

## 解析航空三角測量の実用化とその意義について

正員 丸 安 隆 和\*  
 正員 上 谷 良 吉\*\*  
 正員 遠 藤 義 幸\*\*

### DEVELOPMENT OF THE PRACTICAL METHOD OF ANALYTICAL SPATIAL AERIAL TRIANGULATION WITH THE HELP OF ELECTRONIC COMPUTER

By Dr. Eng., Takakazu Maruyasu, C.E. Member, Ryokichi Kamiya,  
 C.E. Member, and Yoshiyuki Endo, C.E. Member

**Synopsis:** The method of analytical aerial triangulation with the help of electronic computer is the one which, in spite of many theoretical investigations and world wide recognition of the importance and necessities of its practical use, has never attained its purpose, as yet.

The present research, being made as possible along the line of the principles of the traditional mechanical method and adding some originalities, facilitates the analytical method for practical use.

The method is now adopted in routine work in a factory, bringing about many advantages over the old mechanical method, that which is the first case not only in Japan, but also maybe in the world.

**要 旨** 電子計算機の助けを借りて行なう解析的航空三角測量の方法は、ここ数年来、実施の必要が世界的に叫ばれ、また理論面の研究が非常にさかんであったにもかかわらず、なかなか実用化されるに至らなかった。この研究は、その点に着目し、実用に重点をおいて行なわれたものであるが、構想としては、従来の機械法の考えをできるだけとり入れ、同時に、基本面にいくつかの新しい考え方を加えて、実施を容易にすることを目的としたものである。

現在、この研究結果は、本格的に実際の作業にとり入れられるようになった。解析的航空三角測量を実作業に広く利用できる段階にまで発展しているという事実は、世界的に非常に顕著な注目すべき実績であると思われるのである。

#### 1. まえがき

航空写真測量の図化作業において、適当に重なり合うように撮影した一連の写真を用い立体模像をつくるとき、それが正確な地形の縮図となるためには、その写真の中に座標値  $(X, Y, Z)$  のわかっている地上点が一対の写真上に数個明瞭に見えなければならない。したがって、写真を用いて図化しようとするれば、これら地上図根点の地上座標をなんらかの方法で測定することが必要となる。

これらの点を基準にして図化機に写真を標定し、撮影時のカメラの姿勢、位置を再現するのである。

これら地上図根点は地上測量によって直接測定することもできるが、航空写真を利用して、地上測量でつくられたごくわずかの図根点を出発点とし、連続した各写真上に必要な標定点をつぎつぎに増設することもできる。この方法を航空三角測量という。地上標定点を必要な数だけ増設するのに、航空三角測量を用いると、はるかに経費も安く、時間も早いといわれている。さらにある一定の誤差範囲内で均等な精度が得られるという利点もある。

航空三角測量が始められた初期においては、写真上に写っている確認できるいくつかの地点の写真座標を測定し、非常に複雑な計算や、図解法でこの作業が行なわれた。しかし、これには多大の時間と労力を要するので、これを改良する目的でステレオ プラン グラフ C8 や オート グラフ A7 のような一級図化機がつくられ、これによって機械的に航空三角測量を行なう方法が考案されて、今日まで広く行なわれてきたのである。

しかし、1950年代になって電子計算機がいちじるしく発達するようになって、あらためて写真座標を測定し、計算によって航空三角測量を行なう方法が取り上げられ、Schöderをはじめ、多くの学者がその研究を始めた。しかし、理論面の研究の発達にくらべて、実際面ではまだ実用化されているという報告を見ない。現に、1960年9月ロンドンで開催された国際写真測量学会においても、特にこの問題を中心として、さかんに議論が行なわれたのであったが、現状では、大学あるいは研究所等において研究が行なわれている程度であって、実用化された例は皆無であった。

\* 工学博士 東京大学教授 生産技術研究所

\*\* アジア航空測量KK

実用化のおくれている事情には、いろいろな理由が考えられるが、その中で特に解析航空三角測量には、写真座標を2μまで正確に測ることのできる高精度 Stereo comparator が絶対に必要であると一般に信じられていたことも、大きい理由の一つであると思われる。

この研究は、このような情勢のもとで行なわれたものであるが、座標測定には、わが国で広く利用できる一級図化機を用い、計算には国産の電子計算機 NEAC 2203 を用いて、実用的には十分な精度をもつ解析航空三角測量の方法を解明し、これを実際の作業面に取り入れるまでに発展させることができた。

解析航空三角測量が経済的にかつ所望の精度で可能になったということは、航空写真測量の利用に新しい発展の糸ぐちを与えたことになるが、特に未開地で標定点の設置が困難な地域の測量や、われわれの立場から考えると工業用の大縮尺図をつくる場合に、非常にその効果が大きいといわねばならない。すなわち、大縮尺図をつくるには当然それに応じて写真縮尺も大きくしなければならぬから、写真の枚数がふえる。したがって写真標定に必要な標定点の数もそれに応じてふえてくる。これを地上測量や従来の機械法による試的方法にまっていたのでは、とても広い地域を経済的に処理することは不可能なことである。

しかし、この研究はこれで完成したわけではない。たとえばコース間の処理方法についてはまだこれから手がけなければならない問題である。ここで述べる方法がさらに完成された形に成長するまで理論ならびに実用化の研究を続けるつもりである。

この研究は、アジア航空測量KK社長柳沢栄吉氏の御指導、御援助によって完成したことを付記し、謝意を表する次第である。

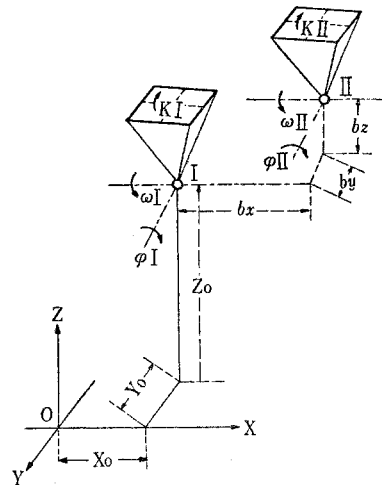
## 2. 標定作業と航空三角測量

一对の写真を図化機にかけて実体視し、写真測定しようとする場合、そこにできている立体模像は、所望の縮尺に正しく縮図されたものであり、立体模像の水平面は図化機の基準面と一致するようにしなければならない。この条件が満足されるためには、図化機に装置する一对の写真の関係位置は撮影時のカメラ位置と全く同じでなければならないのである。図化機に写真乾板をかけるときに行なうこの作業を標定作業といっている。

