

## 粘弹性体としての地山中の素掘円形トンネルの 変形挙動について

正員 小田英一\*

# ON THE DEFORMATION CHARACTERISTICS AROUND A CIRCULAR TUNNEL WITHOUT LINING DRIVEN IN THE VISCO-ELASTIC GROUND

*By Eiichi Oda, C.E. Member*

**Synopsis:** Supposing that a circular tunnel without lining is driven at a deep point in the visco-elastic ground whose surface is horizontal and deformation characteristics of the ground material are expressed by Voigt model, the radial displacement around this tunnel which changes with time passing can be calculated theoretically. In order to check this theoretical displacement by experiments on a tunnel model, this theoretical displacement is calculated, introducing the method of measuring the visco-elastic coefficients of ground material and utilizing these coefficients. This theoretical displacement is compared with the measured displacement obtained by experiments on the tunnel model.

**要旨** 地山が粘土のような粘弾性体とみなされるとき、水平な地表面の下かなり深い所に掘削した素掘円形トンネルの周辺変形挙動を地山の応力、ひずみ、時間関係式が Voigt 型であるとして導いた。これをトンネル模型実験によって確かめるため、地山材料の粘弾性係数を測定する方法を導き、これを用いて理論式に代入した変形量とトンネル模型実験よりの測定結果とを比較して検討した。

## 1. 緒 言

軟弱な地山、特に粘土のような地山中にトンネルを掘削したとき、トンネル周縁が時間とともに土圧によりトンネル内部にはらみ出してくることが現場においてよく経験されるのである。この現象はトンネルを掘削したことにより地山の物体力のトンネル周辺の応力集中によってひずみが掘削後ただちに生ずるのでなく時間とともに増大するのであり、rheology の立場から究明してこの変形挙動が説明されるのではないかという仮定に立つて研究をなした。rheology の立場より粘土の特性は場合によつて Voigt 型、Maxwell 型、その他の型が考えられ宮部博士<sup>11</sup>は Maxwell の塑性方程式を用いて説明しており、石本、飯田両博士<sup>22</sup>は Voigt 型モデルがよくあてはまるとして、篠田技術師<sup>23</sup>はパネと Voigt 要素を直列に組み合わせた三要素模型で表わしている。また村山博士<sup>44</sup>は Eyring の粘性理論を拡張して説明している。著者は粘土のような地山は粘弾性体とみなし、Voigt 型としてこれを応力平衡式に代入して、トンネル円孔および周辺の時間的変形挙動の数学的解明を試みた。

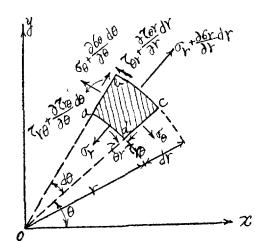
つぎにこの理論を検証するため、粘性土を地山材料としてトンネルの模型実験をなした。また三軸圧縮試験機の定荷重試験装置によって土の粘弾性係数を測定する方法を Voigt 型の応力、ひずみ、時間関係式より導いて、粘弾性係数を求めた。これをトンネルの変形挙動の理論式に代入して得られた値とトンネルの模型実験より測定された時間～変形量の値とを比較研究した結果、上限降伏値以下の応力状態ではこの理論により説明できることが判明した。

## 2. 極座標による弾性体の平面ひずみ問題

图一

図-1 に示すごとく平面上の点の位置は極座標の原点  $o$  からの距離  $r$  と、この  $r$  方向の座標軸  $ox$  となす角  $\theta$  とで定まり、この点に微小体素  $abcd$  を考える。動径方向直応力を  $\sigma_r$ 、接線方向直応力を  $\sigma_\theta$ 、せん断応力を  $\tau_{r\theta}$  とする。この場合の極座標による応力平衡式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} + F_\theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$



\* 德島大学教授、工学部土木工学教室

ただし物体力の  $r$  方向成分を  $F_r$ ,  $\theta$  方向の成分を  $F_\theta$  とする。半径方向および接線方向の変位成分をそれぞれ  $u_r$ ,  $u_\theta$  とし、また半径方向および接線方向のひずみ成分をそれぞれ  $e_{rr}$ ,  $e_{\theta\theta}$  とし、せん断ひずみ成分を  $e_{r\theta}$  とすれば

$$e_{rr} = -\frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad e_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}, \quad e_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} \quad \dots \dots \dots (2)$$

なる関係式が得られる。つぎに弾性係数を  $E$ , ポアソン比を  $\nu$ , せん断弾性係数を  $\tau$  とすれば、Lame 常数は

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \tau = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

となる。しからば応力とひずみとの関係式は次式となる。

$$\sigma_\theta = \lambda I + 2\tau e_{\theta\theta}, \quad \sigma_r = \lambda I + 2\tau e_{rr}, \quad \tau_{r\theta} = \tau e_{r\theta} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$I = e_{\theta\theta} + e_{rr} = -\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \quad \dots \dots \dots (4)$$

であつて、(2), (3) やび (4) 式を (1) 式に代入して

$$\left. \begin{aligned} (\lambda+2r) \frac{\partial I}{\partial r} + r \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) + F_r = 0 \\ (\lambda+2r) \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial \theta} + r \left( \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial \theta} + F_\theta = 0 \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

となり、 $p = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2} = (\lambda+r)I$  として (5) 式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial r} + \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r} \left( -\frac{\partial p}{\partial r} - F_r \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial \theta} + \left( \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial \theta} \right) = \frac{1}{r} \left( -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - F_\theta \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

