

# 格子桁構造の極限荷重および最小重量設計に関する一研究

正員 米 沢 博\*

## LIMIT LOAD AND MINIMUM WEIGHT DESIGN OF GRILLAGE BEAMS

By Dr. Eng., Hiroshi Yonezawa, C.E. Member

**Synopsis :** This paper presents certain formulas of the limit load of grillage beams and discusses the minimum weight design by using these formulas. The economical ratios of the sections of the edge beams, internal beams and cross beams are obtained against the grillage beams whose geometrical form is given. The tests were carried out on fifteen miniature models, which were made of square steel and composed of three main beams and one cross beam. The theoretical modes of collapse and the calculated limit loads almost agree with the experimental results, and from the point of view of the minimum weight design a satisfactory agreement is obtained between experiments and theoretical analysis.

### 1. ま え が き

構造物の設計計算においては、与えられた荷重に安全に耐えて、しかも最も経済的な断面その他を決定することが、重要な課題である。従来はいわゆる弾性設計によつてこの目的を一応果してきた。しかし、弾性設計では構造物の真の破壊荷重を知ることが困難であり、従つて、十分安全過ぎることはあり得るが、最も経済的とはいえず、その他の不合理な点も生ずるようである。このような見地から、極限解析に関する研究が最近盛んに行われ、各種の構造物の合理的な破壊荷重が明らかにされてきた。さらに、極限解析の一分野として、最小重量設計法に関する研究も相当行われているようである。従来行なわれてきた最小重量設計の研究では、ラーメン構造物が面内荷重を受けた場合を対象にしたものがほとんどで<sup>1)~6)</sup>、その他板に関するものが一、二あるに過ぎない<sup>7)~9)</sup>。さらに複雑なラーメン構造の最小重量設計を、電子計算器などで自動的に行なうため、Automatic Designの研究へと進んでいる<sup>10)~13)</sup>。

以上のような現状であるが横荷重を受ける格子桁構造の最小重量設計に関する研究は、あまり見当たらないようである。著者はさきに、主桁2本、横桁1、2あるいは3本よりなる格子桁構造が偏心荷重を受けた場合の極限荷重に関し理論的および実験的研究を行つた<sup>14)</sup>。ここでは、3本以上の主桁と、スパン中央に1本の横桁を有する格子桁構造を対象にして、その極限荷重並びに最小重量設計に関する理論的および実験的考察を試みよう。

### 2. 格子桁構造の極限荷重

格子桁構造の各部材は完全塑性体であり、弾性変形は塑性変形に比して無視できること、その他極限解析で一般的に採用されている仮定を用いることにする。図-1に示すように、スパン  $2l$  の  $N$  本の主桁と、スパン中央にある1本の横桁より成る格子桁を考えよう。主桁間隔を  $il$ 、両縁桁、中桁、横桁の全塑性モーメントをそれぞれ  $M_1, M_2 = kM_1, M_3$  とする。

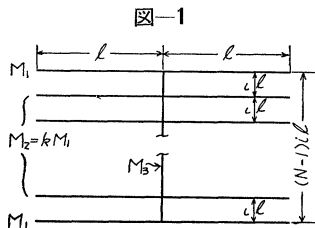


図-1

降伏条件式としては、せん断力の影響を無視して、次の式を採用する。

$$M^2 + \alpha T^2 = M_0^2 \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $M, T$  は任意断面の曲げモーメント、ねじりモーメント、 $M_0$  はその断面の全塑性モーメント、 $\alpha$  は断面の形によつて決まる常数である。降伏条件に対するねじりモーメントの影響は $\alpha$ の大小、主桁の支持条件、床板、横構、対傾構などがあれば、それらと桁との結合状態その他によつて種々変化するのであろう。それらをすべて考慮することは不可能であるから、

まず支持条件として次の二つの場合を考えることにする。すなわち、支点上にて  $M=0, T=0$  の場合と、 $M=0$  であるが、床板その他の影響で、ねじりには十分抵抗できる場合とに分けて考える。

次に荷重としてスパン中央すなわち横桁上にわたつて等分布線荷重が載る場合と、主桁と横桁との交点に一個の集中荷重が載る場合とを考えよう。

\* 工学博士，山口大学教授，工学部土木工学教室

いま、極限荷重を  $P_0$ 、その作用点のタワミ速度を  $\delta$ 、塑性ヒンジにおける曲げとねじりの回転角速度をそれぞれ  $\beta, \theta$  とすると、仮想仕事の原理から次の式が成り立つ。

$$\sum P_0 \delta = \sum M_0 \sqrt{\beta^2 + (\theta^2/\alpha)} \dots\dots\dots(2)$$

構造物自体のねじりに対する抵抗がきわめて小さく、従つて  $\alpha$  の大きい場合、あるいは支持条件によつてねじりに抵抗できない場合などは、式(2)は次のようになる。

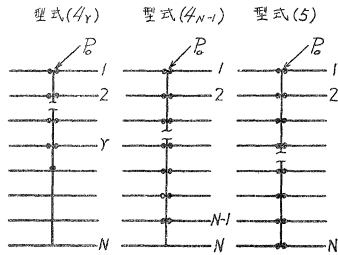
$$\sum P_0 \delta = \sum M_0 \beta \dots\dots\dots(3)$$

以下、式(2)あるいは式(3)を用いて、極限荷重を求めてみよう。

(1) 集中荷重

(a) ねじり抵抗の無視できる場合 主桁の支持条件が  $M=0, T=0$  で、床板、横構、対傾構などのない場合あるいはそれらと主桁との結合を無視できる場合は、部材断面のねじり剛性の大小にかかわらず、ねじりモーメントは生じない。まずこのような場合について考えよう。縁桁に一個の集中荷重が載つた場合の基本的な崩壊形式として、図-2 に示すような種類のものを考える。崩壊型式には、以下いずれもその極限荷重の式の番号を付して呼ぶことにする。

