

粘土の応力緩和について

正員 村山 朔郎*
正員 柴田 徹**

要旨 粘土に一定のひずみを与えた場合の応力の経時特性および応力の終局値に関する理論式を、さきに提案した力学モデルに対して求めるとともに、新たに製作したレオメーターを用いて一軸圧縮、三軸圧縮による応力の緩和試験を行ない、さらにその温度依存性などについても調べて新しい特性を見出した。

1. 緒論

土の変形と強度の問題は古くして新しい課題であって、土粒子構造骨格が外力によって時間とともに変形し、弾性から塑性へ、塑性から降伏へと推移する経過を合理的に説明できる基本法則はまだ明らかにされていない。著者らも粘土のレオロジー的特性についての研究を続けており、成果の一部はすでに報告したが^{1),2),3)}、ここでは乱さない粘土の応力緩和特性に関して明らかにしたことを述べる。

土の応力緩和現象を究明することは、単に土の特性に関する学術上の問題に対して意義を有するばかりでなく、例えばトンネルのライニングにかかる土圧や杭の負摩擦力などの土質工学的な実際問題とも関連があるが、最近になって二、三の報告^{4),5),6)}がなされている程度で、みるべき成果はほとんどない現状である。

著者らはさきに提案して、粘土のレオロジー的諸特性をよく説明できることを示した力学モデルに対する応力緩和特性を理論的に解くとともに、新たに製作したレオメーターを用いて一軸圧縮、三軸圧縮による応力の緩和試験を行ない、さらにその温度依存性などについても調べて新しい特性を明らかにした。

2. 土試料と実験装置

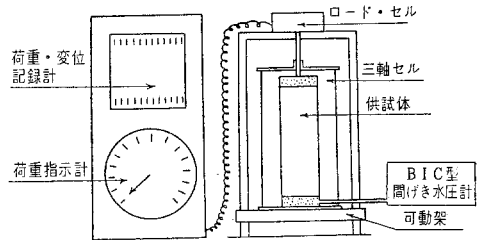
実験に用いた試料は大阪沖積層より採取した乱さない飽和粘土で、その物性は表-1に示す。供試体は直径3.5 cm、高さ8.0 cmの円柱形に成形し、ゴムスリーブ

表-1

試料 No.	粘土含有量 %	自然含水比 %	LL %	PL %	備 考
1	38	89.2	87	29	$\sigma_0 = 0$ の実験
2	58	63.1	86	28	"
3	43	63.1	87	34	"
4	50	65.6	81	28	$\sigma_0 \neq 0$ の実験
5	30	55.0	53	22	"
6	39	54.4	79	28	"

* 工学博士，京都大学教授，防災研究所
** 京都大学工学博士，京都大学助教授，防災研究所

図-1 レオメーター



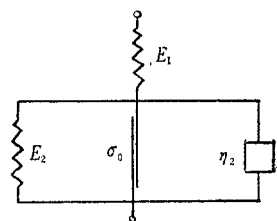
で包んだのち図-1の三軸セル中に設置した。試料は過去の履歴による影響を除くためにすべて新鮮試料を使用している。三軸セルは液圧を加えない場合には恒温室としての機能も兼ねるように設計してある。すなわちセルとは別個に用意した恒温水槽をビニールパイプで連結し、モーターに直結したポンプ(揚程1.4 m に対し0.92 l/min)によって恒温水を常時循環させ、セル中の水温を0.1°C以下の誤差におさえることができる。なお粘土供試体の温度は所定温度のセル中に設置してから約15分で平衡状態となることが予備実験の結果わかっている。

試験機の構成は図-1に示すように測定器と指示記録計よりなり、測定器は粘土供試体を設置した三軸セルをのせた移動ばりにより粘土を圧縮するもので、供試体上部に取り付けたロードセルを介して記録計に接続されている。指示記録計は記録計と指示計よりなり、記録計は直線式ペンドライブ機構を有する電子管平衡方式で、圧縮量を指示記録させるための増巾器と平衡機構も付加されている。指示計は記録計が圧縮量を記録している時に荷重を指示させるもので、電気方式は記録計と同様である。なお試験機は応力緩和試験の他にクリープ圧縮、普通の圧縮、くり返し載荷等の各種試験が可能である。

