1.88	1.64	1.39	1.24	1.14	1.00	0.91	0.79
7	11.25/(\sqrt{t}+3.5)	1.96	1.69	1.41	1.25	1.15	1.00	0.90	0.78
8	10.75/(\sqrt{t}+3.0)	2.05	1.75	1.44	1.27	1.15	1.00	0.90	0.77
9	10.25/(\sqrt{t}+2.5)	2.16	1.81	1.47	1.28	1.16	1.00	0.90	0.76
10	9.75/(\sqrt{t}+2.0)	2.30	1.89	1.51	1.30	1.17	1.00	0.89	0.75
11	9.25/(\sqrt{t}+1.5)	2.47	1.99	1.55	1.33	1.18	1.00	0.89	0.74
12	9.15/(\sqrt{t}+1.4)	2.51	2.01	1.56	1.33	1.19	1.00	0.89	0.74
13	9.05/(\sqrt{t}+1.3)	2.56	2.03	1.57	1.34	1.19	1.00	0.88	0.74
14	8.95/(\sqrt{t}+1.2)	2.60	2.05	1.58	1.34	1.19	1.00	0.88	0.74
15	8.85/(\sqrt{t}+1.1)	2.65	2.08	1.59	1.35	1.19	1.00	0.88	0.73
16	8.75/(\sqrt{t}+1.0)	2.70	2.10	1.60	1.35	1.20	1.00	0.88	0.73
17	8.65/(\sqrt{t}+0.9)	2.76	2.13	1.61	1.36	1.20	1.00	0.88	0.73
18	8.55/(\sqrt{t}+0.8)	2.81	2.16	1.62	1.36	1.20	1.00	0.88	0.73
19	8.45/(\sqrt{t}+0.7)	2.87	2.19	1.63	1.37	1.20	1.00	0.88	0.73
20	8.35/(\sqrt{t}+0.6)	2.94	2.22	1.65	1.37	1.21	1.00	0.88	0.72
21	8.25/(\sqrt{t}+0.5)	3.01	2.25	1.66	1.38	1.21	1.00	0.87	0.72
22	8.15/(\sqrt{t}+0.4)	3.09	2.29	1.67	1.39	1.21	1.00	0.87	0.72
23	8.05/(\sqrt{t}+0.3)	3.17	2.33	1.69	1.39	1.22	1.00	0.87	0.72
24	7.95/(\sqrt{t}+0.2)	3.26	2.37	1.70	1.40	1.22	1.00	0.87	0.71
25	7.85/(\sqrt{t}+0.1)	3.35	2.41	1.72	1.41	1.22	1.00	0.87	0.71
26	7.75/(\sqrt{t})	3.46	2.45	1.73	1.41	1.23	1.00	0.87	0.71
27	7.65/(\sqrt{t}-0.1)	3.57	2.50	1.75	1.42	1.23	1.00	0.86	0.71
28	7.45/(\sqrt{t}-0.3)	3.84	2.61	1.79	1.44	1.24	1.00	0.86	0.70
29	7.25/(\sqrt{t}-0.5)	4.17	2.73	1.83	1.46	1.25	1.00	0.86	0.69
30	6.75/(\sqrt{t}-1.0)	5.44	3.13	1.92	1.51	1.27	1.00	0.85	0.68
31	6.65/(\sqrt{t}-1.1)	5.92	3.23	1.97	1.52	1.27	1.00	0.85	0.68
32	6.55/(\sqrt{t}-1.2)	6.30	3.34	2.00	1.53	1.28	1.00	0.85	0.67
33	6.45/(\sqrt{t}-1.3)	6.86	3.47	2.03	1.54	1.28	1.00	0.84	0.67
34	6.35/(\sqrt{t}-1.4)	7.56	3.61	2.07	1.56	1.29	1.00	0.84	0.67
35	6.25/(\sqrt{t}-1.5)	8.45	3.77	2.11	1.57	1.30	1.00	0.84	0.66