### 3. 粘弹性体の平面ひずみの問題

地山が粘弹性体とみなされる材料より成り立つているとき、この粘弹性体の equation of state は次式となる。dot は時間  $t$  による微分を表わすとして

$$\mathbf{p}_0 = 2r \mathbf{e}_0 + 2\eta_s \dot{\mathbf{e}}_0 \quad \dots \dots \dots (7)^5$$

ただし  $\mathbf{e}_0$ : ひずみの deviator,  $\mathbf{p}_0$ : 応力の deviator,  $\eta_s$ : 粘性係数、である。 $r$  方向の応力の deviator は  $\sigma_r - p$ , ひずみの deviator は  $e_{rr} - 4/2$  となり、(2), (4) 式を利用して (7) 式より

$$\sigma_r = p + r \left\{ \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r} \right\} + \eta_s \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r} \right\} \quad \dots \dots \dots (8)$$

また  $\theta$  方向の応力の deviator  $\sigma_\theta - p$ , ひずみの deviator  $e_{\theta\theta} - 4/2$  を (7) 式に代入し (2), (4) 式を利用して

$$\sigma_\theta = p + r \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} - \frac{\partial u_r}{\partial r} \right\} + \eta_s \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} - \frac{\partial u_r}{\partial r} \right\} \quad \dots \dots \dots (9)$$

となる。せん断応力、せん断ひずみについては (7) 式は  $\tau_{r\theta} = 2r e_{r\theta} + 2\eta_s \frac{\partial e_{r\theta}}{\partial t}$  となり、(7) 式の形では

$e_{r\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right)$  の形にとつてゐるゆえに上式は次式となる。

$$\tau_{r\theta} = r \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) + \eta_s \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \quad \dots \dots \dots (10)$$

(8), (9) やび (10) 式を (1) 式に代入して次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} r \left[ \frac{\partial I}{\partial r} + \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right\} \right] \\ + \eta_s \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial I}{\partial r} + \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right\} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} - F_r \\ r \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial \theta} + \left\{ \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial \theta} \right\} \right] \\ + \eta_s \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial \theta} + \left\{ \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial \theta} \right\} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - F_\theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

$t=0$  のとき  $u_r=0$ ,  $u_\theta=0$  の初期条件より (11) 式の解は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial r} + \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right\} &= \frac{1}{r} \left( -\frac{\partial p}{\partial r} - F_r \right) \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{r}{\eta_s} t \right) \right\} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} + \left\{ \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial \theta} \right\} &= \frac{1}{r} \left( -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - F_\theta \right) \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{r}{\eta_s} t \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

(12) 式と (6) 式とを比較するとき  $t = \infty$  で (12) 式は (6) 式と同一となる。ゆえに  $t = \infty$  のときは弾性論より求めた変位に終局的になる。(12) 式において変数分離できることより  $u_r = U_r T$ ,  $u_\theta = U_\theta T$  となる。ただし  $U_r$ ,  $U_\theta$  は時間に無関係な  $r$ ,  $\theta$  の関数であり,  $T$  は時間の関数である。このことより

$$u_r = (u_r)_{el} \cdot \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{r}{\eta_s} t \right) \right\}, \quad u_\theta = (u_\theta)_{el} \cdot \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{r}{\eta_s} t \right) \right\} \dots (13)$$

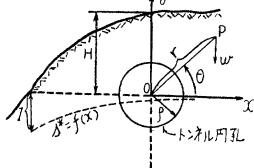
とすることができる。ただし  $(u_r)_{el}$   $(u_\theta)_{el}$  はそれぞれ弾性論より計算した  $u_r$ ,  $u_\theta$  の値である。

#### 4. 粘弾性体としての地山中の素掘円形トンネル周辺の $(u_r)_{el}$ $(u_\theta)_{el}$

弾性体としての地山中の素掘円形トンネル周辺の変形量  $(u_r)_{el}$  や  $(u_\theta)_{el}$  はすでに Hanns Schmid<sup>6)</sup>

によって求められている。図-2 においてトンネル横断面上にて水平軸を  $x$  軸、鉛直軸を  $y$  軸とし、座標原点をトンネル中心にとり、 $r$ ,  $\theta$  は  $P$  点の極座標とする。 $\mu$ : ポアソン数、 $\rho$ : トンネル円孔半径、 $w$ : 地山材料の単位体積重量、 $H$ : トンネル中心の地表面よりの深さ、

図-2



$$\begin{aligned} \mu_0 &= \mu + 1, \quad \mu_1 = \frac{1}{\mu} (\mu + 1)(\mu - 1), \quad \mu_2 = \frac{1}{\mu} (\mu + 1)(\mu - 2), \\ m &= -\frac{\mu_2}{4 \mu_1}, \quad q = \left( \frac{\rho}{r} \right)^2, \quad \sigma_1 = \frac{w}{2} \left( 1 + \frac{1}{\mu - 1} \right), \quad \sigma_2 = \frac{w}{2} \left( 1 - \frac{1}{\mu - 1} \right) \end{aligned}$$

とする。 $(u_\theta)_{el}$  は少であつて  $(u_r)_{el}$  が問題となるゆえに、Hanns Schmid の求めた  $\mu E(u_r)_{el}$ <sup>7)</sup> の式を用いる。しかしながら  $(u_r)_{el}$  は  $r = \infty$  においてトンネル掘削前の地山の初期状態と等しくなる。Hanns Schmid の式において  $r = \infty$  に対してと同様  $r = H$  に対しても  $q \log r/H$  の項は 0 となるべきである。