図-2 崩壊型式  
( $T=0$ , 集中荷重)



型式(4<sub>r</sub>)は、縁桁から第  $r$  番目の主桁まで崩壊し、 $1 \leq r \leq N-2$  の場合には、 $P_0$  は次のようになる。

$$P_0 = \{2 + (r-1)k\} \frac{M_1}{l} + \frac{1}{n} \frac{M_3}{il} \dots\dots\dots(4_r)$$

$r=N-1$  の場合には、 $P_0$  は次のようになる。

$$P_0 = \{2 + (N-2)k\} M_1/l \dots\dots\dots(4_{N-1})$$

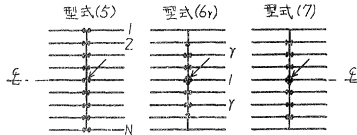
型式(5)は、全主桁が崩壊する場合で、 $P_0$  は次のようになる。

$$P_0 = \{4 + 2(N-2)k\} M_1/l \dots\dots\dots(5)$$

型式(5)の  $P_0$  は、(4<sub>N-1</sub>)の  $P_0$  より常に大であるから縁桁に载荷した場合は、全主桁の崩壊は起り得ないわけである。中桁に载荷する場合は、 $N$  が奇数で、中央の主桁のスパン中央に載つた場合について、図-3 に示すような基本的崩壊型式を考えよう。

型式(6<sub>r</sub>)は、中央主桁から第  $r$  番目の主桁まで崩壊し、 $r \leq (N-3)/2$  の場合で、 $P_0$  は次のようになる。

図-3 崩壊型式  
( $T=0$ , 集中荷重)



$$P_0 = 2kr \frac{M_1}{l} + \frac{4}{r} \frac{M_3}{il} \dots\dots\dots(6_r)$$

型式(7)は、縁桁以外のすべての主桁が崩壊し、 $P_0$  は次のようになる。

$$P_0 = (N-1)k \frac{M_1}{l} + \frac{4}{N-1} \frac{M_3}{il} \dots\dots\dots(7)$$

中桁に载荷した場合の  $P_0$  は、特殊の場合をのぞいて、ほとんど式(4<sub>r</sub>), (4<sub>N-1</sub>)の  $P_0$  より大きくなる。

(b) ねじり抵抗を考える場合 主桁の支持条件が、 $M=0$  で  $T \neq 0$  の場合、あるいは支持条件は  $M=T=0$  でも、床板、横構、対傾構などと主桁との結合その他の影響で、ねじり抵抗を考える必要がある場合について述べよう。(a) の場合のように、 $P_0$  の式を任意の主桁数  $N$  について一般的に誘導すると式がいたずらに複雑になる。従つてここでは後述の模型実験を対象にして、主桁3本で  $k=1$  の場合の  $P_0$  を求めよう。基本的崩壊型式を、载荷位置によつて、図-4 のように分類する。それぞれの崩壊型式に対する  $P_0$  は、次のようになる。

$$P_0 = 2\sqrt{1 + \frac{\alpha}{(4j^2 - \alpha)} \frac{M_1}{l}} + \left(\frac{2}{i} - \frac{\alpha}{\sqrt{4j^2 - \alpha}}\right) \frac{M_3}{l} \dots\dots\dots(8)$$

$$P_0 = 2\sqrt{1 + \frac{1}{i^2 \alpha} \frac{M_1}{l}} + \frac{1}{i} \frac{M_3}{l} \dots\dots\dots(9)$$

$$P_0 = \left(2\sqrt{1 + \frac{1}{4i^2 \alpha}} + \sqrt{1 + \frac{1}{i^2 \alpha}}\right) \frac{M_1}{l} + \frac{1}{2i} \frac{M_3}{l} \dots\dots\dots(10)$$

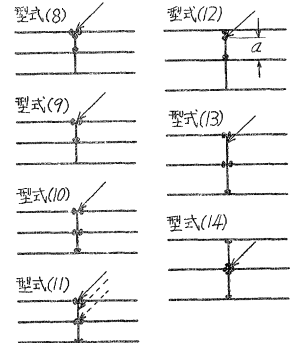
$$P_0 = 6 \frac{M_1}{l} \dots\dots\dots(11)$$

$$P_0 = \frac{2i}{m(i-m)} \frac{M_3}{l} \dots\dots\dots(12)$$

$$P_0 = \frac{4i}{i+m} \left(\frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{i^2 \alpha}} + \sqrt{1 + \frac{1}{4i^2 \alpha}}\right) \frac{M_1}{l} + \frac{1}{i+m} \frac{M_3}{l} \dots\dots\dots(13)$$

$$P_0 = 2 \frac{M_1}{l} + \frac{4}{i} \frac{M_3}{l} \dots\dots\dots(14)$$

図-4 崩壊型式  
( $T \neq 0$ , 集中荷重)



ただし、 $j=M_1/M_3$ 、 $m=a/l$  である。また、これら以外にも一、二の基本的崩壊型式が考えられるが、普通の範囲の  $i$  の値では、 $P_0$  が以上の諸式の  $P_0$  より大になり、実際には生じない型式と考られる。

(2) 線荷重

ここでは、スパン中央で全幅員にわたつて、等分布線荷重が載つた場合を考えてみよう。実際の構造では、縁桁よりもさらに外側にも載ることが多い。簡単のため、縁桁より  $il/2$  だけ外側まで載り得るものとし、その分は図-5に示すように縁桁に作用するものとする。