この標定作業は実体視される一对の写真上に、地上のいくつかの高さと位置のわかっている点を写し、これらの点を基準にして、写真をのせた投影機の関係位置を調整することによって行なわれる。

図-1は、実体視される一对の写真と地上の既知座標との関係を示したもので、すべての相互関係が明らかになるためには、次の未知量を知ることが必要である。

図-1



- 地上の原点からの I の撮影点の標座  $X_0, Y_0, Z_0$
- I の撮影点と II の撮影点間の 3 軸方向にはかった距離、 $b_x, b_y, b_z$  (空中撮影基線)
- I および II の写真の Y 軸のまわりの傾き  $\varphi_I, \varphi_{II}$
- I および II の写真の X 軸のまわりの傾き  $\omega_I, \omega_{II}$
- 両写真の写真機光軸のまわりの回転  $\kappa_I, \kappa_{II}$

この中で  $X_0, Y_0$  は立体像から図化するとき、図紙を X, Y 面内に移動、回転することによって修正できる。 $Z_0$  は図化機に付属している高度計算器の 0 目盛を調整することによって修正できる。従って実際に標定に必要な値は 9 つとなる。

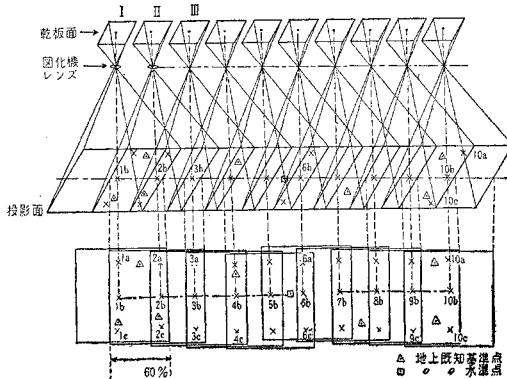
この 9 つの値のうち  $\varphi_I, \varphi_{II}, \kappa_I, \kappa_{II}$  および  $\omega_I - \omega_{II} = \Delta\omega$  の 5 つを組み合わせるか、あるいは、このうちの  $\varphi_I$  または  $\varphi_{II}$  の代りに  $b_z$  を、 $\kappa_I$  または  $\kappa_{II}$  のかわりに  $b_y$  を使って、立体視される図化機上の 2 枚の写真を撮影時と同じ関係位置になるようにする操作を相互標定といい、さらに立体模像の縮尺を  $b_x, b_y, b_z$  によって調整し、かつ立体模像の水準面を調整する作業を絶対地標定といっている。

一級図化機を用いて相互標定を行なうには、立体模像上に選ばれた 6 点を観測して、その縦視差を除くことによって行なわれる。もし相互標定が正しくできない場合には、両方の写真からくる立体模像上の対応する光線は正しく交わらないで、交差誤差を生ずる。この交差誤差を X と Y 方向に分解し、その Y 方向のくい違い  $dY$  を縦視差といい、X 方向のくい違い  $dX$  を横視差という。相互標定は各点について  $dY=0$  とすることである。縦視差の除去は、 $\kappa_I, \kappa_{II}, \varphi_I, \varphi_{II}, \Delta\omega, b_x, b_y$  のうち 5 つの量を選んで行なわれる。

相互標定が完了したら、そのモデルについて対地標定が行なわれる。対地標定を行なうには、少なくとも、平面位置の既知の点が 2、高さの既知の点が 3、必要である。

対地標定によって、得られた立体模像が正確に所定の縮尺のものとなり、水準面が図化機械の基準面と一致する。連続した一連の写真を図化しようとするときには、第1モデルの標定に続いて、第2、第3のモデルを接続しなければならない。これには第1モデルの相互関係や対地関係は乱さないで、これに第3の写真を持続して行く。この操作を順次各写真について行なう作業を接続標定という(図-2)。

図-2 航空三角測量要領図



しかし、一連の写真を順次標定して行くと、その間にいろいろな誤差が累積して、立体模像が乱れてくる。このようにして生じた誤差は最小自乗法の理論に従って調整し、各写真の標定に必要な諸点の位置と高さを決定するのである。

これに対して解析航空三角測量では、視差を消しながら標定するという方法はとらないで、写真機レンズの焦点距離、写真主点を原点として求めた写真上の直角座標および模像内に写っている3個の既知点の地上座標から後述するような原理に従って前記の9個の値を計算し、写真を図化機上に標定するのに必要な諸量を計算で求めるのである。この複雑な計算は、電子計算機を用いることによって、後述するように非常に容易に問題を解析してくれることになる。

### 3. 機械的方法と解析方法による航空三角測量の比較

従来機械を使って行なった航空三角測量では、まず最初の1モデルについて、一次の五元連立方程式を近似的に解きながら、正しい模像が得られるように2台のカメラの関係位置をきめる操作—相互標定—と、2台のカメラの関係をくずさないでできたモデルが正確に一定の縮図となるように、モデルの対地関係をきめる操作—対地標定—が行なわれる。これができれば、これによって得られたモデル申にいくつかの標定点を求め、これらを基準にして、次々の写真を標定して—接続標定—ゆくのであ

る。これらの標定作業はなかなか熟練を要する作業である上、相当の時間を要し、すべての点に全然視差の残らないようにすることはほとんど不可能である。地形の状況や撮影条件によって難易が生じ、残存視差をどの程度に納めておくかは、オペレーターの判断能力によるところが少なくない。このために、従来の方法では均一な能率、均一な精度を期待することが無理であるということになる。

