

粘土の圧密に関するレオロジー的考察

正員 柴 田 徹*

RHEOLOGICAL STUDIES ON THE CONSOLIDATION OF CLAY

By Dr. Eng., Toru Shibata, C.E. Member

Synopsis: In this paper, applying the concept deduced from the microscopic viewpoint and assuming that the spring constants of clay is a function of the total stress at the stress range upper than the pre-consolidation stress, a new fundamental formula concerning the secondary compression and the ultimate amount of compression is derived. By this formula, the results of long duration oedometer tests of clays are satisfactorily explained. The values of rheological constants which influence the rate of settlement of clay are computed and the magnitudes of secondary compression of Alluvial and Diluvial clays are compared quantitatively. Further, the compression index and compressibility coefficient of clay deduced from the author's theory are considered and the temperature effect on consolidation is discussed.

要 旨 粘土のレオロジーに関する基礎理論を圧密現象の解明に拡張して同一原理から出発した一次圧密、二次圧密の理論式を誘導し、本理論を用いることにより Buisman の“secular law”の証明はもとより、処女圧密曲線の直線性や圧縮指数あるいは圧縮係数の説明が矛盾なくできることを示した。また二種類の粘土を用いて長期圧密試験を行ない、その結果を解析して圧密沈下量～時間関係、二次圧密速度あるいは脱水過程中に生じる二次圧密量等の現象がすべて理論的に解明できることを明らかにした。さらに二次圧密速度の温度による影響を明らかにし、既往の実測値との対比を試みてよく一致することを示した。

1. 緒 論

Terzaghi の圧密理論は、粘土層の圧密速度に厳密な理論的根拠を与えたことのみでなく、土の強度など多くの重要な問題に関連のある間げき水圧に着眼した点でその価値が高く評価されている。しかし Terzaghi 理論の根拠となつている単純な力学的考えによつては説明することができない複雑な現象の一つに粘土の二次圧密がある。これを最初に指摘したのは Taylor, D.W. と Merchant, W.¹⁾ (1940) であつて、彼らは二次圧密速度はついで起こるべき二次圧密全量に比例すると仮定して、これを Terzaghi の式に入れて解いた結果を示した。それによると、粘土層が厚い場合には全圧密量は Terzaghi 理論から推定される値にほとんど等しくなる。Taylor²⁾ (1942) はさらに全有効応力は圧密度に無関係な二つの弾性抵抗および粘性抵抗の三項より成るものとし、粘性抵抗はヒズミ速度に比例すると仮定して圧密の理論式を解いたが、これを結果的にみれば石井博士³⁾ (1949) の解と同じく、粘土の力学模型としてスプリングと Voigt 要素を直列に組み合わせた三要素模型を仮定したことになり、石井博士はこの場合にも粘土層が非常に厚ければ二次圧密は Terzaghi 理論で説明できる一次圧密にふくまれることになるのとべている。また Tan, T.K.⁴⁾ (1954) は粘土を Maxwell 要素にて表わし、若干のコロイド化学的考えを付加して圧密とクリープの項をとり入れた変形の式をたて、それをある境界条件のもとで解いて粘土の二次的時間効果を解明した。その他 Koppejan, A.W.⁵⁾ (1948), Suklje, L.⁶⁾ (1958) 等の研究があるが、いずれも本質的には Terzaghi や Taylor の理論と変わるところはない。すなわちこれらの研究は実際に生起する現象に合致するよう、Maxwell 要素、Voigt 要素などを組み合わせた多要素模型で粘土の挙動をあらわすように試みたものであつて、長時間にわたる粘土の変形過程をあらわすには不十分なことが認められており、いたずらに力学模型の要素配置が複雑になるばかりで、さらに粘土物性の本質にも触れ得ない無意味なものとなつている欠点がある。この一般的な弊に陥らないためには、粘土構造を考慮に入れた微視的な取扱いに重点をおくほかはないと考えられ、著者はこの観点より粘土のレオロジーに関する基礎理論を圧密現象の解析に適用することを試みた。

また従来の研究には過圧密粘土と正規圧密粘土の物性、力学性の相違を考慮に入れた理論解を与えたものは無い。すなわち先行圧縮応力という明確な限界応力の存在を無視して、例えば圧密過程における応力～ヒズミ関係を全応力範囲に対して同一式であらわす試みは、石井博士ら⁷⁾ が先行荷重付近で粒子構造が変化するためと考えなければ解釈できないデータを報告した一例によつても明らかのように、実際の現象とは合致しない。さらに、

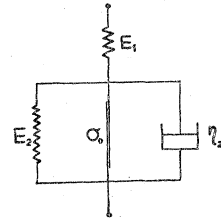
* 京大工学博士，京都大学助教授，防災研究所

処女圧密曲線の直線性，二次圧密速度，一次圧密過程中に生じるクリープ量，圧縮指数，圧密におよぼす温度効果等を統一理論から説明し得たものはない。著者はここに指摘した種々の欠点を，いずれも一つの原理より出発した統一理論によつて説明し得たので以下に報告する。

2. 著者の圧密理論

従来は粘土のレオロジー的特性の表現に，しばしば単純な要素を組み合わせた力学模型で記述する方法がとられていたが，これは粘土物性の本質を知る上には必ずしも有利でないので，著者は粘土の粘性に対して統計力学的に導いた構造粘性を導入することを試み，変形および強度特性に関する理論式が誘導できることをすでに報告した⁹⁾。その要点は粘土骨格が図-1の力学模型——一個のスプリング（弾性係数 E_1 ）と，下限降伏値 σ_0 に相当するスライダを並列に加えた modified Voigt 要素（弾性係数 E_2 ，粘性係数 η_2 ）とを直列に組み合わせたもの——で表現できることであつた。ただし粘性係数 η_2 は単純なダッシュポットでなく，rate process の立場から誘導した粘性式