3. 応力緩和機構

著者らはすでに粘土のレオロジー的特性を究明して、圧縮クリープ、圧密等の挙動は図-2に示すごとき力学モデルで完全にあらわされることを説明した^{1),2),7)}。すなわち粘土の構造骨格は一個のスプリング(弾性係数 E_1) と、下限降伏値 σ_0 に相当するスライダを並列に加えた

図-2 粘土の力学モデル



modified Voigt要素(弾

性係数 E_2 , 粘性係数 η_2) とを直列に組み合わせたモデルで表現できる。ただし粘性係数 η_2 は単純なダッシュポットでなく, rate process の立場から誘導した粘性式

$$\eta_2 = 1 / A_2 \cdot \sinh \left(\frac{B_2 \sigma_2}{\sigma - \sigma_0} \right) \dots \dots \dots (1)$$

であらわれ, 従って modified Voigt 要素のひずみ速度 $d\varepsilon_2/dt$ は

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = A_2 (\sigma - \sigma_0) \sinh \left(\frac{B_2 \sigma_2}{\sigma - \sigma_0} \right) \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここに ε_2 ; modified Voigt 要素のひずみ, σ ; 全応力, σ_2 ; ダッシュポット η_2 に加わる応力, σ_0 ; 下限降伏値, A_2, B_2 ; レオロジー常数である。

さて, 図-2 の力学モデルに対しては式 (2) を導入することによって次式 (3), (4), (5) が成立する。

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \dots \dots \dots (3)$$

$$\sigma = \sigma_1 E_1 \dots \dots \dots (4)$$

$$\sigma = \varepsilon_2 E_2 + \frac{(\sigma - \sigma_0)}{B_2} \sinh^{-1} \left\{ \frac{1}{A_2 (\sigma - \sigma_0)} \frac{d\varepsilon_2}{dt} \right\} + \sigma_0 \dots \dots \dots (5)$$

ここで応力緩和現象の理論解を求めるためには, 与えたひずみ一定の条件, すなわち $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_0$ (一定) であるから,

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

として解けばよい。ところで式 (5) は

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = A_2 (\sigma - \sigma_0) \sinh \left[\frac{B_2 \{ (\sigma - \sigma_0) - \varepsilon_2 E_2 \}}{(\sigma - \sigma_0)} \right]$$

と書けるが, クリープの基礎式を誘導したさいの条件¹⁾

$$0 < \varepsilon_2 < \frac{(\sigma - \sigma_0)}{2 B_2 E_2} (2 B_2 - 1) \dots \dots \dots (7)$$

を適用すれば, 近似的に

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} \approx \frac{A_2}{2} (\sigma - \sigma_0) \exp \left[\frac{B_2 \{ (\sigma - \sigma_0) - \varepsilon_2 E_2 \}}{(\sigma - \sigma_0)} \right] \dots \dots \dots (8)$$

となるので, 式中の ε_2 に $\varepsilon_2 = (\varepsilon_0 - \sigma/E_1)$ を代入すると, 式 (6) は

$$\frac{1}{E_1} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{A_2}{2} (\sigma - \sigma_0) \exp \left\{ B_2 \left(1 + \frac{E_2}{E_1} \right) - \frac{B_2 E_2}{(\sigma - \sigma_0)} \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma}{E_1} \right) \right\} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

と表わせる。

式 (9) を解くために

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{A_2}{2} E_1 \exp \left\{ B_2 \left(1 + \frac{E_2}{E_1} \right) \right\} \\ u &= \frac{B_2 E_2}{(\sigma - \sigma_0)} \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma}{E_1} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