$-(\mu_1 + m \mu_2) wqr^2 \log 1/H \cdot \sin \theta$  の項は rigid body displacement であることは応力を積分して  $(u_r)_{el}$  を導いた過程より明らかであつて、応力には contribute しないものである。現場でトンネルの半径方向の変位を測定できる  $(u_r)_{el}$  の値は、硬岩中に円形トンネルを掘削し、これが弾性変形しないものとし、これから先にある粘弾性地山中に円形トンネルを掘削した後トンネル円孔が変形するとき、手前の硬岩トンネル円孔縁より半径方向に移動した変形量を測定した値となる。このような変形量  $(u_r)_{el}$  を求めるには Hans Schmid の式中の rigid body displacement の量を 0 とせねばならない。ゆえに  $\mu E(u_r)_{el}$  の式に  $+(\mu_1 + m \mu_2) wqr^2 \log 1/H \cdot \sin \theta$  を加算すれば  $(u_r)_{el}$  の式は次式となる。

$$\begin{aligned} (u_r)_{el} &= \frac{1}{\mu E} \left[ -r \sigma_1 H (\mu_2 + \mu_0 q) + \left\{ \frac{1}{4} (2 \sigma_1 \mu_2 + \sigma_2 \mu_0) - (\mu_1 + m \mu_2) wq \log r \right. \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mu_0}{2} \left( mw + \frac{\sigma_2}{2} \right) q^2 \right\} r^2 \sin \theta + \sigma_2 H \{ \mu_0 (1 - q^2) + 4 \mu_1 q \} r \cos 2\theta \\ &\quad \left. - \frac{\sigma_2}{4} \left\{ \mu_0 (1 + q^2 - 2q^3) + 4 \mu_1 q^2 \right\} r^2 \sin 3\theta \right] \dots (14) \end{aligned}$$

#### 5. 土のクリープ試験よりせん断弾性係数、粘性係数を求める方法

(14), (13) 式より  $u_r$  を計算するとき、土のせん断弾性係数  $r$  および粘性係数  $\eta_s$  の値が必要となる。これらの値を求めるために、荷重制御式 (lever type) 三軸圧縮試験機を利用して一定荷重を載荷して、クリープひずみを測定するクリープ試験の測定結果より  $r$  と  $\eta_s$  の値を求める理論につき次に述べる。

いま試験機にかける土の円柱形供試体の中心鉛直軸を  $i$  軸とし、これを直交して互いに直角をなす二軸を  $j$  軸,  $k$  軸とする。 $i$ ,  $j$ ,  $k$  軸方向の直ひずみをそれぞれ  $e_i$ ,  $e_j$ ,  $e_k$  とし、また  $i$ ,  $j$ ,  $k$  軸方向が主応力方向であり、その直応力をそれぞれ  $p_i$ ,  $p_j$ ,  $p_k$  とする。体積ひずみは  $A = e_i + e_j + e_k$  であり、ひずみの deviator をそれぞれ  $e_{oi}$ ,  $e_{oj}$ ,  $e_{ok}$  とすれば

$$e_{oi} = e_i - \frac{A}{3}, \quad e_{oj} = e_j - \frac{A}{3}, \quad e_{ok} = e_k - \frac{A}{3} \dots (15)$$

となる。平均直応力  $p_m = 1/3(p_i + p_j + p_k)$  なるゆえに、応力の deviator をそれぞれ  $p_{oi}$ ,  $p_{oj}$ ,  $p_{ok}$  とすれば

となる。(15), (16) 式を (7) 式に代入し,  $i$  方向のものに関する式をかけば

いま土の円柱供試体の  $i$  軸方向に荷重がかかり、側液圧を 0 とすると、 $e_j = e_k = -\nu e_i$  および  $p_j = p_k = 0$  なるゆえに、(15), (16), (17) 式を用いて次式がえられる。

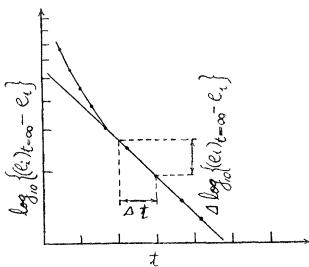
この微分方程式の解を  $t=0$  のとき  $e_i=0$  を用いてとけば

となる。(19) 式で  $t = \infty$  のときの  $e_i$  の値を  $(e_i)_{t=\infty}$  とすれば

(19) 式を変形して  $\frac{p_i}{2(1+\nu)r} - e_i = \frac{p_i}{2(1+\nu)r} \exp\left(-\frac{r}{\eta_s}t\right)$  となし、この式の両辺の自然対数をとり、これを常用対数に変えれば

(21) 式の形より時間  $t$  を横軸に普通目盛にとり、 $(e_i)_t=\infty - e_i$  を対数目盛で縦軸にとり、測定値をこの半対数座標に plot すると 図-3 に示すような直線がえられる。この直線で

図-3



座標に plot すると 図-3 に示すような直線がえられる。この直線で  $t$  の増分  $\Delta t$  に対して  $\Delta \log_{10} \{(e_i)_{t=\infty} - e_i\}$  の増分があるゆえに (21) 式から

$$A \log_{10}\{(e_i)_{t=\infty} - e_i\} = -0.434 \frac{r}{\eta_s} - A t$$

となり、これより

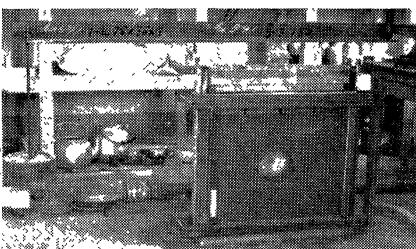
$$\eta_s = - \frac{r}{2.303 \frac{4 \log_{10}\{(e_i)_{t=\infty} - e_i\}}{4t}} \quad \dots \dots \dots (22)$$