表-2 特性係数式 $\beta_N = a' / (t + b)$ と β_N^0 表

No.	特性係数式 β	各継続時間係数値: β^0							
		5min	10	20	30	40	60	80	120
1	160/(t+100)	1.52	1.45	1.33	1.23	1.14	1.00	0.89	0.73
2	150/(t+90)	1.58	1.50	1.37	1.25	1.15	1.00	0.88	0.71
3	140/(t+80)	1.65	1.55	1.40	1.27	1.17	1.00	0.88	0.70
4	130/(t+70)	1.73	1.63	1.44	1.30	1.18	1.00	0.87	0.68
5	120/(t+60)	1.85	1.71	1.50	1.33	1.20	1.00	0.86	0.67
6	115/(t+55)	1.92	1.77	1.53	1.35	1.21	1.00	0.85	0.66
7	110/(t+50)	2.00	1.83	1.57	1.38	1.22	1.00	0.85	0.65
8	105/(t+45)	2.10	1.91	1.61	1.40	1.24	1.00	0.84	0.64
9	100/(t+40)	2.22	2.00	1.67	1.43	1.25	1.00	0.83	0.63
10	95/(t+35)	2.38	2.11	1.73	1.46	1.27	1.00	0.83	0.61
11	90/(t+30)	2.57	2.25	1.80	1.50	1.29	1.00	0.82	0.60
12	85/(t+25)	2.83	2.43	1.89	1.55	1.31	1.00	0.81	0.59
13	80/(t+20)	3.20	2.67	2.00	1.60	1.33	1.00	0.80	0.57
14	75/(t+15)	3.75	3.00	2.14	1.67	1.36	1.00	0.79	0.56
15	70/(t+10)	4.60	3.50	2.33	1.75	1.40	1.00	0.77	0.54

また降雨強度式型が Sherman 型であれば

$$\beta_N = a' / (t^n) \dots\dots\dots (26)$$

a, n は地方常数で、次式から求まる。

表-3 特性係数式 $\beta_N = a' / t^n$ と β_N^0 表

No.	特性係数式 β	各継続時間係数値: β^0							
		5min	10	20	30	40	60	80	120
1	2.27/(t ^{0.20})	1.64	1.43	1.25	1.15	1.08	1.00	0.94	0.87
2	2.78/(t ^{0.25})	1.86	1.57	1.32	1.19	1.11	1.00	0.93	0.84
3	3.42/(t ^{0.30})	2.11	1.71	1.39	1.23	1.13	1.00	0.92	0.81
4	4.19/(t ^{0.35})	2.39	1.87	1.47	1.27	1.15	1.00	0.90	0.79
5	5.14/(t ^{0.40})	2.70	2.05	1.55	1.32	1.18	1.00	0.89	0.76
6	6.31/(t ^{0.45})	3.06	2.24	1.64	1.37	1.20	1.00	0.88	0.73
7	7.75/(t ^{0.50})	3.46	2.45	1.73	1.41	1.23	1.00	0.87	0.71
8	9.50/(t ^{0.55})	3.92	2.68	1.83	1.46	1.25	1.00	0.85	0.68
9	11.66/(t ^{0.60})	4.44	2.93	1.93	1.52	1.28	1.00	0.84	0.66
10	14.31/(t ^{0.65})	5.03	3.20	2.04	1.57	1.30	1.00	0.83	0.64
11	17.56/(t ^{0.70})	5.69	3.51	2.16	1.62	1.33	1.00	0.82	0.61
12	21.55/(t ^{0.75})	6.45	3.83	2.29	1.68	1.36	1.00	0.81	0.60

