

土 木 学 会 論 文 集

第 69 号 · 別 冊 (3-3)

変断面連続箱桁橋の立体的応力解析

正 員 小 松 定 夫



---

TRANSACTIONS  
OF  
THE JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS  
No. 69, EXTRA PAPERS (3-3)

THREE DIMENSIONAL STRESS ANALYSIS OF  
CONTINUOUS BOX GIRDER BRIDGE  
WITH VARIABLE CROSS-SECTION

*By Sadao Komatsu, C. E. Member*

Sep. 1960  
TOKYO, JAPAN

---

昭和 35 年 9 月

土 木 学 会

# 変断面連続箱桁橋の立体的応力解析

正員 小松 定夫\*

## THREE-DIMENSIONAL STRESS ANALYSIS OF CONTINUOUS BOX GIRDER BRIDGE WITH VARIABLE CROSS-SECTION

By Sadao Komatsu, C.E. Member

**Synopsis :** In the case where the continuous box girder is used as the main girder of a bridge, it often be demanded in practical design to evaluate properly the stress under an eccentric load.

This matter is closely related with many important problems such as the disposition of loads and the judgement of buckling strength.

In this paper, a structural engineering method for stress analysis is rationally given about the ordinary continuous box girder bridge, whose sectional quantities can not be represented by a simple function and vary slowly along the span. Namely, the author has introduced chiefly some fundamental integral equation about the torsion-bending of a continuous box girder bridge with variable cross-section.

On the basis of a statical theory, general equations previously mentioned may be transformed to some approximately equivalent matrix operations, so that numerical solutions can be given systematically.

Moreover, as a numerical example, the influence lines of the warping moment as well as two kinds of the torsional moment with respect to a three-span continuous box girder bridge will be easily by applying these solutions.

**要 旨** 連続箱桁が、橋桁として用いられた場合、その合理的設計を遂行するためには、偏心荷重下における応力の適正な評価をすることが要望される。これは、設計荷重の配置、座屈強度の判定など、多くの重要な問題と密接な関連性を有するものである。

本文では、断面諸量が、桁軸方向に簡単な関数で表わされえないような変化をし、かつその変化の割合が比較的小さい通常の連続箱桁橋について、薄肉構造理論にもとづく計算法を提唱するものである。すなわち曲げねじりを受ける場合について、基礎積分方程式を誘導し、これを等価な行列演算に変換し、系統的に数値解を与えるようにした。さらに、これらの解を適用して、ある3スパン連続箱桁橋につき数値計算を行ない、断面力に関する影響線をえた。

## 第1章 一般方程式の誘導

### 1. 緒 言

近年自動車交通の急激な発達にともない、既設道路の整備、拡張ならびに新設道路の計画、建設が重要な課題になっていることは周知のとおりである。道路の拡充、設定にともない、その路線に架設される橋梁の建設費が、全工費の中に占める割合を考えると、橋梁の経済的設計の重要性が、深く認識される。そしてこの経済的設計の主要な方向が、橋梁の軽量化に向けられていることは、すでに小西博士<sup>1)</sup>によって、指摘された。

橋梁の軽量化が、新しい高級材料およびその接合法の進歩によって行われうることはいうまでもない。しかし従来の橋梁設計における、本質的な非合理性がどこにあったかについて熟考せねばならない。

その一つは、その安全性を確保することには十分であったが、構造物を構成する個々の部材の設計強度があまりにも過小評価されていたことである。しかも評価の程度が、それぞれの部材によってまちまちであるため、部材間で安全度がいちじるしく相違するという点である。安全度の問題は、荷重の種類、大きさの適確な把握および強度の適切な判定によって、次第に解明されつつある。この両者は、車の両輪のごとく、構造物設計の合理化の道を前進するための立役者となっている。

適当な設計荷重の想定の問題は、その方面の研究成果に負うこととなる。一方構造物各部分が、予想される荷重を受けて、十分な安全性を確保しつつ、かつ平等にそれぞれの最大限の力学的機能を発揮できるように設計するということが、一つの理想の型であろう。この理想に近づくための努力が構造工学の各分野で行われつつあるのに対して敬意を表する次第である。

\* 大阪市立大学助教授，工学部土木工学教室

それは、合成桁、箱桁、鋼床板などのように、構造型式の改良という姿で現われた。またプレストレスト工法のような新しい工法の採用によって促進せられた。

ところで、部材強度の過小評価および安全度の不均一性に流れる大きい原因として、構造物各部の応力や変形の算定法に根本的な考え方の不完全さがあったことは否定できない。これは従来の計算法が、細い棒の力学ないしは、平面構造力学を基盤としていて、隣接部材の協力性が十分考慮に入れられていない面があったことに基因するものと思われる。すなわち外力の作用面内にはない部材が、実際に、耐荷上寄与しているにもかかわらず、平面構造力学では、これを扱えなかったためである。その最も適当な好例として、格子桁橋、箱桁橋があげられる。

もちろん極限設計法という、画期的な概念にもとづく、新しい計算方法が発展段階にある。しかし岡本博士<sup>2)</sup>も述べられたように、極限設計法にも、多くの未解決の基本的問題が、横たわっている。これらの解決ならびに多年にわたる経験の蓄積が必要であって、その完全な規則化を将来に託している現状にある。そしていずれ、この方面での識者の努力が、実を結ぶことを確信する。

従って当面は、不本意ながらも、部材の安全率という概念をもとにした現行設計規準に留まらざるを得ない。しかしこのはんちゅう内であっても、なお従来の慣用設計法による欠点を改善する努力は、決して無駄でない。すでに現行の設計概念のもとに50%もの重量軽減がなされた実例が、相当見受けられたことは、この事実を証している。

また将来、極限設計法が完成され、実用化されても、立体的応力解析の考え方は、まっ消されることなく、むしろ極限設計法の中に入取られて、両立して進展を続けるものと信じるものである。

鋼床板桁橋、特に箱桁橋は、このような理想へと一歩前進した構造形式である。しかもこれらの部材相互間における立体的な力の分担および応力の連続的な流れは、3次元の応力解析法によって、かなりの確に知ることができる<sup>1),3),4),5)</sup>。これらの計算結果や実測結果<sup>1),5),6)</sup>によって、この種構造形式のものが、いかに有効に力の配分を行なうものであるかが明らかになった。

上記のような意味で、箱桁橋の立体構造力学的取扱いが大切になってくる。

一般に箱桁が外力を受けて、変形する際には、これを構成する主要要素部材が、薄板であることを考慮すれば、各構成薄板は、平面応力状態になっていると考えられる。従って弾性学的に、これらの応力状態を求めようとすれば、構成する薄板相互間の連続性と表面における境界条件に適合するように、応力およびヒズミを決めなければならない。

曲げを受ける2重対称断面の単純支持箱桁について Schnadel, G.<sup>7)</sup> は Airy の応力関数を用いて、上記の意味での厳密解を与えた。Benscoter, S.U.<sup>8)</sup> は、任意形状を有する等断面薄肉閉断面ばりの2次応力の分布を明白にした。

彼は軸方向垂直応力に関する微積分方程式を誘導した。垂直応力の解を、断面内の Stress mode によって展開した級数形で与えた。そして各 Stress mode は、一種の固有値問題として求めた。さらに多くの縦リブによって補強された場合については、階差方程式として解いている。

Flügge, W. と Marguerre, K.<sup>9)</sup> はねじりを受ける薄肉閉断面について考察した。ここでは、桁軸に直角方向の垂直応力は小さいので無視された。そしてねじりにおける、端末の拘束の影響について明確な結論を得た。

ところが、この種の厳密解法に執着すると、箱桁橋のように断面形状が複雑になれば、薄板の接合辺における連続条件が繁雑なために、手に負えなくなる。ことに漸変する変断面の場合には、接合辺が桁軸方向に対して傾斜していて、数学的処置に困難を生じる。

それで上述のような、厳密解の貴重な成果を基礎にした、工学的理論の発展が望まれる。

Wansleben, E.H.F.<sup>10)</sup> はせん断流理論を応用して、活路を見出そうとした。すなわち垂直応力は、4隅のフランジのみ集中して働き、薄板のせん断流は同一断面内で一定として、箱の高さと幅がともに直線的に変化するような2重対称断面を持つ箱桁について考察した。

このような困難性は、ねじりをともなわない対称曲げの場合にも付随するものである。そのため、以前から、変断面連続桁の曲げについては、Navier による垂直応力の直線分布則に準拠し、ただ曲げコワサの変化のみに注目した、いわゆる工学的曲げ理論が用いられている。そして設計上大きい役割を演じている。必要に応じて、変断面の傾斜の影響などは、2次応力として、1次応力との釣合から別途に計算するという簡便法<sup>11)</sup>が考えられている。

それで、Benscoter, S.U.<sup>12)</sup> は、工学的曲げ理論に匹敵するものとして、工学的曲げねじり理論を提唱した。

はり断面の軸方向変位は、そこと同じ断面を持つ等断面はりについての St. Venant のねじりの時に生じるそりの大きさに比例したような横断面内分布をていすと仮定している。また桁軸に直角方向のヒズミは、補剛材の拘束によって、生じえないものとしている。そして注目すべき基礎微分方程式を組立てた。

箱桁橋に関しては、支間約 80 m 以上の連続鋼床板桁橋の場合、特にその経済性が顕著になる。それで連続桁橋の立体的解析の問題が重要視されねばならない。

小西博士<sup>9),10)</sup>らは、等断面連続箱桁橋について、代表的荷重状態に対する解を与えた。そして有機ガラス製模形桁について弾性試験を行ない、実験の結果から、解が妥当であることを確認した。

Petterson, O.<sup>11)</sup> はねじりを受ける等断面連続 I 桁がねじり荷重を受けた場合について一解法を提案した。それは、横荷重を受ける時のモーメント分配法に類似した一種の逐次近似解法である。

特に長大連続箱桁橋では、Cantilever 式架設工法<sup>12)</sup>を採用し、変断面とすれば、一層その経済性が助長されるものと思われる。この場合中間支点における負曲げモーメントの増大に対処して、漸変する変断面をとることになる。しかし長い支間にわたって、徐々に変化していて、断面変化率は僅少と考えられる。

本文では、このように長い区域にわたって、徐々に、しかも簡単な関数関係で表現できないような変化をしている連続箱桁橋に関して、有用な工学的曲げねじり理論を述べ、曲げねじりモーメントについての基礎積分方程式を誘導した。さらに単純箱桁が、端面に複偶力を受ける場合について考察し、端部の不静定反力トルクを求める公式を与えた。

次に仮想仕事の原理により、支点曲げねじりモーメントを未知量とする弾性方程式を組立てた。

さて上記のような橋桁では、これらの方程式の解を解析的にうることは、数学的に困難である。このような時、桁を等分し、個々の分点における数値解を近似的に求めるのが普通である。それで方程式中に現われる定積分を、等価な行列演算に変換するため、弾性荷重の概念を応用した。

近年電気計算機の普及によって、行列計算が、比較的手軽に実行できるようになったので、このような処置は、妥当であると考ええる。

## 2. 基礎微分方程式

図-1 に示すように、変断面箱桁の軸方向に座標  $x$  をとり、横断面内薄肉中心線に沿って、曲線座標  $s$  をとる。その原点、および座標の方向は、すべて論文集第 25 号<sup>3)</sup>に準じる。

一般に  $x$  方向の変位  $w$  は、その点の座標  $x$  および  $s$  のある関数である。このそり  $w(x, s)$  について、任意断面での重み  $W_s(s)$  を付した平均値  $f(x)$  を次のように定義する。

$$f(x) = \frac{1}{C_w} \int_F w(x, s) W_s dF \dots\dots\dots (1-1)$$

ここに  $C_w = \int_F W_s^2 dF \dots\dots\dots (1-2)$

この  $E_s C_w$  は、曲げねじり剛性である。また  $W_s$  は、St. Venant のそり関数である。式 (1-1)、(1-2) とから明らかなように、

$$w(x, s) = f(x) W_s \dots\dots\dots (1-3)$$

次に  $s$  方向の変位  $\zeta$  は、ねじり角  $\theta(x)$  との間、次の関係を持っている。

$$\zeta(x, s) = r_s \theta(x) \dots\dots\dots (1-4)$$

ここに  $r_s$  は、ねじり中心から、薄肉中心線の切線に至る距離である。

一方そり拘束による垂直応力  $\sigma_w$  から曲げねじりモーメント  $M_w(x)$  が、次の式で定義される。

$$M_w(x) = \int_F \sigma_w W_s dF \dots\dots\dots (1-5)$$

これは曲げモーメント  $M_b$  が

$$M_b(x) = \int_F \sigma_b y dF \dots\dots\dots (1-6)$$

で与えられるものと類似した定義である。そして曲げ応力  $\sigma_b$  が、

$$\sigma_b = \frac{M_b}{I} y \dots\dots\dots (1-7)$$

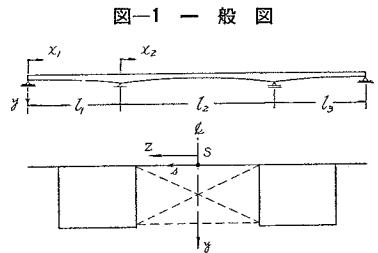


図-1 一般図

で与えられる。この応力算定公式に対して、 $\sigma_w$  も

$$\sigma_w = \frac{M_w}{C_w} W_s \dots\dots\dots(1-8)$$

から容易に計算できることは、式 (1-2) から明白である。これらの関係式から、工学的曲げねじり理論と、曲げ理論との対応がはっきりした。

次にせん断応力には、2種類のものが存在すると考える。第1はいわゆる St. Venant のせん断流  $q_s$  であり、もう一つは、そり拘束によって生じるもので、それを  $q_w$  と記す。

これらの2種のせん断流によって、それぞれ断面内に、合力としてねじりモーメントが現われる。

St. Venant のねじりモーメント  $T_s$  は、

$$T_s = \int_F q_s r_s ds \dots\dots\dots(1-9)$$

そり拘束によるねじりモーメント  $T_w$  は、

$$T_w = \int_F q_w r_s ds \dots\dots\dots(1-10)$$

式 (1-9) で示されている断面力  $T_s$  とせん断応力  $q_s$  の関係が成立するように、St. Venant のせん断応力  $\tau_s$  を次式で与える。

$$\tau_s = \frac{\tilde{q}}{Jt} T_s \dots\dots\dots(1-11)$$

ここに  $\tilde{q}$  はねじり関数、 $GJ$  はねじり剛性である。すでに、

$$\int_F \tilde{q} r_s ds = J \dots\dots\dots(1-12)$$

なる関係を知っている<sup>3)</sup>ので、式 (1-11) を式 (1-9) の右辺に代入して、関係式 (1-12) を利用すれば、釣合式 (1-9) が満足されていることを知る。

同じように、そり拘束によるせん断応力  $\tau_w$  は、

$$\tau_w = \frac{q^*}{C_w t} T_w \dots\dots\dots(1-13)$$

と考える。ここに

$$q^* = \int_0^s W_s t_e ds + S_w \dots\dots\dots(1-14)$$

であって、 $t_e = t + \frac{A}{\lambda}$  (鋼床板)  $= \frac{t}{n}$  (合成桁コンクリート床板) は、板の有効厚である。………(1-15)

ここに  $t$ : 板厚  $A$ : 縦リブ断面積  $\lambda$ : 縦リブの間隔  $n = E_s/E_c$  鋼とコンクリートの弾性係数比  
この  $q^*$  についても、

$$\int_F q^* r_s ds = C_w \dots\dots\dots(1-16)$$

が明らかにされている<sup>3)</sup>ので、式 (1-13) を釣合式 (1-10) に代入して、関係式 (1-16) を用いれば満足されることを知る。

従って曲げねじりを受ける箱桁の横断面薄肉方向のせん断応力  $\tau_{xs}$  は次のようである。

$$\tau_{xs} = \tau_s + \tau_w = \frac{\tilde{q} T_s}{Jt} + \frac{q^* T_w}{C_w t} \dots\dots\dots(1-17)$$

さてエネルギー式は、

$$V = \int_0^l \int_F \left\{ \sigma_w \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{xs} \left( \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_w^2}{E} + \frac{\tau_{xs}^2}{G} \right) \right\} dF dx - \int_0^l \mathfrak{M}_t \theta dx \dots\dots(1-18)$$

ここに  $\mathfrak{M}_t(x)$  は、桁軸方向単位長さあたりの外力トルク強度である。 $\int_F dF$  の計算は、垂直応力  $\sigma_w$  に対しては、 $\int_F t_e ds$ 、せん断応力  $\tau_{xs}$  に対しては、 $\int_F t ds$  として実施すればよい。式 (1-18) に変位および応力の式 (1-3), (1-4), (1-8) および (1-17) を代入して、 $W_s$  および  $r_s$  の  $x$  方向の変化率が微小で、無視できる場合には、 $\int_F dF$  を実行すれば、次のようである。

$$\begin{aligned}
 \int_F \sigma_w \frac{\partial w}{\partial x} dF &= \int_F \frac{M_w}{C_w} W_s^2 \frac{df}{dx} dF = M_w \frac{df}{dx} \\
 \int_F \tau_{xs} \left( \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) dF &= \int_F \left( \frac{\tilde{q}}{Jt} T_s + \frac{q^*}{C_w t} T_w \right) \left( f \frac{\partial W_s}{\partial s} + r_s \frac{d\theta}{dx} \right) dF \\
 &= \int_F \frac{\tilde{q}}{Jt} T_s \cdot f \frac{\partial W_s}{\partial s} dF + \int_F \frac{\tilde{q}}{Jt} T_s \cdot r_s \frac{d\theta}{dx} dF + \int_F \frac{q^*}{C_w t} T_w \frac{\partial W_s}{\partial s} f dF + \int_F \frac{q^*}{C_w t} T_w \cdot r_s \frac{d\theta}{dx} dF \\
 &= T_s \frac{d\theta}{dx} + T_w \left( \frac{d\theta}{dx} - f \right) \\
 \int_F \frac{\sigma_w^2}{E} dF &= \int_F \frac{M_w^2}{EC_w^2} W_s^2 dF = \frac{M_w^2}{EC_w} \\
 \int_F \frac{\tau_{xs}^2}{G} dF &= \int_F \frac{1}{G} \left( \frac{\tilde{q} T_s}{Jt} + \frac{q^* T_w}{C_w t} \right)^2 dF \\
 &= \frac{T_s^2}{GJ^2} \int_F \frac{\tilde{q}}{t} \left( \frac{\partial W_s}{\partial s} + r_s \right) dF + \frac{T_w^2}{GC_w^2} \int_F \frac{q^{*2}}{t} ds + 2 \frac{T_s T_w}{GJC_w} \int_F \frac{\tilde{q} q^*}{t} ds = \frac{T_s^2}{GJ} + \frac{T_w^2}{GC_w^2} Z
 \end{aligned}$$

ここに  $Z = \int_F \frac{q^{*2}}{t} ds \dots \dots \dots (1-19)$

これらの各項をエネルギー式 (1-18) に代入すれば、次のようになる。

$$V = \int_0^l \left\{ M_w \frac{df}{dx} + T_s \frac{d\theta}{dx} + T_w \left( \frac{d\theta}{dx} - f \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{M_w^2}{EC_w} + \frac{T_s^2}{GJ} + \frac{T_w^2 Z}{GC_w^2} \right) - \mathfrak{M}_t \theta \right\} dx \dots (1-20)$$