図-1 粘土の力学模型



$$\eta_2 = \frac{1}{A_2 \sinh\left(\frac{B_2 \sigma_2}{\sigma - \sigma_0}\right)} \dots\dots\dots (1)$$

であらわれ，また modified Voigt 要素のヒズミ速度 $d\varepsilon_2/dt$ は

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = A_2(\sigma - \sigma_0) \sinh\left(\frac{B_2 \sigma_2}{\sigma - \sigma_0}\right) \dots\dots\dots (2)$$

であらわされることであつた。ここに ε_2 ；modified Voigt 要素のヒズミ， σ ；全応力， σ_2 ；ダッシュポット η_2 に加わる応力， σ_0 ；下限降伏値， A_2, B_2 ；レオロジー常数である。

(1) 一次圧密理論

理論の詳細は文献 8) に発表したもので，ここでは要点のみを述べると，一次圧密すなわち間げき水圧が生じている過程では，式 (2) は

$$\sinh\left(\frac{B_2 \sigma_2}{\sigma - \sigma_0}\right) = \frac{B_2 \sigma_2}{(\sigma - \sigma_0)} \dots\dots\dots (3)$$

となつて結果的には Taylor あるいは石井博士の理論と同型になる。すなわち圧密度 U と時間 t の関係は

$$E_1 k (n\pi/2h)^2 \ll A_2 B_2 E_2 \text{ の場合には } U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} \exp\left\{-\left(\frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2}\right) k \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 t\right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに k ；透水係数， $2h$ ；粘土層の厚さであつて，Terzaghi が「土粒子構造骨格は完全弾性スプリングの作用をなす」という仮定のもとに導いた圧密方程式と同一になる。また

$E_1 k (n\pi/2h)^2 \gg A_2 B_2 E_2$ の場合には

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \frac{E_2}{E_1 + E_2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} \exp\left(-E_1 k \frac{n^2 \pi^2}{4h^2} t\right) - \frac{8}{\pi^2} \frac{E_1}{E_1 + E_2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} \exp(-A_2 B_2 E_2 t) \dots\dots\dots (5)$$

となり，粘性係数が無視できないほど大きいため一次圧密過程においても $U \sim t$ 関係をあらわす式 (5) の右辺第二項で示される Terzaghi 的な弾性圧密と第三項で示される Voigt 要素によるクリープとの両方の効果が現われてくる。なお粘土の有効応力が先行圧縮応力以上の値になると，弾性係数 E_1, E_2 はその有効応力の関数として変化することになるが，詳細は次に述べる。

(2) 二次圧密理論

二次圧密は他の材料の過大応力による塑性状態下のクリープに類似の現象である⁹⁾から，著者のクリープ理論が適用できるわけであるが，正規圧密粘土と過圧密粘土の力学的挙動を比較すると顕著な差異がみられることは周知の事実である。従つてここでは粘土の応力履歴によつて過圧密と正規圧密の場合にわけて，二次圧密に対して理論的考察を行なう。

a) 過圧密粘土の場合 一次圧密過程においては，載荷荷重が間げき水によつて分担されるために圧密の解析式としては式 (3) の成立を仮定したのであるが，二次圧密過程に入ると間げき水圧は消失するので，載荷荷重の全部が有効応力となり，もはや近似的にも式 (3) が成立すると考えることはできない。よつて式 (2) の原形を用いねばならないが，下限降伏値 (σ_0) は載荷応力にくらべて小さいから σ_0 を無視すると，

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = A_2 \cdot \sigma \cdot \sinh\left(\frac{B_2 \sigma_2}{\sigma}\right) \dots\dots\dots (6)$$

を得る。この場合には一次圧密過程と異なつて粒子構造骨格に作用する全応力 σ は一定であり，また過圧密粘土を対象としているから有効応力 σ は先行圧縮応力 σ_0 よりも小さい。従つて全ヒズミ ε と時間 t の関係は，前述

したような一次元圧密の場合の σ をとれば、文献 8) に説明したクリープ方程式と同様に次の連立方程式を解いて求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_1 + \epsilon_2 \\ \sigma &= \epsilon_1 E_1 \\ \sigma &= \epsilon_2 E_2 + \frac{\sigma}{B_2} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{A_2 \sigma} \frac{d\epsilon_2}{dt} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ただし ϵ_1 は σ による要素 E_1 の変形ヒズミである。

式 (7) を解いた結果は $0 < \epsilon_2 < \frac{\sigma}{2 B_2 E_2} (2 B_2 - 1)$

の範囲では $\epsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{E_2} \left(1 + \frac{1}{B_2} \log A_2' B_2 E_2 t \right) \dots\dots\dots (8)$

ここに $A_2' = A_2/2$ であり、また $\epsilon_2 > \frac{\sigma}{2 B_2 E_2} (2 B_2 - 1)$ の場合には、 ϵ は t とともに次式の $\epsilon_{t \rightarrow \infty}$ に漸近する。

$$\epsilon_{t \rightarrow \infty} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \sigma \dots\dots\dots (9)$$

すなわち式 (8) は二次圧密をふくめた初期の全圧密ヒズミを表わすが、相当時間経過ののちにはヒズミは式 (9) の値に漸近することが説明できる。

b) 正規圧密粘土の場合 先行圧密荷重 (σ_c) を越えた応力を載荷して圧密を行なうと、以上に述べた場合と異なり粘土の配向粒子の整列度は次第に整えられ、Salas, J.A.J.¹⁰⁾ らも述べているように粒子は圧密応力の方向に垂直に配向するにいたる。その結果、粘土の物性、力学的には σ_c を限界として顕著な相違が現われる。

粒子全体としての整列配向度が高くなると、加えられる外力に対して粒子部分は常に圧密応力に対応のごとく配向し、その分布を一様を受けて強度、弾性等の力学的性が顕著に発揮されるようになる。