図-6 特性係数 $\beta = a / (\sqrt{t} \pm b)$

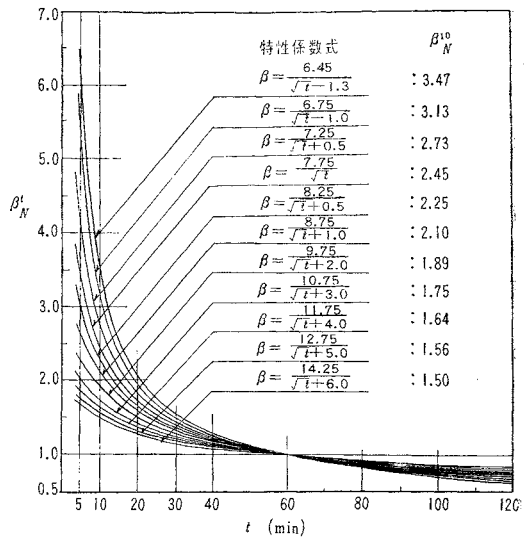


図-7 特性係数 $\beta = a / (t + b)$

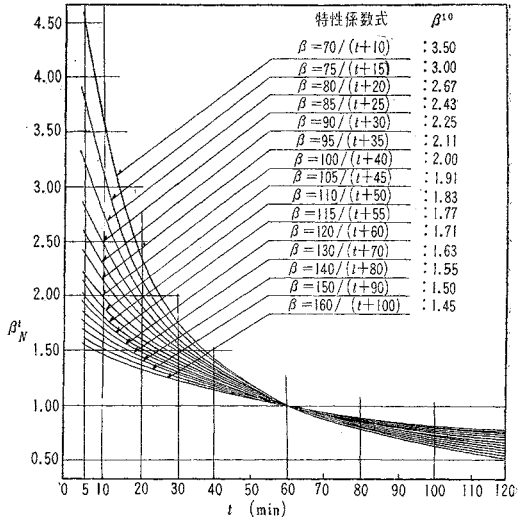
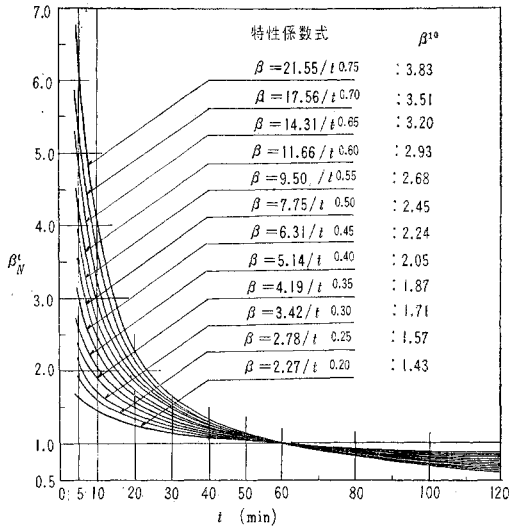


図-8 特性係数 $\beta = a/t^n$



$$a' = \left\{ \log \beta_N^t (\log 60 - \log 1) \right\} / (\log 60 - \log t) \quad (27)$$

$$n = \log a / \log 60$$

これらの特性係数式 (22), (24), (26) β_N の計算結果を、それぞれ表-1, 2, 3, 図-6, 7, 8 に示しておく。これらの表、図より 1 時間雨量と他の任意時間雨量との資料の 2 つがえられれば、任意地点における降雨強度式は容易に算出決定できる。

この (22), (24), (26) 式型は降雨強度式の代表型であり、その他の多くの式型はこの三式を変型、修正型としたものであるから、結局各地方の降雨強度式型さえ判明しておれば、式 (22), (24), (26) のいずれかにより 1 時間と 10 分間の最もえやすい降雨資料のみで β_N^t を決定した後、式 (21) で完全に確率降雨強度式を求めうるのである。

筆者は本邦の全地域を代表していると思われる全気象庁管下の 144 地点の短時間強雨資料より、本邦における降雨強度式型の地域的な特性分布を調べたが²⁹⁾、その結果、本邦の 90% の地点では、式 (22) による $I = a / (\sqrt{t} \pm b)$ の式型が資料平均偏差 $\pm 5\%$ 以内で適合し、最適であることを見出した。また (22) 式型の平均偏差 $\pm 5\%$ 以上の地点でも、これを 1 時間以内に限定すると同じく $\pm 5\%$ 以内で適合するので、一般の都市下水道計画のように短かい時間雨量で決定される流量算定では、式 (22) を用いて全国的に算定してよいことがわかる。さらにこの式型が 2 時間以内で $\pm 5\%$ 以上の平均偏差を示す地点は、気候学的にも同一特性を有することが判明した。すなわち本邦における雷雨の最多発生地帯である関東中北部の白河より水戸、宇都宮、東京にいたる地方、中部内陸帯の長野、松本付近、北陸金沢付近、近畿地方の伊賀上野盆地と奈良盆地南部、舞鶴、豊岡付近、九州日田盆地の 6 地方では、式 (24) の $I = a / (b + t)$ の Talbot 型が最適で