これに対して解析法では、平らにおいた1枚1枚の写真上で、あらかじめ刺針しておいた標定点の写真上の座標を測定するだけで、あとはこの資料を用いて、カメラの傾きや撮影高度を補正した正確な数字で、モデルが再現されるのである。したがって、精度を支配する個人的な要素はなくなり、測定にもそれほど熟練する必要はなく、非常に能率的になるのである。例えば、従来1カ月に150モデルぐらいが限度であったのが、実験結果では、1000モデルが容易に標定できるようになった。

精度的にいうと、解析法では、必要な桁数の範囲で、残存視差の量および配置を最小自乗法を適用して、自動的に決定することができる。従って均一な精度結果が期待できる。そして、これらの量と配置の記録は自動的に残されるので、測定記録との関係を調査研究する上に非常に役立つ。また、ここに発生する誤差はすべて“長さの測定”という、あらゆる測定の中で最も基本的な測定に付随しておくるので、長さの測定の精度をあげれば、それだけ得られた結果の精度が高められることになる。100モデルについて実際に行なった測定結果によると、全測定点のうち95%までは0.01m/m以下の残存視差におさまる、機械法では、これを0.02m/m以下にするためには、相当な熟練者であることが必要であるのとくらべると、解析法では、均一で高精度の結果が容易に得られるとよい。

第3に撮影上の制約についての問題がある。機械法では機械の構造上から次の3つの制約が生ずる。すなわち(i) 飛行高度にくらべて地形の標高差があまり大きくては測定不能の部分が生ずる。(ii) 航跡があまりジグザグでは標定できない。(iii) カメラの傾きがあまり大きくては標定できない。これに対して解析法では全然これらの制約を受けないから、たとえば曲りくねった河川に沿って撮影しても差し支えないので、このために写真枚数を減少することもできる。

第4に系統的誤差、特にフィルムの不規則伸縮による影響は、機械法では絶対に取り除くことのできないものである。しかし解析法では容易に取り除けるし、地球の曲率の影響もまた同じである。

さらに、最も重要なことは地上図根点の数と配置についてである。機械法では、第1モデルを対地標定することが絶対に必要であったから、第1モデル内に所定の数

の標定点が必要である。したがってコースが一度切断されると新たに標定点を設けて、これを別に地上測量またはその他適当な方法で測定しなければならないという手数が必要となる。しかし、解析法では、すべての写真をまず接続標定し、これによってでき上がった全コースを一つのモデルとして対地標定するのであるから、標定点は全コース中に、ある条件に従って均等に分布しておればよい。したがって、多くの場合その全コース中に既設の三角点がいくつかふくまれるから、特に図根点を設けるための地上測量が必要でなくなる場合が多い。

従来、外国において行なわれた解析航空三角測量の二、三の実験において共通に見られることは、非常に多数のモデルたとえば 30~50 モデルを接続したコースについて、種種論議が行なわれていることである。このようにコースを長くする目的は、(1) 出発モデルの対地標定をできるだけ避けること、(2) 未開地等で既設の図根点が少ない地域で、小縮尺の地図をつくるのに、航空三角がいくモデルまで接続できるかを確かめることであった。しかし、わが国のように既設三角点が均等な密度で、かなり多数存在するところで、解析法を用いる場合には、いたずらにコースを長くする必要は全くない。

最後に最終的に得られる精度であるが、従来行なわれている多数の実験では、飛行高度の 1/2 500~1/3 000 が普通である。これは一級図化機で得られる実作業上の精度で大体一般に認められているものである。われわれが従来得た結果では、解析法でも大体この程度、または、これよりもやや良好という程度である。もし将来精度の高い座標測定機が得られたら、当然精度を高めることができるし、同じ精度でよければ、当然撮影高度を上げて経済性を高めることもできるわけである。

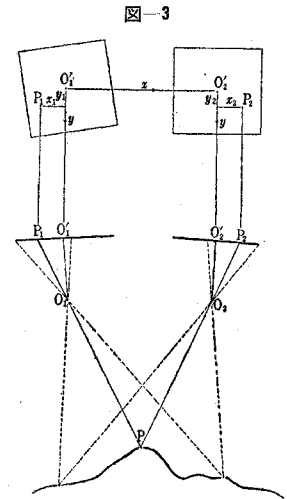
ただ、機械法で各点の位置を確認する場合は、地形を実体視して測定する。このことは一対の写真に重複して撮影されている地点、すなわち両写真の対応点を確認しながら同時に測定することである。ところが解析法で

は、写真を一枚一枚独立に測定するのが原則であるから、対応する地点の位置を見誤る危険が多い。これが非常にむずかしい点で精度の高い Stereo compalator が必要なものこの点にあるといえるだろう。

### 5. 解析航空三角測量の基礎理論

#### (1) 相互標定

図-3 で  $O_1, O_2$  は隣接した写真のカメラレンズの中心である。 $O_1, O_2$  から写真面上におろした垂線の足(写真主点)をそれぞれ  $O'_1, O'_2$  とする。このようにして得られた2枚の写真を水平に並べ、 $O'_1, O'_2$  を結ぶ方向を  $x$  軸にとり、これに直角方向の軸を  $y$  軸にとり、各写真について主点を原点とする座標を考える。任意の点  $P$  について考えると、それぞれ  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  が得られる。これを写真座標とよぶことにする。



航空写真測量における相互標定は、撮影時における両写真の相互の正しい関係を再現しようとするのであるが、これは数式であらわすと、それぞれの写真に回転を与え、最初の写真座標  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  を、新しい写真座標  $Q_1(x'_1, y'_1), Q_2(x'_2, y'_2)$  に変換した場合

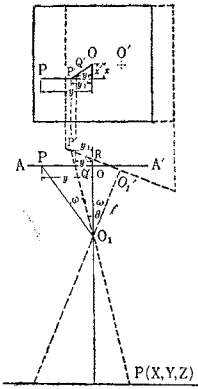
$$y'_2 - y'_1 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

の関係が、写真上のあらゆる地点について満足する状態を求めることである。撮影時における両写真の相互関係が、(1) の条件によって再現されることは図-4からも説明できる。