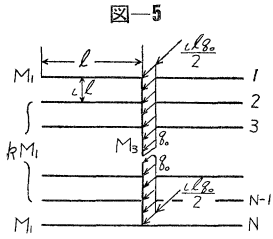


図-5

図-5 縁桁よりもさらに外側にも載ることが多い。簡単のため、縁桁より  $il/2$  だけ外側まで載り得るものとし、その分は図-5に示すように縁桁に作用するものとする。

(a) ねじり抵抗の無視できる場合 基本的崩壊型式を、図-6に示すように分類する。各型式に対する極限荷重  $q_0$  を誘導すると、次のようになる。

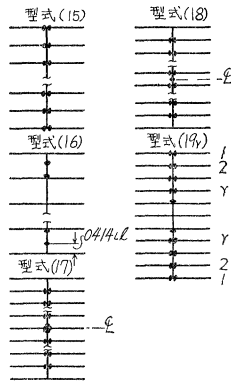
$$q_0 = \frac{4+2(N-2)k}{N} \frac{M_1}{il^2} \dots\dots\dots (15) \quad q_0 = 11.655 \frac{M_3}{i^2 l^2} \dots\dots\dots (16)$$

$$q_0 = 2k \frac{M_1}{il^2} + \frac{8}{(N-1)^2} \frac{M_3}{i^2 l^2} \quad N = \text{奇数} \dots\dots\dots (17)$$

$$q_0 = \frac{2N(N-2)k}{(N-1)^2} \frac{M_1}{il^2} + \frac{8}{(N-1)^2} \frac{M_3}{i^2 l^2} \quad N = \text{偶数} \dots\dots\dots (18)$$

$$q_0 = \frac{4+2k(r-1)}{1+r} \frac{M_1}{il^2} + \frac{2}{r(1+r)} \frac{M_3}{i^2 l^2} \dots\dots\dots (19_r)$$

図-6 崩壊型式 ( $T=0$ , 線荷重)

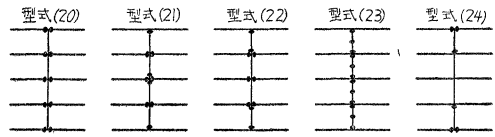


これら以外にも、基本的崩壊型式と考えられるものはあるが、いずれも  $q_0$  が以上の諸式で与えられる  $q_0$  よりも大になるから、実際には生じない型式である。

(b) ねじり抵抗を考える場合 ここでは一例として、主桁5本の場合を考えることにしよう。基本的

図-7 崩壊型式 ( $T \neq 0$ , 線荷重)

崩壊型式を図-7に示すように分類する。各崩壊型式に対する  $q_0$  を誘導すると、次のようになる。



$$q_0 = \frac{4+6k}{5} \frac{M_1}{il^2} \dots\dots\dots (20)$$

$$q_0 = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{i^2 \alpha}}\right) k \frac{M_1}{il^2} + \frac{M_3}{i^2 l^2} \dots\dots\dots (21)$$

$$q_0 = 2k \frac{M_1}{il^2} + \frac{4}{3} \frac{M_3}{i^2 l^2} \dots\dots\dots (22)$$

$$q_0 = 16 \frac{M_3}{i^2 l^2} \dots\dots\dots (23)$$

$$q_0 = 2\sqrt{1 + \frac{1}{i^2 \alpha}} \frac{M_1}{il^2} + \frac{M_3}{i^2 l^2} \dots\dots\dots (24)$$

以上の式(4)~(24)を用いて、極限荷重が求められる。

3. 格子桁構造の最小重量設計

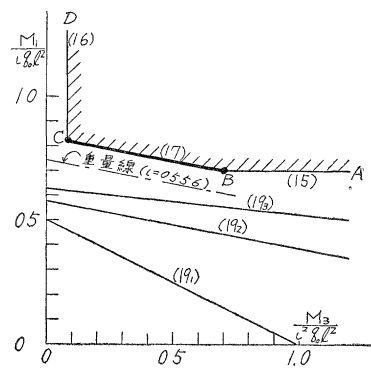
極限荷重を与える式(4)~(24)を用いて、格子桁構造の設計においてその最小重量を与える縁桁、中桁および横桁などの断面の相互関係を調べてみよう。いま、格子桁の全重量は各部材の長さとお塑性モーメントに比例すると仮定する<sup>15)</sup>。主桁  $N$  本、横桁1本より成る格子桁の全重量を  $W$  とすると、 $W$  は次の式であらわされる。

$$W = C\{4M_1 l + 2(N-2)kM_1 l + (N-1)iM_3 l\} \dots\dots\dots (25)$$

ただし、 $C$ は比例常数である。

まず具体的に一例をあげて、最小重量設計について考えてみよう。いま、主桁7本の格子桁に、等分布線荷重が載り、ねじり抵抗が無視できる場合は、式(15)~(19<sub>r</sub>)で極限荷重が与えられる。 $M_1/iq_0 l^2$ 、 $M_3/i^2 q_0 l^2$  を縦、横座標にとると、式(15)~(19<sub>r</sub>)は直線の方程式で、図-8のようになる。このような図を設計平面 (Design Plane) と呼ぶことにする。ただし、図-8は  $k=0.6$  の場合の設計平面である。図において斜線を施した領域内では構造物は安全であり、線(15)、(16)、(17)上でちょうど崩壊が生ずる。これを崩壊線と呼ぶことにする。従つて、縁桁と横桁の断面が与えられておれば、この図から崩壊型式と極限荷重が決定する。逆に極限荷重が与えられているとその荷重に対して最小重量を与える断面が決定される。