さてエネルギー極小の原理にもとづき、

$$\delta V = 0 \dots \dots \dots (1-21)$$

これより求める平衡条件がえられる。

$$\begin{aligned}
 \delta V = \int_0^l \left\{ \left( \frac{df}{dx} - \frac{M_w}{EC_w} \right) \delta M_w - \left( \frac{dM_w}{dx} + T_w \right) \delta f + \left( \frac{d\theta}{dx} - \frac{T_s}{GJ} \right) \delta T_s - \left( \frac{dT_s}{dx} + \frac{dT_w}{dx} + \mathfrak{M}_t \right) \delta \theta \right. \\
 \left. + \left( \frac{d\theta}{dx} - f - \frac{T_w}{GC_w^2} Z \right) \delta T_w \right\} dx + [M_w \delta f + (T_s + T_w) \delta \theta]_0^l \dots \dots \dots (1-22)
 \end{aligned}$$

よって5つの未知関数に関する連立微分方程式をうる。

$$M_w = EC_w \frac{df}{dx} \dots \dots \dots (1-23)$$

$$\frac{dM_w}{dx} + T_w = 0 \dots \dots \dots (1-24) \quad T_s = GJ \frac{d\theta}{dx} \dots \dots \dots (1-25)$$

$$\mathfrak{M}_t + \frac{dT_s}{dx} + \frac{dT_w}{dx} = 0 \dots \dots \dots (1-26) \quad T_w = \frac{GC_w^2}{Z} \left( \frac{d\theta}{dx} - f \right) \dots \dots \dots (1-27)$$

また境界条件としては、代表的支持条件5つについて、次のように与えられる。

a) 単純支持:  $M_w = 0, \theta = 0 \dots \dots \dots (1-28)$

b) 固定:  $f = 0, \theta = 0 \dots \dots \dots (1-29)$

c) 自由:  $M_w = 0, T_s + T_w = 0 \dots \dots \dots (1-30)$

d) 連続桁中間支点:  $M_w$  および  $f$  は連続,  $\theta = 0 \dots \dots \dots (1-31)$

e) ゲルパー桁ヒンジ点:  $M_w = 0, \theta$  および  $T_s + T_w$  は連続  $\dots \dots \dots (1-32)$

連立方程式 (1-23)~(1-27) から、 $f, \theta, T_s$  および  $T_w$  を消去すれば、 $M_w$  に関する微分方程式をうる。

$T(x)$  を全ねじりモーメントとし、

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{GJ} + \frac{Z}{GC_w^2} \right) \frac{dM_w}{dx} - \frac{M_w}{EC_w} = - \frac{d}{dx} \left( \frac{T}{GJ} \right) \dots \dots \dots (1-33)$$

漸変する変断面桁橋の場合については、断面諸量  $J, C_w, Z$  などが、簡単な  $x$  の関数として与えられていないのが普通である。このような場合に、微分方程式 (1-33) を解析的に解くことは困難である。

### 3. 積分方程式の誘導

前節で得た  $M_w$  に関する微分方程式を、そのまま数値積分しないで、一度等価な積分方程式を組立て、その数値解を求めるようにした。そうすれば、外力集中トルクの取扱い、あるいは  $T_w$  の計算が、統一的に実行できてつごうがよい。

今、微分方程式 (1-33) に、次のような変数変換を施す。

$$t(x) = \frac{1 + \frac{J_0 Z_0}{C_w^2}}{GJ_0} \int_0^x \frac{GJ(x)}{1 + \frac{J(x)Z(x)}{C_w^2(x)}} dx \quad \dots\dots\dots (1-34)$$

ここに添字 0 は、標準断面における、それぞれの値を示す。

そして  $t(l) = L$  とおけば、

$$L = \frac{1 + \frac{J_0 Z_0}{C_w^2}}{GJ_0} \int_0^L \frac{GJ(x)}{1 + \frac{J(x)Z(x)}{C_w^2(x)}} dx \quad \dots\dots\dots (1-35)$$

よって原微分方程式は、新変数  $t$  についての次のような微分方程式に変換される。

$$\frac{d^2 M_w}{dt^2} - \frac{M_w}{EC_w} \frac{1 + \frac{JZ}{C_w^2}}{GJ} \frac{(GJ_0)^2}{\left(1 + \frac{J_0 Z_0}{C_w^2}\right)^2} = - \frac{GJ_0}{1 + \frac{J_0 Z_0}{C_w^2}} \frac{d}{dt} \left( \frac{T}{GJ} \right) \quad \dots\dots\dots (1-36)$$

それで微分方程式

$$\frac{d^2 M_w}{dt^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1-37)$$

に属する Green 関数を  $H(t, \eta)$  と書けば、

$$\left. \begin{aligned} H[t(x), \eta(\xi)] &= \frac{L - \eta}{L} t & 0 \leq x \leq \xi \leq l \\ &= \frac{L - t}{L} \eta & 0 \leq \xi \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \quad (1-38)$$

これを導入して、次のような等価な積分方程式をうる。

$$M_w(t) = - \int_0^L \frac{1 + \frac{JZ}{C_w^2}}{EC_w \cdot GJ} \frac{(GJ_0)^2}{\left(1 + \frac{J_0 Z_0}{C_w^2}\right)^2} M_w(\eta) H(t, \eta) d\eta + \int_0^L \frac{GJ_0}{1 + \frac{J_0 Z_0}{C_w^2}} \frac{d}{d\eta} \left( \frac{T}{GJ} \right) H(t, \eta) d\eta \quad (1-39)$$

上式の右辺第 2 項に部分積分を施し、

$$\left. \begin{aligned} S(t, \eta) &= \frac{\partial H}{\partial \eta} = \frac{-t}{L} & 0 \leq x \leq \xi \leq l \\ &= \frac{L - t}{L} & 0 \leq \xi \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \quad (1-40)$$

なる関数を導入し、さらに積分変数  $\eta$  を  $\xi$  にもどせば、

$$M_w(x) = \alpha^2 \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) H[t(x), \eta(\xi)] d\xi - \int_0^l \frac{T(\xi)}{1 + \kappa(\xi)} S[t(x), \eta(\xi)] d\xi \quad \dots\dots\dots (1-41)$$

$$\text{ここに} \quad \varphi(\xi) = \frac{-C_w}{C_w(\xi)}, \quad \alpha^2 = \frac{GJ_0}{EC_w(1 + \kappa_0)} \quad \dots\dots\dots (1-42)$$

$$\kappa(\xi) = \frac{J(\xi)Z(\xi)}{C_w^2(\xi)}, \quad \kappa_0 = \frac{J_0 Z_0}{C_w^2} \quad \dots\dots\dots (1-43)$$

積分方程式 (1-41) の右辺第 2 項は、与えられた外力トルク荷重に対して、算定しうる既知量であって、これを

$$F(x) = - \int_0^l \frac{T(\xi)}{1 + \kappa(\xi)} S[t(x), \eta(\xi)] d\xi \quad \dots\dots\dots (1-44)$$

と記せば、 $M_w(x)$  に関する積分方程式は、次のようになる。

$$M_w(x) = \alpha^2 \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) H[t(x), \eta(\xi)] d\xi + F(x) \quad \dots\dots\dots (1-45)$$

緒言において述べた主旨に従って方程式 (1-45) を行列方程式に置きかえるが、それについては **第 2 章** において述べる。

#### 4. ねじりモーメントおよびねじり角

今適当な数値解法によって、積分方程式 (1-45) の解  $M_w(x)$  が、得られたとする。そうすれば、関係式 (1-24) によって、 $T_w$  は、 $M_w(x)$  の導関数から求められる。ところで、数値解では、有限間隔に配置された分点  $x = x_n$  における値  $M_w(x_n)$  のみが知れているのが普通である。従って  $M_w$  の差分の形でしか  $T_w$  が計算でき

ない。差分の場合反曲点などがある連続桁の場合には相当点の間隔を細かく取らねば、精度が落ちるのではないかと考えた。その点積分方程式では、その欠点が避けられる。すなわち式 (1-24) に方程式 (1-41) を代入して、

$$T_w(x) = -\frac{d}{dx} \left\{ \alpha^2 \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) H[t(x), \eta(\xi)] d\xi - \int_0^l \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} S[t(x), \eta(\xi)] d\xi \right\} \dots\dots (1-46)$$

で  $T_w$  が与えられる。計算につごうのよい形にするため、右辺の各項に積分定理を用いて

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) H[t(x), \eta(\xi)] d\xi \\ &= \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{L-t}{L} \eta \right) d\xi \cdot \frac{dt}{dx} + \frac{d}{dx} \int_t^x (\eta-t) M_w(\xi) \varphi(\xi) d\xi \\ &= \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) S[\eta(\xi), t(x)] d\xi \times \frac{dt}{dx} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに} \quad S[\eta(\xi), t(x)] &= \frac{L-\eta}{L} & 0 \leq x \leq \xi \leq l \\ &= \frac{-\eta}{L} & 0 \leq \xi \leq x \leq l \end{aligned} \right\} (1-47)$$

次に第2項は、

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \int_0^l \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} \cdot S[t(x), \eta(\xi)] d\xi \\ &= \frac{d}{dx} \int_0^l \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} \frac{L-t}{L} d\xi - \frac{d}{dx} \int_x^l \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} d\xi = -\frac{1}{L} \int_0^l \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} d\xi \times \frac{dt}{dx} + \frac{T(x)}{1+\kappa(x)} \end{aligned}$$

よって、最後に

$$T_w(x) = -\left\{ \alpha^2 \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) S[\eta(\xi), t(x)] d\xi + \frac{1}{L} \int_0^l \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} d\xi \right\} \frac{1+\kappa_0}{1+\kappa(x)} \frac{J(x)}{J_0} + \frac{T(x)}{1+\kappa(x)} \dots\dots (1-48)$$

次に  $T_s(x)$  は、関係式 (1-26) から、

$$T_s(x) = T(x) - T_w(x) \dots\dots (1-49)$$

として、ただちに求められる。

式 (1-48) からわかるように、第1項は区間で連続であるが、第2項の  $T(x)/[1+\kappa(x)]$  は、集中トルクが作用する場合には、その作用する断面で不連続となる。だから  $T_w(x)$  は、 $T(x)$  と同じ断面において不連続となる。また式 (1-49) からわかるように、 $T_s(x)$  も同じ傾向にある。それは、関係式 (1-25) から明らかのように、 $d\theta/dx$  の不連続性を意味する。これは、丁度工学的曲げ理論において、せん断ヒズミを考慮した時に、タワミ角が、集中荷重の載荷点において不連続となるのと同じような結果である。それでこの  $d\theta/dx$  を積分して得られた  $\theta$  には、せん断ヒズミの影響がふくまれていると解釈できる。

$\theta(x)$  の値は、 $x=0$  において、 $\theta=\theta_0$  という条件が与えられると、

$$\theta(x) = \int_0^x \frac{T_s(\xi)}{GJ(\xi)} d\xi + \theta_0 \dots\dots (1-50)$$

という積分計算でえられる。特に  $x=0$  において、単純支持、固定あるいは、連続桁中間支点の場合には  $\theta_0=0$  でよい。

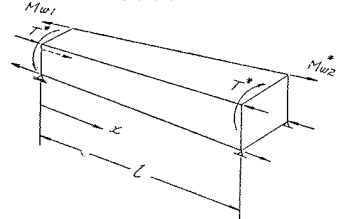
### 5. 両端に複偶力を受ける箱桁

図-2 に示すように、両端が単純支持された箱桁を考える。その両端面にそれぞれ1組の複偶力を作用する。複偶力というのは、大きさ相等しく、平行な4つの力が、2つの偶力を形成して、みずから平衡状態にある力群のことである。2箱桁橋などのように断面が、複雑な場合には、その各部応力の合力のみを考えて、全橋断面に関し、全く同じような複偶力を作用させればよい。

両端面の複偶力によって、断面内にそりが生じ、その拘束によって、曲げねじりモーメントが起こる。このとき、両端面における曲げねじりモーメントを、それぞれ  $M_{w1}^*$ 、 $M_{w2}^*$  とする。

それと同時に、断面がねじれようとして、剛支点に反力トルク  $T^*$  が派生することになる。しかしその大きさは未知であって、一種の不静定

図-2 両端に複偶力を受ける単純支持箱桁





量とみなされる。

さて  $T^*$  の値を知るために、まず両端で支持していない全く自由な同じ寸法の箱桁を想像する。これに上記と同じ大きさの複偶力のみを作用する。この時にも、やはり桁内部には、いくらかの曲げねじりモーメント  $M_{wb}$  が生じる。その両端面における値は、 $M_{w1}^*$ 、 $M_{w2}^*$  である。従って  $M_{wb}(x)$  に課せられる境界条件は、

$$M_{wb}(0) = M_{w1}^*, \quad M_{wb}(l) = M_{w2}^*$$

である。この境界条件を斉次形に直すため、新しい量  $\tilde{M}_{wb}(x)$  を導入する。

$$\tilde{M}_{wb} = M_{wb} - \left( \frac{L-t}{L} M_{w1}^* + \frac{t}{L} M_{w2}^* \right) \dots\dots\dots (1-51)$$

$\tilde{M}_{wb}$  には、境界条件として、

$$\tilde{M}_{wb}(0) = 0, \quad \tilde{M}_{wb}(l) = 0 \dots\dots\dots (1-52)$$

が付与される。

それで方程式 (1-36) において、 $M_w \equiv M_{wb}$  とし、式 (1-51) を代入すれば、 $T \equiv 0$  であるから、

$$\frac{d^2 \tilde{M}_{wb}}{dx^2} - \frac{1}{EC_w} \left( \tilde{M}_{wb} + \frac{L-t}{L} M_{w1}^* + \frac{t}{L} M_{w2}^* \right) \frac{1 + \frac{JZ}{C_w^2}}{GJ} \frac{(GJ_0)^2}{\left( 1 + \frac{J_0 Z_0}{C_{w0}^2} \right)^2} = 0$$

この微分方程式も Green 関数  $H[t(x), \eta(\xi)]$  を用いて、次のような積分方程式になおせる。

$$M_{wb}(x) = \alpha^2 \int_0^l M_{wb}(\xi) \varphi(\xi) H[t(x), \eta(\xi)] d\xi + g(x) \dots\dots\dots (1-53)$$

ここに

$$g(x) = \frac{L-t}{L} M_{w1}^* + \frac{t}{L} M_{w2}^* \dots\dots\dots (1-54)$$

この方程式も方程式 (1-45) と同じように行列方程式に変換して、数値解を計算できる。その詳細については、3. の数値解法との関連性もあり、長くなるので、第2章にゆずることとする。かくして、その解  $M_{wb}(x)$  を用いて、4. での計算順序で、その場合のねじりモーメント  $T_{wb}$  および  $T_{sb}$  を引続いて求める。すなわち、

$$T_{wb}(x) = - \left\{ \alpha^2 \int_0^l M_{wb}(\xi) \varphi(\xi) S[\eta(\xi), t(x)] d\xi - \frac{1}{L} M_{w1}^* + \frac{1}{L} M_{w2}^* \right\} \times \frac{1 + \kappa_0}{1 + \kappa(x)} \frac{J(x)}{J_0} \dots (1-55)$$

および

$$T_{sb}(x) = -T_{wb}(x) \dots\dots\dots (1-56)$$

である。

次に同じ自由な箱桁の両端に方向相反する1対の外力単位トルク  $T=1$  のみが作用する場合である。これは、いわゆる単純ねじりの場合であって、等断面ならば、曲げねじりモーメントは現われない。変断面ならば、どうであろうか。

これは、積分方程式 (1-45) において、 $T(\xi) \equiv 1$  の特別な場合になっている。そのように、荷重項  $F(x)$  を計算し、その  $F(x)$  に対して、方程式 (1-45) を解けばよい。この場合の解  $M_w(x)$  およびそれから得られた  $T_{wt}(x)$  と  $T_{st}(x)$  を、それぞれ  $M_{wt}$ 、 $T_{wt}$  および  $T_{st}$  と記する。

ところで、実際の単純支持箱桁では、前述のように、未知反力トルク  $T^*$  が、両端に作用することになる。その大きさは、相等しく、方向は相反する。だから単純支持箱桁の両端に、複偶力が作用すれば、それと同時に  $T^*$  が作用するので、2種の力群による、それぞれの断面力の重ね合せとして、断面力が与えられる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} M_{wm}(x) &= M_{wb}(x) + T^* M_{wt}(x) \\ T_{wm}(x) &= T_{wb}(x) + T^* T_{wt}(x) \\ T_{sm}(x) &= T_{sb}(x) + T^* T_{st}(x) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-57)$$

さて一般に、ヒズミ エネルギーの式は、

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^l \int_F \left\{ \sigma_w \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{xs} \left( \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \right\} dF dx \dots\dots\dots (1-58)$$

これに変位および応力の式 (1-3), (1-4), (1-8) および (1-17) を代入し、2. に準じて計算し、さらに関係式 (1-23), (1-25) および (1-27) を利用すれば、次のような等式をうる。

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^l \left( \frac{M_w^2}{EC_w} + \frac{T_s^2}{GJ} + \frac{T_w^2}{GC_w^2} Z \right) dx \dots\dots\dots (1-59)$$

そこで両端に複偶力を受ける単純支持箱桁橋のヒズミ エネルギーとしては、式 (1-59) の  $M_w$ 、 $T_w$  および  $T_s$  に式 (1-57) の  $M_{wm}$ 、 $T_{wm}$  および  $T_{sm}$  をそれぞれ代入すれば、与えられる。すなわち、

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^l \left\{ \frac{(M_{wb} + T^* M_{wt})^2}{EC_w} + \frac{(T_{sb} + T^* T_{st})^2}{GJ} + \frac{(T_{wb} + T^* T_{wt})^2}{GC_w^2} Z \right\} dx \dots\dots\dots (1-60)$$

ここで Castigliano の定理により、支点が剛なる場合、

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T^*} = 0 \dots\dots\dots (1-61)$$

が成立する。式 (1-61) に式 (1-60) を代入して、 $T^*$  について解けば、

$$T^* = - \frac{\int_0^l \left( \frac{M_{wb} M_{wt}}{EC_w} + \frac{T_{sb} T_{st}}{GJ} + \frac{T_{wb} T_{wt}}{GC_w^2} Z \right) dx}{\int_0^l \left( \frac{M_{wt}^2}{EC_w} + \frac{T_{st}^2}{GJ} + \frac{T_{wt}^2}{GC_w^2} Z \right) dx} \dots\dots\dots (1-62)$$

実際には、連続箱桁橋の準備計算として、単純支持箱桁橋の  $x=0$  あるいは  $x=l$  の端面に、 $M_{w1}^*=1$  あるいは、 $M_{w2}^*=1$  に相当する複偶力を作用させて、おのおの場合に対応する断面力  $M_{wm}(x)$ 、 $T_{wm}(x)$  および  $T_{sm}(x)$  を計算することになる。