となって、 $\eta_s$  は 図-3 の直線部分の傾斜を用いて求められる。

## 6. 模型実験装置および実験要領

粘弾性体としての地山中の素掘円形トンネルの変形挙動を実験的に研究するため、つぎのような模型実験をなしました。60×70×10 cm の内容容積をもつ木箱を作り、変形挙動を写真撮影するために前面の 60×70 cm を硬質

五直—1



ガラス（板厚 10 mm）をあてた。後面の木板は濾紙をとりつけられるようねじ止めとする。土をつめるには木箱を横にし、つぎに述べる土の含水比 34.2% にして三層に分けつめる。軟ねりモルタル試験供試体作成用突棒を用いて一ヵ所 5 回突きかためる。なお 60 × 70 cm の両側面には圧密時の排水をよくするため濾紙をあてた。土をつめてガラス板をあて **写真-1** に示すような鋼材のわくを周囲にあて前後よりボルト締めとして鉛直に立てる。圧密荷重およびその後のトンネル地山荷重のかけ方は **写真-1** に示すように lever 比 1/3 の下部懸吊式である。

使用した土は徳島市大工町土で、その物理的性質は真比重 2.69, L.L. 61.8%, P.L. 40.8%, P.I. 21.0% であつて、粒度分析の結果粘土分 19.5%, シルト分 60%, 砂分 20.5% の silty loam であり、その粒径加積曲線は 図-4 に示す。

つめた土をさらに均質に締めかたると同時に粘弾性体の性質をもつように圧密させる。圧密荷重  $0.291\text{kg/cm}^2$  を載荷したとき dial gage (1/100 mm 読み) で測定した圧密沈下時間曲線は 図-5 に示す。これによれば一次圧密の特徴である S 字型反曲線があらわれ、図-5 の AB と CD の両接線の交点 E が一次圧密の完了点で載荷後 1 750 分 (29.2 時間) たつてある。それ以後二次圧密に移行し載荷後 2 650 分 (44.2 時間) たつて除荷

図-4 粒 径 加 積 曲 線

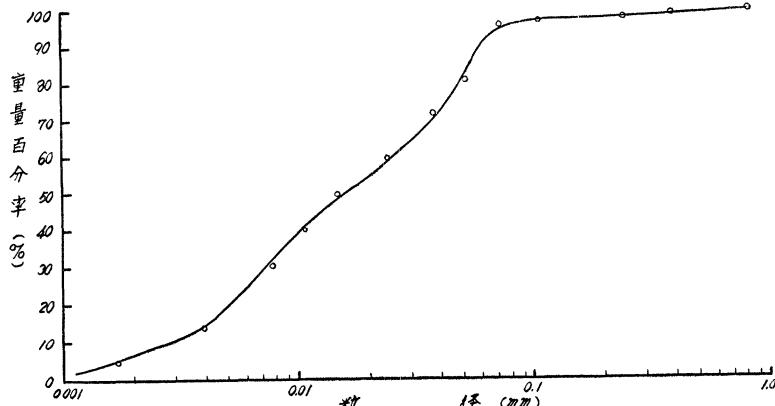


図-5 圧 密 沈 下 時 間 曲 線

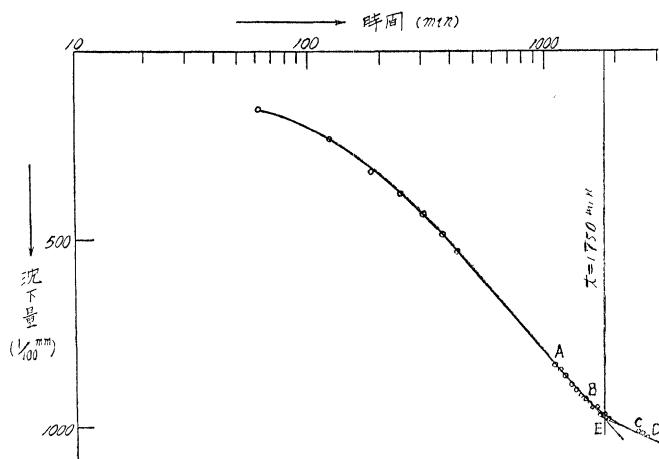


図-6

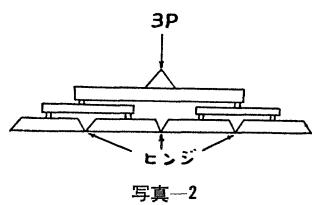
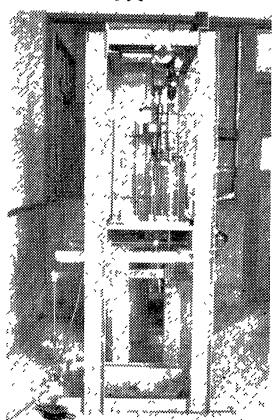


写真-2



した。圧密試験中排水は  $60 \times 70 \text{ cm}$  の両側面の濾紙を通り、周囲の木部の縫目より多量流出し十分排水できるようにしておき、土の圧密される厚さは  $10 \text{ cm}$  となつていてことになる。後のトンネル模型実験のときは排水がほとんどなかつたことより十分一次圧密を完了し、クリープ状態になつてゐると思われる。