図-8 設計平面 ( $T=0$ , 線荷重)



重量を表わす式(25)と平行な直線を設計平面上に求め、この重量線 (Weight Line) と崩壊線 ABCD との接点 (時には接線) が、最小重

量を与える  $M_1, M_2$  の値となる<sup>16)</sup>。すなわち、図-8 の場合は、 $i=0.556$  で、BC と重量線が平行になり、BC 上のすべての点が最小重量を与える。従つて、 $i < 0.556$  では点 B が、 $i > 0.556$  では点 C が最小重量を与える。以下、このような方法によつて集中荷重と等分布線荷重の場合に分けて、種々の主桁数、主桁間隔の格子桁に対して、最小重量を与える断面の相互関係を調べてみよう。なお、いずれの場合も  $0 < k < 2$ ,  $0 < i < 1$  の範囲内で論ずることとする。

(1) 集中荷重

(a) ねじり抵抗の無視できる場合 特殊の場合をのぞいて、ほとんどの場合に、縁桁に積荷した方が、中桁に載荷するより小さい載荷で崩壊する。従つて、縁桁に載荷した場合について述べよう。任意の主桁数  $N$  の場合について述べるが、説明の便宜上、 $N=6$  の場合の設計平面を、種々の値の  $k$  に対して示すと、図-9a のようになる。任意の  $N, k$  に対する設計平面の崩壊線は、図-9b のようになる。 $N \leq 4$  では、崩壊線は  $(4_1)$  と  $(4_{N-1})$  の二本、 $N=5, 6$  では  $(4_1), (4_2), (4_{N-1})$  の三本、さらに  $N$  が大きくなるに従つて崩壊線の数は増加

図-9(a) 設計平面  
( $T=0$ , 集中荷重)

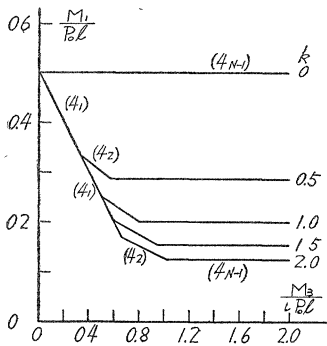
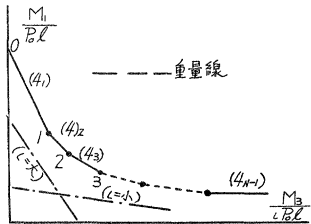


図-9(b) 設計平面



する。図-9b において、 $i$  の値の大小によつて重量線の傾斜が異なり、それに応じて各崩壊線の交点 0, 1, 2, ……のいずれかの点が最小重量を与える。

ここでは、図-9b の点 0, 1 に該当する点だけについて考えることにする。 $N \leq 4$  に対しては崩壊線は  $(4_1)$  と  $(4_{N-1})$  の二本で、その交点 1 においては横桁と縁桁の全塑性モーメントの比は次のようになる。

$$M_2/M_1 = i(N-2)k \dots\dots\dots (26)$$

さらに、式  $(4_1)$  と重量線 (25) とが平行になる条件から、 $i$  が

$$i = \sqrt{\frac{2+(N-2)k}{N-1}} \dots\dots\dots (27)$$

より大なる場合は、点 0 が最小重量を与え、小なる場合は点 1 が最小重量を与える。

次に、 $N \geq 5$  の場合を考えよう。崩壊線  $(4_1)$  と  $(4_2)$  の交点 1 においては、横桁と縁桁の全塑性モーメントの比は、次のようになる。

$$M_2/M_1 = 2ik \dots\dots\dots (28)$$

また、重量線 (25) と崩壊線  $(4_1)$  あるいは  $(4_2)$  とが平行になる条件から、

$$\sqrt{\frac{2+(N-2)k}{N-1}} \geq i \geq \sqrt{\frac{2+(N-2)k}{(N-1)(2+k)}} \dots\dots\dots (29)$$

の範囲内の  $i$  の値に対しては、点 1 が最小重量を与え、

$$i \geq \sqrt{\frac{2+(N-2)k}{N-1}} \dots\dots\dots (30)$$

に対しては、点 0 が最小重量を与える。さらに、 $N$  が増大するに従つて、 $(4_2), (4_3), (4_4), \dots\dots$ などの交点が最小重量を与える場合も生ずるがここでは省略する。

(b) ねじり抵抗を考える場合 等断面の主桁 3 本、すなわち  $k=1$  で  $\alpha=27/16$  (正方形断面) の場合を考えよう。図-4 に示すような三種類の載荷状態に対する設計平面として、種々の  $i$  についての崩壊線を同時に求めると、図-10a, b, c のようになる。図にて、太い実線あるいは点線は、最小重量を与える点の軌跡である。

図-10(a) 設計平面  
(主桁 3 本,  $T=0$ , 縁桁載荷)

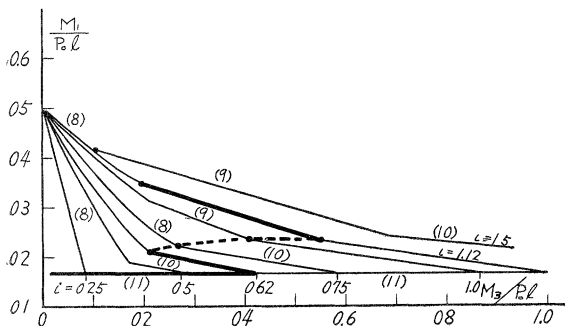
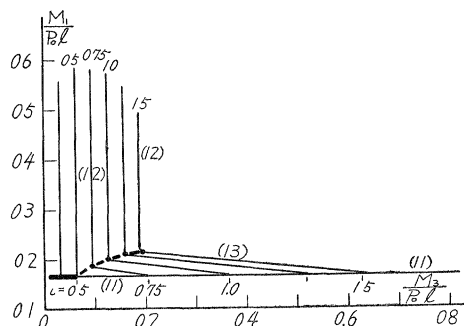