ある。このことから本邦短時間降雨強度式は (22), (24) と (21) 式で容易かつ完全に算定することができる。

本邦においては前述のとおり、1 時間、10 分間の降雨資料は容易にえられるので、この 2 つだけの降雨資料から特性係数式 β_N を求め、これに 1 時間雨量の確率算定値を乗ずるのみで、所望の確率年降雨強度式が M.M. Bernard の式よりも、ずっと簡単に求められ降雨資料もわずかに 2 種類の継続時間のもので十分であり、またその算定値は後述するように高精度を持つのである。

4. 確率的特性係数値 β_N^t の推定法

特性係数 β_N は前述のように 1 時間雨量と他の任意継続時間雨量の 2 つが得られれば式 (25), (27), (29) によって、 β_N^t からただちに算定できる。わが国では 1 時間と 10 分間の降雨資料が入手容易であるから、以下 $\beta_N^t = \beta^0_N$ を推定する方法を考究する。

(1) 第 1 推定法

降雨強度の問題は自然現象の降雨量を水文統計学的に取扱う問題であるから、特性係数値 β_N^t も確率論的に推定すべきである。60 分と 10 分との降雨資料がえられたならば、それぞれの資料について超過確率計算を行なう。つまり 2 回の確率計算をまず行なう。確率計算は極値極限法の Gumbel 法でも、一般にわが国で行なわれている対数正規法の岩井法でもよい。また、岩井法では対数確率紙上に資料を Hazen plot で計算してプロットし、その上に理論算定値を引くと、計算の誤まりを見出す一方法ともなる。

それらの計算例を図-9, 10, 11 に示す、図-9 は確率計算の結果と資料値の 10 分、60 分のものほぼ平行線としてあらわれているが、これは確率年 N が異なっても、 β^0_N が同一値であり、図-10 は確率年が大きくなると (図の上方) β^0_N が小さくなり、図-11 では大きくなることを示している。このようにして算出された I^0_N と I^t_N との同一確率年値の比をもって、所望の確率年に対する β^t_N は容易かつ合理的に求められる。

(2) 第 2 推定法

最も簡単に β^0_N を推定する方法として、つぎの 2 法が考えられる。その 1 つは 10 分、60 分間降雨強度の各資料値の対数値をとり、その平均値すなわち幾何平均をもって β^0_N を推定する。これは 図-9 の確率 50% すなわち 2 年確率に相当し、確率年が異なっても特性値は同一という β^0_N に相違のない地点では有効である。さらにもう一つの方法は、各観測値の算術平均値をもって β^0_N を算出する最も簡単な方法である^{29), 23)}。しかし 2 方法とも 図-9 のような確率年が大きくなっても β^0_N の異なるない地点にかぎる。

特性係数値 β^0_N の推定を、筆者が本邦 147 地点についてすべて第 1 推定法で算出検討した結果では、図-10

図-9 10, 60分の確率降雨強度
プロット図(K市)

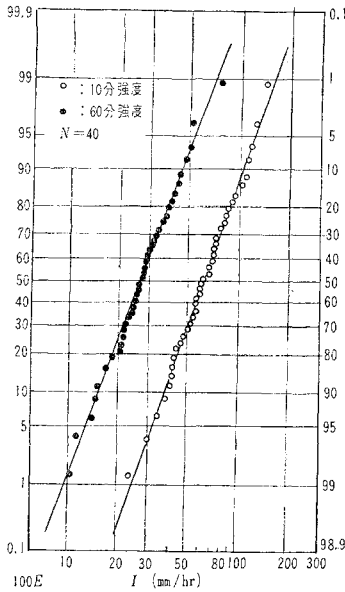


図-10 10, 60分の確率降雨強度
プロット図(S市)

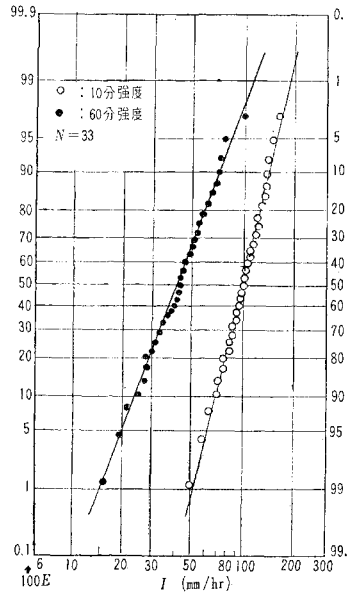


図-11 10, 60分の確率降雨強度
プロット図(Y市)