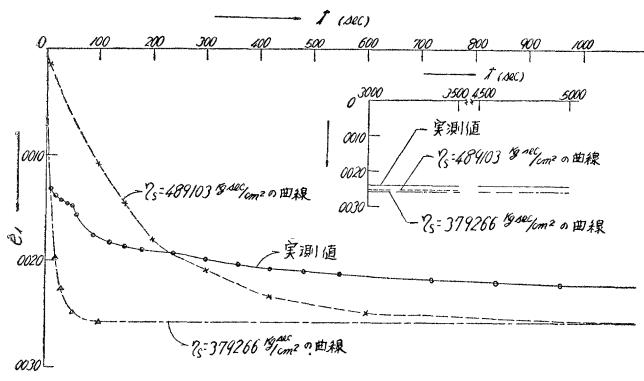
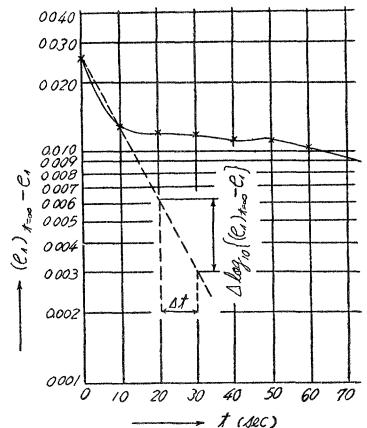
圧密試験完了後濾紙を除去し、 $60 \times 70 \text{ cm}$  の前面に  $2 \text{ cm}$  間隔で縦横に直線を引き、中央に半径  $8 \text{ cm}$  のトンネル円孔を掘削する。なお圧密して作つた地山材料のひずみ制御式および荷重制御式三軸圧縮試験、クリープ試験用試料（直径  $3.5 \text{ cm}$ 、高さ  $9 \text{ cm}$ ）をとるため、地山地表面にあたる面より  $10 \text{ cm}$  の幅と厚さの土を乱さないよう切り取つて成型した。この地山材料の土の単位容積重量  $w = 0.0019 \text{ kg/cm}^3$  である。このトンネル模型を鉛直に立

て地山表面に  $0.191 \text{ kg/cm}^2$  の等分布荷重を載荷し、載荷と同時に変形を始め経過時間ごとに写真撮影をし、これをスライドで拡大して各時刻ごとのトンネル円孔縁の変形量を測定した。なお地山の等分布荷重により地山表面の変形が自然状態と同じになるように図-6のような4片の載荷板を利用する載荷装置を設置した。

クリープ試験の装置は写真-2に示すように lever 比  $1/10$  の下部懸吊式で試料に  $0.208 \text{ kg/cm}^2$  載荷し側液圧  $0$  としてクリープひずみを dial gage ( $1/100 \text{ mm}$  読み) により測定した。なお lever の荷重に対して平衡錘でバランスをとつている。クリープ試験の定荷重  $0.208 \text{ kg/cm}^2$  は先の圧密試験荷重  $0.291 \text{ kg/cm}^2$  より少にしたのは、クリープ試験において破壊を起こさないことを予想してこの条件を満たすようにした。

## 7. 実験結果およびその処理

実験に使用した土のポアソン比  $\nu$  については、伊藤氏<sup>8)</sup>の実験より silt では静土圧係数  $K = 0.98 \div 1$  なる結果がえられている。本実験の土は silty loam であるから近似的に  $K = 1$  とみなせる。 $K = \nu / (\nu - 1) = 1$  より  $\nu = 0.5$ ,  $\mu = 2$  とみなすことができる。クリープ試験の結果  $(e_t)_{t=\infty} = 0.0258$  となり、 $p_i = 0.208 \text{ kg/cm}^2$  を(20)式に代入して  $r = 2.688 \text{ kg/cm}^2$  となる。クリープ試験結果は図-7に示す。これより図-3と同じ  $\log_{10}$

図-7 クリープ試験における  $e_i \sim t$  の実測値と理論値図-8  $\log_{10}\{(e_i)_{t=\infty} - e_i\} - t$  曲線

$\{(e_i)_{t=\infty} - e_i\} \sim t$  曲線を画けば 図-8 となる。これより (22) 式によつて  $\eta_s$  を求めるには、この曲線中の直線部分の傾斜を求めるべきであるが、実験に使用した土は完全に Voigt 型ではないので 図-8 は  $t < 10$  sec では急な傾斜となり、 $t > 10$  sec ではゆるやかな傾斜となつてゐる。

- [1]  $0 < t < 10$  sec では  $\Delta t = 80$  sec に対して  $\Delta \log_{10}\{(e_i)_{t=\infty} - e_i\} = -0.308$  となり、 $\eta_s = 37.93 \text{ kg sec/cm}^2$
  - [2]  $t > 10$  sec において  $\Delta t = 80$  sec に対して  $\Delta \log_{10}\{(e_i)_{t=\infty} - e_i\} = -0.191$  となり、 $\eta_s = 489.10 \text{ kg sec/cm}^2$
- この二つの  $\eta_s$  の値について (19) 式に代入して  $e_i \sim t$  関係を求めた曲線と実測曲線とを 図-7 に示す。[1] の場合が実測値に近いから  $\eta_s = 37.93 \text{ kg sec/cm}^2$  とみなす。