6. 連続箱桁橋の弾性方程式

まず曲げねじりの状態において、仮想仕事の式は、どのように表現されるか考察する。

図-3 に示すように、箱桁の一端面に複偶力が作用して、その端面に曲げねじり応力  $\sigma_{we}$  が生じ、そしてある仮想のそり  $\bar{w}_e$  に対して、 $\sigma_{we}$  が仮想仕事をしたものとす。箱桁橋のような複雑な断面でも、全く同じである。

このときの仕事量  $U$  は、

$$U = \int_F \sigma_{we} \bar{w}_e dF$$

である。しかるに  $\sigma_{we}$  に応じて、端面には曲げねじりモーメント  $M_{we}$  が生じている。その値は、定義式 (1-5) によって、

$$M_{we} = \int_F \sigma_{we} W_s dF \dots\dots\dots (1-5)_e$$

また式 (1-3) より、仮想変位  $\bar{w}_e$  は、次式で与えられる。

$$\bar{w}_e = \bar{f}_e W_s \dots\dots\dots (1-3)_e$$

さらに式 (1-8) より、端部曲げねじりモーメント  $M_{we}$  と端部応力  $\sigma_{we}$  とは、

$$\sigma_{we} = \frac{M_{we}}{C_w} W_s \dots\dots\dots (1-8)_e$$

の関係があるので、これらを仮想仕事の式に代入すれば、

$$U = M_{we} \cdot \bar{f}_e \dots\dots\dots (1-63)$$

いま  $M_{we}=1$  なるように選べば、

$$U = 1 \cdot \bar{f}_e \dots\dots\dots (1-63)_1$$

これは、箱桁橋の端部に単位曲げねじりモーメントが作用するときの外力の仮想仕事である。

一方、内部応力がなす仮想仕事について考える。外力  $M_{we}=1$  によって、箱桁橋内部に垂直応力  $\sigma_w$  とせん断応力  $\tau_{xs}$  とが誘発する。これらの応力が、端部の仮想そり  $\bar{w}_e$  に対応する桁内部の仮想変位  $\bar{w}$ 、 $\bar{\zeta}$  に対してなす仮想仕事は、

$$V = - \int_0^l \int_F \left\{ \sigma_w \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \tau_{xs} \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \right) \right\} dF dx$$

再び変位と応力の式を代入すれば、2. と同じようにして、

$$V = - \int_0^l \left( \frac{M_{wm} \bar{M}_w}{EC_w} + \frac{T_{sm} \bar{T}_s}{GJ} + \frac{T_{wm} \bar{T}_w}{GC_w^2} Z \right) dx \dots\dots\dots (1-64)$$

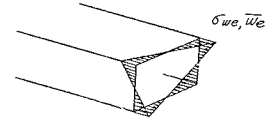
をうる。ここに  $M_{wm}, T_{sm}, T_{wm}$  は、それぞれ  $M_{we}=1$  による、 $M_w, T_s, T_w$  の値であり、 $\bar{M}_w, \bar{T}_s, \bar{T}_w$  は、仮想そり  $\bar{w}_e$  に対応する  $M_w, T_s$  および  $T_w$  の値である。

さてこれに仮想変位の原理を用いて、

$$U + V = 0 \dots\dots\dots (1-65)$$

よって式 (1-65) に式 (1-63)、(1-64) を代入すれば、

図-3 外力の仮想仕事



$$1 \cdot \bar{f}_e = \int_0^l \left( \frac{M_{wm} \bar{M}_w}{EC_w} + \frac{T_{sm} \bar{T}_s}{GJ} + \frac{T_{wm} \bar{T}_w}{GC_w^2} Z \right) dx \dots \dots \dots (1-66)$$

次に 図-4 (a) のように、支間に任意な外力トルク  $M_{lm}$  などを受ける連続箱桁橋について考える。このような連続箱桁橋には、支点断面にも、もちろん曲げねじりモーメントが生じていて、相隣れる2つの支間の間に、力の伝達がなされている。仮に第  $m$  中間支点の曲げねじりモーメントを  $X_m$  とする。

いま、この連続箱桁橋のすべての支点上断面に切断を入れて、その代り、その断面  $m$  に1対づつ支点曲げねじりモーメント  $X_m$  を付加する。この操作によっても、箱桁内の応力状態には、変化がない (図-4 (b))。

さて、連続箱桁橋が、個々に切離されてきた各支間の単純支持箱桁と同じ単純支持箱桁橋を 図-5 のように考える。その一端  $m$  に、仮に  $X_m=1$  という曲げねじりモーメントを作用したものとす。そうすれば、 $m$  において相隣接せる2つの単純箱桁橋の  $m$  側端面には、それぞれ相異なった平均変位  $f$  が発生する。そして向い合った2つの端面の  $f$  値に違いが生じる。それで  $X_m=1$  による、端面  $m$  における  $f$  値のくい違いを  $f_{mm}$  と記す。

図-4 連続箱桁橋の支点曲げねじりモーメント

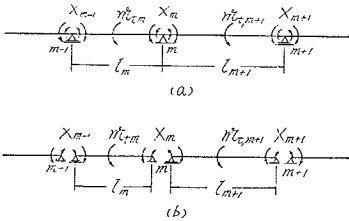
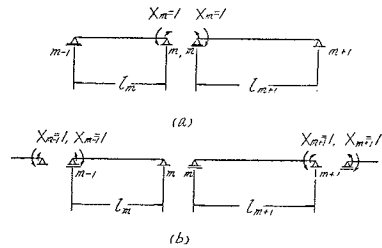


図-5 仮想変位の原理の適用



仮想変位の原理の一般式 (1-66) において、仮想変位として、 $\bar{f}_e \equiv f_{mm}$  とおき、 $\bar{M}_w$ 、 $\bar{T}_s$  および  $\bar{T}_w$  としては  $f_{mm}$  に対応する  $M_{wm}$ 、 $T_{sm}$  および  $T_{wm}$  を用いると、

$$1 \cdot f_{mm} = \int_0^{l_m} \left( \frac{M_{wm}^2}{EC_w} + \frac{T_{sm}^2}{GJ} + \frac{T_{wm}^2}{GC_w^2} Z \right) dx + \int_0^{l_{m+1}} \left( \frac{M_{wm}^2}{EC_w} + \frac{T_{sm}^2}{GJ} + \frac{T_{wm}^2}{GC_w^2} Z \right) dx \dots (1-67)$$

右辺の積分が、2つの支間に亘って行われるのは、 $X_m=1$  の影響が両側の支間におよぶためである。

次に、図-5 (b) に示すように、単位曲げねじりモーメント  $X_{m-1}=1$  が、第  $m-1$  支点上断面に作用した場合に、第  $m$  支点上断面に生じる  $f$  値のくい違いは、一般公式 (1-66) において、 $\bar{f}_e \equiv f_{m,m-1}$ 、そして  $\bar{M}_w = M_{w,m-1}$ 、 $\bar{T}_s = T_{s,m-1}$ 、 $\bar{T}_w = T_{w,m-1}$  とおけばよい。

$$f_{m,m-1} = \int_0^{l_m} \left( \frac{M_{w,m} M_{w,m-1}}{EC_w} + \frac{T_{sm} T_{s,m-1}}{GJ} + \frac{T_{wm} T_{w,m-1}}{GC_w^2} Z \right) dx \dots \dots \dots (1-68)$$

これは、Maxwell の相反作用の定理にもあるように、第  $m$  支点上断面に  $X_m=1$  が作用した場合の第  $m-1$  支点上断面における  $f$  値のくい違いに等しいことが容易にわかる。

$$f_{m,m-1} = f_{m-1,m} \dots \dots \dots (1-69)$$

全く同じように、第  $m+1$  支点上断面に、 $X_{m+1}=1$  を作用したとき、第  $m$  支点上断面に生じる  $f$  値のくい違いを  $f_{m,m+1}$  と記すと、

$$f_{m,m+1} = f_{m+1,m} = \int_0^{l_{m+1}} \left( \frac{M_{wm} M_{w,m+1}}{EC_w} + \frac{T_{sm} T_{s,m+1}}{GJ} + \frac{T_{wm} T_{w,m+1}}{GC_w^2} Z \right) dx \dots \dots \dots (1-70)$$

ところで、切離された個々の単純箱桁橋に、問題の連続箱桁橋と全く同じ外力トルク荷重が、作用した場合に、第  $m$  支点上断面に生じる  $f$  値のくい違いを  $f_{m0}$  と記す。そうすれば、一般公式 (1-66) において、 $\bar{f}_e \equiv f_{m0}$  とおき、これに対応して、 $\bar{M}_w = M_{w0}$ 、 $\bar{T}_s = T_{s0}$ 、 $\bar{T}_w = T_{w0}$  とおけばよい。 $M_{w0}$ 、 $T_{s0}$ 、 $T_{w0}$  は、単純箱桁橋に外力トルクが作用する場合の断面力であって、3., 4. で求められる。そして

$$f_{m0} = \int_0^{l_m} \left( \frac{M_{wm} M_{w0}}{EC_w} + \frac{T_{sm} T_{s0}}{GJ} + \frac{T_{wm} T_{w0}}{GC_w^2} Z \right) dx + \int_0^{l_{m+1}} \left( \frac{M_{wm} M_{w0}}{EC_w} + \frac{T_{sm} T_{s0}}{GJ} + \frac{T_{wm} T_{w0}}{GC_w^2} Z \right) dx \dots \dots \dots (1-71)$$

式 (1-67), (1-68), (1-70) および (1-71) 中の添字  $m-1, m, m+1$  のついた各断面力は、個々の支間内の単純支持箱桁橋の一端に、複偶力が、作用する問題の解として、5. に準拠して計算できる。

ところが、実際の連続箱桁橋では、連続条件 (1-31) によって、支点  $m-1, m, m+1$  などの断面に、それぞれ支点曲げねじりモーメント  $X_{m-1}, X_m, X_{m+1}$  などが作用して、いずれの断面にも、 $f$  値に違いを生じてはならない。それで 図-4 (b) のように、第  $m-1$  支点、第  $m$  支点、第  $m+1$  支点などの断面に、実際

の支点モーメント  $X_{m-1}$ ,  $X_m$ ,  $X_{m+1}$  など作用すれば、すべての切断面は、くい違うことなく、図-4 (a) のような問題の連続箱桁橋に帰することができる。これを式で示せば、

$$f_m = f_{m_0} + X_{m-1}f_{m,m-1} + X_m f_{mm} + X_{m+1}f_{m,m+1} = 0 \quad \dots\dots\dots(1-72)$$

あるいは

$$f_{m,m-1}X_{m-1} + f_{mm}X_m + f_{m,m+1}X_{m+1} = -f_{m_0} \quad \dots\dots\dots(1-72)'$$

$$m = 1, 2, \dots\dots\dots, N$$

$N+1$  スパンを有する連続箱桁橋の場合には、上記の形の方程式が、支点数の個数  $N$  だけ成立する。未知量  $X_m$  も同じく、 $N$  個ある。結局  $N$  元連立方程式 (1-72)' を解くことに帰する。

かくして求められた  $X_m$  を用いて、第  $m$  スパンにおける、3種類の断面力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_w &= M_{w_0} + X_{m-1}M_{w,m-1} + X_m M_{wm} \\ T_w &= T_{w_0} + X_{m-1}T_{w,m-1} + X_m T_{wm} \\ T_s &= T_{s_0} + X_{m-1}T_{s,m-1} + X_m T_{sm} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1-73)$$

従って箱桁および床板内の任意点における、主要な応力は、式 (1-73) の断面力の各値を、式 (1-8) および (1-17) に代入すれば、ただちに算定できる。またねじり角は、式 (1-50) から決定される。

## 第2章 数値解および数値計算例

### 1. 断面量 $Z$ の計算公式

方程式中にふくまれる重要な断面量は、 $C_w$ ,  $J$  および  $Z$  の3種である。前2者については、既に詳細に述べられた<sup>3), 4)</sup>。一方  $Z$  について考える。文献 3) に従い、区間  $i-1 \sim i$  における曲げねじり関数  $q^*$  は、

$$q^* = q_{i-1}^* + \int_0^{s-s_{i-1}} W_s t_e ds \quad \dots\dots\dots(2-1)$$

ここに、  
 $t_e$ : 有効板厚  $W_s = W_{i-1} + \frac{\Delta W_i}{\Delta s_i} s \quad \dots\dots\dots(2-2)$

$$\Delta W_i = W_i - W_{i-1}, \quad \Delta s_i = s_i - s_{i-1}$$

添字  $i$  および  $i-1$  は、図-6 に示すように、点  $i$  および  $i-1$  における値を表わす。従って  $\Delta s_i$  は、区間長である。よって

$$q_i^* = q_{i-1}^* + \frac{t_e}{2} (W_{i-1} + W_i) \Delta s_i \quad \dots\dots\dots(2-3)$$

また区間の中点  $m$  における  $q^*$  の値は、

$$q_m^* = q_{i-1}^* + \frac{t_e}{8} (3 W_{i-1} + W_i) \Delta s_i \quad \dots\dots\dots(2-4)$$

式 (2-1) でも明らかなように、薄板厚  $t$  が、一定の区間では  $q^*$  は、曲線座標  $s$  の方向に放物線状分布をなす。

式 (2-1), (2-3), (2-4) を用いて、断面量  $Z$  が、定義式 (1-19) より次のように与えられる。

$$Z = \sum_F \int_{s_{i-1}}^i \frac{q^{*2}}{t} ds = \sum_F \frac{\Delta s_i}{3t} [q_{i-1}^{*2} + q_{i-1}^* q_i^* + q_i^{*2} + D_i (q_{i-1}^* + q_i^*) + 0.4 D_i^2] \quad \dots\dots\dots(2-5)$$

ここに、 $\sum_F$  は全断面にわたって、総和することを意味し、かつ

$$D_i = t_e \cdot \Delta s_i (W_{i-1} - W_i) / 4 \quad \dots\dots\dots(2-6)$$

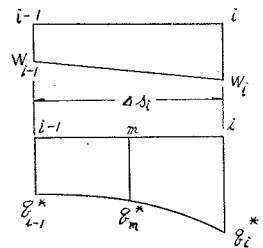
### 2. 曲げねじりモーメント

任意断面における曲げねじりモーメント  $M_w$  は、積分方程式 (1-45) の解として求めればよい。この方程式は、Fredholm 型で、その数値解法には、Gauß-Nyström の方法、日高の方法などがあげられる。本文では、弾性荷重の概念を利用して、行列方程式に変換しよう。この方が構造力学に通じた土木技術者には、取扱いやすいと思われる。

まず

$$\varphi(\xi) \frac{H[t(x), \eta(\xi)]}{H(x, \xi)} = \rho(x, \xi) \quad \dots\dots\dots(2-7)$$

図-6 そり関数  $W_s$  と曲げねじり関数  $q^*$



とおく。ここに

$$\left. \begin{aligned} H(x, \xi) &= \frac{l-\xi}{l} x & (0 \leq x \leq \xi \leq l) \\ &= \frac{l-x}{l} \xi & (0 \leq \xi \leq x \leq l) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-8)$$

新しい関数  $\rho(x, \xi)$  を導入すれば、積分方程式 (1-45) は、次のように書ける。

$$M_w(x) = \alpha^2 \int_0^l M_w(\xi) \rho(x, \xi) H(x, \xi) d\xi + F(x) \dots\dots\dots (2-9)$$

関数  $H(x, \xi)$  は、定義式 (2-8) から明らかのように、支間の  $l$  の単純桁の断面  $x$  における、曲げモーメントに関する影響関数であると見なせる。従って方程式 (2-9) の右辺第1項の積分値は、想定荷重  $M_w \rho$  が、単純桁に作用するときの、断面  $x$  における曲げモーメント値に相当している。ところで  $\xi$  座標に沿って、 $\xi=0$  から  $\xi=l$  の間に分布する強度  $M_w(\xi) \rho(x, \xi)$  なる荷重と、静力学的に等価な集中荷重を各等分点  $\xi = \xi_m$  に作用させることにする。すなわち桁支間を、等間隔な  $r$  個の分点で分割し、これらの分点  $\xi_m$  に作用する格点荷重で置きかえる。

分割された区間長を  $\Delta l$  とすれば、 $\xi = \xi_m$  における格点荷重  $N_m$  としては、次のもので近似できる (図-7)。

$$\begin{aligned} N_m &= \frac{5}{6} \Delta l [0.1 \rho(x, \xi_{m-1}) M_w(\xi_{m-1}) + \rho(x, \xi_m) M_w(\xi_m) \\ &\quad + 0.1 \rho(x, \xi_{m+1}) M_w(\xi_{m+1})] \dots\dots\dots (2-10) \end{aligned}$$

次に対角行列  $\rho_n$  を次式で定義する。

$$\rho_n = \text{Diag.} \left[ \frac{H[x_n, \eta(\xi_m)]}{H(x_n, \xi_m)} \varphi(\xi_m) \right] = \text{Diag.} [\rho_{nm}] \dots\dots (2-11)$$

$n=1, 2, \dots, r \quad m=1, 2, \dots, r$

そうすれば、分布荷重  $M_w(\xi) \rho(x, \xi)$  の各分点  $\xi = \xi_m$  における値は、次のような行列の積の形で表わせる。すなわち、

$$\rho_n M_w = \begin{pmatrix} \rho_{n1} M_w(\xi_1) \\ \rho_{n2} M_w(\xi_2) \\ \dots\dots\dots \\ \rho_{nm} M_w(\xi_m) \\ \dots\dots\dots \\ \rho_{nr} M_w(\xi_r) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2-12)$$

この分布荷重を、格点荷重に変換するため、次のような変換行列  $A$  を左から乗ずればよい。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 & 0 & \dots\dots\dots 0 \\ 0.1 & 1 & 0.1 & 0 & \dots\dots\dots 0 \\ 0 & 0.1 & 1 & 0.1 & 0 & \dots\dots\dots 0 \\ \dots\dots\dots & & & & & & \\ 0 & \dots\dots\dots 0 & 0.1 & 1 & 0.1 \\ 0 & \dots\dots\dots 0 & 0.1 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2-13)$$

よって格点荷重  $N_m$  を第  $m$  行要素とする行列  $N_n$  は、次式で与えられる。

$$N_n = \frac{5}{6} \Delta l A \rho_n M_w \dots\dots\dots (2-14)$$

一方影響関数  $H(x_n, \xi_m)$  を第  $m$  列の要素とする Zeilenvektoren を  $H_n$  とかくと、

$$H_n = [H(x_n, \xi_1), H(x_n, \xi_2), \dots, H(x_n, \xi_m), \dots, H(x_n, \xi_r)] \dots\dots\dots (2-15)$$

である。

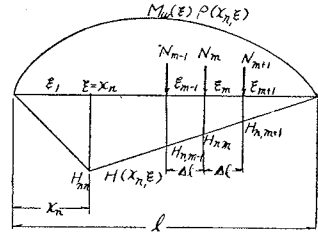
従って積  $H_n N_n$  を作れば、それは分点  $x = x_n$  における定積分値  $\int_0^l M_w(\xi) \rho(x_n, \xi) H(x_n, \xi) d\xi$  を与えることになる。それで、式 (2-14) より、良好な近似度で次式が成立する。

$$\int_0^l M_w(\xi) \rho(x_n, \xi) H(x_n, \xi) d\xi = \frac{5}{6} \Delta l H_n A \rho_n M_w \dots\dots\dots (2-16)$$