さて 図-1 に示した力学模型のスプリング (E_1, E_2) は粒子自体の変形および粒子間の相互位置並びに配向状態の変化に対応するものであるから、上述のごとく粒子の整列配向度が高められるような応力範囲では弾性係数 E を応力の関数 $E(\sigma)$ と考えるのが妥当である。

いま粒子間隔を d とし、これに応力 σ が作用したときの弾性係数 $E(\sigma)$ は

$$E(\sigma) = \frac{\sigma}{\frac{\sigma_c}{E_c} + \left\{ 1 - \left(\frac{d}{d_0} \right) \right\}} \dots\dots\dots (10)$$

ここに E_c ; $\sigma < \sigma_c$ における弾性係数、 d_0 ; 初期粒子間隔、で示されるが、ここで Salas, J.A.J.¹⁰⁾ らが粘土の圧縮性を説明する際に用いた仮定、あるいは Macey, H.H.¹¹⁾ の説明に従つて、圧縮力を受けて平衡している粘土の圧縮力 σ は粒子間の相互距離を d としたとき、 $\sigma = K_1 \exp(-K_2 d)$ 、(K_1, K_2 は常数) にて表わされるとすれば、 d の値

$$d = \frac{1}{K_2} \log \frac{K_1}{\sigma}, \quad d_0 = \frac{1}{K_2} \log \frac{K_1}{\sigma_c}$$

$$E(\sigma) = \frac{\sigma}{\frac{\sigma_c}{E_c} + \frac{1}{d_0 K_2} \log \frac{\sigma}{\sigma_c}} = \frac{\sigma}{\frac{\sigma_c}{E_c} + \frac{1}{E'} \log \frac{\sigma}{\sigma_c}} \dots\dots\dots (11)$$

ここに

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{d_0 K_2} = \text{const.}$$

従つて式 (8) に対応して t 時間後の圧密ヒズミ ϵ は

$$\epsilon = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \sigma_c + \left(\frac{1}{E_1'} + \frac{1}{E_2'} \right) \log \frac{\sigma}{\sigma_c} + \left(\frac{\sigma_c}{B_2 E_2} + \frac{1}{B_2 E_2'} \log \frac{\sigma}{\sigma_c} \right) \log \frac{A_2' B_2 \sigma t}{\frac{\sigma_c}{E_2} + \frac{1}{E_2'} \log \frac{\sigma}{\sigma_c}} \dots\dots\dots (12)$$

となる。また相当時間経過後の全圧密ヒズミは式 (9) に対応して

$$\epsilon_{t \rightarrow \infty} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \sigma_c + \left(\frac{1}{E_1'} + \frac{1}{E_2'} \right) \log \frac{\sigma}{\sigma_c} \dots\dots\dots (13)$$

となり、これを間げき比 e の関係に書きなおすと

$$e = e_0 - (1 + e_0) \left\{ \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \sigma_c + \left(\frac{1}{E_1'} + \frac{1}{E_2'} \right) \log \frac{\sigma}{\sigma_c} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

となつて、従来、単に経験的に認められてきた $e \sim \log \sigma$ 曲線が処女圧密曲線部分で直線となることが理論的に説明できる。ただし e_0 は初期間げき比である。また式 (14) より、 $e \sim \log \sigma$ 曲線の処女圧密部分の直線の勾配

すなわち圧縮指数 C_c は

$$C_c = 2.3(1 + e_0) \left(\frac{1}{E_1'} + \frac{1}{E_2'} \right) \dots\dots\dots (15)$$

にて表わされ、圧縮指数は初期間げき比によつて一義的に決まることになる。

3. 圧密実験と考察

2.において誘導した著者の圧密理論の妥当性を検照し、さらに粘土の圧密諸特性が理論的に説明できることを示すために種々の実験と考察を行なつた。

(1) 試料と実験装置

実験に用いた試料は大阪市大正区泉尾難波島において固定ピストン型薄肉サンブラー（内径73 mm, 肉厚約1 mm, 試料長760 mm）によつて採取した乱さない飽和粘土であつて、沖積層および洪積層の代表的な粘土である。

試料の性質を表-1にまとめて示す。

長期圧密試験のための供試体は直径60 mm, 高さ20 mmの円柱形に削り出し、応力の履歴による影響を無くするためにすべて新鮮試料（一荷重で圧密させた試料を再び使用しない）を用いて一連の実験を行なつた。

その実験装置は標準圧密試験機を利用したもので、最大荷重強度25.6 kg/cm²まで載荷可能である。なお実験室床と試験機の間には厚さ約5 cmのゴムスポンジを入れて外界よりの振動による影響を防止するようにした。

(2) 長期圧密試験

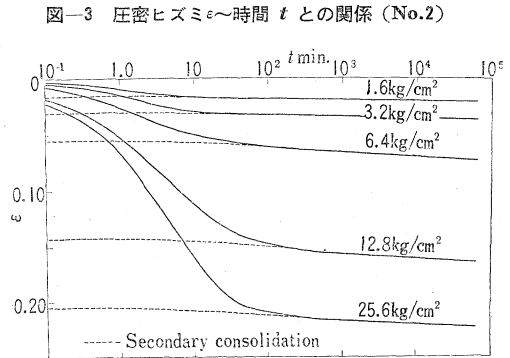
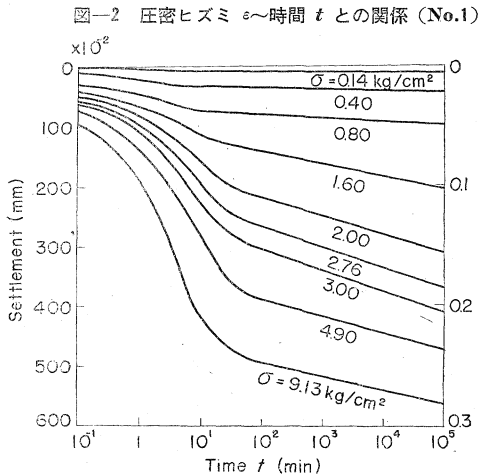
試料 No.1, No.2 の、それぞれ同一物性の新鮮試料について約6カ月間の長期圧密試験を実施した。載荷荷重強度は試料 No.1; 0.14, 0.40, 0.80, 1.60, 2.00, 2.76, 3.00, 4.90, 9.13 kg/cm² 試料 No.2; 1.60, 3.20, 6.40, 12.8, 25.6 kg/cm² である。なおいずれの供試体においても試験に先立つて加圧板を供試体上面に設置したのち、水浸箱内の水位を加圧板のポーラスストーンが浸る程度にして約24時間静置して十分に吸水膨張させた。