トンネル模型実験の地山地表面の過載荷重は  $0.191 \text{ kg/cm}^2$  で、トンネル中心の地表面よりの深さは  $28.0 \text{ cm}$  であるから、換算土かぶり厚さ  $H = 128.7 \text{ cm}$  となる。 $w = 0.0019 \text{ kg/cm}^3$ ,  $r = \rho = 8 \text{ cm}$ ,  $\mu = 2$ ,  $\tau = 2.688 \text{ kg/cm}^2$ ,

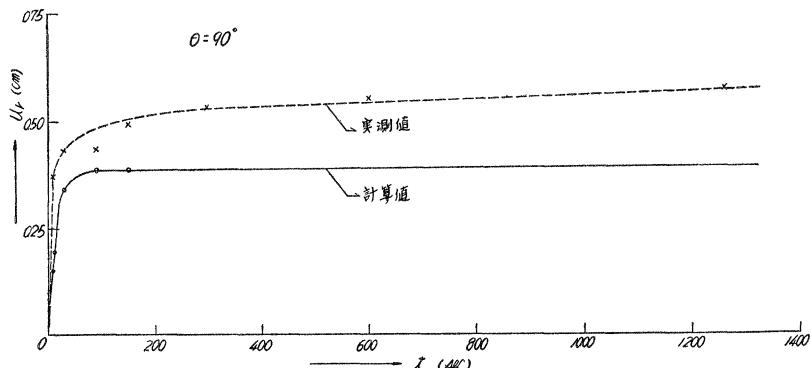
図-9 (a) トンネル周縁の  $u_i \sim t$  曲線

図-9 (b) 同上

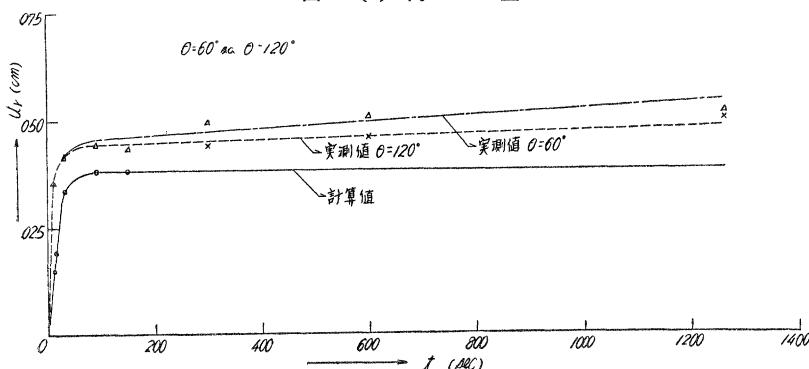


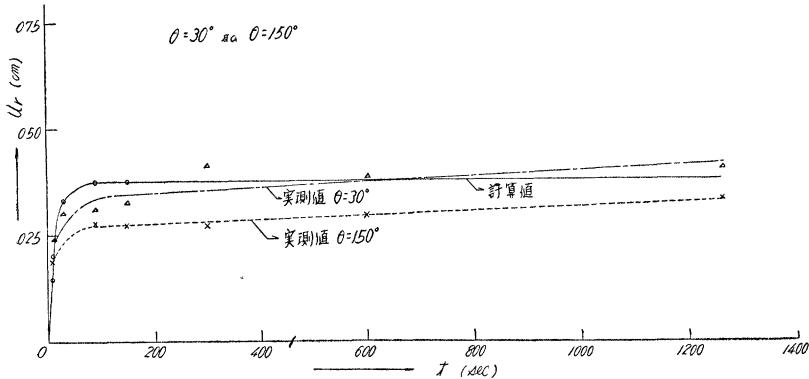
図-9 (c) トンネル周縁の  $u_r$ - $t$  曲線

図-9 (d) 同 上

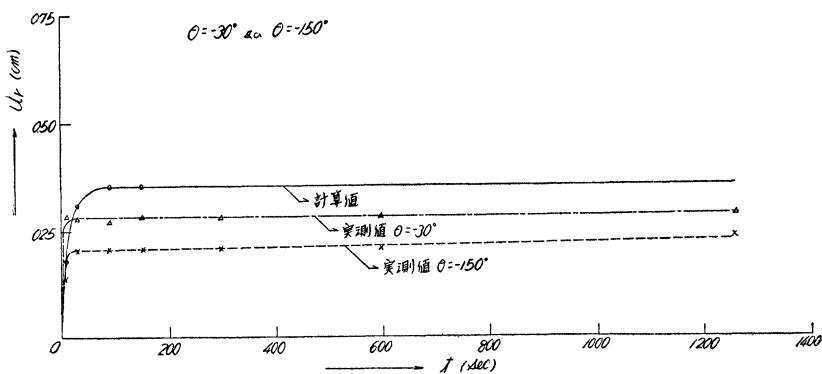
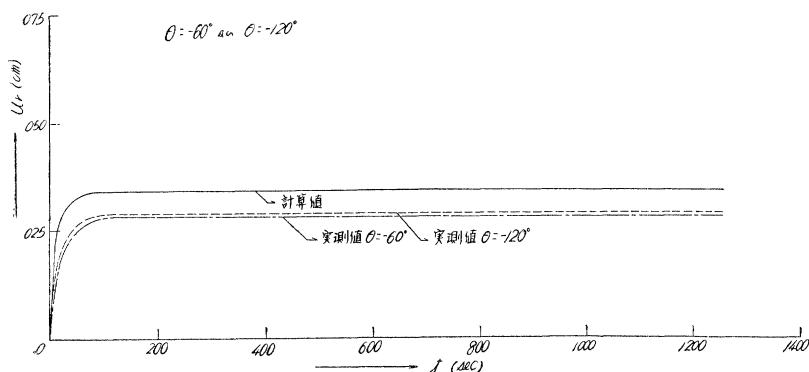