いま

$$\frac{5}{6} \alpha^2 \Delta l = \lambda \dots\dots\dots (2-17)$$

図-7 曲げモーメント影響線に対する弾性荷重



$$\mathbf{H}_n \mathbf{A} \rho_n = \mathbf{K}_n \dots\dots\dots(2-18)$$

とおけば、方程式 (2-9) の右辺第 1 項は、

$$\alpha^2 \int_0^l M_w(\xi) \rho(x_n, \xi) H(x_n, \xi) d\xi = \lambda \mathbf{K}_n \mathbf{M}_w \dots\dots\dots(2-19)$$

次に荷重項について考える。分点  $x=x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_r$  における  $F(x)$  値は、方程式 (1-44) より、

$$F(x_n) = - \int_0^l \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} S[t(x_n), \eta(\xi)] d\xi \dots\dots\dots(2-20)$$

であるが、合ねじりモーメント  $T(\xi)$  は、外力トルクの分布状態で決まる。たとえば、単位集中トルクが  $x=x_i$  に作用すれば、

$$\left. \begin{aligned} T(\xi) = T_i(\xi) &= \frac{l-x_i}{l} & 0 \leq \xi \leq x_i \leq l \\ &= -\frac{x_i}{l} & 0 \leq x_i \leq \xi \leq l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2-21)$$

結局、積分方程式は、次の行列方程式に変換される。

$$\mathbf{M}_w = \lambda \mathbf{K} \mathbf{M}_w + \mathbf{F} \dots\dots\dots(2-22)$$

ここに、 $\mathbf{M}_w$  は  $M_w(x_n)$  を第  $n$  行要素とする行列である。また  $\mathbf{K}$  は  $\mathbf{K}_n$  を第  $n$  行要素とする行列である。

そこで、単位集中トルクが、分点  $x=x_i$  ( $i=1, 2, \dots, r$ ) に作用する時、断面  $x=x_n$  ( $n=1, 2, \dots, r$ ) における  $M_w$  値を求めることにする。この場合載荷点、 $x=x_i$ 、測定点  $x=x_n$  に対応し、 $F_i(x_n)$  および  $M_{wi}(x_n)$  が存在する。この場合、 $F_i(x_n)$  は、

$$F_i(x_n) = - \int_0^l \frac{T_i(\xi)}{1+\kappa(\xi)} S[t(x_n), \eta(\xi)] d\xi \dots\dots\dots(2-23)$$

そして方程式 (2-22) 中の行列  $\mathbf{F}$  および  $\mathbf{M}_w$  は、それぞれ  $F_i(x_n)$  および  $M_i(x_n)$  を第  $n$  行第  $i$  列要素とする行列に他ならない。

方程式 (2-22) の解  $\mathbf{M}_w$  は、ただちに

$$\mathbf{M}_w = (\mathbf{E} - \lambda \mathbf{K})^{-1} \mathbf{F} \dots\dots\dots(2-24)$$

ここに、 $\mathbf{E}$  は単位行列である。

必要な荷重項  $F_i(x_n)$  は、次式より容易に計算できる。

$$\left. \begin{aligned} F_i(x_n) &= \frac{t(x_n)}{L} \left[ \phi(x_i) - \frac{x_i}{l} \phi(l) \right] - \frac{l-x_i}{l} \phi(x_n) & x_n \leq x_i \\ &= \frac{t(x_n)}{L} \left[ \phi(x_i) - \frac{x_i}{l} \phi(l) \right] + \frac{x_i}{l} \phi(x_n) - \phi(x_i) & x_i \leq x_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2-25)$$

ここに、
$$\phi(x) = \int_0^x \frac{d\xi}{1+\kappa(\xi)} \dots\dots\dots(2-26)$$

だから、 $\phi(x)$  値を  $x=x_1, x_2, \dots, x_r$  について数値計算しておけば、式 (2-25) からただちに行列  $\mathbf{F}$  の要素を知りうる。一般に  $1+\kappa(\xi)$  が緩慢に変化するので、 $\phi(x)$  の計算には、Simpson 則を用いて良好な結果がえられる。

一方、係数行列  $\mathbf{K}$  には、次式を適用して直接算出してもよい。その第  $n$  行要素のみ示せば、

$$\mathbf{K}_n = [H_{n1} + 0.1 H_{n2}] \rho_{n1}, (0.1 H_{n1} + H_{n2} + 0.1 H_{n3}) \rho_{n2}, \dots\dots\dots, \\ (0.1 H_{n,m-1} + H_{nm} + 0.1 H_{n,m+1}) \rho_{nm}, \dots\dots\dots, (0.1 H_{n,r-1} + H_{nr}) \rho_{nr} \dots\dots\dots(2-27)$$

ここに 
$$H_{nm} = H(x_n, \xi_m) \dots\dots\dots(2-28)$$

### 3. ねじりモーメント

曲げねじりにおいてそり拘束によるねじりモーメント  $T_w$  は、式 (1-48) として、3. で求めた  $M_w$  から計算される。式 (1-48) 中のカッコ内第 2 項は前述の理由により、Simpson 則によって計算すればよい。特に単位集中トルクが作用する場合には、 $\phi$  関数を用いて、ただちに求まる。

$$\int_0^l \frac{T_i(\xi)}{1+\kappa(\xi)} d\xi = \phi(x_i) - \frac{x_i}{l} \phi(l) \dots\dots\dots(2-29)$$

次に方程式 (1-48) の第 1 項の積分について新しい関数

$$\left. \begin{aligned} S(\xi, x) &= \frac{l-\xi}{l} & 0 \leq x \leq \xi \leq l \\ &= -\frac{\xi}{l} & 0 \leq \xi \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-30)$$

を導入し、

$$\int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) S[\eta(\xi), t(x)] d\xi = \int_0^l M_w(\xi) \psi(\xi, x) S(\xi, x) d\xi \dots\dots\dots (2-31)$$

とする。ここに 
$$\psi(\xi, x) = \frac{S[\eta(\xi), t(x)]}{S(\xi, x)} \varphi(\xi) \dots\dots\dots (2-32)$$

しかるに、 $S(\xi, x)$  は周知のように単純桁の断面  $x$  におけるせん断力の影響関数である。それは、断面  $x$  において不連続で、直線変化をなす。従って式 (2-31) の積分は、不連続点  $x$  の両側の領域、すなわち  $\xi=0 \sim x_-$  および  $\xi=x_+ \sim l$  の2つの区間について、べつべつに計算し、各区間での積分値を加算せねばならない。ところで積分値 (2-31) は想定荷重  $M_w(\xi) \psi(\xi, x)$  が作用する場合の断面  $x$  におけるせん断力の値を与えることは明白である。それで 3. と同様の考え方で、分布荷重  $M_w(\xi) \psi(\xi, x)$  を等価な集中荷重で置きかえる。

図-8 せん断力影響線に対する弾性荷重

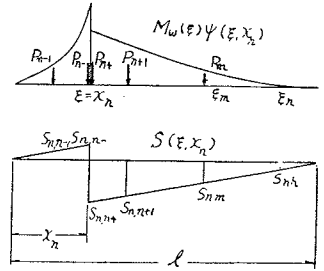


図-8 のように、不連続点  $x=x_n$  が、2つの区間の境界となっているので、この点の両側  $x=x_{n-}$  と  $x=x_{n+}$  における格点力  $P_{n-}$  と  $P_{n+}$  は、次式で与えられねばならない。

$$P_{n-} = \frac{5}{6} \Delta l [0.35 \psi(\xi_{n-}, x_n) M_w(\xi_{n-}) + 0.3 \psi(\xi_{n-1}, x_n) M_w(\xi_{n-1}) - 0.05 \psi(\xi_{n-2}, x_n) M_w(\xi_{n-2})] \dots\dots\dots (2-33)_1$$

$$P_{n+} = \frac{5}{6} \Delta l [0.35 \psi(\xi_{n+}, x_n) M_w(\xi_{n+}) + 0.3 \psi(\xi_{n+1}, x_n) M_w(\xi_{n+1}) - 0.05 \psi(\xi_{n+2}, x_n) M_w(\xi_{n+2})] \dots\dots\dots (2-34)_1$$

特に、 $n=1$  ならば、左側区間に中間点がないので、

$$P_{n-} = \frac{5}{6} \Delta l [0.4 \psi(\xi_{n-}, x_n) M_w(\xi_{n-}) + 0.2 \psi(\xi_{n-1}, x_n) M_w(\xi_{n-1})] \dots\dots\dots (1-33)_2$$

また  $n=r$  ならば、右側区間に中間点がないので、

$$P_{n+} = \frac{5}{6} \Delta l [0.4 \psi(\xi_{n+}, x_n) M_w(\xi_{n+}) + 0.2 \psi(\xi_{n+1}, x_n) M_w(\xi_{n+1})] \dots\dots\dots (2-34)_2$$

端点  $\xi=0$  あるいは  $\xi=l$  に対しても同様である。もちろん不連続点でも、端点でもない中間点  $\xi=\xi_m$  では、格点力  $P_m$  は、

$$P_m = \frac{5}{6} \Delta l [0.1 \psi(\xi_{m-1}, x_n) M_w(\xi_{m-1}) + \psi(\xi_m, x_n) M_w(\xi_m) + 0.1 \psi(\xi_{m+1}, x_n) M_w(\xi_{m+1})] \dots\dots\dots (2-35)$$

そこで 3. の変換行列  $A$  の代りに、2つの領域に対して、それぞれ次のような、2つの変換行列  $B_{n-}$  と  $B_{n+}$  を使う。

$$B_{n-} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{n-} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad B_{n+} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{b}_{n+} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-36)$$

ここに、 $\mathbf{0}$  は零行列であり、Untermatrizen  $[\mathbf{b}_{n-}]$ 、 $[\mathbf{b}_{n+}]$  は次のようである。

$$[\mathbf{b}_{1-}] = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{b}_{2-}] = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.3 & -0.05 \\ 0.1 & 1.0 & 0.1 \\ -0.05 & 0.3 & 0.35 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{b}_{3-}] = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.3 & -0.05 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 1 & 0.1 \\ 0 & -0.05 & 0.3 & 0.35 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-37)$$

等で、

一般に、 $n \geq 2$  に対して





$E-\lambda K^*$  を次のように定義する。

$$E-\lambda K^* = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ -C & E-\lambda K \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2-47)$$

そうすれば、積分方程式 (2-45) は、次の行列方程式に変わる。

$$(E-\lambda K^*)M_{wb} = G \dots\dots\dots (2-48)$$

ここに  $G = [g(x_n)] \quad n=0, 1, 2, \dots, r \dots\dots\dots (2-49)$

で  $G$  は  $g(x_n)$  を第  $n$  行要素とするベクトルである。

方程式 (2-48) の解  $M_{wb}$  は、ただちに

$$M_{wb} = (E-\lambda K^*)^{-1}G \dots\dots\dots (2-50)$$

ここに  $(E-\lambda K^*)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ (E-\lambda K)^{-1}C & (E-\lambda K)^{-1} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2-51)$

として、逆行列  $(E-\lambda K^*)^{-1}$  は、既知の逆行列  $(E-\lambda K)^{-1}$  を用いて、容易に計算される。

この場合ねじりモーメント  $T_{wb}$  の式 (1-55) の定積分は、

$$\alpha^2 \int_0^l M_{wb}(\xi)\varphi(\xi)S[\eta(\xi), t(x_n)]d\xi = \lambda(S_{n-}B_{n-}\psi_{n-} + S_{n+}B_{n+}\psi_{n+})M_{wb} \dots\dots\dots (2-52)$$

として行列演算で求められる。

次に自由な箱桁の両端に、1 対の方向相反する単位トルクが作用し、いわゆる単純ねじりを受ける場合について考えよう。このとき、曲げねじりモーメント  $M_{wt}$  は、方程式 (2-22) の解としてえられる。ただし荷重項は、 $T(\xi) \equiv 1$  とみなして、

$$F(x_n) = \frac{t(x_n)}{L}\phi(l) - \phi(x_n) \dots\dots\dots (2-53)$$

そして、 $F(x_n)$  を第  $n$  行要素とするベクトルを  $F$  とする。

かくしてえられた  $M_{wt}$  から、ねじりモーメント  $T_{wt}$  は、式 (1-48) を参考にして、

$$T_{wt}(x) = - \left\{ \alpha^2 \int_0^l M_{wt}(\xi)\varphi(\xi)S[\eta(\xi), t(x)]d\xi + \frac{\phi(l)}{L} \right\} \times \frac{1+\kappa_0}{1+\kappa(x)} \frac{J(x)}{J_0} + \frac{1}{1+\kappa(x)} \dots\dots\dots (2-54)$$

$T_{wt}$  の右辺カッコ内第 1 項の定積分値は、公式 (2-52) の  $M_{wb}$  の代りに  $M_{wt}$  を入れ換えれば、そのまま用いられる。

最後に、St. Venant のねじりモーメントについては、ただちに

$$T_{sb} = -T_{wb} \dots\dots\dots (2-55), \quad T_{st} = 1 - T_{wt} \dots\dots\dots (2-56)$$

### 5. 定積分の数値計算

第 1 章の 5. 並びに 6. に現われる次のような形式の定積分を行列演算によって、数値計算しよう。

$$\int_0^l \left( \frac{M_{w\beta}M_{w\gamma}}{EC_w} + \frac{T_{w\beta}T_{w\gamma}}{GC_w^2} Z + \frac{T_{s\beta}T_{s\gamma}}{GJ} \right) dx$$

まずねじりモーメント  $T_w$  および  $T_s$  が、 $x=x_n$  において不連続なる一般の場合について考える。次のような Zeilenvektoren  $U_{n-}$  および  $U_{n+}$  を導入する。

$$\left. \begin{aligned} U_{n-} &= [ \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{(n+1) \text{ 個}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{(r+1-n) \text{ 個}} ] \\ U_{n+} &= [ \underbrace{0, \dots, 0}_n, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{(r+2-n) \text{ 個}} ] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-57)$$

そして、

$$R_{n\pm} = \frac{5}{6} \Delta l U_{n\pm} B_{n\pm} \dots\dots\dots (\text{複号同順}) \quad (2-58)$$

とおく。また 3 つのベクトルを次式で組立てる。

$$\bar{M}_{w\beta\gamma} = \begin{pmatrix} M_{w\beta}(x_0) & M_{w\gamma}(x_0) \\ M_{w\beta}(x_1) & M_{w\gamma}(x_1) \\ \dots\dots\dots \\ M_{w\beta}(x_r) & M_{w\gamma}(x_r) \\ M_{w\beta}(x_{r+1}) & M_{w\gamma}(x_{r+1}) \end{pmatrix} = \bar{M}_{w\beta\gamma, n\pm} \dots\dots\dots (2-59)$$

$$\bar{T}_{\chi, \beta \gamma n-} = \begin{pmatrix} T_{\chi\beta}(x_0) & T_{\chi\gamma}(x_0) \\ T_{\chi\beta}(x_1) & T_{\chi\gamma}(x_1) \\ \dots\dots\dots \\ T_{\chi\beta}(x_{n-}) & T_{\chi\gamma}(x_{n-}) \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{T}_{\chi, \beta \gamma n+} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ T_{\chi\beta}(x_{n+}) & T_{\chi\gamma}(x_{n+}) \\ \dots\dots\dots \\ T_{\chi\beta}(x_r) & T_{\chi\gamma}(x_r) \\ T_{\chi\beta}(x_{r+1}) & T_{\chi\gamma}(x_{r+1}) \end{pmatrix} \dots\dots (2-60)$$

ここに添字  $\chi$  は,  $w$  または  $s$  を代表する。そこで

$$\int_0^l \frac{M_{w\beta} M_{w\gamma}}{EC_w} dx = R_{n-} \text{Diag.} \left[ \frac{1}{EC_w(x_m)} \right] \bar{M}_{w, \beta \gamma n-} + R_{n+} \text{Diag.} \left[ \frac{1}{EC_w(x_m)} \right] \bar{M}_{w, \beta \gamma n+} \dots\dots (2-61)_1$$

$$\int_0^l \frac{T_{w\beta} T_{w\gamma}}{GC_w^2} Z dx = R_{n-} \text{Diag.} \left[ \frac{Z(x_m)}{GC_w^2(x_m)} \right] \bar{T}_{w, \beta \gamma n-} + R_{n+} \text{Diag.} \left[ \frac{Z(x_m)}{GC_w^2(x_m)} \right] \bar{T}_{w, \beta \gamma n+} \dots\dots (2-61)_2$$

$$\int_0^l \frac{T_{s\beta} T_{s\gamma}}{GJ} dx = R_{n-} \text{Diag.} \left[ \frac{1}{GJ(x_m)} \right] \bar{T}_{s, \beta \gamma n-} + R_{n+} \text{Diag.} \left[ \frac{1}{GJ(x_m)} \right] \bar{T}_{s, \beta \gamma n+} \dots\dots (2-61)_3$$

特に単純桁の端面に複偶力を受ける場合には, ねじりモーメントは, 不連続とならない。それで反力トルク  $T^*$  の公式 (1-62) の分子にある定積分に式 (2-61) を適用するときには, 添字を  $\beta=b, \gamma=t, n=0$  とみなし  $R_{n-} \equiv 0, R_{n+} \equiv R_0$  とすればよい。一方分母については,  $\beta=\gamma=t, n=0$  と考えればよい。従って  $T^*$  は

$$T^* = - \frac{R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{1}{EC_w} \right] \bar{M}_{wbt} + R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{Z}{GC_w^2} \right] \bar{T}_{wbt} + R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{1}{GJ} \right] \bar{T}_{sbt}}{R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{1}{EC_w} \right] \bar{M}_{wtt} + R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{Z}{GC_w^2} \right] \bar{T}_{wtt} + R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{1}{GJ} \right] \bar{T}_{stt}} \dots\dots (2-62)$$

最後に, 連続箱桁における支点曲げねじりモーメント  $X_m$  に関する弾性方程式 (1-72) の係数は, 一般公式 (2-61) を用いて, ただちに書き下せる。すなわち  $\beta=m, \gamma=m \pm 1, n=0$  とおけば,

$$f_{m, m \pm 1} = R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{1}{EC_w} \right] \bar{M}_{w, m, m \pm 1} + R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{Z}{GC_w^2} \right] \bar{T}_{w, m, m \pm 1} + R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{1}{GJ} \right] \bar{T}_{s, m, m \pm 1} \quad (\text{複号同順}) \dots\dots (2-63)$$

同じようにして,

$$f_{mm} = R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{1}{EC_w} \right] \bar{M}_{w, mm} + R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{Z}{GC_w^2} \right] \bar{T}_{w, mm} + R_0 \text{Diag.} \left[ \frac{1}{GJ} \right] \bar{T}_{s, mm} \dots\dots (2-64)$$