長期圧密試験の結果得た圧密ヒズミ ϵ ~ 時間 t 関係を半対数紙上に描くと 図-2 (試料 No.1), 図-3 (試料 No.2) となり、これらの図からわかることは

(1) 圧密荷重が先行圧縮荷重以下または以上の試験において二次圧密量は時間の対数に比例して増加し、Buisman, K. の“secular law”があてはまる。従つて著者の理論式(8)または(12)が先行圧縮荷重以下または以上の応力範囲で成立する。

(2) 試料 No.1とNo.2の二次圧密特性を比較すると、No.1は二次的時間効果が顕著であり、ある限界応力 ($\sigma = 2.0$ kg/cm²) 以下では二次圧密ヒズミ ~ 時間対数関係を示す直線の勾配は応力の増加とともに大きくなる

試料	採取深度	粘土含有量	含水比	間げき比	LL	PL	最大先行荷重
No. 1 (沖積粘土)	16 m	51%	71.8%	1.78	100%	31%	1.9 kg/cm ²
No. 2 (洪積粘土)	44 m	53%	32.5%	1.20	69%	30%	6.2 kg/cm ²



が、 $\sigma=2.0 \text{ kg/cm}^2$ 以上の応力に対しては直線の勾配はほとんど変化しない。また試料 No.2 についても $\sigma=6.4 \text{ kg/cm}^2$ を限界にして同様の傾向がある。この特性が式 (8) または (12) より理論的に説明できることは次に述べる。また上述の限界応力が先行圧縮応力に一致することも後に詳述する。

(3) 二次圧密速度

二次圧密の沈下速度として、半対数紙上にプロットした二次圧密曲線の勾配 ($d\epsilon/d \log t$) と応力 σ の関係を明らかにする。式 (8) または (12) より、上述のヒズミ速度を求めると、

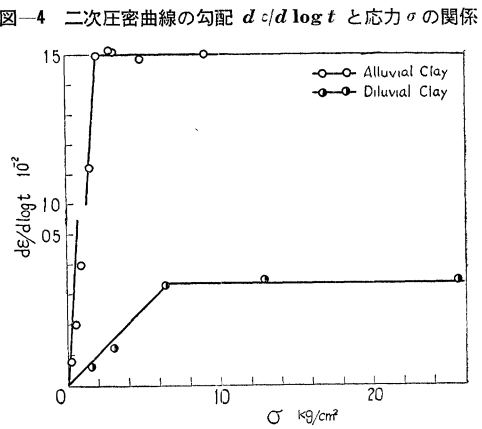
過圧密粘土の場合；
$$\frac{d\epsilon}{d \log t} = \frac{\sigma}{B_2 E_2} \dots\dots\dots (16)$$

正規圧密粘土の場合；
$$\frac{d\epsilon}{d \log t} = \frac{\sigma_c}{B_2 E_2} + \frac{1}{B_2 E_2'} \log \frac{\sigma}{\sigma_c} \dots\dots\dots (17)$$

となる。すなわち長期圧密試験の結果、二次圧密過程に入った部分の圧密ヒズミ ϵ と時間対数 $\log t$ の関係を解析すると、

- (1) 過圧密粘土に対しては式 (16) に示すように $d\epsilon/d \log t \sim \sigma$ 関係は直線となり、
- (2) 正規圧密粘土では式 (17) より明らかなごとく $d\epsilon/d \log t$ と $\log \sigma$ が直線になるはずである。

図-4 は 図-2 および図-3 より二次圧密直線の勾配を求め、応力に対してプロットしたものであつて、試料 No.1, No.2 ともにある限界応力 (No.1; 2.0 kg/cm^2 , No.2, 6.4 kg/cm^2) 以下の応力範囲では $d\epsilon/d \log t$ は σ に比例して増加する。これら限界応力の値は 表-1 の、 $e \sim \log p$ 曲線より求めた最大先行圧縮荷重にほとんど一致することから、過圧密粘土に対しては式 (16) が成立することがわかる。従つて図-4 のデータから式 (16) にふくまれる常数 $B_2 E_2$ を計算することができ、その結果を表-2 に示す。



また図-4 より明らかなごとく、上述の限界応力を越えた応力範囲では $d\epsilon/d \log t$ の値は σ によつて変化しないことから、ここに使用した粘土に対してはいずれも式 (17) 中の $1/B_2 E_2' \neq 0$ と考えてよく、文献 8) に述べたように B_2 の値は 10^6 のオーダーを有することから $1/E_2' = 0$ とおくことができる。従つて正規圧密粘土の場合には

$$\frac{d\epsilon}{d \log t} \doteq \frac{\sigma_c}{B_2 E_2} \dots\dots\dots (17')$$

としてよいことがわかる。

表-2*

試料 No.	種類	$B_2 E_2 \text{ kg/cm}^2$	$E_1 \text{ kg/cm}^2$	E_1'	E_2'	$E_{90} \text{ kg/cm}^2$
1	沖積層粘土	1.3×10^2	3.6×10	9.6	~	9~61
2	洪積層粘土	2.0×10^2	1.1×10^2	9.1	~	14~341