とおいて σ を u に変換すると, 式 (9) は

$$\frac{1}{u} \exp(u) du = C \dots \dots \dots (11)$$

となる。

式 (11) を $u_0 = B_2 E_2 / E_1$, (u_0 は $t=0$ における u の値) から u まで積分すると

$$\int_{u_0}^u \frac{1}{u} \exp(u) du = Ct \dots \dots \dots (12)$$

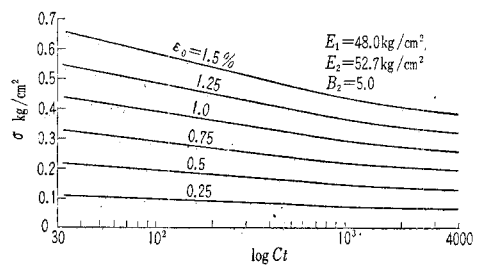
となり, 指数積分の形であらわされるので, 式 (12) 中のレオロジー常数が求まれば数値表より応力と時間の関係を計算することができる。また相当時間経過後の応力は

$$\sigma_{t \rightarrow \infty} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \varepsilon_0 \dots \dots \dots (13)$$

の値に収斂することになる。

さて後述の実験, 図-4 に使用した粘土 (試料 No. 1) の種々のレオロジー常数を用いて式 (12) を数値計算した結果は, 図-3 に示すごとく与えた初期ひずみ ε_0 をパラメーターに, 時間を対数にとるとある時間までは応力と時間対数関係が直線となり, それ以後は式 (13) で示される応力の有限値に漸近することがわかる。

図-3 式 (12) の数値計算結果



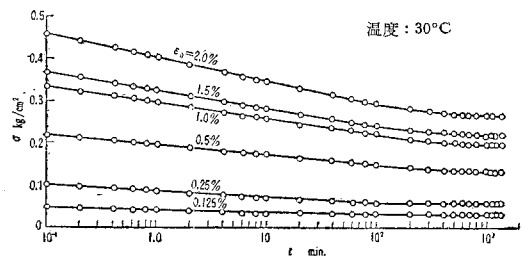
4. 実験結果と考察

実験は 図-1 の三軸セル中の液圧 σ_3 を加えない状態 (一定温度) および加えた状態における応力緩和試験のほか, 供試体の温度を種々に変えた場合の挙動について調べた。

(1) 液圧 σ_3 を加えない場合

三軸セル中の液圧 σ_3 を加えない状態で行なった試験結果の一例を 図-4 に示す。この図は 6 個の同一物性の新鮮試料に, 温度 30°C のもとで初期ひずみ $\varepsilon_0 = 0.125 \sim 2.0\%$ の範囲に与えたさいの応力の経時変化を時間の対数に対してプロットしたもので, 図-3 に描いた式 (12) の計算結果と類似の傾向を示している。すなわち 100 分前後までは応力が時間の対数に対して直線的に減少するが, 1000 分程度でその減少は停止する。

図-4 応力~時間対数関係 (試料 No. 1)



Tan, T.K.⁵⁾によると,ある程度時間が経過すると粘土中の応力は0になるとして,Maxwell要素で説明できると述べており,またGoldstein, M.⁶⁾は硬い粘土では応力のある有限値に収斂し,軟弱な粘土では0になると報告しているが,これらの現象は式(13)より E_2 の大小によって,すなわち $E_2=0$ の粘土では $\sigma_{t \rightarrow \infty}=0$ に,また $E_2 \neq 0$ では $\sigma_{t \rightarrow \infty} \neq 0$ になることから容易に説明される。

図-4から,応力の緩和速度として $\sigma \sim \log t$ 直線の勾配 $-d\sigma/d \log t$ を求め,初期ひずみ ϵ_0 に対してプロットすると図-5が得られる(試料No.2,3も併記)。またひずみを与えた瞬間に発生する応力 $\sigma_{t=0}$ および相当時間経過後の応力 $\sigma_{t \rightarrow \infty}$ を ϵ_0 に対してプロットすると図-6,7となる。これら図-5,6,7は特に強い試料No.2を除いてはいずれも明瞭な折線となり,その折点に相