次に荷重頂  $f_{m0}$  については, 集中トルクを支間に受ける場合には, その載荷点  $x=x_i$  において  $T_{w0}$  および  $T_{s0}$  が, 不連続なることに注意して, 一般公式 (2-61) より,  $\beta=m, \gamma=0$  とおけば,

$$\int_0^l \frac{M_{wm} M_{w0}}{EC_w} dx = R_{n-} \text{Diag.} \left[ \frac{1}{EC_w} \right] \bar{M}_{w, m0n-} + R_{n+} \text{Diag.} \left[ \frac{1}{EC_w} \right] \bar{M}_{w, m0, n+} \dots\dots (2-65)_1$$

$$\int_0^l \frac{T_{wm} T_{w0}}{GC_w^2} Z dx = R_{n-} \text{Diag.} \left[ \frac{Z}{GC_w^2} \right] \bar{T}_{w, m0, n-} + R_{n+} \text{Diag.} \left[ \frac{Z}{GC_w^2} \right] \bar{T}_{w, m0, n+} \dots\dots (2-65)_2$$

$$\int_0^l \frac{T_{sm} T_{s0}}{GJ} dx = R_{n-} \text{Diag.} \left[ \frac{1}{GJ} \right] \bar{T}_{s, m0, n-} + R_{n+} \text{Diag.} \left[ \frac{1}{GJ} \right] \bar{T}_{s, m0, n+} \dots\dots (2-65)_3$$

とすればよい。

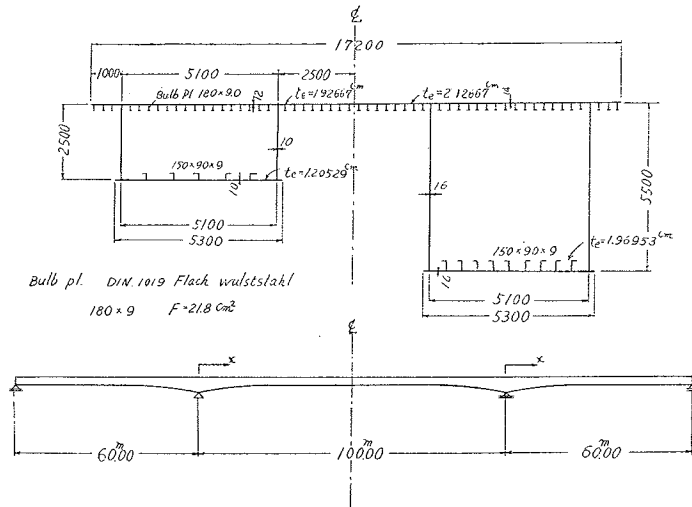
## 6. 数値計算例

### (1) 曲げねじりモーメント $M_{w0}$

図-9 に示すような 3 スパン鋼床板連続箱桁橋について, トルク荷重に対する曲げねじりモーメントおよびねじりモーメントの影響線を求める。

いま 10 m 間隔にある各断面における, 断面諸量を表-1 に示す。また変換式 (1-34) に Simpson 則を適用して, 各スパンごとに, 新座標  $t$  を計算すれば, 表-2 のようになる。表-3 は,  $t$  より求めた,  $H[t(x),$

図-9 鋼床板連続箱桁橋



$\eta(\xi)$  関数を示す。さらに  $\rho_{nm}$  および  $(0.1H_{n,m-1} + H_{nm} + 0.1H_{n,m+1})$  をそれぞれ 表-4, 5 に示す。公式 (2-27) より行列  $K$  が 表-6 のようにえられた。

一方標準断面を、中間支点より中央へ 30 m のところにとれば、定数  $\alpha$  は、公式 (1-42) から、

$$\alpha^2 = \frac{GJ_0}{EC_{w0}(1+\epsilon_0)} = \frac{8.1 \times 10^5 \times 2.0155 \times 10^8}{2.1 \times 10^6 \times 0.52367 \times 10^{14} \times 1.52796} = 0.97160 \times 10^{-6}$$

よって

$$\lambda = \frac{5}{6} \times 0.97160 \times 10^{-6} \times 10^3 = 0.80967 \times 10^{-3}$$

そして行列  $E-\lambda K$  は、表-7 のようになった。そして公式 (2-25), (2-26) を用いて、単位集中トルクが、10 m おきの各分点に作用する場合の荷重項  $F$  を計算すれば、表-8 のようになる。これより逆行列  $(E-\lambda K)^{-1}$  は、表-9 のようになる。よって解  $M_{w0}$  は、中央スパン、側スパンについて、表-10 のように与えられた。その変化状態は、図-10 に示す。図中点線は、

表-2 変換された座標  $t(x)$   
TABLE 2. Transformed Co-Ordinate  $t(x)$

$x$	CENTER SPAN	SIDE SPAN
0	0	0
1,000	1,964.8	2,001.8
2,000	3,506.0	3,643.4
3,000	4,674.9	4,960.5
4,000	5,523.1	5,988.9
5,000	6,102.0	6,764.3
6,000	6,680.9	7,322.4=L
7,000	7,529.1	
8,000	8,698.0	
9,000	10,239.2	
10,000	12,204.0=L	
1/L=	0.08194 × 10 <sup>-3</sup>	0.13657 × 10 <sup>-3</sup>

表-1 断面調量  
TABLE 1. Cross-Sectional Quantities  
CENTER SPAN

$x$	J cm <sup>4</sup>	C <sub>w</sub> <sup>cm<sup>6</sup></sup>	Z cm <sup>3</sup>	$\epsilon$
0	4.5927 × 10 <sup>8</sup>	1.6839 × 10 <sup>14</sup>	3.6245 × 10 <sup>19</sup>	0.58708
1,000	3.6062	1.1834	2.2026	0.56725
2,000	2.7486	0.80370	1.2867	0.54755
3,000	2.0155	0.52367	0.71829	0.52796
4,000	1.4027	0.32411	0.38079	0.50851
5,000	0.90627	0.18787	0.19050	0.48917
6,000	1.4027	0.32411	0.38079	0.50851
7,000	2.0155	0.52367	0.71829	0.52796
8,000	2.7486	0.80370	1.2867	0.54755
9,000	3.6062	1.1834	2.2026	0.56725
10,000	4.5927	1.6839	3.6245	0.58708

SIDE SPAN

$x$	J cm <sup>4</sup>	C <sub>w</sub> <sup>cm<sup>6</sup></sup>	Z cm <sup>3</sup>	$\epsilon$
0	4.5927 × 10 <sup>8</sup>	1.6839 × 10 <sup>14</sup>	3.6245 × 10 <sup>19</sup>	0.58708
1,000	3.7614	1.2578	2.3996	0.57055
2,000	3.0204	0.91817	1.5465	0.55410
3,000	2.3666	0.65248	0.96725	0.53774
4,000	1.7981	0.44910	0.58486	0.52146
5,000	1.3120	0.29744	0.34068	0.50527
6,000	0.90627	0.18787	0.19050	0.48917

表-3  $H[t(x), \eta(\xi)]$  関数

TABLE 3  $H[t(x), \eta(\xi)]$  Function

CENTER SPAN						right-half is omitted
$\xi$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	
1,000	1.64848	1.40036	1.21216	1.07560	0.98241	
2,000	1.40036	2.49878	2.16296	1.91928	1.75299	
3,000	1.21216	2.16296	2.88413	2.55920	2.33747	
4,000	1.07560	1.91928	2.55920	3.02353	2.76156	
5,000	0.98241	1.75299	2.33747	2.76156	3.05100	
6,000	0.88922	1.58670	2.11574	2.49960	2.76156	
7,000	0.75265	1.34302	1.79080	2.11574	2.33747	
8,000	0.56445	1.00720	1.34302	1.58670	1.57299	
9,000	0.31634	0.56445	0.75265	0.88922	0.98241	

SIDE SPAN					
$\xi$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000
1,000	1.45454	1.00576	0.64569	0.36455	0.15257
2,000	1.00576	1.83055	1.17519	0.66350	0.27769
3,000	0.64569	1.17519	1.60004	0.90336	0.37808
4,000	0.36455	0.66350	0.90336	1.09064	0.45646
5,000	0.15257	0.27769	0.37808	0.45646	0.51556

表-4 関数  $\rho_{nm}$

TABLE 4. Function  $\rho_{nm}$

CENTER SPAN										
Skew symmetry										
$n \backslash m$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-0.63600	-0.81055	-1.14055	-1.73165	-2.8965	-5.4767	-3.5918	-2.5088	-1.8389	-1.3999
2	-0.60779	-0.77462	-1.0176	-1.5450	-2.58415	-4.8863	-3.2046	-2.2384	-1.6407	-1.2489
3	-0.60129	-0.76630	-1.0067	-1.3734	-2.2972	-4.3436	-2.8486	-1.9898	-1.4585	-1.1102
4	-0.62247	-0.793315	-1.0421	-1.4218	-2.03545	-3.8488	-2.5241	-1.7631	-1.2923	-0.983755
5	-0.68224	-0.86947	-1.1422	-1.5583	-2.23095	-3.4017	-2.23095	-1.5583	-1.1422	-0.86947
6	-0.77190	-0.983755	-1.2923	-1.7631	-2.5241	-3.8488	-2.03545	-1.4218	-1.0421	-0.793315
7	-0.87113	-1.11021	-1.4585	-1.9898	-2.8486	-4.3436	-2.2972	-1.3734	-1.0067	-0.76630
8	-0.97996	-1.2489	-1.6407	-2.2384	-3.2046	-4.8863	-2.58415	-1.5450	-1.0176	-0.77462
9	-1.0984	-1.3999	-1.8389	-2.5088	-3.5918	-5.4767	-2.8965	-1.73165	-1.14055	-0.81055

SIDE SPAN

$n \backslash m$	0	1	2	3	4	5
1	-0.59487	-0.72670	-0.86044	-1.03645	-1.2752	-1.6117
2	-0.514165	-0.62811	-0.783025	-0.943195	-1.1605	-1.4667
3	-0.44012	-0.53765	-0.67026	-0.856115	-1.0534	-1.3313
4	-0.372725	-0.45533	-0.56763	-0.72503	-0.953805	-1.2055
5	-0.31199	-0.381125	-0.47513	-0.60689	-0.79838	-1.08925

表-5

TABLE 5.  $(0.1H_{n,m-1} + H_{nm} + 0.1H_{n,m+1})$  unit  $10^3$

CENTER SPAN

$n \backslash m$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.09	0.98	0.96	0.84	0.72	0.60	0.48	0.36	0.24	0.12
2	0.08	0.96	1.82	1.68	1.44	1.20	0.96	0.72	0.48	0.24
3	0.07	0.84	1.68	2.42	2.16	1.80	1.44	1.08	0.72	0.36
4	0.06	0.72	1.44	2.16	2.78	2.40	1.92	1.44	0.96	0.48
5	0.05	0.60	1.20	1.80	2.40	2.90	2.40	1.80	1.20	0.60
6	0.04	0.48	0.96	1.44	1.92	2.40	2.78	2.16	1.44	0.72
7	0.03	0.36	0.72	1.08	1.44	1.80	2.16	2.42	1.68	0.84
8	0.02	0.24	0.48	0.72	0.96	1.20	1.44	1.68	1.82	0.96
9	0.01	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72	0.84	0.96	0.98

SIDE SPAN

$n \backslash m$	0	1	2	3	4	5
1	0.083333	0.9	0.8	0.6	0.4	0.2
2	0.066667	0.8	1.5	1.2	0.8	0.4
3	0.05	0.6	1.2	1.7	1.2	0.6
4	0.033333	0.4	0.8	1.2	1.5	0.8
5	0.016667	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9

表-6 行列  $-K$

TABLE 6. Matrix  $-K$  unit  $10^8$

CENTER SPAN

0.79434	1.0949	1.4546	2.0855	3.2860	1.7241	0.90317	0.44134	0.16799
0.743635	1.8520	2.5956	3.7212	5.8636	3.0764	1.6116	0.78754	0.29974
0.64369	1.69125	3.3236	4.96195	7.8185	4.1020	2.1490	1.0501	0.399675
0.57119	1.5006	3.0711	5.65855	9.2371	4.8463	2.5389	1.2406	0.47220
0.52168	1.3706	2.8049	5.3543	9.865055	5.3543	2.8049	1.3706	0.52168
0.47220	1.2406	2.5389	4.8463	9.2371	5.65855	3.0711	1.5006	0.57119
0.399675	1.0501	2.1490	4.1020	7.8185	4.96195	3.3236	1.69125	0.64369
0.29974	0.78754	1.6116	3.0764	5.8636	3.7212	2.5956	1.8520	0.743635
0.16799	0.44134	0.90317	1.7241	3.2860	2.0855	1.4546	1.0949	0.79434

SIDE SPAN

0.65403	0.68835	0.62187	0.51008	0.32234
0.50249	1.1745	1.1318	0.92840	0.58668
0.32259	0.80431	1.4554	1.2641	0.79878
0.18213	0.45410	0.87004	1.4307	0.96440
0.076225	0.19005	0.36413	0.63870	0.980325

表-7 行列  $E-\lambda K$

Table 7 Matrix  $E-\lambda K$

CENTER SPAN

1.64315	0.88650	1.1777	1.6886	2.6606	1.39595	0.73127	0.35734	0.136015
0.60210	2.4995	2.1016	3.0129	4.7476	2.49085	1.30485	0.637645	0.24269
0.521175	1.3693	3.6910	4.0175	6.3304	3.32125	1.7400	0.85023	0.32360
0.46247	1.2150	2.4866	5.5815	7.4790	3.9239	2.0557	1.0045	0.38232
0.42239	1.1097	2.2710	4.3352	8.9874	4.3352	2.2710	1.1097	0.42239
0.38232	1.0045	2.0557	3.9239	7.4790	5.5815	2.4866	1.2150	0.46247
0.32360	0.85023	1.7400	3.32125	6.3304	4.0175	3.6910	1.3693	0.521175
0.24269	0.637645	1.30485	2.49085	4.7476	3.0129	2.1016	2.4995	0.60210
0.136015	0.35734	0.73127	1.39595	2.6606	1.6886	1.1777	0.88650	1.64315

SIDE SPAN

1.52955	0.55733	0.50351	0.41299	0.26099
0.40685	1.95095	0.91638	0.75169	0.47502
0.26119	0.65122	2.1784	1.0235	0.64675
0.14747	0.36767	0.70444	2.1584	0.78084
0.061717	0.15388	0.29482	0.51713	1.7937

表-8 行列  $-F$   
Table 8 Matrix  $-F$

**CENTER SPAN** (c)

$x_i \backslash x_j$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$
1,000	573.31	511.29	447.78	383.22	317.04	413.19
2,000	511.29	1,028.22	900.42	770.72	638.09	593.31
3,000	447.78	900.42	1,358.08	1,162.67	963.24	565.26
4,000	383.22	770.72	1,162.67	1,559.17	1,292.56	359.98
5,000	317.04	638.09	963.24	1,292.56	1,626.17	0
6,000	250.88	505.45	763.91	1,025.96	1,292.56	-359.98
7,000	186.26	375.75	568.39	763.91	963.24	-565.26
8,000	122.83	247.95	375.75	505.45	638.09	-593.31
9,000	60.767	122.83	186.26	250.88	317.04	-413.19

**SIDE SPAN** (c)

$x_i \backslash x_j$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$
1,000	532.51	429.71	325.05	218.53	110.18	433.54
2,000	429.71	862.65	652.08	438.10	220.74	668.43
3,000	325.05	652.08	981.21	658.80	331.73	723.58
4,000	218.53	438.10	658.80	880.735	443.22	617.925
5,000	110.18	220.74	331.73	443.22	555.26	370.44

表-9 逆行列  $(E-\lambda K)^{-1}$   
Table 9 Inverse Matrix  $(E-\lambda K)^{-1}$

**CENTER SPAN**

0.71853	-0.17696	-0.08544	-0.04011	-0.02115	-0.00432	-0.00106	-0.00029	-0.00008
-0.12019	0.64045	-0.217065	-0.10164	-0.05380	-0.010925	-0.002695	-0.00077	-0.00020
-0.03782	-0.14143	0.61856	-0.23736	-0.125515	-0.025445	-0.00638	-0.00178	-0.00047
-0.01097	-0.04100	-0.146945	0.60841	-0.311505	-0.06320	-0.01579	-0.00441	-0.00117
-0.00337	-0.01256	-0.04499	-0.18060	0.49049	-0.18060	-0.04499	-0.01256	-0.00337
-0.00117	-0.00441	-0.01579	-0.06320	-0.311505	0.60841	-0.146945	-0.04100	-0.01097
-0.00047	-0.00178	-0.00638	-0.025445	-0.125515	-0.23736	0.61856	-0.14143	-0.03782
-0.00020	-0.00077	-0.002695	-0.010925	-0.05380	-0.10164	-0.217065	0.64045	-0.12019
-0.00008	-0.00029	-0.00106	-0.00432	-0.02115	-0.04011	-0.08544	-0.17696	0.71853

**SIDE SPAN**

0.71682	-0.16991	-0.08050	-0.03635	-0.01445
-0.12404	0.63647	-0.20427	-0.09227	-0.03669
-0.04175	-0.14516	0.60907	-0.21025	-0.08357
-0.01298	-0.045135	-0.14470	0.59652	-0.19366
-0.00342	-0.01188	-0.03810	-0.12825	0.63072

表-10 曲げねじりモーメント  $M_{w0}$  および  $M_{wt}$   
Table 10 Warping Moment  $M_{w0}$ ,  $M_{wt}$

**CENTER SPAN** (c)

$M_{w0}$					$M_{wt}$
-259.804	-61.418	24.6625	55.6515	60.464	131.5255
-101.997	-282.210	-47.8685	46.5435	74.660	177.037
-44.407	-113.413	-275.070	-31.3545	57.6555	178.673
-21.938	-50.961	-106.814	-259.910	-8.586	141.882
-2.361	-6.920	-19.684	-62.275	-225.903	0
13.413	26.040	35.680	34.911	-8.586	-141.882
17.584	34.774	50.884	62.847	57.6555	-178.673
17.530	34.975	51.734	66.923	74.660	-177.037
13.084	26.123	38.998	51.158	60.464	-131.5255

**SIDE SPAN**

(c)

-273.000	-89.846	-14.481	9.242	9.3655	111.136
-116.841	-314.027	-101.319	-19.630	2.2024	153.246
-58.215	-143.442	-323.164	-106.324	-25.816	164.706
-35.676	-79.716	-153.111	-321.603	-97.463	156.365
-22.156	-46.476	-78.495	-135.541	-277.733	117.403

後出の  $T_{w_0}$  より知れる  $M_{w_0}$  曲線の切線を示す。

(2) ねじりモーメント  $T_{w_0}$  および  $T_{s_0}$

表-2 の  $t$  座標を用い、式 (1-47) より  $S[\eta(\xi), t(x)]$  を計算すれば、表-11 のようである。また  $\psi_{nm}$  および  $S_{n-}B_{n-} + S_{n+}B_{n+}$  は、それぞれ、表-12 および 表-13 に示す。特に、 $\xi=0$  および  $l$  における値は、公式 (2-41) から与えられる。よって公式 (2-44) により、積分値  $\alpha^2 \int_0^l M_w(\xi)\varphi(\xi)S[\eta(\xi), t(x_n)]d\xi$  は、表-14 のようである。

一方公式 (2-29) より、式 (1-48) の第2項定積分  $\frac{1}{L} \int_0^l \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} d\xi$  は、表-15 のようになる。また第3項  $T(x)/[1+\kappa(x)]$  は、表-16 に示す。