図-10(b) 設計平面  
(主桁 3 本,  $T=0$ ,  $m=i/2$ )



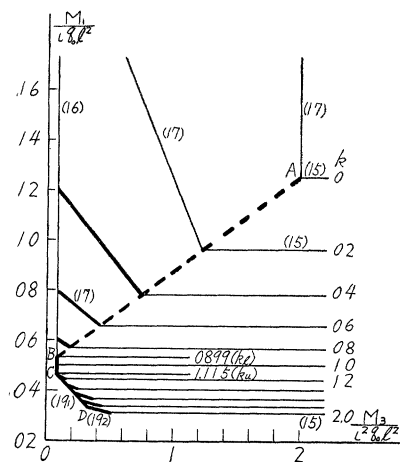
次に同じ等断面3本主桁で、縁桁のスパン中央に集中荷重が載り  $T=0$  と  $T \neq 0$  の場合について、種々の主桁間隔に対して最小重量を与える  $M_3/M_1$  の値を求めてみると、図-11 のようになる。図にて、最小重量設計の見地からは、 $T \neq 0$  と  $T=0$  の場合で  $M_3/M_1$  の値が相当異なること、特に  $T \neq 0$  の場合は、横桁断面を主桁断面にくらべて相当大にした方が有利なことがわかる。また、 $i$  の特定値を境界にして、 $M_3/M_1$  の値が階段的に変化しているが、これは最小重量を与える崩壊型式が変化するためである。

(2) 線荷重

(a) ねじり抵抗の無視できる場合 説明の便宜上、図-12 に示すような主桁5本の場合の設計平面を用いるが、一般的に主桁  $N$  本の場合を考察する。図は種々の  $k$  の値に対する崩壊線を重ねてかいたもので、太い実線あるいは点線の部分はそれぞれの  $k$  の値に対する最小重量を与える点である。すなわち、 $k$  の値が与えられれば図からそれに対する最小重量を与える  $M_1, M_3$  が求められるわけである。ここでは、さらに種々の  $k$  のうちどんな範囲の  $k$  の値に対して、最小重量が得られるかを考えてみよう。

図-12 の点Bに該当する  $k$  の値  $k_l$  を、 $N$  が奇数の場合は式 (15)、(16)、(17) から、 $N$  が偶数の場合は式 (15)、(16)、(18) の交点から求めると次のようになる。

図-12 設計平面  
(主桁5本,  $T=0$ , 線荷重)



$k$  の値が式 (33)、(34) の  $k_u$  より大きい場合、それぞれの  $k$  に対する  $M_1, M_3$  は式 (16)、(19) の交点で与えられる。その  $M_1, M_3$  を重量式 (25) に代入すると、 $k$  が小さいほど  $W$  も小さいことがわかる。すなわち、図-12 の CD 間では、点Cが最小重量を与える。さらに、BC 間では、式 (15)、(16) の交点の  $M_1, M_3$  を重量式 (25) に代入すると、 $k$  に関係なく  $W$  が一定になる。

従つて、 $k_l < k < k_u$  の間が、最小重量を与える点のうちでも、さらに最小重量を与える点であることがわかる。その場合の  $M_3/M_1$  値の値は次のようになる。

$$\frac{M_3}{iM_1} = \frac{0.0858\{4+2(N-2)k\}}{N} \dots\dots\dots (35)$$

式 (31)、(32)、(33)、(34)、(35) を用いて、最小重量を与える  $M_3/M_1, M_2/M_1$  の値の上下限を、主桁数  $N$  に対して求めると、図-13 a, b のようになる。この図から、次のことがわかる。すなわち、 $N$  が奇数のときは縁桁は中桁と等断面もしくは中桁よりやや大でも小でもよいのに反し、 $N$  が偶数の時は縁桁断面が中桁断面より小さい方が最小重量設計の見地からは有利である。これは注意すべき結果と考えられる。また、横桁断面は主桁断面にくらべて相当小さくてよく、この点は、集中荷重一個の場合と全く反対の結果である。

(b) ねじり抵抗を考える場合 ねじり抵抗が大なる構造を対象に、 $\alpha=1$  と仮定し<sup>17)</sup>、主桁5本の場合の設

図-10(c) 設計平面  
(主桁3本,  $T \neq 0$ , 中桁載荷)

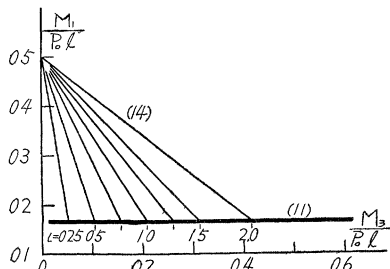
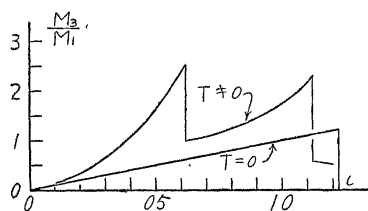


図-11 最小重量を与える  $M_3/M_1$  と  $i$  との関係



$$k_l = \frac{2(N-1)^2 - 1.3728}{2(N-1)^2 + 0.6864N - 1.3728} \quad (N = \text{奇数}) \dots\dots (31)$$

$$k_l = \frac{2(N-1)^2 - 1.3728}{2(N-1)^2 - 0.3136N - 1.3728} \quad (N = \text{偶数}) \dots\dots (32)$$