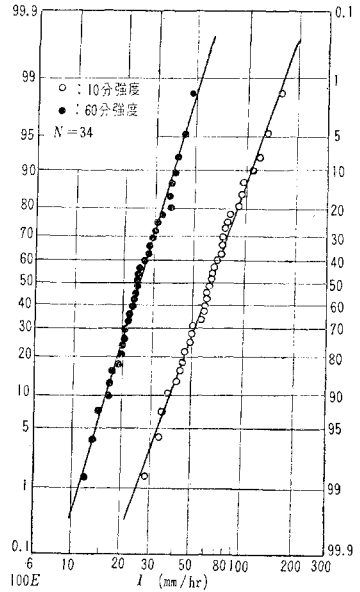


表-4 特性係数法と精密算定法との比較表

No.	t	I_d	β_5^t	$\beta_5 = \frac{8.25}{\sqrt{t} + 0.5}$	$I_5 = \beta_5 \cdot R_5 = \frac{330}{(\sqrt{t} + 0.5)}$	③より⑥の偏差⑦	③より⑦の偏差百分率⑧	$I_5 = \frac{333}{\sqrt{t} + 0.4}$ (精密算定法)⑨	③より⑨の偏差⑩	③より⑨の偏差百分率⑪
1	5	119.2	2.98	3.01	120.4	+1.2	+0.010	122.5	+3.3	+0.028
2	10	89.9	2.25	2.25	90.0	+0.1	+0.001	90.6	+0.7	+0.008
3	20	66.5	1.66	1.66	66.4	-0.1	-0.002	66.3	-0.2	-0.003
4	30	58.1	1.45	1.38	55.2	-2.9	-0.050	54.9	-3.2	-0.055
5	40	50.7	1.27	1.21	48.4	-2.3	-0.045	48.0	-2.7	-0.053
6	60	40.0	1.00	1.00	40.0	±0.0	±0.000	39.7	-0.3	-0.008
7	80	33.8	0.84	0.87	34.8	+1.0	+0.029	34.5	+0.7	+0.007
8	120	26.7	0.67	0.72	24.8	+2.1	+0.078	28.4	+1.7	+0.063

$M\alpha = \pm 1.21$ $M\% = \pm 0.027$
 $M\alpha = \pm 1.60$ $M\% = \pm 0.028$
 $\Sigma\alpha = \pm 9.7$ $\Sigma\% = \pm 0.215$
 $\Sigma\alpha = \pm 12.8$ $\Sigma\% = \pm 0.225$

が成立する地点が本邦の約70%, 図-11が24%, 図-9が6%であり, 結局第2推定法は本邦では約6%の地点のみで有効である。このことは式(20)が本邦では6%の地点のみで成り立つことを示している。ゆえに β_N^t の推定では第1推定法によるのが最良といえる。また β_N^t の値が確率年によって異なる原因は, その地方における降雨特性としての降雨頻度分布と密接な関係があり, 図-11は本邦中央縦走山地帯で成立し, 図-10はその他の地点に一樣に分布している。この関係については別に報告する予定である²⁴⁾。

5. 特性係数法による確率降雨強度式算定例

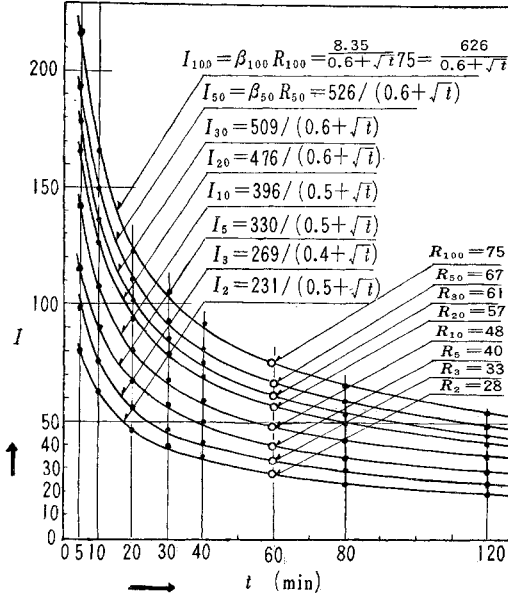
前述2.の精密算定法と同じK市の資料を用いて, 特性係数法による算定値との比較も行なっている。