*) E_1, E_1' の値は 4) において求めたもの、また E_{90} は粘土の弾性係数に類する値で、 $E_{90} = q_u / \epsilon_f \text{ kg/cm}^2$ 、ここに q_u は定ヒズミ式一軸圧縮強度、 ϵ_f は破壊時のヒズミをあらわす¹²⁾。

値を純粋一次圧密量と呼ぶことにする。

すでに説明したように、粘性係数 η が無視できないほど大きい場合には一次圧密過程においても Terzaghi 的な弾性圧密と Voigt 要素によるクリープとの両方の効果が現われ、式 (5) の右辺第二、第三項の和として実際の $U \sim t$ 曲線が観察される。この式 (5) の第二項は Terzaghi 的な弾性圧密、すなわち純粋一次圧密を表わし、第三項は二次圧密を表わしているわけである。これを図-1 の力学模型にて説明すると、第一スプリング E_1 のヒズミ量が純粋一次圧密量に相当している。

さて第一スプリング E_1 のヒズミ ϵ_1 の終局値は式 (9) および式 (13) より、

過圧密粘土；
$$\epsilon_1 = \frac{\sigma}{E_1} \dots\dots\dots (18)$$

正規圧密粘土；
$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_c}{E_1} + \frac{1}{E_1'} \log \frac{\sigma}{\sigma_c} \dots\dots\dots (19)$$

(4) 純粋一次圧密量

二次圧密は粘土のクリープに類似の現象であるから、一次圧密すなわち脱水過程にも二次圧密が併行して生じているはずである。かかる脱水過程が終了したときの圧密量 (すなわち 100% 圧密量) から、一次圧密の間に生じたと推定される二次圧密量を差し引いた

となる。すなわち過圧密粘土に対しては $\epsilon_1 \sim \sigma$ は比例関係にあり、また正規圧密粘土に対しては $\epsilon_1 \sim \log \sigma$ に直線関係が成立することになる。このような理論式を検照するためのデータを示す前に純粋一次圧密量を求める方法を述べる。脱水過程に生じる一次圧密量および二次圧密量を理論的に分離する試みがなされたことはある⁹⁾が、まだ満足すべき解決は得られていない。圧密に関する著者の理論によれば、式(5)を用いて求める計算法あるいは次に述べる図式法により解決できるが、ここでは比較的簡単に行なえる後者の方法について説明する。

半対数紙上にプロットした二次圧密曲線の勾配 $d\epsilon/d \log t$ と応力 σ の関係は、すでに述べたように、過圧密粘土の場合 ($\sigma < \sigma_c$) には式(16)で、また正規圧密粘土の場合 ($\sigma \geq \sigma_c$) には式(17')で表わされる。式(16)中の有効応力 σ は、圧密度 $U = \mu\%$ ($\mu < 100\%$) の点においては $\sigma \rightarrow \mu\sigma$ となるので、そのときの $d\epsilon/d \log t$ の値は $\mu\sigma < \sigma_c$ の場合には

$$\left(\frac{d\epsilon}{d \log t}\right)_{U=\mu} = \frac{\mu\sigma}{B_2 E_2} \dots\dots\dots (20)$$

となる。また圧密度 $U = \mu\%$ の点における有効応力の値 $\mu\sigma$ が先行圧縮応力 σ_c よりも大きい場合には、式(17')がそのまま成立するから $\mu\sigma \geq \sigma_c$ の場合には

$$\left(\frac{d\epsilon}{d \log t}\right)_{U=\mu} = \frac{\sigma_c}{B_2 E_2} \dots\dots\dots (21)$$

となる。従つて $\mu\sigma < \sigma_c$ の場合には、 $d\epsilon/d \log t$ の値は式(20)により圧密度に応じて変化するが $\mu\sigma \geq \sigma_c$ の場合には式(21)に示すごとく $d\epsilon/d \log t$ の値は圧密度によつて変らない。例えば圧密度 50% の点における有効応力の値が先行圧縮応力より小さいときは、推定二次圧密曲線(時間軸を対数とする)の $U = 50\%$ の点の接線勾配 $(d\epsilon/d \log t)_{U=50\%}$ は、式(20)の右辺が $0.5(\sigma/B_2 E_2)$ となるために、二次圧密直線の勾配 θ の 1/2 に等しいはずである(図-5)。また、例えば圧密度 50% の点における有効応力の値が先行圧縮応力より大きい場合には、 $(d\epsilon/d \log t)_{U=50\%}$ は上述の θ の値に等しいはずである。

さて著者の提案する図式法による実際の操作は次のようにすればよい。i) 0% 圧密線と 100% 圧密線を周知の Casagrande, A. の方法で求め、図-5の右端に記入したように 0% 圧密線と 100% 圧密線の間を 10 等分すれば、その中間の圧密度の理論値が定まる⁹⁾ から、このようにして求めた各圧密度に応じて式(20)の値を計算することができる。

ii) 図-5において、角 θ をなす二次圧密直線の延長と t_{95} (95% 圧密時間) との交点を A とすれば、点 A より $(d\epsilon/d \log t)_{U=90\%}$ の値をあらわすはずの、角 0.9θ をなす直線をひき、その直線の延長と t_{85} (85% 圧密時間) との交点を B とする。すなわち圧密度 85~95% の間の推定二次圧密曲線を、 $t_{85} \sim t_{95}$ 区間の角 $0.9 \cdot \theta$ をなす直線で近似させる。

iii) このような操作を 100% 圧密時間を起点として、圧密度 100% → 90% → 80% … の順に進め、一連の折線 ABCD…IJ を求める。iv) 点 A, B, C, D…, I, J, はそれぞれ $t_{95}, t_{85}, t_{75}, t_{65}, t_{55}, t_{45}, t_5$ (いずれもサフィックスであらわした圧密時間) と、推定二次圧密曲線との交点に相当するから、折線 ABCD…IJ の包絡線を描けば、それが脱水過程に生じた推定二次圧密曲線となる。v) 図-5 中、点線で描いた純粋一次圧密曲線はダイヤルゲージで求めた圧密沈下量から二次圧密量を差し引いて求められ、かくして求めた純粋一次圧密量より、式(18)の E_1 を計算することができる。