表-11 関数  $S[\eta(\xi), t(x)]$   
Table 11 Function  $S[\eta(\xi), t(x)]$

**CENTER SPAN**

$x_n \backslash \xi$	0	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
0	1	0.83900	0.71272	0.616935	0.54743	0.5	0.45257	0.383065	0.28728	0.16100	0
1,000	0	0.83900 - 0.16100	0.71272	0.616935	0.54743	0.5	0.45257	0.383065	0.28728	0.16100	0
2,000	0	- 0.16100	0.71272 - 0.28728	0.616935	0.54743	0.5	0.45257	0.383065	0.28728	0.16100	0
3,000	0	- 0.16100	- 0.28728	0.616935 - 0.383065	0.54743	0.5	0.45257	0.383065	0.28728	0.16100	0
4,000	0	- 0.16100	- 0.28728	- 0.383065	0.54743 - 0.45257	0.5	0.45257	0.383065	0.28728	0.16100	0
5,000	0	- 0.16100	- 0.28728	- 0.383065	- 0.45257	0.5 - 0.5	0.45257	0.383065	0.28728	0.16100	0
6,000	0	- 0.16100	- 0.28728	- 0.383065	- 0.45257	- 0.5	0.45257 - 0.54743	0.383065	0.28727	0.16100	0
7,000	0	- 0.16100	- 0.28728	- 0.383065	- 0.45257	- 0.5	- 0.54743	0.383065 - 0.616935	0.28728	0.16100	0
8,000	0	- 0.16100	- 0.28728	- 0.383065	- 0.45257	- 0.5	- 0.54743	- 0.616935	0.28728 - 0.71272	0.16100	0
9,000	0	- 0.16100	- 0.28728	- 0.383065	- 0.45257	- 0.5	- 0.54743	- 0.616935	- 0.71272	0.16100 - 0.83900	0
10,000	0	- 0.16100	- 0.28728	- 0.383065	- 0.45257	- 0.5	- 0.54743	- 0.616935	- 0.71272	- 0.83900	0

**SIDE SPAN**

$x_n \backslash \xi$	0	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000
0	1	0.72662	0.50243	0.322555	0.18211	0.076218	0
1,000	0	0.72662 - 0.27338	0.50243	0.322555	0.18211	0.076218	0
2,000	0	- 0.27338	0.50243 - 0.49757	0.322555	0.18211	0.076218	0
3,000	0	- 0.27338	- 0.49757	0.322555 - 0.677445	0.18211	0.076218	0
4,000	0	- 0.27338	- 0.49757	- 0.677445	0.18211 - 0.81789	0.076218	0
5,000	0	- 0.27338	- 0.49757	- 0.677445	- 0.81789	0.076218 - 0.92378	0
6,000	0	- 0.27338	- 0.49757	- 0.677445	- 0.81789	- 0.92378	0

□ 内の上段は  $\xi=x_{n+}$  における値、下段は  $\xi=x_{n-}$  における値を示す。

表-12  $\phi_{nm}$   
Table 12  $\phi_{nm}$

**CENTER SPAN**

$m \backslash n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.31099	0.41253	0.58049	0.881335	1.4741	2.7874	1.8280	1.2769	0.93592	0.712465	0.55903
1	0.55903	0.41253 0.712465	0.58049	0.881335	1.4741	2.7874	1.8280	1.2769	0.93592	0.712465	0.55903
2	0.55903	0.712465	0.58049 0.93592	0.881335	1.4741	2.7874	1.8280	1.2769	0.93592	0.712465	0.55903
3	0.55903	0.712465	0.93592	0.881335 1.2769	1.4741	2.7874	1.8280	1.2769	0.93592	0.712465	0.55903
4	0.55903	0.712465	0.93592	1.2769	1.4741 1.8280	2.7874	1.8280	1.2769	0.93592	0.712465	0.55903
5	0.55903	0.712465	0.93592	1.2769	1.8280	2.7874 2.7874	1.8280	1.2769	0.93592	0.712465	0.55903
6	0.55903	0.712465	0.93592	1.2769	1.8280	2.7874	1.8280 1.4741	1.2769	0.93592	0.712465	0.55903
7	0.55903	0.712465	0.93592	1.2769	1.8280	2.7874	1.4741	1.2769 0.881335	0.93592	0.712465	0.55903
8	0.55903	0.712465	0.93592	1.2769	1.8280	2.7874	1.4741	0.881335	0.93592 0.58049	0.712465	0.55903
9	0.55903	0.712465	0.93592	1.2769	1.8280	2.7874	1.4741	0.881335	0.58049	0.712465 0.41253	0.55903
10	0.55903	0.712465	0.93592	1.2769	1.8280	2.7874	1.4741	0.881335	0.58049	0.41253	0.31099

SIDE SPAN

$n \backslash m$	0	1	2	3	4	5	6
0	0.31099	0.36302	0.42983	0.51776	0.63705	0.80516	1.05375
1	0.55903	0.36302 0.68291	0.42983	0.51776	0.63705	0.80516	1.05375
2	0.55903	0.68291	0.42983 0.85135	0.51776	0.63705	0.80516	1.05375
3	0.55903	0.68291	0.85135	0.51776 1.08742	0.63705	0.80516	1.05375
4	0.55903	0.68291	0.85135	1.08742	0.63705 1.43056	0.80516	1.05375
5	0.55903	0.68291	0.85135	1.08742	1.43056	0.80516 1.95174	1.05375
6	0.55903	0.68291	0.85135	1.08742	1.43056	1.95174	2.7874

表-13  $S_n - B_{n-} + S_{n+} B_{n+}$   
Table 13  $S_n - B_{n-} + S_{n+} B_{n+}$

CENTER SPAN

$n \backslash m$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.44	1.28	0.91	0.84	0.72	0.60	0.48	0.36	0.24	0.12	0.01
1	-0.02	0.395 -0.04	1.14	0.795	0.72	0.60	0.48	0.36	0.24	0.12	0.01
2	0	-0.16	0.35 -0.08	1.00	0.68	0.60	0.48	0.36	0.24	0.12	0.01
3	-0.01	-0.105	-0.30	0.305 -0.125	0.86	0.565	0.48	0.36	0.24	0.12	0.01
4	-0.01	-0.12	-0.44	-0.44	0.26 -0.17	0.72	0.45	0.36	0.24	0.12	0.01
5	-0.01	-0.12	-0.24	-0.335	-0.58	0.215 -0.215	0.58	0.335	0.24	0.12	0.01
6	-0.01	-0.12	-0.24	-0.36	-0.45	-0.72	0.17 -0.26	0.44	0.22	0.12	0.01
7	-0.01	-0.12	-0.24	-0.36	-0.48	-0.565	-0.86	0.125 -0.305	0.30	0.105	0.01
8	-0.01	-0.12	-0.24	-0.36	-0.48	-0.60	-0.68	-1.00	0.08 -0.35	0.16	0
9	-0.01	-0.12	-0.24	-0.36	-0.48	-0.60	-0.72	-0.795	-1.14	0.04 -0.395	0.02
10	-0.01	-0.12	-0.24	-0.36	-0.48	-0.60	-0.72	-0.84	-0.91	-1.28	-0.44

SIDE SPAN

$n \backslash m$	0	1	2	3	4	5	6
0	0.43333	1.2	0.75	0.6	0.4	0.2	0.016667
1	-0.033333	0.35833 -0.066667	0.96667	0.55833	0.4	0.2	0.016667
2	0	-0.26667	0.28333 -0.13333	0.73333	0.36667	0.2	0.016667
3	-0.016667	-0.175	-0.5	0.20833 -0.20833	0.5	0.175	0.016667
4	-0.016667	-0.2	-0.36667	-0.73333	0.13333 -0.28333	0.26667	0
5	-0.016667	-0.2	-0.4	-0.55833	-0.96667	0.066667 -0.35833	0.033333
6	-0.016667	-0.2	-0.4	-0.6	-0.75	-1.2	-0.43333

表-14 積分  $\alpha^2 \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) S[\eta(\xi), t(x)] d\xi$

Table 14 Integral  $\alpha^2 \int_0^l M_w(\xi) \varphi(\xi) S[\eta(\xi), t(x)] d\xi$

CENTER SPAN

$X_n \backslash X_l$	(c)						(d)	
	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$	$M_{w1}^*=1$	
0	183.200	228.494	236.858	218.866	187.805	-152.375	-0.36104	
1,000	110.006	235.786	241.059	230.562	200.855	-123.862	-0.13638	
2,000	19.140	115.697	260.485	254.042	236.420	-40.304	-0.02249	
3,000	-29.637	36.330	93.272	299.004	279.287	95.386	0.03450	
4,000	-69.637	127.110	147.958	51.444	376.935	313.867	0.06145	
5,000	-92.444	181.167	254.316	289.098	0	449.954	0.07507	
6,000	-82.550	164.902	244.879	314.891	376.935	313.867	0.08068	
7,000	-61.114	122.546	183.362	240.334	279.287	95.386	0.08140	
8,000	-47.797	96.191	144.871	192.916	236.420	-40.304	0.08179	
9,000	-39.526	79.674	120.422	161.247	200.855	-123.862	0.08188	
10,000	-36.687	74.013	111.953	150.161	187.805	-152.375	0.08190	

SIDE SPAN

$X_n \backslash X_i$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$	$M_{w1=1}$
0	151.678	172.241	154.663	112.633	58.935	- 168.195	- 0.29351
1,000	81.872	167.875	152.540	114.882	60.980	- 145.282	- 0.07088
2,000	- 11.938	54.090	137.083	112.676	63.947	- 80.154	0.03778
3,000	- 60.552	- 104.847	- 18.931	82.316	56.005	25.677	0.09152
4,000	- 102.710	- 194.518	- 261.935	- 132.451	7.924	177.519	0.11659
5,000	- 142.551	- 280.586	- 400.869	- 487.605	- 265.371	371.963	0.12754
6,000	- 166.166	- 329.679	- 482.114	- 596.965	- 623.330	500.020	0.13080

表-15  $\frac{1}{L} \int_0^L \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)} d\xi, \frac{1}{L}$

Table 15  $\frac{1}{L} \int_0^L \frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)}$

unit  $10^{-3}$  (d)  
 $\frac{1}{L}$

CENTER SPAN

$X_i$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$	
	- 1.3435	- 2.0760	- 2.0419	- 1.4639	0	533.23	0.081940

SIDE SPAN

	- 2.3286	- 3.7478	- 4.2384	- 3.7870	- 2.3821	533.00	0.13657
--	----------	----------	----------	----------	----------	--------	---------

表-16  $\frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)}$

Table 16  $\frac{T(\xi)}{1+\kappa(\xi)}$

CENTER SPAN

(c)

$\xi_0 \backslash X_i$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$
0	0.56708	0.50407	0.44106	0.37805	0.315045	0.63009
1,000	0.57425 -0.063806	0.51045	0.44664	0.38284	0.31903	0.63806
2,000	-0.064618	0.51694 -0.12924	0.45233	0.38771	0.32309	0.64618
3,000	-0.065445	-0.13089	0.458115 -0.196335	0.39267	0.327225	0.65445
4,000	-0.066291	-0.13258	-0.19887	0.39775 -0.26516	0.331455	0.66291
5,000	-0.067150	-0.13430	-0.20145	-0.26860	0.33575 -0.33575	0.67150
6,000	-0.066291	-0.13258	-0.19887	-0.26516	-0.331455	0.66291
7,000	-0.065445	-0.13089	-0.196335	-0.26178	-0.327225	0.65445
8,000	-0.064618	-0.12924	-0.19385	-0.25847	-0.32309	0.64618
9,000	-0.063806	-0.12761	-0.19142	-0.25522	-0.31903	0.63806
10,000	-0.063009	-0.12602	-0.18903	-0.25204	-0.315045	0.63009

SIDE SPAN

(c)

$\xi_0 \backslash X_i$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$
0	0.525075	0.42006	0.315045	0.21003	0.105015	0.63009
1,000	0.53062 -0.10612	0.42449	0.31837	0.21225	0.10612	0.63674
2,000	-0.10724	0.42897 -0.21449	0.32173	0.21449	0.10724	0.64346
3,000	-0.10839	-0.21677	0.32516 -0.32516	0.21677	0.10839	0.65032
4,000	-0.10954	-0.21908	-0.328625	0.21908 -0.43817	0.10954	0.65725
5,000	-0.11072	-0.22144	-0.33216	-0.44288	0.11072 -0.55360	0.66432
6,000	-0.11192	-0.22383	-0.33575	-0.44767	-0.55958	0.67150



図-10 (a) 曲げねじりモーメント  $M_{\omega_0}$   
(中央スパンを単純桁とした場合)

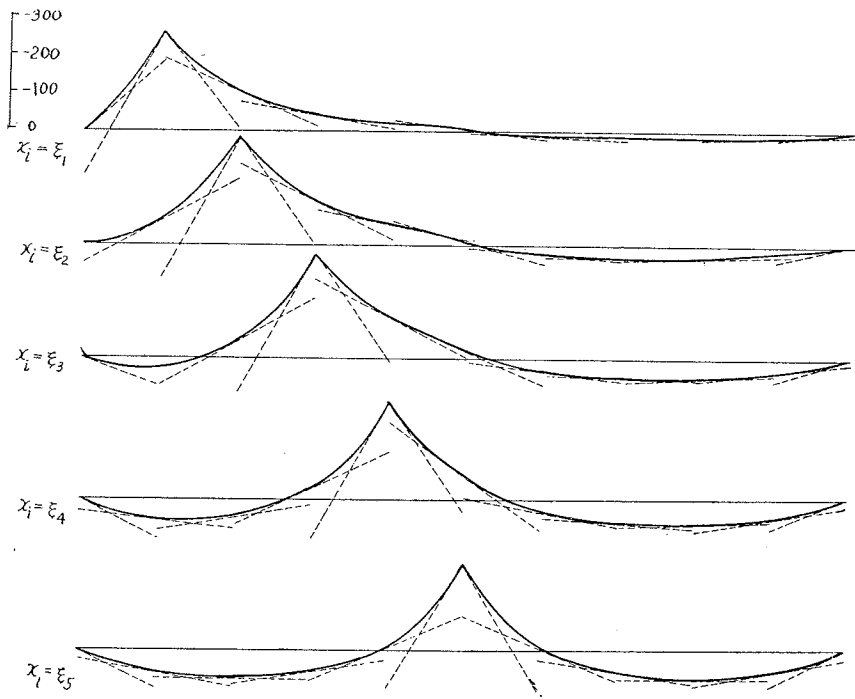
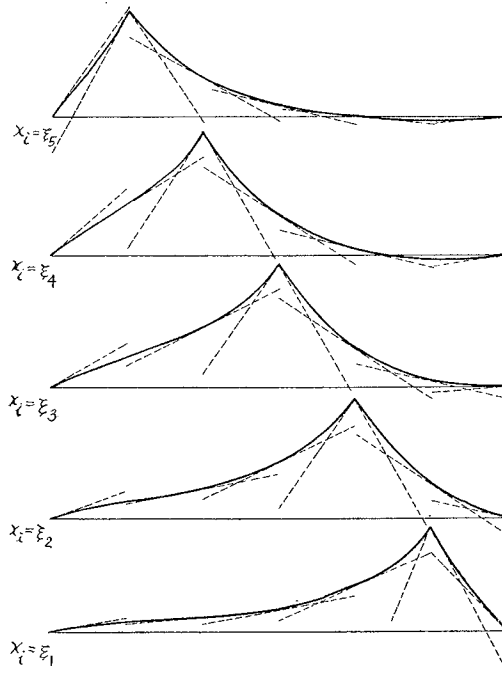


図-10 (b) 曲げねじりモーメント  $M_{\omega_0}$   
(側スパンを単純桁とした場合)



よって表-14, 15, 16 の値の和として,  $T_{w0}$  を表-17 のようにえた。その変化状態を 図-11 に示す。  
最後に式 (1-49) より,  $T_{s0}$  がただちに計算される。表-18 に  $T_{s0}$  の値を掲げる。その変化状態を 図-12 に示す。

(3) 単純ねじりによる断面力

この場合, 行列方程式 (2-22) の荷重項  $F$  は, 5. の公式 (2-53) によって求めた。その結果を, 表-8 の右側列 (c) に記している。そして (a) 項と同じようにして,  $M_{wt}$  が, 逆行列  $(E-\lambda K)^{-1}$  表-9 と, 上記の  $F$  の積として求め, 表-10 の右欄外列 (c) に併記した。以下  $T_{wt}$  の計算過程は, 全く (b) 項と同じで, 表

図-11 (a) 2次ねじりモーメント  $T_{w0}$   
(中央スパンを単純桁とした場合)

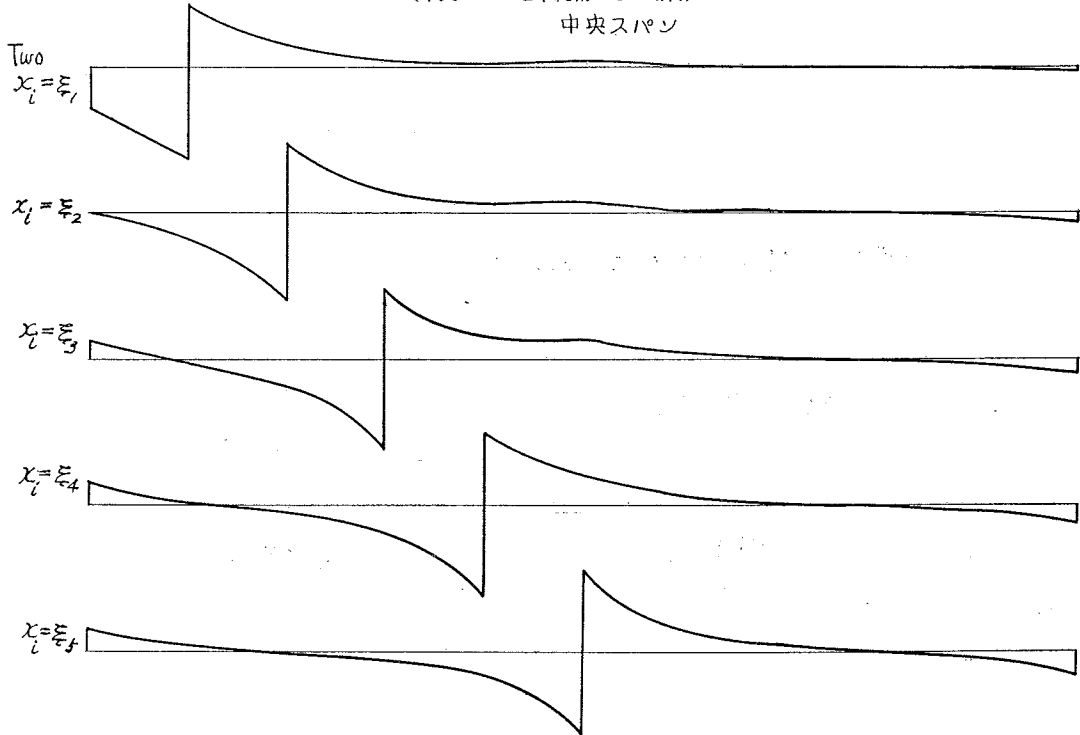
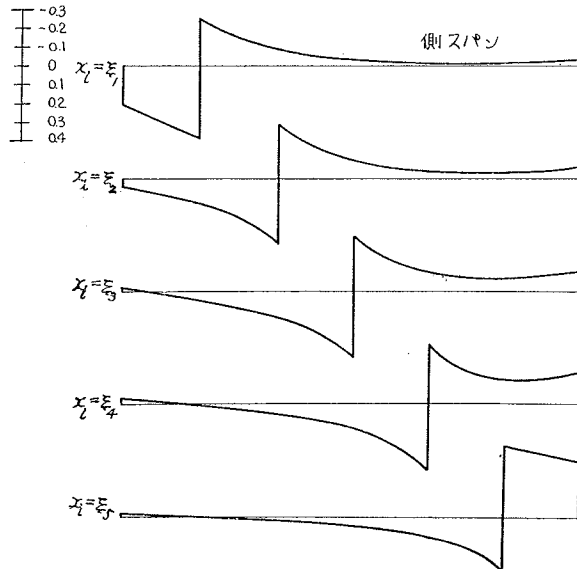