表-4の②欄は, 継続時間(min), I_d の③欄は確率計算によって算出した各継続時間ごとの5年確率値(第2データ)であって, 特性係数法の第1推定法では, $t=10, 60$ 分の値として89.9, 40.0が同じくえられる。④

欄は5年確率の特性係数値である。いま10分, 60分のみが資料としてえられたとすると, $\beta_5^{10} = 2.25$ となる。そこで表-1の10分の欄から2.25を探すと, No.21の $\beta_N = 8.25/(\sqrt{t} + 0.5)$ が容易に求まり, これが⑤欄であり, 5年確率の降雨強度式は式(21), (22)を用い, $I_N = \beta_N \cdot R_N$ であるから R_N は③欄の $I_d = 40$ より $I_5 = \beta_5 \cdot R_5 = \frac{8.25}{\sqrt{t} + 0.5} \times 40 = \frac{330}{\sqrt{t} + 0.5}$ として容易に算定できる。

⑥欄はこの算定式の各継続時間ごとの値, ⑦欄は資料③よりの⑥の偏差で平均偏差 $M\alpha = \pm 1.21$, ⑧欄は資料よりの偏差百分率で, その平均偏差百分率は $M\% = 0.027$ である。⑨欄は精密算定法として最小自乗法にて計算した式で図-5に示した5年確率降雨強度式である。⑩⑪は同式の偏差と平均偏差百分率とを求めたもので, その結果は, かえって特性係数法による方がよい。各確率年ごとの β_N^{10} と R_N^{60} によってえた式を図-12に示す。このようにして特性係数法によれば10分, 60

図-12 特性係数式による確率降雨強度



分の降雨資料のみを用いて高精度で確率降雨強度式を算定することができる。なお、第2推定法では幾何平均で2.30、算術平均で2.33となり、やはり第1推定法が最良である。

図-13 本邦 10 年確率特性係数 β^{10}_{10} の分布図

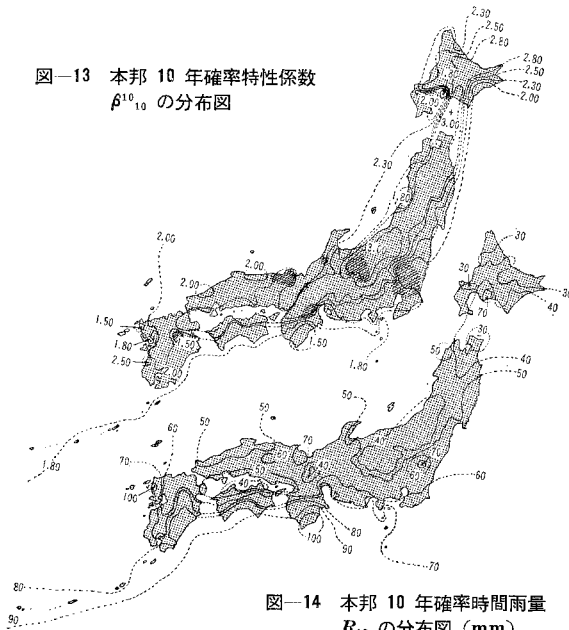


図-14 本邦 10 年確率時間雨量 R_{10} の分布図 (mm)

6. 本邦における確率時間雨量分布図： R_N と特性係数分布図： β^{10}_N

任意地点の降雨強度式として最も合理的な確率降雨強度式は、Bernard の式 (20) のように確率年数をその式中にふくめず、筆者の提唱する特性係数式 (21) 式型によって、簡易にしかも高精度で所望の確率降雨強度式

がえられる。この特質を一そう具体化するために、本邦全気象台、測候所と琉球気象台、石垣島測候所の協力を得て、147 地点の β^{10}_N および R_N の確率計算を行なった。資料はすべて各観測所での観測開始以来 1958 年までの毎年最大値、10 分間、60 分間雨量である。本文では紙面の都合でそのうちの 10 年確率本邦時間雨量分布図と 10 分間特性係数分布図とを示すにとどめた。この詳細については筆者の別文を参照されたい^{25), 26)}。