なお 図-5 に示したように、理論 100% 圧密線と、推定二次圧密曲線の $t \rightarrow 0$ に相当する水平漸近線とは試算法によつて一致させることが可能である。

図-3 中の点線で示した曲線は著者の提案した図式法で求めた推定二次圧密曲線を描いたものであつて、各圧密応力に対して $U = 100\%$ のときの E_1 のヒズミ、すなわち純粋一次圧密ヒズミの終局値 ϵ_1 を計算した。図-6 は試料 No.1, No.2 につき、各圧密応力 σ に対して ϵ_1 をプロットしたもので、 σ -軸のとり

図-5 純粋一次圧密量を求める図式法

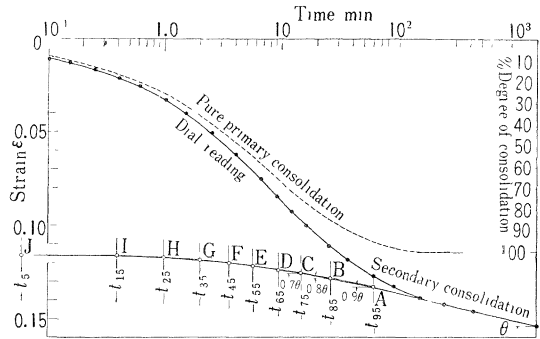
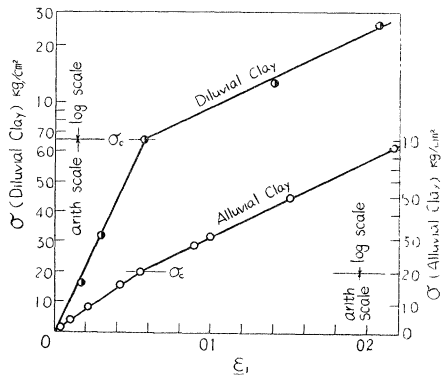


図-6 圧密応力 σ と純粋一次圧密ヒズミ ϵ_1 の関係 (沖積、洪積層粘土)



方は試料 No.1; $\sigma < 2.0 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow$ 算術目盛, $\sigma \geq 2.0 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow$ 対数目盛, 試料 No.2; $\sigma < 6.4 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow$ 算術目盛, $\sigma \geq 6.4 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow$ 対数目盛としてある。

図-6 において, 試料 No.1, No.2 ともに折点に対応する応力は先行圧縮応力 σ_c にほとんど一致すること, および算術, 対数目盛で与えた応力範囲で直線上にのることから, 過圧密粘土と正規圧密粘土に対し, それぞれ式 (18), (19) の成立が実証されたわけである。従つて両式にふくまれる常数 E_1, E_1' を求めることが可能となり, その計算結果は表-2 に記載する。

表-2 の結果から, 洪積層粘土の $E_1, B_2 E_2$ の値は沖積層粘土にくらべていちじるしく大きい, E_1' の値には大差が認められないことがわかる。かかる両層粘土の $E_1, B_2 E_2$ の値の差異は, 表-2 の第7欄に引用したように, 粘土の弾性常数に類する E_s の比較値¹²⁾と同じ傾向を示しており, $E_1, B_2 E_2$ の大きい粘土は E_s も大きいことが明らかである。

(5) 圧縮指数と圧縮係数

著者の圧密理論から導かれる圧縮指数 C_c と圧縮係数 a_v について考察する。

a) 圧縮指数 C_c 圧縮指数は式 (15) にて示されることをすでに述べた。この式によれば, E_1', E_2' はそれぞれ常数であるから C_c は初期間げき比 e_0 によつて一義的に定まることになるが, この関係は多数の実験によつて明らかになつている¹³⁾。

さて圧縮指数を決定する E_1', E_2' の値は表-2 に記載したように試料 No.1 (沖積層粘土); $E_1' = 9.6, 1/E_2' = 0$, 試料 No.2 (洪積層粘土); $E_1' = 9.1, 1/E_2' = 0$ である。従つてこれらの値を式 (15) に代入して $C_c \sim e_0$ 関係を求めると,

$$\left. \begin{array}{l} \text{試料 No.1; } C_c = 0.24(1+e_0) \\ \text{試料 No.2; } C_c = 0.25(1+e_0) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

を得るが, 試料 No.1 と No.2 の間の C_c には大差がないことがわかるから両式の平均値として次式を得る。

$$C_c = 0.245(1+e_0) \dots\dots\dots (22')$$

図-7 は大阪基礎地盤を構成する粘土について多数の圧密試験を行なつた結果を整理して, 圧縮指数 C_c と初期間げき比 e_0 の関係をプロットしたもので, 沖積, 洪積両層粘土ともに式 (22') を表わす実線によつて近似されることがわかる。

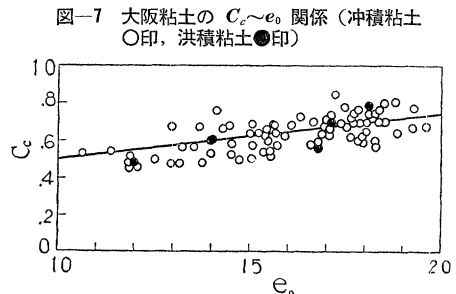


図-7 大阪粘土の $C_c \sim e_0$ 関係 (沖積粘土 ○印, 洪積粘土 ●印)

b) 圧縮係数 a_v 圧密ヒズミの終局値は過圧密粘土に対しては式 (9) で示されることを説明した。式 (9) を微分して

$$\frac{d\varepsilon}{d\sigma} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) = \frac{\varepsilon}{\sigma} \dots\dots\dots (23)$$