表-1 解析法と機械法の比較

	機 械 法	解 析 法
技術の習得	相互標定、接続標定、対地標定を完了して測定	ただちに写真座標の測定
個人誤差	標定および測定に個人誤差が生じる。	標定の個人誤差はなくなる
各種の制約	a. 標高差と飛行高度の関係から生ずる制約 b. 飛行方向に関する制約	なし
規則的誤差	c. カメラの傾きに関する制約 a. レンズのひずみは補正板で除去 b. フィルムのひずみは除去の方法なし c. 地球の曲率の誤差 d. 大気差による誤差	平行コースの必要なし 重複度の制約緩和 特になし
精 度	一級図化機の精度が限界 約 10 μ	解析的に除去可能
地上図根点の配置と数	従来は飛行高度の 1/2 500~1/3 000 特別の条件が必要	指標の位置から解析的に修正可能 影響なし あらかじめの修正可能 簡単で精度の高い座標測定機を用いれば 1 μ まで可能 必要条件が減少する

図-4



$$t_g \theta = \frac{y}{f'}$$

$$y' = f t_g (\theta - \omega) = f \frac{t_g \theta - t_g \omega}{1 + t_g \theta t_g \omega}$$

$$= \frac{y - f t_g \omega}{1 + \frac{y}{f} t_g \omega}$$

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{QO}{PR} = \frac{O_1 Q}{O_1 P}$$

$$= \frac{f \sec(\theta - \omega)}{f \sec \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta}{\cos(\theta - \omega)}$$

$$= \frac{\cos \theta}{\cos \theta \cos \omega + \sin \theta \sin \omega}$$

$$= \frac{\sec \omega}{1 + t_g \theta t_g \omega} = \frac{\sec \omega}{1 + \frac{y}{f} t_g \omega}$$

$$x' = \frac{x \sec \omega}{1 + \frac{y}{f} t_g \omega}$$

図-4 は、レンズの中心  $O_1, O_2$  を結ぶ方向から撮影状況を見た図である。いま  $O_1, O_2$  を結ぶ方向（紙面に直角）を  $x$  軸にとり、 $x$  軸からの距離がレンズの焦点距離  $f$  に等しい投影面  $A-A'$  を考える。原点  $O_1$  をととり、 $A-A'$  平面に垂直な方向を  $z$  軸、 $x-z$  平面に直角な方向を  $y$  軸とする。写真-1 が、 $O_1, O_2$  を結ぶ  $x$  軸のまわりに回転し、図のような傾き  $\omega$  をもった場合、写真  $O_1$  に写されている任意の地点  $P(x, y)$  は、 $\omega$  の傾きをもつ写真上では  $P', A-A'$  投影面には  $Q(x', y')$  として投影される。ほかの 1 枚の写真上においても同様であるから、両写真の傾きが、撮影時の相互関係を再現した場合は、明らかに式 (1) の条件が、全地点について満足されなければならない。

この原理を図化機について説明しよう。図化機は図-4 に示すような撮影状況を再現する機構をもっている機械である。その一例としてオートグラフ A7 の機構の概略を示した (図-5)。左右の乾板架台に乗せた一対の写真が、架台とともに  $x, y, z$  各軸のまわりに自由に回転し、撮影時における両写真の相互関係を再現する。両乾板の真下には、乾板と平行な平面内で自由に動くこと

写真-1

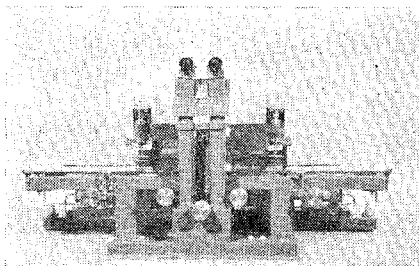
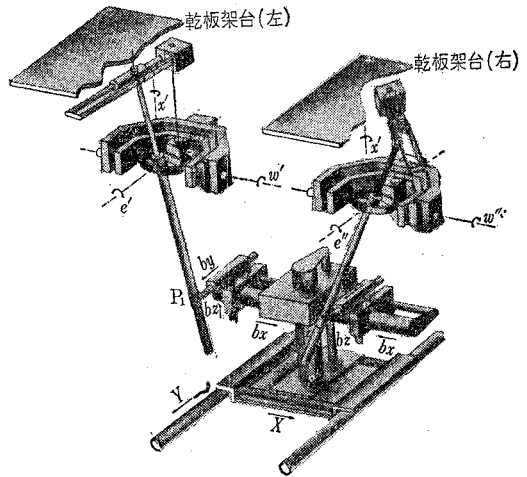


図-5



のできる望遠鏡の対物鏡が、スペースロッドという真直な棒の先端に取りつけてある。望遠鏡の中心にはメスマークがあって、両望遠鏡の真上に対応する像を同時に観測することができる。

スペースロッドは光の役目をするもので、レンズの中心に相当する固定した点を回転軸として、自由に動かすことができる。望遠鏡を移動するには、スペースロッド（下方で互いに連結されている）を連結機構とともに一体として動かすから、望遠鏡で観測される両写真上の点は常に一定の関係が保たれている。この一定の関係を要するには、スペースロッドが連結機構に固定されている点の関係位置を変えればよい。この固定点間の距離を基線長 ( $b$ ) といい、その成分を  $b_x, b_y, b_z$  で表わす。

実際の撮影状況と対応して考えると、基線長  $b$  は両写真の撮影点間の距離を縮尺化したもので、 $b_x, b_y, b_z$  は任意の座標軸への成分を縮尺化したものである。実際には飛行方向が大体に判明しているから、その方向を  $x$  軸、それに垂直な方向を  $z$  軸と定める。従って、 $b_z$  は近似的には撮影高度差であり、また  $b_y$  は飛行方向から水平面内でずれた量であると考えてよい。これら  $b_x, b_y, b_z$  を一定の縮尺のもとで撮影時と同じ相互関係におくことができ、さらに、左右の乾板の三軸のまわりの回転角の相互関係を、撮影時と全く同じ相互関係におくことができたときには、両望遠鏡の中心にある黒点すなわちメスマークは、 $x$  方向のずれを除いて、両写真のあらゆる場所において、同じ地点をさしているのである。すなわち、この状態においては、式 (1) の  $y_2' - y_1' = 0$  の条件があらゆる点で満たされている。この状態を求めることが、機械を用いて行なう相互標定である。