図-5 応力緩和速度～初期ひずみ関係

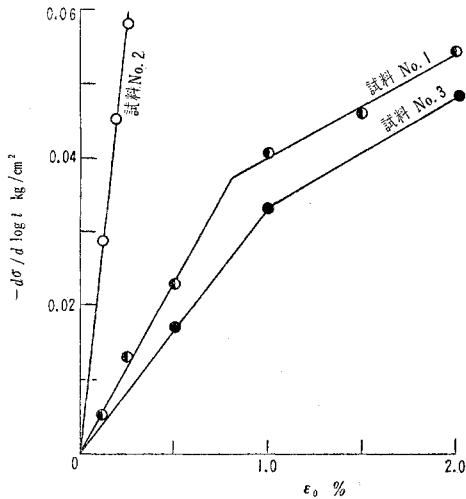


図-6 初期応力～初期ひずみの曲線

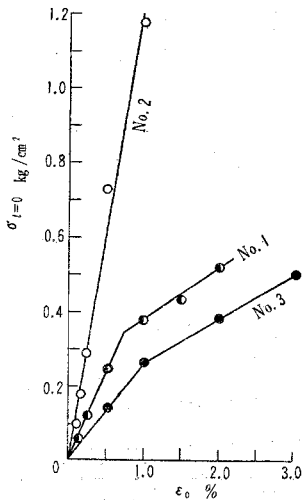


図-7 終局応力～初期ひずみの関係

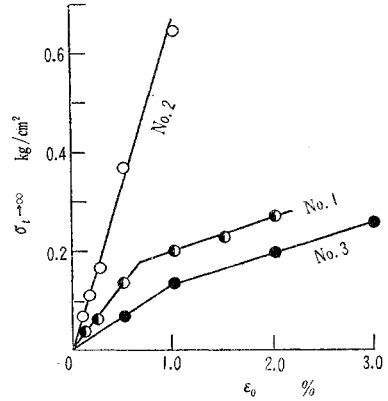
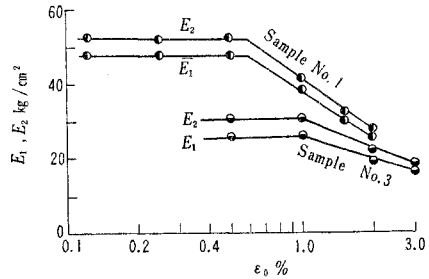


図-8 弾性常数 E_1, E_2 ～初期ひずみの関係

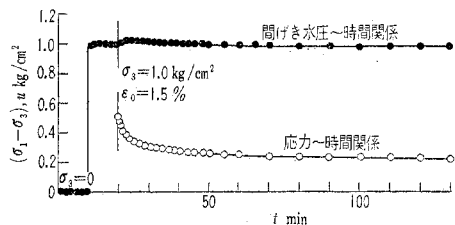


当するひずみ ϵ_0 は,三種類の図から求めた値が試料No.1; $\epsilon_0=0.7 \sim 0.8\%$,試料No.3; $\epsilon_0=1.0\%$ とそれぞれの試料について共通の値を示している。これは与えた初期ひずみが0.7~0.8%あるいは1.0%より大きくなれば図-2の力学モデルの弾性係数 E_1, E_2 が降伏をはじめると考えられる。この現象は粘土の降伏と関連があり,試料No.1, No.3の E_1, E_2 を図-6,7より求め, ϵ_0 との関係をプロットすると図-8に示すごとく E_1, E_2 値はある ϵ_0 までは一定であるが,それ以上大きい ϵ_0 を与えると減少する。

(2) 液圧 σ_3 を加えた場合

液圧 σ_3 を加えた非排水の状態で,すなわち三軸的な応力緩和試験を行なった結果の一例を図-9に示す。この図に明らかなように $\sigma_3=0$ の状態では供試体の間げき水圧 u が0であることを確認したのち,液圧を $\sigma_3=1.0 \text{ kg/cm}^2$ まで上昇せしめると,ほとんど瞬間的に $u=1.0$

図-9 主応力差 $(\sigma_1-\sigma_2)$,間げき水圧 u ～時間関係(試料No.4)



kg/cm² となり、有効応力に変化を与えていないことが明らかである。ついで $\epsilon_0=1.5\%$ を与えて応力緩和の過程に入ると主応力差 $(\sigma_1-\sigma_3)$ が図中・印で示した曲線のように時間とともに減少する。この応力緩和特性は 4. (1) までに述べた $\sigma_3=0$ の場合と全く同様であって、 $(\sigma_1-\sigma_3) \sim \log t$ 関係 (図は省略) にプロットすると 図-4 に類似の傾向が得られている。