またヒズミ ε を間げき比 e にて表わすと, 式 (23) は次式のように変形できる。

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{e_0 - e}{1 + e_0} \right) = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{e_0 - e}{1 + e_0} \right) \dots\dots\dots (24)$$

圧縮係数は $a_v = -de/d\sigma$ と定義されているから, a_v は式 (24) より次式にて表わされる。

$$a_v = \frac{1}{\sigma} (e_0 - e) \dots\dots\dots (25)$$

一方, 正規圧密粘土に対しては圧密ヒズミの終局値は式(13)で, またその際の間げき比は式(14)で示されるから, 式 (14) より

$$\frac{de}{d\sigma} = -(1+e_0) \left(\frac{1}{E_1'} + \frac{1}{E_2'} \right) \frac{1}{\sigma} \dots\dots\dots (26)$$

を得る。従つて a_v は式 (15) を対照すると次式にて表わされる。

$$a_v = (1+e_0) \left(\frac{1}{E_1'} + \frac{1}{E_2'} \right) \frac{1}{\sigma} = \frac{C_c}{2.3\sigma} \dots\dots\dots (27)$$

以上の理論的考察によれば, 載荷応力 σ をパラメータとした場合に, 過圧密粘土に対しては式 (25) より $a_v \sim (e_0 - e)$ 関係が, また正規圧密粘土に対しては式 (27) より $a_v \sim e_0$ 関係がそれぞれ直線にて表わされることになる。

図-8 は過圧密粘土の場合に $\sigma = 1.6, 3.2 \text{ kg/cm}^2$ の二種類の載荷応力に対して, $(e_0 - e) \sim a_v$ 関係を求めてプロットしたもので, 図中の実線は $\sigma = 1.6, 3.2 \text{ kg/cm}^2$ の値を代入して計算した式 (25) を示している。また

図-8 大阪粘土の $(e_0 \sim e) \sim a_v$ 関係 (過圧密粘土)

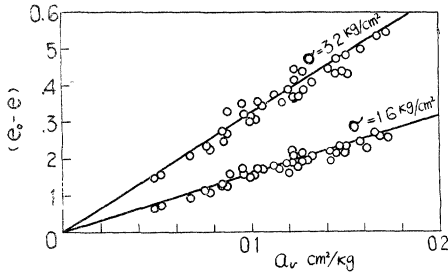


図-9 大阪粘土の $a_v \sim e_0$ 関係 (正規圧密粘土 $\sigma = 10.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合)

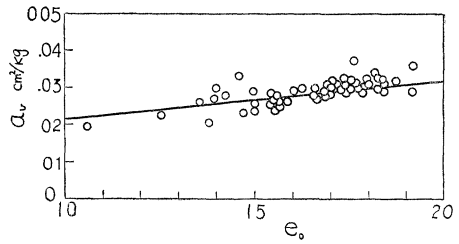


図-9 は正規圧密粘土の場合に、 $\sigma = 10.0 \text{ kg/cm}^2$ に対して $a_v \sim e_0$ 関係を求めてプロットしたもので、図中の実線は $\sigma = 10.0 \text{ kg/cm}^2$ および表-2 より求めた $(1/E_1' + 1/E_2') = 0.107$ の値を用いて計算した式 (27) を示している。

これらの図より、著者の圧密理論より導いた圧縮係数は実験結果とよく一致することがわかる。

(6) 圧密におよぼす温度効果

粘土の圧密を支配する種々の要素についてはすでに検討を加えたが、Lambe, T.W.¹³⁾によつても指摘されたように、圧密におよぼす温度効果は非常に重要であつてこれを無視することはできない。しかしこの問題を研究した例はわずかであり、理論的な取扱いは皆無に近い現状である。

Gray, H.¹⁴⁾ は温度が上昇しても一次圧密量には変化を認められないが、二次圧密量はいちじるしく増加したと報告している。これと類似のデータを森田氏ら¹⁵⁾が報告しており、その結論は、各荷重における二次圧密量は温度とともに増加し、従つて $e \sim \log p$ 曲線が温度によつて異なるということである。森田氏らが大阪沖積層粘土の同一の粘土試料について温度を 8, 18, 30°C の三種に変えて圧密試験を行なつた結果を図-10 に引用する。

著者は、半対数紙上にプロットした二次圧密曲線の勾配 $d\varepsilon/d \log t$ と応力 σ の関係は式 (16), (17) となることを示した。これらの式にふくまれるレオロジー的常数 B_2 の値は文献 8) の説明により

$$B_2 = \frac{\lambda_2}{2 b \kappa T} \dots \dots \dots (28)$$

ここに λ_2 : 運動方向にはかつた粒子の平衡位置間の距離、 b : 著者の仮定に用いた係数、 κ : Boltzmann 常数、 T : 絶対温度である。

式 (28) を式 (16), (17) に代入して

$$\left. \begin{aligned} \text{過圧密粘土;} & \quad \frac{d\varepsilon}{d \log t} = \frac{2 b \kappa \sigma}{\lambda_2} \frac{\sigma}{E_2'} T \\ \text{正規圧密粘土;} & \quad \frac{d\varepsilon}{d \log t} = \frac{2 b \kappa}{\lambda_2} \left(\frac{\sigma_c}{E_2'} + \frac{1}{E_2'} \log \frac{\sigma}{\sigma_c} \right) T \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

式 (29) は半対数紙上にプロットした二次圧密曲線の勾配 $d\varepsilon/d \log t$ は絶対温度 T に比例することを示している。

図-11 は上述の二次圧密速度と絶対温度の関係を図-10 より求めてプロットしたものであつて、両者は直線関係にあるから式 (29) の内容と一致する。従つて圧密におよぼす温度効果も著者の圧密理論によつて説明できることになる。