$x$  方向のずれは、両望遠鏡を両眼で観測しながら、スペースロッドの連結機構を全体として上下することによって除くことができる。これは、写真に写っている地

点の標高差が、 $x$ 方向のずれとなって写されているからである。従って、連結機構の上下の移動軸に目盛を付しておき、 $x$ 方向のずれ、すなわち、所謂横視差が除かれた時の目盛をもって、機械上の模型におけるその地点の標高 $z$ と呼ぶことができる。

機械法による標定作業は、上述のように重複して写されている全地点の $y$ 方向のずれを除くことであるが、そのためには、1) 左写真を固定しておいて右写真の平行移動および回転量、すなわち、 $(b_y, b_z, \kappa, \varphi, \omega)$ の適当な組を見つけるか、2) 左右の写真に回転だけを与える、すなわち、左写真の $(\kappa_1, \varphi_1)$ 、右写真の $(\kappa_2, \varphi_2, \omega_2)$ の適当な組を見つけるかしなければならない。実作業においては、これらの組の近似値を現在の $y$ 方向のずれから推定して、これを機械に与え、そのときに、 $y$ 方向のずれが残存するときには、さらにもう一度、近似的な修正値を推定するというように、逐次、両写真の定位を正しい状態に近づけてゆくのである。

さて、以上は、図化機の構造と関連さしながら、機械による標定操作の概略を説明したものであるが、解析法の原理は、上述の機械法と対照しながら説明すると、大変わかりやすい。

まず、機械法では、回転諸要素の組 $(b_y, b_z, \kappa, \varphi, \omega)$ または $(\kappa_1, \varphi_1, \kappa_2, \varphi_2, \omega_2)$ の近似値を与えたときに、変換された新しい写真座標値 $(x', y')$ は、機械上で直読できるのであるが、解析法では、これを計算で算出する。その算出式は図-4から明らかである。すなわち、 $\omega$ の回転に対しては

$$y^{(\omega)} = \frac{y - f \cdot t_g \omega}{1 + \frac{y}{f} t_g \omega} \quad x^{(\omega)} = \frac{x \sec \omega}{1 + \frac{y}{f} t_g \omega} \dots\dots\dots (2)$$

$\varphi$ の回転に関しては、図-4と同様にして、

$$y^{(\varphi)} = \frac{y \sec \varphi}{1 + \frac{x}{f} t_g \varphi} \quad x^{(\varphi)} = \frac{x - f \cdot t_g \varphi}{1 + \frac{x}{f} t_g \varphi} \dots (3)$$

$\kappa$ の回転に関しては、普通の直角座標軸の回転に関する式  $x^{(\kappa)} = x \cos \kappa + y \sin \kappa$  ..... (4)  
 $y^{(\kappa)} = y \cos \kappa - x \sin \kappa$   
を適用する。

次に、機械法では、 $(b_y, b_z, \kappa, \varphi, \omega)$  または、 $(\kappa_1, \varphi_1, \kappa_2, \varphi_2, \omega_2)$ の組の近似値を適宜に推定したのであるが、解析法では次のようにして、この近似値を求める。

説明を簡単にするために、撮影時の相互関係を正しく再現するための諸要素として $(\kappa_1, \varphi_1, \kappa_2, \varphi_2, \omega_2)$ の組をとることにしよう。目的は式(4),(3),(2)の順序で各写真に回転を与えたときに、左写真においては $P_1(x_1, y_1) \rightarrow Q_1^{(\kappa)}(x_1^{(\kappa)}, y_1^{(\kappa)}) \rightarrow Q_1^{(\varphi)}(x_1^{(\varphi)}, y_1^{(\varphi)})$ 、右写真においては $P_2(x_2, y_2) \rightarrow Q_2^{(\kappa)}(x_2^{(\kappa)}, y_2^{(\kappa)}) \rightarrow Q_2^{(\varphi)}(x_2^{(\varphi)}, y_2^{(\varphi)}) \rightarrow Q_2^{(\omega)}(x_2^{(\omega)}, y_2^{(\omega)})$ の変換が行なわれ、

$$y_2^{(\omega)} - y_1^{(\varphi)} = 0$$

の条件を満足するような $(\kappa_1, \varphi_1, \kappa_2, \varphi_2, \omega_2)$ を求めることである。式(4),(3),(2)を直接解くことはできないから、まずこれらの式を級数に展開し、高次の項を省略すると、

$$y_2 - y_1 = -x_1 \kappa_1 - \frac{x_1 y_1}{f} \varphi_1 + x_2 \kappa_2 + \frac{x_1 y_2}{f} \varphi_2 + \left(1 + \frac{y_2^2}{f^2}\right) f \omega_2 \dots\dots\dots (5)$$

が得られる。従って5点以上について、 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ の写真座標を測定し、最小自乗法を用いて式(5)を解く。

このようにして求められた $(\kappa_1, \varphi_1, \kappa_2, \varphi_2, \omega_2)$ の近似値を式(4),(3),(2)に順次代入して、新しい写真座標 $P_1(x_1', y_1')$ 、 $P_2(x_2', y_2')$ を求め

$$y_2' - y_1' = d y'$$

が、必要な桁の範囲で十分小さくなるまで、この計算をくり返すと、最後に正しい回転の諸要素およびその状態における両写真の写真座標が得られる。

各地点の立体座標値 $(x, y, z)$ は、簡単な幾何学的関係から、上記の最後に得られた写真座標 $P_1(x_1', y_1')$ 、 $P_2(x_2', y_2')$ を用いて

$$x = \frac{x_1'}{x_1' - x_2'} \dots\dots\dots (6-1)$$

$$y = \frac{y_1'}{x_1' - x_2'} \dots\dots\dots (6-2)$$

$$z = \frac{f}{x_1' - x_2'} \dots\dots\dots (6-3)$$

ただし、原点は第1写真のレンズの中心 $O_1$ 、長さの単位は撮影基線長 $O_1 O_2$ である。

以上で相互標定が完了し、各測定地点の立体座標 $(x, y, z)$ が、地上座標系に対して、ある一定の縮尺および回転関係で算出できる。もし、これらの地点のうち、適当に配置された最小限3点の真の座標値があらかじめわかっているならば、これを用いて対地標定を行ない、全測定地点の真の座標値が求められる。