$k$  の値が式 (31)、(32) の  $k_l$  より小さい場合は、式 (17) あるいは (18) と式 (15) あるいは (16) との交点が最小重量を与える。これらの交点に該当する  $M_1, M_3$  の値を重量式 (25) に代入すると、 $k$  が大なるほど  $W$  は小になる。すなわち、図-12 の AB 間では、点Bが最小重量を与える点のうちでもさらに最小重量を与えることがわかる。

次に、点Cに該当する  $k$  の値  $k_u$  を、式 (15)、(16)、(19) から求めると次のようになる。

$$k_u = \frac{N - 1.8284}{0.9142N - 1.8284} \quad (r=1) \dots\dots\dots (33)$$

$$k_u = \frac{2N - 5.8284}{1.9142N - 5.8284} \quad (r=2) \dots\dots\dots (34)$$

図-13(a) 最小重量を与える  $M_3/M_1$ ,  $M_2/M_1$  と主桁数との関係 ( $N=奇数$ )

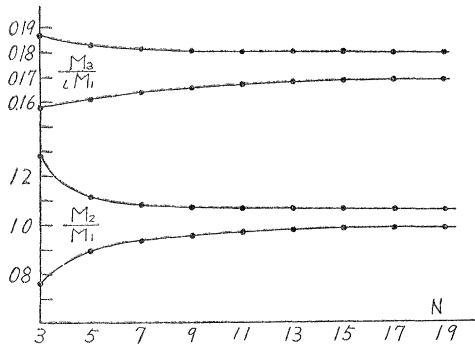


図-13(b) 最小重量を与える  $M_3/M_1$ ,  $M_2/M_1$  と主桁数との関係 ( $N=偶数$ )

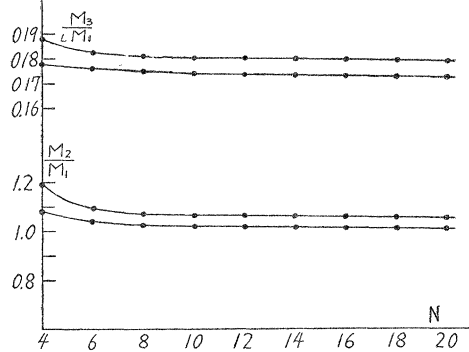
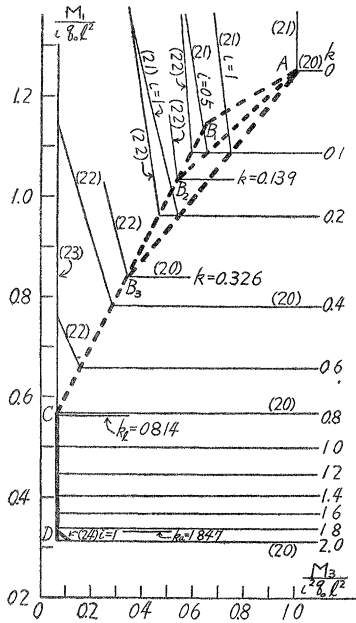


図-14 設計平面 (主桁5本,  $T=0$ , 線荷重)



計平面として種々の  $k$  の値に対する崩壊線を同時に求めると、図-14 のようになる。図にて太い実線、点線は最小重量を与える点の軌跡で、点線 ( $AB_1B_3$ ) は  $i=1/4$ , ( $AB_2B_3$ ) は  $i=1/2$ , ( $AB_3$ ) は  $i=1$  の場合であり、( $B_3CD$ ) の部分は  $i$  に関係なく共通である。AC 上の点、すなわち式 (20) と式 (21) あるいは式 (22) の交点として得られる  $M_1, M_3$  を、重量式 (25) へ代入すると、 $k$  の大なるほど  $W$  が小さくなり、式 (20), (22), (23) が一点で交る点 C ( $k_i=0.814$ ) で  $W$  は最小になる。

次に、図の CD 上の点、すなわち式 (20), (23) の交点として得られる  $M_1, M_3$  を重量式 (25) へ代入すると、 $k$  に関係なく  $W$  は一定になることがわかる。すなわち、ねじり抵抗を考えると最小重量を与える  $k$  の値の範囲は、 $0.814 \leq k \leq 1.847$  となる。同様に  $N=3, 4$  の場合について最小重量を与える  $k$  の上下限値を求め、ねじり抵抗を無視した場合の  $k$  の上下限値を比較した結果を 表-1 に示す。ねじり抵抗を考えた場合の方が相当広範囲の  $k$  に対して最小重量設計が行えることがわかる。

4. 荷重実験および理論との比較

格子桁構造の極限荷重および最小重量設計について理論的考察を行ったので、ここでは、3本主桁の小型格子桁模型を用いて荷重実験を行った結果、および理論結果との比較検

表-1 最小重量を与える  $M_2/M_1$  の上下限値

N	$T \neq 0$	$T=0$
3	0.667~2	0.762~1.28
4	0.778~2	1.08~1.19
5	0.814~1.85	0.899~1.12

表-2 模型寸法その他

模型番号	主桁全長 (cm)	支間 (cm)	主桁間隔 (cm)	主桁断面寸法 (mm)	横桁断面寸法 (mm)	支持条件	載荷桁
No. 1	44	36	13	8.9	6.2	$T=0$	縁
No. 2	44	40	13	8.9	6.2	$T=0$	縁
No. 3	44	36	13	8.9	8.9	$T=0$	縁
No. 4	44	40	13	8.9	12.0	$T=0$	縁
No. 5	44	36	13	6.2	12.0	$T=0$	縁
No. 6	44	40	13	6.2	12.0	$T=0$	縁
No. 7	44	36	10	12.0	6.2	$T \neq 0$	中
No. 8	44	36	10	12.0	6.2	$T=0$	中
No. 9	44	36	10	8.9	8.9	$T=0$	中
No.10	44	36	10	8.9	12.0	$T=0$	中
No.11	44	37	5	12.0	6.2	$T \neq 0$	中
No.12	44	37	5	8.9	8.9	$T \neq 0$	中
No.13	24	18	10	8.9	6.2	$T=0$	縁
No.14	24	18	10	8.9	8.9	$T=0$	縁
No.15	24	18	10	6.2	12.0	$T=0$	縁