図-13 が 10 年確率特性係数 β^{10}_{10} 分布図を示したもので、 β^{10}_{10} は第 1 推定法ですべて算出したものである。図中の影線部が本文での式 (24)、すなわち Talbot 型が最適地帯であり、他はすべて式 (22) が本邦では最適である。図-14 は確率時間雨量分布図で、これは式 (21) の $R_N = R_{10}$ に相当するものである。この 2 種類の分布図によって本邦のいかなる地点でも、 $I_N = \beta_N \cdot R_N$ の式により合理的な確率降雨強度式がえられる。また同様な分布図を Ven Te Chow は 1952 年全米の設計降雨強度分布図として発表しているが²⁷⁾、これよりも本文の分布図の方が、より実用的であると思う。

7. 結 言

本文では都市下水道計画や中小河川、小区域の各種排水工等において雨水流出量を算定するにあたり、降雨強度式を精密に算定するには各継続時間の降雨資料がえられている地点で、極値法による確率降雨強度式の精密算定法を提唱論議し、さらに降雨資料均少または皆無の地方でも有効に降雨強度の推定できる方法として、特性係数法による算定式を提唱した。この関係より Bernard の式も特性係数 β_N が Sherman 型として取扱っているのを、根本的には筆者の式にふくまれるものであることを知った。また特性係数の算定はこれを確率論的に取扱うべきであるとして、その方法を論じ、最後に本邦における特性係数法による確率降雨強度式の算定に必要な分布図の一部を提示したが、本法の基本は降雨強度としていかなる式型が最適であるかによって決定されるもので、降雨特性を明確にして初めて合理的なものとなり、そのためにこれを降雨特性係数式と名づけたのである。本邦各地の最適式型がすでに見出されているので⁸⁾ 本法は $\pm 5\%$ 以内の精度を有する。また特性係数を確率論的に推定することは、たとえば旧来の河川洪水算定のラショナル式として、いわゆる物部式がある、これは確率年が異なり、地域が異なっても本邦全域をただ 1 個の式で算定している。本文で明らかにように同一地点でも 1 つの式とはならないのであり、日雨量と任意時間雨量との強度関係を確率論的に、しかも地域別に求めればより合理的なものとなることははっきりする。本研究でも β^{10}_N の値が確率年が大きい

ほど小さくなる地点が70%あり、おそらく物部式が実際より過大な洪水量を与える原因はこの確率論的取扱いがなされていない事にもよると思われる。

本文で提唱した特性係数法による確率降雨強度式は、極値極限法と対数正規法とによる資料豊富な地点での精密算定法とその精度はいささかも損なわれず、しかもただ2組の資料を用い、2回の確率計算のみで完全に求めることができる。また最後に本法を適用提示した本邦の確率時間雨量分布図と特性係数分布図は、最近米国にて次々に研究完成された、設計基準雨量分布図²⁸⁾と同じ性格を有し、さらに確率降雨強度式が全米203都市について算定図示されているが²⁹⁾、これも筆者の方法によればばう大な図表は全く不用で簡易な二種類の分布図で十分である。本研究で提示した各分布図は本邦の地方都市や降雨資料皆無の地点における下水道計画はもちろん、道路、鉄道、飛行場等の排水設計や小区域、小河川流量の算定に役立つものと思われる。

なお現在までに多くの都市で降雨強度式が算定されているが、本文の特性係数法によって各決定式の比較検討は全く容易となり、土木学会水理公式集にある標準降雨強度式18種³⁰⁾も本文の $\beta = a/(b+t)$ の特性係数の中にすべて含まれるので多数の標準式は不用となり、本文で提唱した非常に簡略な型の $I_N = \beta_N \cdot R_N$ として全く容易に決定できるようになった。

おわりに本文は筆者が数年来研究して来た、本邦短時間強雨の特性に関する研究の一部であり、本文でのばう大な資料収集に御援助ならびに御助言を頂いた気象庁統計課長 斎藤謙一博士、同長期予報官 高橋浩一郎博士、各地方気象台長、琉球気象台長に謝意を表するとともに、本研究は筆者が昭和35年度文部省内地研究員として京都大学工学部衛生工学教室にて、同教室教授 岩井重久博士の懇切な指導のもとに行なった研究の一部であり、たびたび御討議御助言を頂いた同教室教授 合田 健博士、同 末石助教授、同 南部助教授および京大防災研究所 角屋助教授に深謝し、あわせて昭和35年度文部省科学研究費の補助をうけたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 岩井重久：水文学における非対称分布について，土木学会論文集，1~2号，昭.21.
- 2) 岩井重久：Slade型分布の非対称性の吟味と2,3の解法，土木学会論文集，4号，昭.24.
- 3) 石原藤次郎・岩井重久：降雨曲線の決定に関する一統計的方法，建設工学，1巻，1号，昭.24.
- 4) S. Iwai：“Discussion of the Log-Probability Law and its Engineering Applications”. Proc. A.S.C.E. Vol. 81, No. 709, June, 1955.
- 5) 石黒政儀：日本主要都市の確率降雨強度式について，土木学会論文集，64号，昭.34.9.