(2) 対地標定

対地標定とは、単に、立体座標軸の回転の問題に過ぎない。回転後の座標 $(X, Y, Z)$ と回転前の座標 $(x, y, z)$ が、各座標軸のまわりの回転角 $\kappa, \varphi, \omega$ によって次のような関係式で結ばれる。

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \kappa & \cos \omega \sin \kappa & \sin \omega \sin \kappa \\ -\cos \phi \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa & \sin \omega \cos \kappa \\ \sin \phi & -\sin \omega \cos \phi & \cos \omega \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \dots (7)$$

したがって $(x_i, y_i, z_i)$ および $(X_i, Y_i, Z_i)$ を与えて、

式 (7) から  $\kappa, \varphi, \omega$  を直接求める方法もあるが、解が不安定になるので、この場合も逐次近似法を用いる方が便利である。

式 (7) において、 $\kappa=0$  とおくと

$$X = x \cos \varphi + y \sin \varphi \sin \omega - z \sin \varphi \cos \omega \quad \dots(8-1)$$

$$Y = y \cos \omega + z \sin \omega \quad \dots(8-2)$$

$$Z = x \sin \varphi - y \sin \omega \cos \varphi + z \cos \omega \cos \varphi \quad \dots(8-3)$$

$\varphi$  および  $\omega$  の近似値を求めるために、第一近似として、 $\sin \theta = \theta, \cos \theta = 1$  とし、また、近似的な縮尺を  $(x, y)$  および  $(X, Y)$  の二乗和の比から求めて、その平方根を  $k$  とすると式 (8-3) は

$$\frac{1}{k} Z = \varphi \cdot x - \omega \cdot y + z + c \quad \dots(9)$$

ただし  $Z$  はその地点の地上標高値、 $k$  は縮尺、 $c$  は定数である。与えられた点の  $(x, y, z)$  および  $Z$  を用いると、式 (9) からつくった正規方程式をとり、 $\varphi, \omega$  および  $c$  の近似値を求めることができる。このようにして求めた近似的な  $\varphi, \omega$  を式 (8) に代入して、この回転に必ずる新しい座標値  $(X, Y, Z)$  を計算し、与点の標高が必要な精度で一致するまで上記の計算をくり返すのである。

標高が合致すれば、平面座標値の変換は普通に用いられている方法に従って簡単に求めることができる。

(3) 接続標定

航空三角測量では、多数の写真を連続して撮影し、それぞれ隣り合う写真によってでき上がる立体模形を、統一された一つの座標系で表現しなければならない。これが接続標定である。

接続標定は対地標定と同様に、立体座標系間の回転の問題として取扱うことができる。図-6 は連続して撮影された3枚の写真から、2つの接続する立体模形が、それぞれ独立の相互標定によってでき上がる状況を示している。図-6 における座標軸は相互標定のときに採用した座標軸と同じものとする。図-6 (A) は  $x-y$  平面 (B) は  $x-z$  平面の状態である。第1模形は、第1写真と第2写真によってでき上がる。第1写真のレンズの中心は  $O_1^{(1)}$ 、第2写真のレンズの中心は  $O_2^{(1)}$  である。次に、第2模形では、第2写真と第3写真でできあがるが、第2写真は両モデルに共通の写真であるから、その写真

のレンズの中心  $O_2^{(1)}$  と  $O_1^{(2)}$  は、実は空間における同一点であり、かつ写真の傾きおよび回転は同一のものである。いま、図-6 (A) において、第1モデルの全体を一つの剛体と考えて、これを第2写真のレンズの中心  $O_2^{(1)}$  ( $=O_1^{(2)}$ ) のまわり  $-(k_2^{(1)} - k_1^{(2)})$  にだけ回転すると、飛行方向  $O_1^{(1)} \rightarrow O_2^{(1)}$  は  $O_1^{(1)} \rightarrow O_2^{(1)}$  の方向に移動する。すなわち、第1モデルの飛行方向と第2モデルの飛行方向の相関関係は、実際には、図のように折れ曲がっていたことになるわけである。

このようにして第1モデルの飛行方向と第2モデルの飛行方向、すなわち、それぞれのモデルの  $x$  軸は、一般に、空間において異なった方向をもっていることがわかる。

オートグラフ A7 では、空間に一定の座標軸を設定し、それに関して各モデルの座標を表示する方法を採っており、オートグラフ A8 では常に各モデルの基線長の方向を  $x$  軸にとって、そのモデルの座標を表示する方法をとっている。従って、図化を行なう場合、モデルが次々に移って行くに従って、オートグラフ A7 では一度定位した図紙は移動する必要はないが、A8 では、本来ある回転関係をもつ異なった座標軸を、機械の上に定められた同一の座標軸に一致させるので、逆にモデルの方が回転し、その回転に一致するように図紙も各モデルごとに向きを変えなければならない。

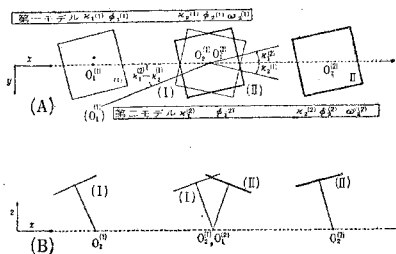
われわれがこの研究で採用した標定の方法はオートグラフ A8 の方法に相当する。すなわち、両モデルの座標値は図-6 に示すように同一方向にとってある。そのために第2モデルにおいては、第2の写真の回転角が異なった値となり、したがって、計算によって形づくられたモデルは  $O_2^{(1)} (=O_1^{(2)})$  を中心として、写真の回転角と同じ角度だけ空間で回転していることになる。