図-10 は同一物性の供試体について非排水状態で行った応力緩和試験の結果におよぼす液圧 σ_3 の影響を調べたものの例で、図-10 (a) は $(\sigma_1-\sigma_3) \sim \log t$ 直線の勾配 $d\sigma/d \log t$ を、また図-10 (b) は瞬間応力 $(\sigma_1-\sigma_3)_{t=0}$ をそれぞれ σ_3 に対してプロットしたものであって、いずれもほとんど変化しないことから液圧の大きさには無関係であることがわかる。これはよく知られているように、粘土の Q-test の結果が液圧の大きさに影響されない現象と同一原理によるものと考えられる。

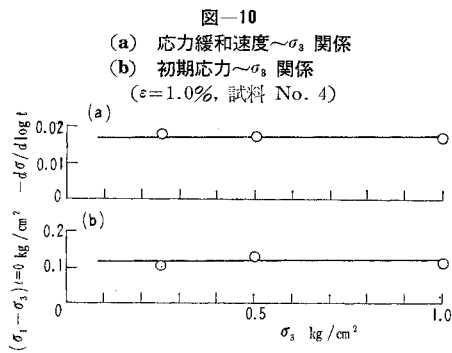


図-11 初期応力/初期ひずみ $\sim\sigma_3$ 関係 (試料 No 5)

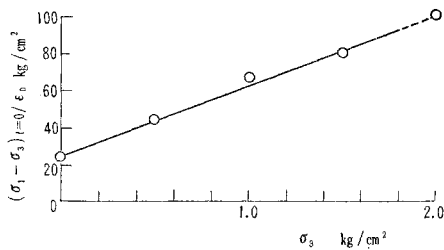
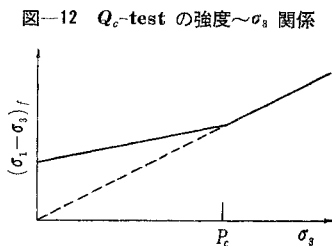


図-11 はある σ_3 のもつて圧密させ、100% 圧密の終了をまって供試体からの排水を停止せしめ、所定のひずみ ϵ_0 を与えたときに発生する初期応力 $(\sigma_1-\sigma_3)_{t=0}$ とひずみ ϵ_0 との比、すなわち力学モデルの弾性常数 E_1 を σ_3 に対してプロットしたもので、 E_1 の値は σ_3 の大きさに比例して増加している。この粘土の最大先行圧縮応力 p_c は、別途標準圧密試験の結果から $p_c=1.8$



kg/cm² であることがわかっているのので、図-11 の範囲の σ_3 ではほぼ過圧密の領域であり、過圧密粘土の Qc-test を行なって圧縮強度 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$ と σ_3 の関係を描くと原点を通らない直線であらわされる性質 (図-12 参照) と類似である。

(3) 温度依存性

粘土の圧縮強度、圧縮クリープ量、圧密度などが温度の影響を受けることはすでに報告したが⁴⁾、ここでは応力緩和特性の温度依存性について調べた。

図-13 応力緩和の温度による変化 (試料 No. 6)

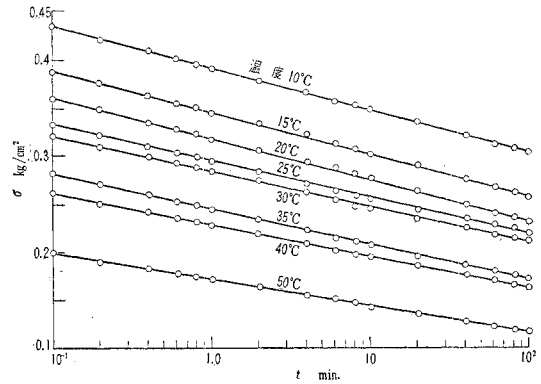


図-13 は温度を 10~50°C の範囲に変え、 $\epsilon_0=0.5\%$ を与えて行った試験結果を $\sigma \sim \log t$ 関係にプロットしたものである。この図から、同一経過時間についてみれば温度が上昇するに従って応力は低くなり、また直線の勾配は温度の上昇とともに減少することがわかる。これらの傾向を明確にするため時間をパラメーターにとり、応力と温度の関係を示すと 図-14