討をしてみよう。

模型は、 $6.2 \times 6.2$ ,  $8.9 \times 8.9$ ,  $12.0 \times 12.0$  の三種類の角鋼を、ガス溶接後焼鈍して製作した。曲げおよび引張試験の結果、角鋼の降伏応力は約  $3000 \text{ kg/cm}^2$  であつた。各模型の番号、寸法その他を 表-2 に示す。

各模型とも支点上にて  $M=0$  で、 $T=0$  あるいは  $T \neq 0$  になるよう支持した。等分布線荷重は載荷が困難なので、集中荷重一個を縁桁あるいは中桁のスパン中央に載せた。各主桁のスパン中央のタワミをカセットメーターで、ヒズミを電気抵抗線ヒズミ計で測

定した。実験装置および載荷中の模型を 図-15 に示す。

各模型の崩壊型式を理論的に予測するため、各模型に対応する設計平面を、図-16 a~e に示す。図の点線は各模型の  $M_1$  と  $M_3/i$  の比值を方向係数とする直線、太い実線が崩壊線である。これらの交点が極限荷重の理論値および崩壊型式を与える。これらの図から載荷主桁のみが崩壊する模型は No. 1, 2, 7, 8, 9, 11, 13, 14 であり、非載荷桁まで同時に崩壊する模型は No. 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15 であることが予測される。また、実験結果も同一の結果を示した。実験結果の一例として、模型 No. 1, 6, 10 の荷重とタワミおよびヒズミ曲線を、図-17 a, b, c に示す。図にて、 $\varepsilon_1, \varepsilon_3, \delta_1, \delta_3$  は縁桁、 $\varepsilon_2, \delta_2$  は中桁のヒズミおよびタワミを表わす。他の模型も同様な結果であつたが支点上で  $T \approx 0$  の模型 No. 7, 11, 12 は、ねじりに抵抗できないよう支持した他の模型ほど崩壊荷重が明白に現われず、理論値より相当過大は荷重まで耐えた。各模型の崩壊荷重の実験値を 図-16 の各設計平面上に記入しておいた。

次に最小重量設計の見地から理論と実験を比較してみよう。図-16 a~d の設計平面上の鎖線は重量線である。各模型は載荷状態と  $i$  の等しいものについて、三組ずつに分けられているから、これらの組について

図-15 実験装置

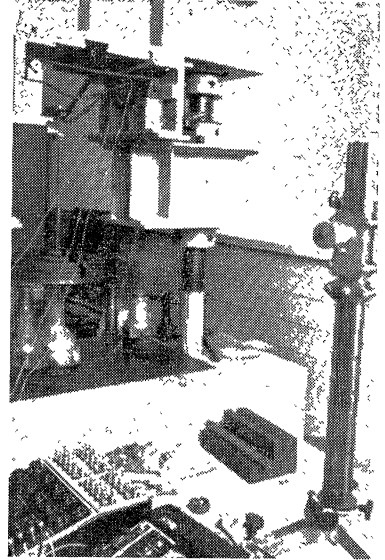


図-16 (a)

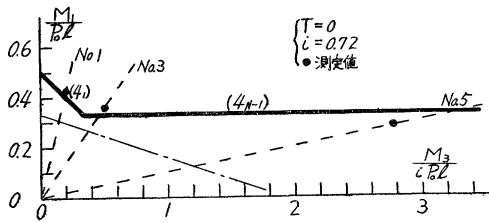


図-16 (b)

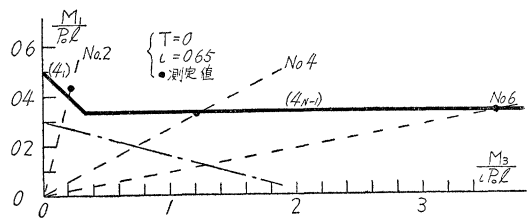


図-16 (c)

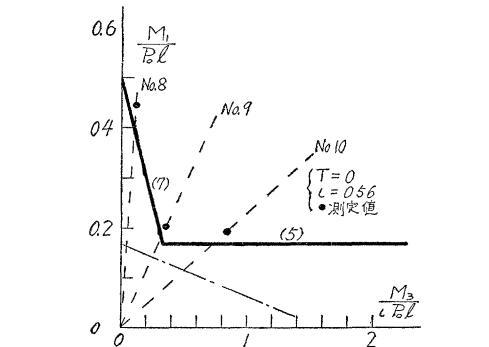


図-16 (d)

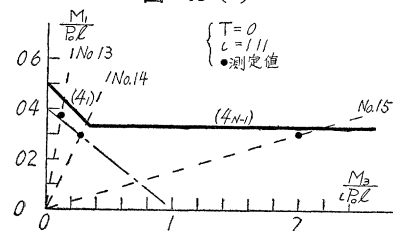


図-16 (e)

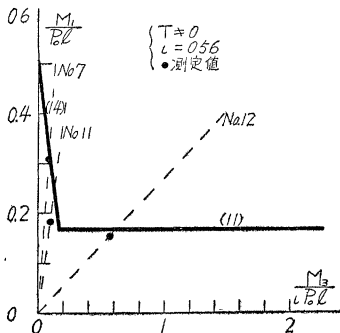


図-17 (a)