図-9 (e) 同 上



$\eta_s = 37.93 \text{ kg} \cdot \text{sec}/\text{cm}^2$  を (14), (13) 式に入れて

$$u_r = (-0.364 - 0.0235 \sin \theta) \{1 - \exp(-0.071 t)\}$$

(単位 cm)

となり、これを図示すれば 図-9 の (a)～(e) の計算値となる。

トンネル模型実験の変形写真撮影より変形量を測定するのはガラス板に画いたトンネル中心を中心とした円を基準として測っている。 $t=7200 \text{ sec}$  のときの撮影写真を写真-3 に示す。しかし実際のトンネルでは地山荷重がかかつている状態でトンネルを掘削して変形が生ずるゆえに写真撮影より求めた変形測定値より実際のトンネル変形状態の変形量を求めるため、つぎの補正をなすべきである。写真-3 の網目の変形をみても、トンネル円孔下部は相対的に上方に変形している。この補正のしかたはトンネル円孔より遠く離れた所では荷重をかけなければ下方に圧縮される。この圧縮後の位置が実際の地山のその点の位置を示しているから、逆にこの圧縮量だけ上方に変形測定値に加算すべきである。この量を  $\delta$  として、 $\delta$  の値としては近似的にトンネル下盤中央直下の水平線が相対的に上方に弯曲した量をとることにすれば、 $\delta = 0.4172 \text{ cm}$  となつた。トンネル円孔の変形量測定値に  $\delta \sin \theta$  を加算したものが表-1 の値であり、これを図示したものが図-9 の (a)～(e) の実測値である。

表-1 測定値より補正された実際のトンネル円孔変形量

単位 cm (負の符号はトンネル中心に向う変形量を示す)

$\theta \backslash t$	0 sec	10 sec	30 sec	90 sec	150 sec	300 sec	600 sec	1260 sec
180°	0	-0.1125	-0.1643	-0.1675	-0.1658	-0.1658	-0.1658	-0.1658
150°	0	-0.1852	-0.2350	-0.2767	-0.2545	-0.2747	-0.2931	-0.3305
120°	0	-0.3512	-0.4171	-0.4419	-0.4388	-0.4388	-0.4547	-0.4948
90°	0	-0.3704	-0.4336	-0.4339	-0.4939	-0.5309	-0.5496	-0.5682
60°	0	-0.3513	-0.4336	-0.4413	-0.4939	-0.4934	-0.5046	-0.5121
30°	0	-0.2414	-0.3069	-0.3132	-0.4373	-0.4110	-0.3847	-0.4034
0°	0	-0.1688	-0.1999	-0.2229	-0.2021	-0.2021	-0.2021	-0.2021
-30°	0	-0.2836	-0.2775	-0.2718	-0.2801	-0.2801	-0.2801	-0.2801
-60°	0	-0.3238	-0.3177	-0.2843	-0.2824	-0.2824	-0.2824	-0.2824
-90°	0	-0.2672	-0.2638	-0.2473	-0.2649	-0.2649	-0.2649	-0.2649
-120°	0	-0.3238	-0.3209	-0.2854	-0.2845	-0.2845	-0.2845	-0.2845
-150°	0	-0.2086	-0.2601	-0.2068	-0.2069	-0.2069	-0.2069	-0.2069

## 8. 実験の考察

図-9 より実験値と計算値とを比較すればつぎのようである。 $\theta = 60^\circ \sim 120^\circ$  の間では計算値が実験値より少くなつてているのは、計算値では  $H = 128.7 \text{ cm}$  となつておらず、地表面に荷重のない状態で十分せん断抵抗がきいているが、実験値では土かぶり厚さ  $28.0 \text{ cm}$  で過載荷重  $0.191 \text{ kg}/\text{cm}^2$  が作用しているから、それだけせん断抵抗のきき方が少くなつてている結果と考えられる。 $\theta = 60^\circ$  から時針まわりに  $\theta = 120^\circ$  まで、すなわちトンネル側壁および下盤では実験値が計算値より少くなつてている。これはトンネル模型実験では側方、下方は無限の拡がりをもつていているとして計算している結果のためと考えられる。その他模型実験では下方程ガラス板および後の板と土との摩擦があるため、また土は完全に Voigt 型ではなく近似的にこのようにみなせる原因のため、このような差異があると考えられる。

前述のトンネル模型実験において地山の土が粘弾性状態にあるかどうかを調べるために荷重制御式三軸圧縮試験を行い、側液圧を 0 としてクリープ強度を求めた。この試験の時間～荷重関係は図-10 に示す。このときの載荷速度は  $\alpha = 1.63 \times 10^{-2} \text{ kg}/\text{cm}^2/\text{min}$  である。鉛直圧力  $\sigma$ ～ひずみ  $\epsilon$  の関係は図-11 に示す。これより第1折点を求めれば上限降伏値<sup>9)</sup>は  $0.52 \text{ kg}/\text{cm}^2$  となる。クリープ試験の  $p_i = 0.208 \text{ kg}/\text{cm}^2$  とトンネル模型実験の載荷強度