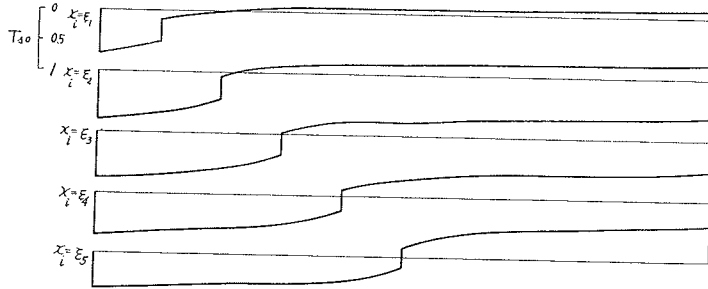
図-11 (b) 2次ねじりモーメント  $T_{w0}$   
(側スパンを単純桁とした場合)



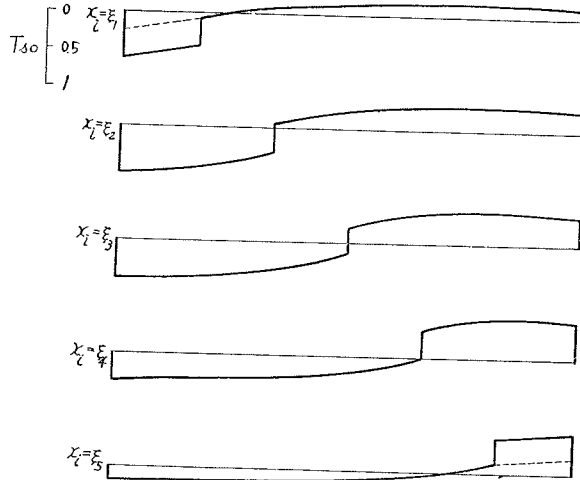
—14~17 の右側 (c) 欄に併記した。ただ 表—15 では、一定値  $\phi(l)/L$  をとる点が (b) 項と異なる。  
 また  $T_{st}$  は、公式 (2-56) によって求め、表—18 右側 (c) 列に掲げた。

$M_{wt}$ ,  $T_{wt}$  および  $T_{st}$  の変化状態を 図—13 に示す。変断面の場合には、単純ねじりにおいても、 $M_{wt}$ ,  $T_{wt}$  が生じ、その分布状況は、変断面の状態によって大変違ってくる事が知れた。

図—12 (a) St. Venant ねじりモーメント  $T_{s0}$   
 (中央スパンを単純桁とした場合)



図—12 (b) St. Venant ねじりモーメント  $T_{s0}$   
 (側スパンを単純桁とした場合)



表—17 2次ねじりモーメント  $T_{w0}$ ,  $T_{wt}$  および  $T_{wb}$   
 Table 17 Secondary Twisting Moment  $T_{w0}$ ,  $T_{wt}$  and  $T_{wb}$

CENTER SPAN							(c)	(d)
$X_n$	$X_i$	$T_{w0}$					$T_{wt}$	$T_{wb}$
		1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$	$M_{wt}^*=1$ unit $10^{-3}$
0		0.16812	0.007354	-0.074079	-0.098887	-0.096962	-0.20543	0.97181
1,000		0.38470 -0.25336	0.10277	0.029699	-0.016799	-0.031341	-0.076042	0.38084
2,000		-0.088582	0.36395 -0.28223	0.10434	0.047614	0.004750	-0.017545	0.14061
3,000		-0.034464	-0.092484	0.36689 -0.28757	0.095130	0.047938	0.025834	0.047439
4,000		-0.016252	-0.041509	-0.093126	0.36252 -0.30039	0.065731	0.065738	0.014447
5,000		-0.023880	-0.049759	-0.083177	-0.13455	0.33575 -0.33575	0.21790	0.003171
6,000		-0.007149	-0.014867	-0.024801	-0.042142	-0.065731	0.065738	0.000890
7,000		-0.002987	-0.006268	-0.010931	-0.019982	-0.047938	0.025834	0.000544
8,000		0.001550	0.003077	0.003968	0.003263	-0.004750	-0.017545	0.000198
9,000		0.007486	0.014995	0.022206	0.028613	0.031341	-0.076042	0.000102
10,000		0.020423	0.040904	0.061052	0.080595	0.096962	-0.20543	0.000093

SIDE SPAN							(c)	(d)
$X_{7z}$	$X_{7t}$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$	$M_{tw}^*=1$
0		0.19743	0.050420	-0.014957	-0.028756	-0.019051	-0.17022	0.94351
1,000		0.38619 -0.25055	0.12649	0.049098	0.010535	-0.000276	-0.067240	0.37667
2,000		-0.086219	0.35480 -0.28566	0.12600	0.054053	0.016530	-0.023763	0.14555
3,000		-0.035020	-0.090061	0.35219 -0.29813	0.12514	0.045823	-0.001544	0.052564
4,000		-0.015431	-0.041446	-0.090150	0.34114 -0.31611	0.104575	0.020668	0.017898
5,000		-0.014985	-0.033555	-0.064469	-0.11817	0.28765 -0.37667	0.066329	0.005965
6,000		-0.034183	-0.070000	-0.11137	-0.17051	-0.27090	0.19491	0.002661

表-18 St. Venant のねじりモーメント  $T_{s0}$ ,  $T_{st}$  および  $T_{sb}$   
 Table 18 St. Venant's Twisting Moment  $T_{s0}$ ,  $T_{st}$  and  $T_{sb}$

CENTER SPAN							(c)	(d)
$X_{7z}$	$X_{7t}$	$T_{s0}$					$T_{st}$	$T_{sb}$
		1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$	$M_{tw}^*=1$ unit $10^{-3}$
0		0.73188	0.79265	0.77408	0.69889	0.59696	1.20543	-0.97181
1,000		0.51530 0.15336	0.69723	0.67030	0.61680	0.53134	1.07604	-0.38084
2,000		-0.011418	0.43605 0.08223	0.59566	0.55239	0.49525	1.01755	-0.14061
3,000		-0.065536	-0.10752	0.33311 -0.01243	0.50487	0.45206	0.97417	-0.047439
4,000		-0.083748	-0.15849	-0.20687	0.23748 -0.09961	0.43427	0.93426	-0.014447
5,000		-0.076120	-0.15024	-0.21682	-0.26545	0.16425 -0.16425	0.78210	-0.003171
6,000		-0.092851	-0.18513	-0.27520	-0.35786	-0.43427	0.93426	-0.000890
7,000		-0.097013	-0.19373	-0.28907	-0.38002	-0.45206	0.97417	-0.000544
8,000		-0.10155	-0.20308	-0.30397	-0.40326	-0.49525	1.01755	-0.000198
9,000		-0.10749	-0.21500	-0.32221	-0.42861	-0.53134	1.07604	-0.000102
10,000		-0.12042	-0.24090	-0.36105	-0.48060	-0.59696	1.20543	-0.000093

SIDE SPAN							(c)	(d)
$X_{7z}$	$X_{7t}$	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	$T=1$	$M_{tw}^*=1$ unit $10^{-3}$
0		0.63590	0.61625	0.51496	0.36209	0.18572	1.17022	-0.94351
1,000		0.44714 0.08388	0.54018	0.45090	0.32280	0.16694	1.06724	-0.377667
2,000		-0.080448	0.31187 -0.04467	0.37400	0.27928	0.15014	1.02376	-0.14555
3,000		-0.13165	-0.24327	0.14781 -0.20187	0.20819	0.12084	1.00154	-0.052564
4,000		-0.15124	-0.29189	-0.40985	-0.007807 -0.35056	0.06209	0.97933	-0.017898
5,000		-0.15168	-0.29978	-0.43553	-0.54850	-0.12098 -0.45666	0.93367	-0.005965
6,000		-0.13248	-0.26333	-0.38863	-0.49616	-0.56243	0.80509	-0.002661

図-13 (a) 単純ねじりによる断面力  
 (中央スパンを自由桁とした場合)

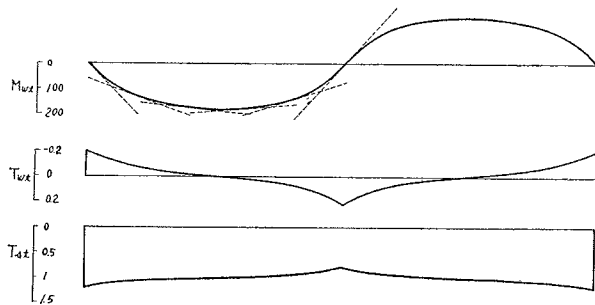
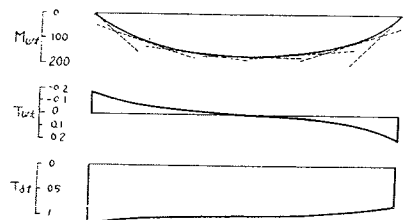


図-13 (b) 単純ねじりによる断面力  
 (側スパンを自由桁とした場合)



(4) 複偶力による自由な箱桁の断面力

両端自由な箱桁の端面  $\xi=0$  に、複偶力が作用する場合に、生じる曲げねじりモーメント  $M_{wb}$  に関する方程式 (2-45) にふくまれる  $\rho_{no}$  の値は、公式 (2-46) より計算した。その値を  $n=1, 2, \dots, r$  に対して、表-4 の左端  $m=0$  の欄外の列に併記した。表-5 にも  $m=0(\xi=0)$  に対応する値を併記してある。

よって表-19 のベクトル  $C$  から逆行列  $(F-\lambda K^*)^{-1}$  を、公式 (2-51) の適用により、表-20 のようにえられた。

次に公式 (1-54) において  $M_{w1}^*=1, M_{w2}^*=0$  とすれば、この場合の荷重項  $G$  が計算できる。それを表-20 の右方に掲げた。よって行列方程式 (2-48) の解  $M_{wb}$  をただちにうる。その結果を表-20 の右端 (d) の列に併記しておいた。

この荷重状態におけるねじりモーメント  $T_{wb}$  は、(c) 項と同じようにして計算できる。途中の計算値は、表-14~18 の右端 (d) 列に併記した。ただ表-15 では、一定値  $-1/L$  をとるところが相異なる。 $M_{wb}, T_{wb}$  および  $T_{sb}$  の変化状態を 図-14 に示す。

表-20 逆行列  $(E-\lambda K^*)^{-1}$ , ベクトル  $G$  および解  $M_{wb}$

Table 20 Inverse Matrix  $(E-\lambda K^*)^{-1}$ , Vector  $G$  and Solution  $M_{wb}$

CENTER SPAN										SPAN	
$(E-\lambda K^*)^{-1}$										G	$M_{wb}$
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
-0.02149	0.71853	-0.17696	-0.08544	-0.04011	-0.02115	-0.00432	-0.00106	-0.00029	-0.00008	0.83900	0.36753
-0.00734	-0.12019	0.64045	-0.217065	-0.10164	-0.05380	-0.010925	-0.002695	-0.00077	-0.00020	0.71272	0.12560
-0.00231	-0.03782	-0.14143	0.61856	-0.23736	-0.125515	-0.025445	-0.00638	-0.00178	-0.00047	0.61694	0.03952
-0.00067	-0.01097	-0.04100	-0.146945	0.60841	-0.311505	-0.06320	-0.01579	-0.00441	-0.00117	0.54743	0.01146
-0.00021	-0.00337	-0.01256	-0.04499	-0.18060	0.49049	-0.18060	-0.04499	-0.01256	-0.00337	0.5	0.00352
-0.00007	-0.00117	-0.00441	-0.01579	-0.06320	-0.311505	0.60841	-0.146945	-0.04100	-0.01097	0.45257	0.00122
-0.00003	-0.00047	-0.00178	-0.00638	-0.025445	-0.125515	-0.23736	0.61856	-0.14143	-0.03782	0.38307	0.00050
-0.00001	-0.00020	-0.00077	-0.002695	-0.010925	-0.05380	-0.10164	-0.217065	0.64046	-0.12019	0.28728	0.00021
-0.000005	-0.00008	-0.00029	-0.00106	-0.00432	-0.02115	-0.04011	-0.08544	-0.17696	0.71853	0.16100	0.000085
SIDE SPAN											
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
-0.022195	0.71682	-0.16991	-0.08050	-0.03635	-0.01445	-0.00796	-0.12404	0.63647	-0.20427	0.72662	0.37961
-0.00796	-0.12404	0.63647	-0.20427	-0.09227	-0.03669	-0.00268	-0.04175	-0.14516	0.60907	0.50243	0.13620
-0.00268	-0.04175	-0.14516	0.60907	-0.21025	-0.08357	-0.00083	-0.01298	-0.045135	-0.14470	0.322555	0.04585
-0.00083	-0.01298	-0.045135	-0.14470	0.59652	-0.19366	-0.00022	-0.00342	-0.01188	-0.03810	0.18211	0.01425
-0.00022	-0.00342	-0.01188	-0.03810	-0.12825	0.63072					0.07622	0.00375

図-14 (a) 複偶力による断面力 (中央スパンを自由桁とした場合)

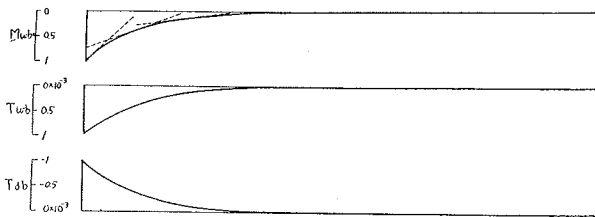
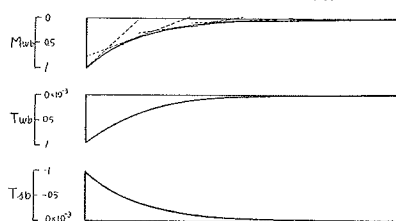


図-14 (b) 複偶力による断面力 (端スパンを自由桁とした場合)



(5) 複偶力を受ける単純箱桁の断面力

箱桁の両端が、単純支持されていれば、第1章において述べたように、大きさ未知の反力トルク  $T^*$  を生じる。その大きさは、公式 (2-62) から容易に計算できる。式 (2-62) にふくまれるような行列  $R_0$  あるいはもっと一般的な式 (2-61) にふくまれる行列  $R_{n-}$  および  $R_{n+}$  をあらかじめ計算しておく。それらを表-21 に示す。続いて  $R_{n\pm} \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w(x_m)} \right]$ ,  $R_{n\pm} \text{Diag} \left[ \frac{Z(x_m)}{GC_w^2(x_m)} \right]$  および  $R_{n\pm} \text{Diag} \left[ \frac{1}{GJ(x_m)} \right]$  をそれぞれ表22, 23 および表-24 に列記した。表中、最上段の行が  $R_0$  に対応する。

かくして、側スパンに関しては、

$$R_0 \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w} \right] \bar{M}_{wb} + R_0 \text{Diag} \left[ \frac{Z}{GC_w^2} \right] \bar{T}_{wb} + R_0 \text{Diag} \left[ \frac{1}{GJ} \right] \bar{T}_{sb} = (0.03761 - 0.01534 - 0.36979) \times 10^{-14} = -0.34752 \times 10^{-14}$$

$$R_0 \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w} \right] \bar{M}_{wt} + R_0 \text{Diag} \left[ \frac{Z}{GC_w^2} \right] \bar{T}_{wt} + R_0 \text{Diag} \left[ \frac{1}{GJ} \right] \bar{T}_{st}$$

$$= (0.08752 + 0.01490 + 3.42708) \times 10^{-11} = 3.52950 \times 10^{-11}$$

表-21 行列  $R_{n+}$  および  $R_{n-}$   
Table 21 Matrix  $R_+$  and  $R_-$

CENTER SPAN											unit $10^9$
0.375	1.16667	0.95833	1	1	1	1	1	0.95833	1.16667	0.375	
0.5	0.375	1.16667	0.95833	1	1	1	1	0.95833	1.16667	0.375	
0.33333	1.33333	0.375	1.16667	0.95833	1	1	1	0.95833	1.16667	0.375	
0.375	1.125	1.125	0.375	1.16667	0.95833	1	1	0.95833	1.16667	0.375	
0.375	1.16667	0.91667	1.16667	0.375	1.16667	0.95833	1	0.95833	1.16667	0.375	
0.375	1.16667	0.95833	0.95833	1.16667	0.375	1.16667	0.95833	0.95833	1.16667	0.375	
0.375	1.16667	0.95833	1	0.95833	1.16667	0.375	1.16667	0.91667	1.16667	0.375	
0.375	1.16667	0.95833	1	1	0.95833	1.16667	0.375	1.125	1.125	0.375	
0.375	1.16667	0.95833	1	1	1	0.95833	1.16667	0.33333	1.33333	0.33333	
0.375	1.16667	0.95833	1	1	1	1	0.95833	1.16667	0.5	0.5	
0.375	1.16666	0.95833	1	1	1	1	1	0.95833	1.16666	0.375	

SIDE SPAN										
0.375	1.16667	0.95833	1	0.95833	1.16667	0.375				
0.5	0.375	1.16667	0.95833	0.95833	1.16667	0.375				
0.33333	1.33333	0.375	1.16667	0.91667	1.16667	0.375				
0.375	1.125	1.125	0.375	1.125	1.125	0.375				
0.375	1.16667	0.91667	1.16667	0.33333	1.33333	0.33333				
0.375	1.16667	0.95833	0.95833	1.16667	0.5	0.5				
0.375	1.16667	0.95833	1	0.95833	1.16667	0.375				

対角線上部  $R_{n+}$   
対角線下部  $R_{n-}$

表-22 行列  $R_{n+} \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w(x)_m} \right]$  および  $R_{n-} \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w(x)_m} \right]$

Table 22 Matrix  $R_{n+} \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w(x)_m} \right]$  and  $R_{n-} \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w(x)_m} \right]$