図-14 応力と温度の関係

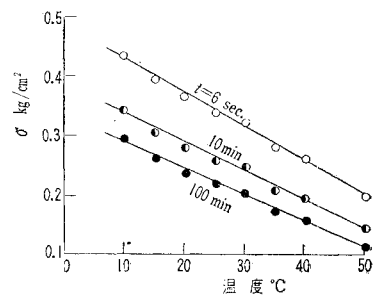
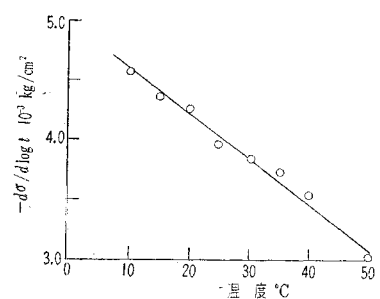


図-15 応力緩和速度と温度の関係



が、また応力緩和速度として $-d\sigma/d \log t$ を求め、温度との関係をプロットすると 図-15 が得られ、いずれも温度の上昇とともにほぼ直線的に減少している。これは、温度が高くなると直線的に圧縮強度が減少し、圧縮クリ

ープ量, クリープ速度, 圧密量が増加する現象と矛盾するものでなく, 粘土の力学性におよぼす温度の影響の重要性を示唆している。

5. 結 論

粘土に一定のひずみを与えた場合の応力の経時特性, および応力の終局値に関する理論式を求めるとともに, 新たに製作したレオメーターを用いて種々の実験を行なった。その結果を要約すると次のようである。

(1) 図-2 の力学モデルに対する応力緩和の理論式は応力の経時変化に関する実験結果を定性的によく説明でき, また弾性常数 E_1, E_2 を求めることによって応力の終局値を推定することが可能である。

(2) 応力の経時変化は時間軸を対数にとると直線的に減少し, 相当時間経過するとある有限の終局値に収斂する。

(3) 初期応力, 終局応力ともに与えたひずみに比例する範囲(弾性常数 E_1, E_2 が一定)があり, それ以上大きいひずみを与えると E_1, E_2 値は降伏しはじめる。

(4) 三軸非排水状態で行なった応力緩和の試験結果は液圧 σ_3 の影響を受けない。

(5) 応力緩和の三軸圧密急速試験を行なうと過圧密粘土では $E_1 \sim \sigma_3$ 関係が原点を通らない直線であらわ

る。

(6) 温度が高くなると, 温度に比例して応力緩和速度は減少し, 応力も小さくなる。

終りに, 実験に協力された浅野 茂, 富永真生の両君に謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 村山朔郎, 柴田徹: 粘土のレオロジー的特性について, 土木学会論文集, 第 40 号, 1956.
- 2) S. Murayama and T. Shibata: On the Rheological Characters of Clay-Part 1, Disaster Prevention Research Inst. Kyoto Univ. Bulletin No. 26, 1958.
- 3) S. Murayama and T. Shibata: On the Secondary Consolidation of Clay, Proc. 2nd Japan Cong. on Testing Materials, 1959, pp. 178-181.
- 4) 山田伴次郎: 土の応力緩和について, 農業土木学会講演要旨, 1960, pp. 154-156.
- 5) Discussion by Tan, T.K. to the Soil Properties and their Measurement, Proc. 4th Int. Conf. S.M. F.E., Vol. 3, 1958, pp. 87-89.
- 6) Discussion by Goldstein, M. Misumsky, V. to the Problem of Earth Pressure, Proc. Brussels Conf. 58 on Earth Pressure Problems, vol. 3, 1958, pp. 92-94.
- 7) 柴田 徹: 粘土の圧密に関するレオロジー的考察, 土木学会論文集, 第 69 号, 1960, pp. 29-37.
- 8) 村山朔郎, 柴田 徹: 粘土の力学特性の温度依存性について, 土質工学会講演概要, 1960, pp. 1-2.

(原稿受付: 1960.10.19)