独立に相互標定されてきた両モデルの、この相対的な回転を取り去るためには、共通な写真の相対的な回転がなくなるまで、どちらかのモデルを回転すればよい。その場合の回転の中心は、もちろん共通写真のレンズの中心である。しかるに相互標定完了時の両モデルの座標の原点は、第1モデルでは  $O_1^{(1)}$ 、第2モデルでは  $O_1^{(2)}$  であるから、まず両モデルの座標の原点を一致させなければならない。それには第1モデルの原点を  $O_1^{(1)}$  から  $O_2^{(1)}$  に移動する。 $O_2^{(1)}$  の座標は第1モデルでは、 $(1, 0, 0)$  であるから各点の  $x$  座標を

$$x' = x - 1 \quad \dots(10)$$

として新しい座標に変換する。さらに両モデルはそれぞれのレンズ間の距離  $O_1^{(1)} \rightarrow O_2^{(1)}$  および  $O_1^{(2)} \rightarrow O_2^{(2)}$ 、すなわち各基線長を単位としてあらわされているから、両基線長の比だけモデルの縮尺が異なっている。この縮尺比を計算するには、両モデルの原点を一致させた後に、両モデルに共通な地点のベクトルの長さを計算して

図-6 接続標定



これを求める。すなわち、両モデルに共通な地点が  $n$  個あったとすると、各共通地点で求めた縮尺比の平均値

$$k_m = \frac{1}{n} \sum_i k_i \dots\dots\dots (11)$$

ただし  $k_i = \frac{r_i^{(2)}}{r_i^{(1)}} \quad r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$

を第1モデルの全地点の座標値に掛けておけば、第1モデルの縮尺は第2モデルの縮尺に統一される。

この状態において、共通写真がもつ相対的な回転と同じ回転だけ、第1モデルを回転する。図-6において第1モデルの第2写真は、 $\omega_2^{(1)}, \varphi_2^{(1)}, \kappa_2^{(1)}$  だけ  $x, y, z$  軸のまわりに回転しているから、これを回転をもたない状態にもどす。そのために  $-\omega_2^{(1)}, -\varphi_2^{(1)}, -\kappa_2^{(1)}$  の回転を第1モデルに与える。ただし、回転の順序は相互標定時の回転の順序と反対しておかねばならない。次に、第2モデルの第1写真がもっている回転、すなわち、 $\kappa_1^{(2)}, \varphi_1^{(2)}$  を引続いて第1モデルに与える。そうすると  $-\omega_2^{(1)}, -\varphi_2^{(1)}, -\kappa_2^{(1)}, +\kappa_1^{(2)}, +\varphi_1^{(2)}$  の順序で回転を与えた後の第1モデルの座標を算出するための matrix は

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi_1^{(2)} & 0 & -\sin \varphi_1^{(2)} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_1^{(2)} & 0 & \cos \varphi_1^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \kappa_1^{(2)} \sin \kappa_1^{(2)} & 0 \\ -\sin \kappa_1^{(2)} \cos \kappa_1^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \kappa_2^{(1)} & -\sin \kappa_2^{(1)} & 0 \\ \sin \kappa_2^{(1)} & \cos \kappa_2^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi_2^{(1)} & 0 & \sin \varphi_2^{(1)} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi_2^{(1)} & 0 & \cos \varphi_2^{(1)} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_2^{(1)} & \sin \omega_2^{(1)} \\ 0 & -\sin \omega_2^{(1)} & \cos \omega_2^{(1)} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

によって与えられる。

上式を用いて第1模型を第2模型に接続すると、次は、この接続統一された全体の模型を第3模型に接続し、第3模型の座標系に全体を統一する。順次にこれをくり返すと、最後に全模型が最終模型に接続されて、接続標定が終了する。この状態においては、座標系の原点は最終模型の第1写真のレンズの中心にあり、長さの単位は最終模型の基線長である。この座標系をコースの座標系 (strip coordinate system) と呼ぶことにする。

コース独自の座標系であらわされた全測定地点を、真の座標値であらわすには、コース全体にわたって適当に配置された地上図根点を用いて、前節に述べた対地標定を行ない、座標系の変換に必要な変換係数を求め、この係数によってコースの座標値を地上座標値に変換する。

(4) コースの調整

コースの調整というのは、すでに第2章で簡単にそのことにふれておいたが、コースを接続して行くと、いろいろな誤差が累積して、コースにひずみが起こる。このひずみの中、系統的なものを除去することをコースの調整という。このためには、既知点におけるひずみの量を

多項式であらわし、その係数を最小二乗法で求め、求点の座標値を修正する方法が、従来一般に用いられていた。しかし、この多項式は完全に実験的なもので、次数をいくらにとるかということ等も大いに問題のある所である。機械法では、地球の曲率が  $z$  方向に対して  $x$  に関する2次の影響をもつことは、はっきりしているが、解析法ではこの影響はないはずである。一口にいって、コースのひずみが何に基因するかは、まだ不明であって、解析法の発達によって始めてその原因が判明するものであろう。従って、この問題は、今後の研究課題とし、現在従来通り実験式を用いることにした。

6. 測定方法

解析法においては、測定は非常に簡単であるが、同一地点の確認に間違いがおこる危険があるので、これをさけるために特別に注意する必要がある。そのために、次の三種類の方法が考えられる。すなわち、1) 標識、または、標識に準ずる尖鋭な像をもつ地点のみを測定する。2) 一對の写真の同時立体観測により、あらかじめ、各写真の測定点に、直径 0.05 mm 程度の針孔をあける。3) 適当な機構をもつ測定機を用い、各測定地点ごとに独立して同時立体測定を行なう。そのさい、一方の写真の写真座標を測定すると同時に、他の写真における同一地点の写真座標を両写真の座標差から算出する。