4. 結 論

粘土の圧密は、構造物の沈下や地盤沈下などと関連した重要な現象であるが、その中でも特に二次圧密に関して従来は実測データがとぼしいことと相まつて、原理的な解明は全く未解決のまま残されていた。

著者はさきに粘土のレオロジーに関する基礎理論を提

図-10 温度を変えた場合の圧密ヒズミ $\varepsilon \sim$ 時間対数 $\log t$ 関係 (森田氏らのデータによる)

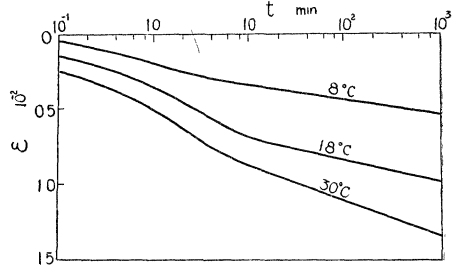
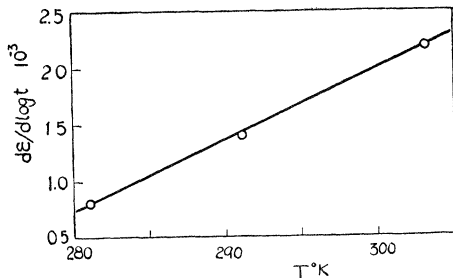


図-11 二次圧密速度 $d\varepsilon/d \log t$ と絶対温度 T の関係



案し、この理論を用いて粘土の変形、降伏および破壊機構などを解明し得たので、2.においてはレオロジー理論をさらに圧密現象の解明に適用して、同一原理から出発した一次圧密、二次圧密の理論式を誘導した。その際に用いた仮定は次のようである。(1) 土粒子構造骨格は図-1 に示した力学模型の弾性要素の値を拡張した力学系であらわされる。(2) 一次圧密、すなわち間げき水圧が発生する過程では粘土粒子骨格の変形が粘土全体の圧密変形におよぼす影響が小さいため、近似的に式(3)が成立する。(3) 粘土の物性、力学性には先行圧縮応力を限界として顕著な相違があるから、二次圧密の解析には載荷応力と先行圧縮応力の大小によつて過圧密と正規圧密の場合にわけ、後者に対しては弾性係数 E_1 および E_2 を応力の関数とする。上述のように一次圧密と二次圧密の二つの圧密過程をわけて考察したが、この区分は便宜的のものであつて、本質的には同一の力学系を取扱つた。そして以上の仮定にもとづいて導いた著者の圧密理論は、Buisman の“Secular law”の証明はもとより、処女圧密曲線の直線性や圧縮指数 C_c の説明が矛盾なくできる理論であることを述べた。3.においては、2.で誘導した著者の圧密理論の妥当性を検照し、さらに粘土の圧密諸特性が理論的に説明できることを示すために種々の実験と考察を行なつた。まず大阪沖積層および洪積層より採取した二種類の粘土についての長期圧密試験結果を解析して、圧密沈下量～時間関係、二次圧密速度あるいは脱水過程に生じる二次圧密量等の現象がすべて理論的に解明できることを示した。次に著者の理論を用いてあらわした圧縮指数、圧縮係数が多数の圧密試験結果を整理して得たデータとよい一致を示すことを述べるとともに、従来理論的な取扱いが皆無に等しかつた二次圧密速度の温度による影響を明らかにし、既往の実測値との対比を試みた結果、よく一致することを示した。

終りにではあるが、御指導を賜つた京都大学教授 村山朔郎博士 に対して感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Tayler, D.W. & W. Merchant : A Theory of Clay Consolidation Accounting for Secondary Compression, J. Math. & Phys. XIX, 1940, p.167.
- 2) Taylor, D.W. : Research on Consolidation of Clays, Dept. of Civil Sanitary Eng., M.I.T., 1942, pp.1-147.
- 3) 石井靖丸 : 大阪の地盤沈下に関する研究 (大阪市港湾局), 1949, pp.107-162.
- 4) Tan, T.K. : Investigations on the Rheological Properties of Clay, 's Gravenhage, 1954, pp.1-152.
- 5) Koppejan, A.W. : A formula combining the Terzaghi load-compression relationship and the Buisman secular time effect, Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. & Found. Eng., Vol.2, 1948, pp.32-37.
- 6) Suklje, L. : The Analysis of the Consolidation Process by the Isotaches Method, Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. & Found. Eng., Vol.1, 1958, pp.200-206.
- 7) 石井靖丸・倉田 進・藤下利男 : 沖積粘土の工学的性質に関する研究, 土木学会論文集, 30号, p.15.
- 8) 村山朔郎・柴田 徹 : 粘土のレオロジー的特性について, 土木学会論文集, 40号, pp.1-31.
- 9) Tschebotaroff, G.P. : Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures, 1953, p.115.
- 10) Salas, J.A.J. & J.M. Serratos : Compressibility of Clays, Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. & Found. Eng., Vol.1, 1953, pp.192-198.
- 11) Reiner, M. : Building Materials their Elasticity and Inelasticity, 1954, pp.497-499.
- 12) 村山朔郎・赤井浩一・植下 協 : 大阪洪積層粘土の工学的特性, 土と基礎, Vol.6, No.4, 1958, pp.39-47.
- 13) 西田義親 : 土の圧縮指数に関する一考察, 土木学会論文集, 43号, 1957 pp.48-52.
- 14) Lambe, T.W. : Soil Testing, 1954, p.84.
- 15) 森田紀元・坂田四郎 : 圧密現象における温度の影響, 土木学会第 11 回年次学術講演会講演概要, 1955, p.70.

(原稿受付: 昭. 34. 10. 19)