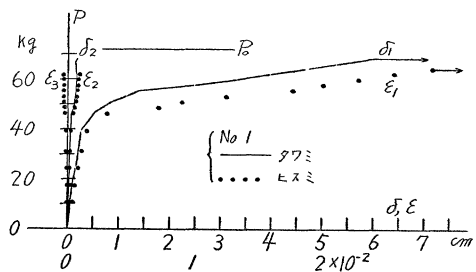


図-17 (b)

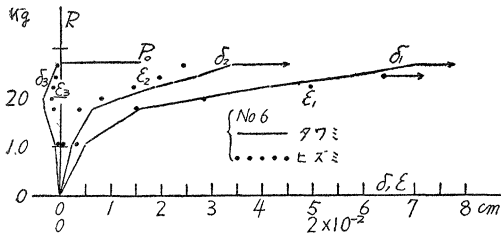
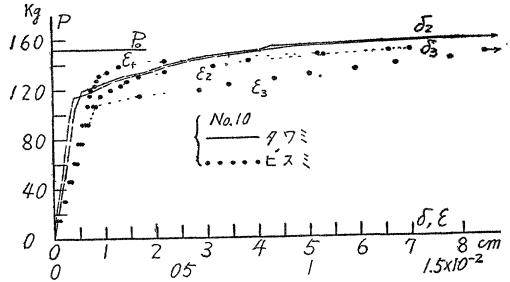


図-17 (c)



考えてみよう。いずれも重量線へ下した垂線の短かいものほど重量が小になるはずである。例えば、図-16 a の No. 1, 3, 5 の模型のうちでは、No. 3 の模型が最小重量で、No. 5 が最大重量になることが、理論的に予測される。この点を理論と実験について比較してみよう。いま、各模型の全容積と極限荷重との比の理論値と実験値を表-3 に示す。表の数値の小さいものほど最小重量設計の目的にかなうものであるが、この点からも理論値と実験値はほぼ満足な結果を与えている。

表-3 W/P。(cm<sup>3</sup>/kg) の理論値と実験値

模型番号	理論値	実験値
No. 1	1.32	1.38
No. 3	1.20	1.29
No. 5	2.72	2.25
No. 2	1.59	1.75
No. 4	1.67	1.61
No. 6	3.08	3.08
No. 8	0.91	1.11
No. 9	0.61	0.69
No. 10	0.64	0.75
No. 13	0.37	0.31
No. 14	0.34	0.29
No. 15	0.82	0.76

5. 結 論

3本以上の主桁と1本の横桁よりなる格子桁構造の極限荷重の理論式を誘導し、その結果を用いて、最小重量設計の見地から格子桁構造を考察した。さらに、小型格子桁模型について載荷実験を行い、理論結果と比較検討した。以上の結果を要約すると次のようである。

- (1) 主桁のスパン中央に集中荷重が一個、あるいはスパン中央で全幅員にわたつて等分線荷重が載つた場合の極限荷重の式(4)~(24)を誘導した。
- (2) 二種類の荷重のそれぞれについて、格子桁構造に最小重量を与える縁桁、中桁、横桁断面の相互関係を、理論的に明らかにした。
- (3) 主桁3本の小型模型15個について載荷実験を行い、極限荷重の理論値および最小重量設計に対する理論結果の妥当なことを確かめた。

以上の研究結果は、格子桁橋を主な対象にして述べてあるが、類似の他の格子構造物にも適用できるものである。また、現在の土木建造物の設計はほとんど弾性設計にもとづいて行われているようであるが、ここで述べたような最小重量設計の理論から得られる各部材断面比を弾性設計にとり入れることは望ましいことであろう。構造物の真の破壊荷重を知ろうとする目的以外に、上記のような見地からも極限荷重および最小重量設計に関する研究の必要を感じる次第である。

最後に、種々有益な文献を送つて頂いた、Cambridge 大学の Heyman, J. 博士に感謝の意を表する。

参考文献その他

- 1) Heyman, J. : Q. of Appl. Math., Vol. 8, 1951, p. 373
- 2) Heyman, J. : Structural Engineer, Vol. 31, 1953, p. 125
- 3) Foulkes, J. : Q. of Appl. Math., Vol. 10, 1953, p. 348
- 4) Foulkes, J. : Proc. Roy. Society, A, Vol. 223, 1954, p. 482
- 5) Heyman, J. : Proc. ASCE, No. EM 4, 1956
- 6) Heyman, J. : Proc. ASCE, No. EM 4, 1958
- 7) Hopkins, H.G., Prager, W. : J. of Appl. Mech., Vol. 22, 1955, p. 372
- 8) Freiburger, W., Teckinalp, B. : J. of Mech. Phys. Solids, Vol. 4, 1956, p. 294
- 9) Heyman, J. : Proc. 3rd US Nat. Cong. Appl. Mech., 1958, p. 551
- 10) Liversley, R.K. : Q.J. Mech. Appl. Math., Vol. 9, 1956, p. 257
- 11) Heyman, J. : J. of Franklin Inst., Vol. 266, 1958, p. 339
- 12) Heyman, J. : Engineering, Vol. 26, 1958, p. 834
- 13) Heyman, J. : Proc. Instn. Civ. Engrs., Vol. 12, 1959, p. 39
- 14) 米沢博 : 土木学会論文集, 第65号, 昭34, 10頁
- 15) (3), (4), (5), (6) など参照
- 16) (1)~(6) 参照
- 17) Heyman, J. : J. Appl. Mech., Vol. 19, 1952, p. 153