第一の方法は、埋石した細部図根点を、高い精度で多数設置したい時などは、特に有利である。第二の方法はフィルムに刺針することのできる高倍率の立体観測装置を必要とするが、この種の観測装置は、比較的製作容易であり、すでに、アジア航空測量KKでは、写真-1のようなものを設計製作し、現に使用している。第三の方法は、一級図化機をステレオコムパレーターと同様に用いる方法である。それには一級図化機の乾板架台を水平にし、適宜に焦点距離  $f$  と基線を与え、局部的に立体視しながら、両写真の同一地点における縦視差を右写真の  $b_y$  により、またその地点の横視差を  $z$  によって除去し、座標を測定する。そうすると、左写真の写真座標  $(x_1, y_1)$  は

$$x_1 = \frac{f}{z} (x - x_0), \quad y_1 = \frac{f}{z} (y - y_0)$$

ただし、 $(x, y, z)$  は各地点の測定値、 $(x_0, y_0)$  は主点の測定値とする。同時に、右写真の写真座標は

$$x_2 = x_1 - b_x \frac{f}{z} \quad y_2 = y_1 + b_y \frac{f}{z}$$

として得られる。ただし、基線は内側である。外基線の場合は  $b_x$  を負とする。この方法は独立測定でないから、地点を見誤る危険は少なく、また単写真測定の方法にくらべて能率的であるが、測定要素が多いので精度がおちる可能性は多い。ステレオコムパレーターは、



Wild, Zeiß, Nistin 等から製作販売されているが、きわめて高価である。もちろんわが国には輸入されていないし、世界的に見ても製作台数がわずかで、まだ数台をでないようである。したがって、われわれは、第三の方法を用いる場合は、オートグラフ A 7 を使用した。

### 7. 使用した電子計算機と作業の実例について

現在本計算に使用している電子計算機は、日本電気 K 製の NEAC 2203 で、その性能表は表-2 の通りである。

表-2 電子計算機性能表

計 算 機 名	NEAC-2203	
構 成 素 子	トランジスター 800個 ゲルマニウム・ダイオード 10 000個	
プ ロ グ ラ ム	Stored program	
命 令	方 式 類 型	1 1/2 アドレス方式 (In レジスター 3)
	種 類	87 種
数 値	小 数 点 表 現 桁 数	固定・浮動 1.2.4.8 コード 10進法 12桁
	方 式 容 量 待 時 間	高速磁気ドラム 10 000 rpm 2 040 語内 temporary 40 平均 3.0 ms
演 算 速 度	加 減 算	1.2 ms
	乗 算	5.7 ms
	降 算	13.9 ms
入 出 力 装 置	テープ読取	PTR 200 字/秒, MTR 10 字/秒
	テープ穿孔	10 字/秒
	プリンター	500 字/分
消 費 電 力	700 W	

プログラムは紙数の関係上割愛し、別の機会にゆずることにする。

作業例についても、紙数の関係でここに詳述できない。しかし、アジア航空測量 KK では、現在、全面的にこの方法を採用し、従来の機械法に比して何等遜色のない成果を、はるかに高い能率を以って、得つつある。

### 8. 結 言

本研究は計算方法において次の特徴を持っている。

- (1) 相互標定の要素を  $(\kappa_1, \varphi_1, \kappa_2, \varphi_2, \omega_2)$  としたこと。
- (2) 立体模型の形成において、長さの単位に基線長を用いたこと。
- (3) 接続標定の順序を、従来の習慣を破って、逆の方向から行なったこと。これにより、計算を簡略にす

ることができた。

- (4) 相互標定が各モデルについて独立に行なわれているので、測定の誤りの影響をそのモデルに限ることができた。

なお、実作業にとり入れたさい、次のような利点を生じた。

すなわち、航空三角測量の作業において

- (1) 従来のように、特殊機械と特殊技能を必要としなくなった。
- (2) 能率が大体一桁向上した。
- (3) 従来のように特に高価な機械を用いなくても航空三角測量が可能となった。
- (4) 従来に比して一桁精度をあげ得る見とおしが生まれた。

### 参 考 文 献

- 1) Schröder, F.: "Die Rechnerische Orientierung von Luftbildaufnahmen auf Grund von Messungen am Stereokomparator und ihr Verhältniss zu den Optisch-Mechanischen Verfahren", Diss. T.H. Hannover, 1949.
- 2) Wassef, A.M.: "Some Recent Development in Analytical Photogrammetry; The use of Eulerian angles and Computational Procedure", Photogrammetria, 1953/54/2.
- 3) Terie, G.H.: "Beitrag zu Numerischen Orientierungsverfahren über gebirgiges Gelände", Photogrammetria, 1953-54/2.
- 4) Terie, G.H.: "A contribution to the Problem of Analytical Aerial Triangulation", Photogrammetric Engineering, 1956/Mar.
- 5) Schmidt, H.: "An Analytical Treatment of the Orientation of a Photogrammetric Camera", Photogrammetric Engineering, 1954/Dec.
- 6) Schewell, H.A.L.: "The Use of Cambridge Stereo-comparator for Air triangulation", Photogrammetric Record, 1953/Sept.
- 7) McNair, A.T.: "Determination of Geographic Coordinates, Flight Height, and True Orientation for Extension of Strips of Aerial Photographs", Photogrammetric Engineering, 1956/Sept.
- 8) Herget, P.: "Interim Report on Ground Position Computation from Shoran-Controlled Photography", WADC Technical Paper 179, Wright Air Development Center, 1954/Jan.
- 9) Church, E.: "Manual of Photogrammetry".
- 10) Shut, G.H.: "Analytical Aerial Triangulation", Publication of National Research Council of Canada, 1957/Sept.
- 11) Webb, S.E.: "Forest Service Procedure for Stereotriangulation Adjustment by electronic Computer", Photogrammetric Engineering, 1959/June.
- 12) Rosenfield, G.H.: "The Problem of Exterior Orientation in Photogrammetry", Photogrammetric Engineering, 1957/Sept.
- 13) McNair, A.T.: "General Review of Analytical Aerotriangulation", Photogrammetric Engineering, 1957/June.
- 14) Shut, G.H.: "An analysis of Method and result in Analytical Aerial triangulation", Report of the International Photogrammetric Conference on Aerial Triangulation in Ottawa.

(原稿受付: 1960.7.6)