写真-3

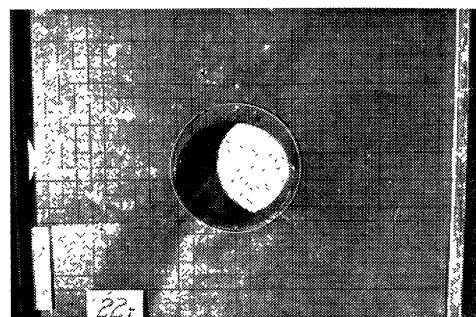
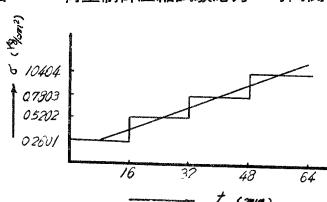


図-10 荷重制御圧縮試験応力～時間関係



0.191 kg/cm<sup>2</sup>はこの上限降伏値の半分以下となつてゐるゆえに、土の粘弾性状態で実験をなしたことになる。

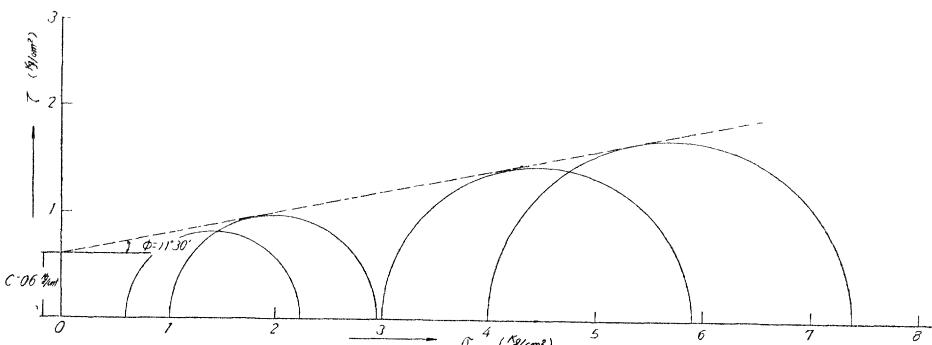
つぎにトンネル円孔周縁の接線方向直応力  $\sigma_\theta$  を調べる。

Hanns Schmid の式より  $(\sigma_\theta)_{el}$  を求めれば  $\theta=90^\circ$  のとき  $(\sigma_\theta)_{el} = -0.475 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\theta=-90^\circ$  のとき  $(\sigma_\theta)_{el} = -0.505 \text{ kg/cm}^2$  となり、負号は圧縮応力を示す。 $(\sigma_\theta)_{el}$  の式より  $\theta=90^\circ$  の値から  $\theta=-90^\circ$  の値へと圧縮応力は増している。またかりにこのトンネル円孔の応力状態が大なる地山圧力のため、塑性状態にあるとすれば、そのときの  $\sigma_\theta$  を  $(\sigma_\theta)_{pl}$  とする。ひずみ制御式三軸圧縮試験結果を 図-12 に示す。これより粘着力  $c=0.6 \text{ kg/cm}^2$ , 内部摩擦角  $\varphi=11^\circ 30'$  となり

$$(\sigma_\theta)_{pl} = 2c \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = 1.47 \text{ kg/cm}^2$$

の圧縮応力となる。 $(\sigma_\theta)_{el} < (\sigma_\theta)_{pl}$  よりトンネル模型実験を行つた載荷状態は地山の粘弾性状態にあることを示している。

図-12 ひずみ制御三軸圧縮試験結果



## 9. 結 語

クリープ試験のときの載荷重をいろいろかえたとき  $\tau$ ,  $\eta_s$  の値がいかになるかなお検討の余地があるが、この実験では圧密荷重より少にとつて破壊にならないようにする条件でほぼ満足すべき結果をえたか、今後これに関して研究する予定である。

粘性土の地山中にトンネルを掘削して後の変形挙動について粘弾性理論を適用して理論値とトンネル模型実験測定値と比較したが、トンネル模型実験の土の均質性を完全にえがたく、実際のトンネル地山荷重条件を完全に満たしにくいことより、ある差異は生じたが、近似的に理論式によりほぼその様相を説明できると考えられる。このことは国鉄日振トンネルの掘削面周壁の膨張の現場測定の結果より、ほぼ粘弾性理論でこの現象を説明できると考えられる。

なお粘性土中のトンネルが掘削後変形してある時間後に崩壊する問題については上限降伏値以上の荷重がトンネル模型にかかるようにして実験すべきであり、また図-7 でわかるようにトンネル円孔の変形挙動の理論の time factor についてさらに rheology の立場より研究すべきであるが、この問題についてつづいて研究をなす考えである。終りに本研究に際し終始御指導を頂いた京都大学村山教授に対して感謝の意を表する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) 宮部直巳：土のプラスチック変形に関する実験（序報）地震研究所彙報第14巻, p.543～p.552
- 2) 石本巳四雄・飯田汲事：土の粘弾性とせん断抵抗、地震研究所彙報第14巻, p.543～p.552
- 3) 篠田仁吉：粘弾性体の圧密、土木学会誌第38巻第5号
- 4) 村山朔郎・柴田徹：粘土のレオロジー的特性について、土木学会論文集第40号, 1956年
- 5) Markus Reiner : Twelve Lectures on Theoretical Rheology, North-Holland Publishing Company Amsterdam, 1949. Lecture VIII.
- 6) Hanns Schmid : Statische Probleme des Tunnel-und Druck-Stollenbaues und ihre gegenseitigen Beziehungen, 1926, Berlin
- 7) 6)と同じ pp.63
- 8) 伊藤富雄：土の静圧係数に関する実験的研究、第12回土木学会年次学術講演会講演概要 p.141～p.142
- 9) 4)と同じ p.18～p.19