CENTER SPAN											unit $10^{-17}$
0.10605	0.46948	0.56782	0.90935	1.46924	2.53473	1.46924	0.90935	0.56782	0.46948	0.10605	
0.14140	0.15091	0.69126	0.87146	1.46924	2.53473	1.46924	0.90935	0.56782	0.46948	0.10605	
0.09426	0.20120	0.22219	1.06091	1.40801	2.53473	1.46924	0.90935	0.56782	0.46948	0.10605	
0.10605	0.53655	0.19750	0.34101	1.71412	2.42911	1.46924	0.90935	0.56782	0.46948	0.10605	
0.10605	0.45271	0.66657	0.34101	0.55097	2.95720	1.40801	0.90935	0.56782	0.46948	0.10605	
0.10605	0.46948	0.54314	1.06091	0.55097	1.71412	0.87146	0.90935	0.56782	0.46948	0.10605	
0.10605	0.46948	0.56782	0.87146	0.95053	1.71412	0.87146	0.56782	0.46948	0.10605	0.10605	
0.10605	0.46948	0.56782	0.90935	1.40801	2.95720	0.55097	1.06091	0.54314	0.46948	0.10605	
0.10605	0.46948	0.56782	0.90935	1.46924	2.42911	0.55097	1.71412	0.66657	0.45271	0.10605	
0.10605	0.46948	0.56782	0.90935	1.46924	2.53473	1.40801	0.34101	0.19750	0.53655	0.09426	
0.10605	0.46948	0.56782	0.90935	1.46924	2.53473	1.46924	1.06091	0.22219	0.20120	0.14140	
0.10605	0.46948	0.56782	0.90935	1.46924	2.53473	1.46924	0.87146	0.69126	0.15091	0.10605	

SIDE SPAN										
0.10605	0.44170	0.49703	0.72984	1.01617	1.86789	0.95053				
0.14140	0.14198	0.60508	0.69943	1.01617	1.86789	0.95055				
0.09426	0.18930	0.19449	0.85148	0.97200	1.86789	0.95055				
0.10605	0.50480	0.17288	0.27369	1.19290	1.80117	0.95053				
0.10605	0.42592	0.58347	0.27369	0.35345	2.13472	0.84491				
0.10605	0.44170	0.47542	0.85148	0.39763	0.80052	1.26737				
0.10605	0.44170	0.49703	0.69943	1.23707	0.60039	1.26737				
0.10605	0.44170	0.49703	0.72984	1.01617	1.86789	0.95053				

対角線上半  $R_{n+} \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w(x)_m} \right]$   
対角線下半  $R_{n-} \text{Diag} \left[ \frac{1}{EC_w(x)_m} \right]$

表-23 行列  $R_{n+}\text{Diag}\left[\frac{Z(x_m)}{GC^2_w(x_m)}\right]$  および  $R_{n-}\text{Diag}\left[\frac{Z(x_m)}{GC^2_w(x_m)}\right]$

Table 23 Matrix  $R_{n+}\text{Diag}\left[\frac{Z(x_m)}{GC^2_w(x_m)}\right]$  and  $R_{n-}\text{Diag}\left[\frac{Z(x_m)}{GC^2_w(x_m)}\right]$

CENTER SPAN										unit 10 <sup>-11</sup>
0.05918	0.22655	0.23568	0.32339	0.44754	0.66636	0.44754	0.32339	0.23568	0.22655	0.05918
0.07891	0.07282	0.28692	0.30991	0.44754	0.66636	0.44754	0.32339	0.23568	0.22655	0.05918
0.05261	0.25892	0.09222	0.37728	0.42889	0.66636	0.44754	0.32339	0.23568	0.22655	0.05918
0.05918	0.21846	0.08198	0.12127	0.52214	0.63859	0.44754	0.32339	0.23568	0.22655	0.05918
0.05918	0.22655	0.27667	0.12127	0.16783	0.77742	0.42889	0.32339	0.23568	0.22655	0.05918
0.05918	0.22655	0.22544	0.37728	0.16783	0.24988	0.52214	0.30991	0.23568	0.22655	0.05918
0.05918	0.22655	0.23568	0.30991	0.52214	0.77742	0.16783	0.37728	0.22544	0.22655	0.05918
0.05918	0.22655	0.23568	0.32339	0.42889	0.7742	0.16783	0.12127	0.27667	0.21846	0.05918
0.05918	0.22655	0.23568	0.32339	0.44754	0.63859	0.52214	0.12127	0.08198	0.25892	0.05918
0.05918	0.22655	0.23568	0.32339	0.44754	0.66636	0.42889	0.37728	0.09222	0.09710	0.07891
0.05918	0.22655	0.23568	0.32339	0.44754	0.66636	0.44754	0.30991	0.28692	0.07282	0.07891
0.05918	0.22655	0.23568	0.32339	0.44754	0.66636	0.44754	0.32339	0.23568	0.22655	0.05918

SIDE SPAN										
0.05918	0.21847	0.21704	0.28050	0.34311	0.55466	0.24988				
0.07891	0.07022	0.26423	0.26882	0.34311	0.55466	0.24988				
0.05261	0.24968	0.08493	0.32726	0.32819	0.55466	0.24988				
0.05918	0.21067	0.07549	0.10519	0.40278	0.53485	0.24988				
0.05918	0.21847	0.20761	0.10519	0.11934	0.63390	0.22212				
0.05918	0.21847	0.21704	0.13426	0.13426	0.23771	0.33318				
0.05918	0.21847	0.21704	0.26882	0.41770	0.17828	0.33318				
0.05918	0.21847	0.21704	0.28050	0.34311	0.55466	0.24988				

対角線上半  $R_{n+}\text{Diag}\left[\frac{Z(x_m)}{GC^2_w(x_m)}\right]$   
 対角線下半  $R_{n-}\text{Diag}\left[\frac{Z(x_m)}{GC^2_w(x_m)}\right]$

表-24 行列  $R_{n+}\text{Diag}\left[\frac{1}{GJ(x_m)}\right]$  および  $R_{n-}\text{Diag}\left[\frac{1}{GJ(x_m)}\right]$

Table 24 Matrix  $R_{n+}\text{Diag}\left[\frac{1}{GJ(x_m)}\right]$  and  $R_{n-}\text{Diag}\left[\frac{1}{GJ(x_m)}\right]$

CENTER SPAN										unit 10 <sup>-11</sup>
0.10080	0.39939	0.43043	0.61252	0.88010	1.36221	0.88010	0.61252	0.43043	0.39939	0.10080
0.13441	0.12838	0.52402	0.58699	0.88010	1.36221	0.88010	0.61252	0.43043	0.39939	0.10080
0.08961	0.17117	0.16843	0.71461	0.84343	1.36221	0.88010	0.61252	0.43043	0.39939	0.10080
0.08961	0.45645	0.14972	0.22969	1.02679	1.30545	0.88010	0.61252	0.43043	0.39939	0.10080
0.10080	0.38513	0.50530	0.22969	0.33004	1.58925	0.84343	0.61252	0.43043	0.39939	0.10080
0.10080	0.39939	0.41172	0.71461	0.33004	0.51083	1.02679	0.61252	0.43043	0.39939	0.10080
0.10080	0.39939	0.43043	0.58699	1.02679	0.51083	1.02679	0.58699	0.43043	0.39939	0.10080
0.10080	0.39939	0.43043	0.61252	0.84343	1.58925	0.33004	0.71461	0.41172	0.39939	0.10080
0.10080	0.39939	0.43043	0.61252	0.88010	1.30545	0.33004	0.22969	0.50530	0.38513	0.10080
0.10080	0.39939	0.43043	0.61252	0.88010	1.36221	0.84343	0.71461	0.14972	0.45645	0.08961
0.10080	0.39939	0.43043	0.61252	0.88010	1.36221	0.88010	0.58699	0.52402	0.17117	0.13441
0.10080	0.39939	0.43043	0.61252	0.88010	1.36221	0.88010	0.61252	0.43043	0.12838	0.13441
0.10080	0.39939	0.43043	0.61252	0.88010	1.36221	0.88010	0.61252	0.43043	0.39939	0.10080

SIDE SPAN										
0.10080	0.38292	0.39167	0.52164	0.65798	1.09775	0.51083				
0.13441	0.12308	0.47686	0.49990	0.65798	0.09775	0.51083				
0.08961	0.16411	0.15328	0.60858	0.62937	1.09775	0.51083				
0.08961	0.43761	0.13624	0.19561	0.77242	1.05855	0.51083				
0.10080	0.36924	0.45982	0.19561	0.22886	1.25458	0.45407				
0.10080	0.38292	0.37467	0.60858	0.25747	0.47047	0.68111				
0.10080	0.38292	0.39167	0.49990	0.80103	0.35285	0.68111				
0.10080	0.38292	0.39167	0.52164	0.65798	1.09775	0.51083				

よって

$$T^* = -\frac{0.34752 \times 10^{-14}}{3.52950 \times 10^{-11}} = 0.098461 \times 10^{-3}$$

全く同じようにして、中央スパンに関しては、

$$T^* = 0.061834 \times 10^{-3}$$





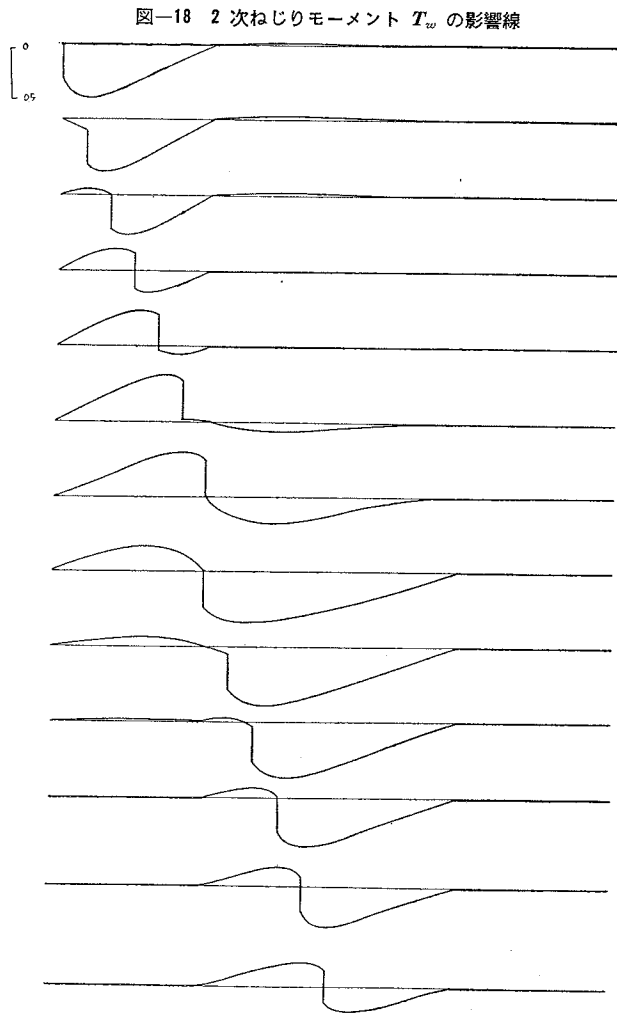
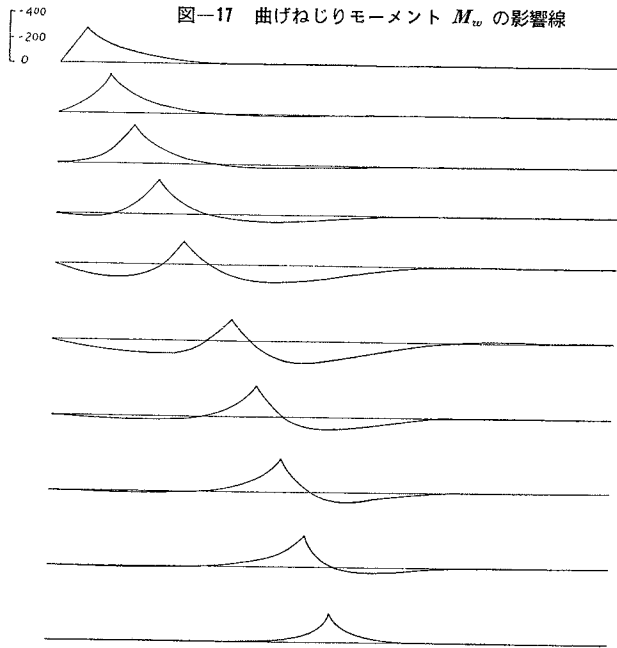
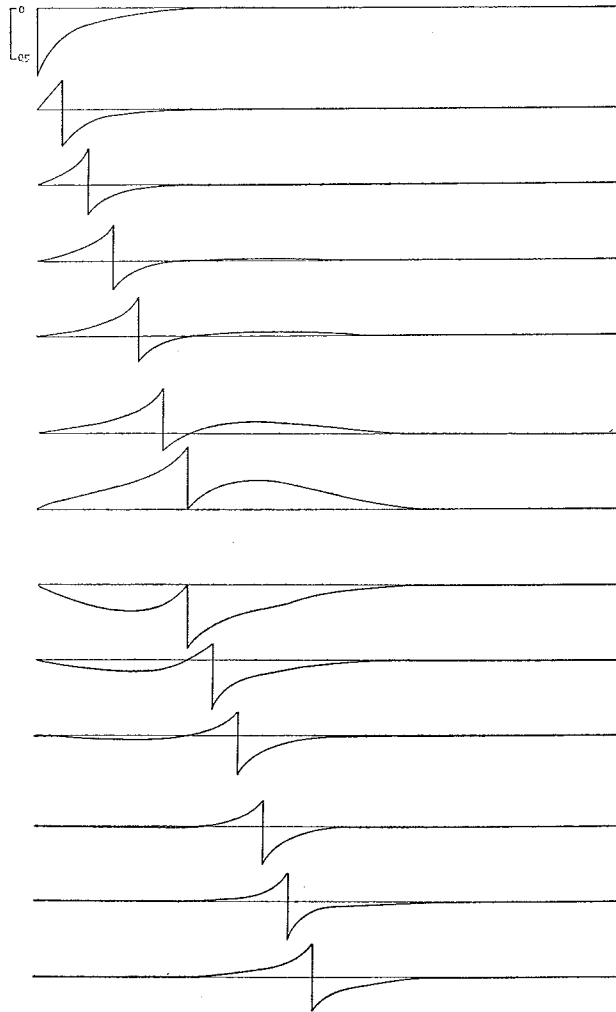


図-19 St. Venant ねじりモーメント  $T_s$  の影響線

## 7. 結 言

漸変する変断面を有する連続箱桁橋が、偏心荷重を受けた場合について、曲げねじり理論を適用して、次の順序で解析を行なった。

(1) 変断面の単純箱桁橋に外力トルクが作用する場合について、3種類の断面力  $M_{w0}$ ,  $T_{w0}$  および  $T_{s0}$  を計算する。

(2) 自由な箱桁橋の両端に複偶力が、作用する場合について、3種類の断面力  $M_{wb}$ ,  $T_{wb}$  および  $T_{sb}$  を計算する。

(3) 自由な箱桁橋の両端に1対の外力トルクが作用する場合について、3種類の断面力  $M_{wt}$ ,  $T_{wt}$  および  $T_{st}$  を計算する。

(4) 単純箱桁橋の端面に、複偶力が作用する場合について、3種類の断面力  $M_{wm}$ ,  $T_{wm}$  および  $T_{sm}$  を計算する。

(5) ねじりを受ける、変断面連続箱桁橋の支点曲げねじりモーメントに関する弾性方程式を組立てて、それを解く。

(6) 弾性方程式の解から、連続箱桁橋の等分点における断面力  $M_w$ ,  $T_w$  および  $T_s$  に関する影響線をうる。

(7) 連続箱桁橋の主要部材内の各部応力および箱桁橋全体として、ねじり角を計算する。

本薄肉構造理論の特長は、格子桁理論では、明確に把握できないところの<sup>1),6)</sup>床板部の主桁作用による応力の流れを求められる点にある。そのような応力は、鋼床板橋梁において、特に重要であることを痛感するものである。

さらに以上の数値計算が、できる限り Systematically に、実行できるように留意し、努めて行列計算の形式に変換するようにした。

工学的曲げ理論による変断面連続桁橋の計算においてもそうであるが、支間を何等分かつた時の各断面における断面諸量の算定、および弾性方程式の係数や荷重項の決定など、かなり手数を要する。しかし本文の数値計算例でも認められるように計算過程式において、実用上の立場から、さらに一層の省略ないし統一化ができそうな部分が散見される。

従って計算労力を極力節約しようとするときには、かなり思切った簡略化も考慮できる。しかし本文では、一応理論的基盤に忠実に根を下したところの厳格な数値計算の結果を明瞭にし、以上のような目標に対して1つの資料をえようとしたものである。そういった意味においても、本文がこの種薄肉構造物の力学的研究のために少しでも役立てば、とひたすら願っている。

最後に本文は、薄肉構造理論の橋梁工学への適用に関する研究の一部である。本研究全般にわたって、京都大学教授 小西博士の御指導を仰いだことに対し、深く感謝するものである。また研究に際し、日頃から御援助を賜わっている大阪市立大学 橋 善雄教授に厚く謝意を表する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) 小西一郎：新しい道路橋，昭和33年度土木学会夏季講習会テキスト，新しい建設工法 p 31~58 1958. 8月
- 2) 岡本舜三：極限設計法 (I)，土木学会誌第43巻第8号 p 41~46 1958. 8月
- 3) 小西一郎・小松定夫・大橋昭光，合成箱桁橋の応力解析と設計計算法，土木学会論文集第25号，1955. 3月
- 4) 小西一郎・小松定夫，箱桁橋の立体的応力解析，土木学会論文集第43号 p 1~10 1957. 2月
- 5) 小西一郎・小松定夫・福本秀士：桁橋の軽量化と箱桁橋について，第5回橋梁・構造工学研究発表会論文集 p 161~169 1958. 9月
- 6) 小西一郎・福本秀士：箱桁橋の模形による実験的研究，第12回年次学術講演会講演概要 p 177~178, 1957. 5月
- 7) Schnadel G.: Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft 1926
- 8) Bescoter S.U.: NACA T.N. 2529 1951
- 9) Flüge W. u. Marguerre K.: Ingenieur Archiv Bd. XVIII Heft, 1 1950 S 23-38
- 10) Wansleben E.H.F.: Die Theorie der Drillfestigkeit von Stahlbauteilen 1956
- 11) Stüssi F.: Baustatik I. 1953
- 12) Bescoter S.U.: Journal of Applied Mechanics Vol.21 No.1 P 25-34 1954
- 13) Pettersson O.: Publication of IABSE Vol.15 P 167-186 1955
- 14) Schaechterle K. u. Wintergerst L.: Bauingenieur 27 Jahrgang Heft, 1 S 1-20 1952
- 15) Konishi I. S. Komatsu and Y. Fukumoto: Theoretical and Experimental Researches on continuous Box Girder Bridges Publications of IABSE Vol.19 Sept. 1959 p 133-164
- 16) Zurmühl R.: Matrizen 1958

(受稿受付：昭.34.11.2)

昭和 35 年 9 月 5 日 印刷

昭和 35 年 9 月 10 日 発行

土木学会論文集 第 69 号・別冊 (3-3) 定価 200円 (〒 10 円)

著 者 大阪市北区西扇町 12 大阪市立大学 工学部 小松 定夫  
 編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土木学会 末 森 猛 雄  
 印 刷 者 東京都港区赤坂溜 5 池番地 株式会社 技 報 堂 大 沼 正 吉

発 行 所 社 団 法 人 土 木 学 会 振替東京 1 6 8 2 8 番

東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話 (351) 5 1 3 8 番