- 6) E.J. Gumbel：“The Return Period of Flood Flows. Am. Math. Stat”. 12, 1941.
- 7) E.J. Gumbel, “Statistics of Extremes”. Colombia University Press. 1957.
- 8) 石黒政儀：本邦における降雨強度式型の地域的特性について，水道協会誌，313号，昭.35.10.
M. Ishiguro：“On the Regional Characteristics of the Rainfall Intensities Formula in Japan”, Japan Science Review Medical-Sciences. Vol. 8, No. 4 May 1961.
- 9) 石黒政儀：下水道計画における雨水量算定式について，土木学会第14回学術講演会概要，昭.34.6.
- 10) 石黒政儀：下水道計画における降雨強度算定法，水道界第1巻，第4号，昭.35.10.
- 11) 石原藤次郎・高瀬信忠：対数正規分布とその積率による解法，土木学会論文集，47号，昭.32.
- 12) 高瀬信忠：対数正規分布に関する順序統計学的考察，土木学会論文集，47号，昭.32.
- 13) 角屋 睦：計画降雨量に関する順序統計学的考察，農業土木研究，22巻，6号，昭.30.
- 14) S.S. Wilks：“Order Statistics”, Bull. Math. Soc. Vol. 54, 1948.
- 15) 岩井重久：米国における水文統計学について，土木学会水工学論文集，昭.28.
- 16) Ven Te Chow：“The Log-Probability Law and its Engineering Applications”. Proc. A.S.C.E. Vol. 80, No. 536, 1955.
- 17) E.J. Gumbel and H. Von Schelling：“The Distribution of the Number of Exceedances”. Ann. Math. Stat., Vol. XXI, No. 2, June, 1950.
- 18) 石黒政儀：極値極限法による確率降雨強度式の算定法，水処理技術誌，昭.36.2.3月，第2巻，2号，3号.
- 19) M.M. Bernard：“Formula for Rainfall Intensities of Long Durations”, Trans. A.S.C.E. Vol. 96, 1932.
- 20) R.K. Linsley and others：“Applied Hydrology” pp. 577~582. MCGRAW-HILL, N.Y. 1947.
- 21) S.S. Butler：“Engineering Hydrology” pp. 45~50. PRENTICE-HALL, Englewood, Cliffs. N.J. 1957.
- 22) M.A. Quinones：“High Intensity Rainfall and Major Floods in PUERTORICO” Proc. A.S.C.E. Vol. 79, No. 364, 1953.
- 23) 石黒政儀：確率降雨強度式の近似解法について，宮崎大学工学部研究報告，第6号，昭.34.11.
- 24) 岩井重久・石黒政儀：降雨強度算定の統計的方法と降雨特性について，第12回上下水道協会研究発表会概要 昭.36.4.
- 25) 石黒政儀：本邦における確率時間雨量分布図について，水道協会誌投稿中.
- 26) 石黒政儀：本邦における降雨特性係数分布図について，水道協会誌投稿中.
- 27) Ven Te Chow：“Design Charts for Finding Rainfall Intensity Frequency”, Water & Sewage Works, Vol. 99, No. 2, 1952.
- 28) U.S.W.B.：“Rainfall Intensities for Local Drainage Design in the United States”, Part I, II, Technical Paper, No. 24, 25, 1953, 1954.
- 29) U.S.W.B.：“Rainfall Intensity-Duration-Frequency Curves” For Selected Stations in the United States, Technical Paper, No. 25, 1955.
- 30) 土木学会編：水理公式集，第3編，上下水道，[3.5] 雨水量，pp. 196~199.

(原稿受付：1960.12.1)