駐車現象の統計解析

正員　毛利正光*

STATISTICAL ANALYSIS OF PARKING PHENOMENA

By Dr. Eng., Masamitsu Mōri, C.E. Member

Synopsis: By the parking planning, it is desirable that determining such a capacity of parking spaces of being used by so many cars with the possibly least facilities. Such efficient capacity is to be determined by applying the probability theory to the parking phenomena through methods of operations research.

In this paper, the author has statistically analysed those distributions of auto-mobile coming and length of parking time, which are essentially basic factors for the theoretical analysis and explained that the former is fitted Poisson's distribution and the latter exponential curve.

要　旨　駐車場の計画に当つては，なるべく少ない施設で，できるだけ多くの車に利用されるよう容量をきめることが望ましい。このような能率的な駐車場の容量は，駐車現象の確率過程をオペレイションズ・リサーチの方法によつて考究することにより算定することができる。ここでは理論解析に必要な基礎的事項である，車の到着数の分布と，駐車継続時間の分布に関して，実測資料にもとづいて統計的解析を行い，前者にはポアソン分布が後者には指数分布のよく適合することを示し，駐車場計画上の基礎的事項を明らかにした。

1. まえがき

たとえば道路上交差点における車の待ち合わせ，埠頭における荷役のための汽船の待ち合わせ，駐車場に出入する車の流れ，店頭や窓口における客の行列の問題など，これらの車や人の流れを総称して交通流と呼ぶと，対象としているものの流れが，ある場所へ入つてきて，ある操作を受けたのち他の所へ流れ去るわけであるが，これらの交通流に対する施設の計画設計に当つて，考慮しなければならない重要なことは，対象となるものの到着数の分布と，操作を受ける時間の分布の型を明らかにすることである。そして問題は操作（用務）を供給する側では，できるだけ少ない施設で，できるだけ多くの交通流を処理することが経済的に望ましいわけである。

いま駐車に関する現象に注目すると，なるべく施設の容量を多くしないで，しかもなるべく多くの車に駐車不能の事態の生ぜぬように利用できることが望まれる。このような能率的な施設の計画設計は確率論的考究により所要容量を算出することができるが[1),2),3)]，ここでは理論的考察を行うに当つて，必要となる到着数の分布と利用時間について統計的解析を加え，理論計算を行う上の基礎的事項を明らかにし，これを実際上の問題に適用する際考慮すべき点を明確にし，あわせて二，三の実測例について，その分布の適合度について検討を加えることとした。

2. 到着数の分布

交通流の到着数の分布に対する最も初歩的な考えは，等間隔均等流であるとの仮定にもとづく考え方であるが，しかし個々の交通物がかなり自由な独立した動きを示しているような場合には，実際の交通の流れの状態は，この仮定と相当違つた分布を示す。一般に駐車需要の発生のような現象は，時間的に等間隔に発生するものでなく，でたらめに起る現象であつて，一台の駐車が発生した後に車の到来が途絶したり，また何台かが連続してやつて来たりする。このような交通の流れの分布状態はポアソン分布によく適合することが実験的に確かめられていて，主として確率論的方法による理論解析がその基盤となつているが，これらの交通流に厳密な解析を行つて，そこに起る種々な統計的現象を明確に把握することは，各種交通施設の計画上重要なことである。したがつてここにポアソン分布のもつ数学的意義を明らかにするとともに，駐車発生の確率分布としてのポアソン分布の適合性について検討を加えてみることにしたい。

（1）ポアソン分布のもつ性質

* 工学博士，大阪市立大学助教授　工学部土木工学教室

駐車場にやつてくる車の台数とか，道路上のある地点を短い時間に通過する車の台数や歩行者の数，あるいは窓口における客の到来数など，多くの現象に適合されるのがポアソン分布であつて，これらに類似した統計にもこれによく似た分布がしばしば起こる。この分布は確率変数 X が 0,1,2,……をとる離散変数であつて

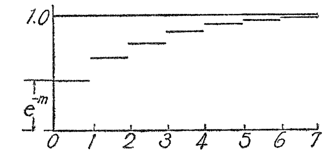
$$P(X=k)=e^{-m}\frac{m^k}{k!},\quad (m>0) \quad\cdots\cdots (1)$$

によつてその確率分布が規定されているとき，この X はポアソン分布にしたがうといわれる。しかして X の分布関数は

$$F(x)=\sum_{k\leqq x}^{\infty} e^{-m}\frac{m^k}{k!} \quad\cdots\cdots (2)$$

となり，$e^{-m}\cdot m^k/k!$ は $x=k$ における $F(x)$ の飛躍量で，これを図に示すと図—1のようになる。そして平均値 $E(x)=m$, 分散 $D^2(X)=m$ である。

図—1 分布関数



いま二項分布で母出現率を p とし，変量 X は出現すれば 1，出現しなければ 0，その他の値をとる確率は0と定めると，事象の起こる確率は p で，この事象の起こらない確率を $q=1-p$ とすると 二項分布

$$f(k)=\binom{n}{k}p^k q^{n-k},\ (k=0,1,2,\cdots\cdots,n) \quad\cdots\cdots (3)$$

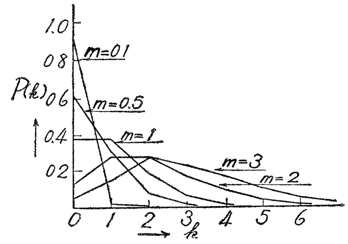
において p が n と共に変わるとし，$p=m/n$ とする。そして m を固定したままで n を限りなく大にした極限を考えると，

$$\lim_{n\to\infty}\binom{n}{k}p^k q^{n-k}=\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{(n-k)!k!}\times\left(\frac{m}{n}\right)^k\left(1-\frac{m}{n}\right)^{n-k}=\frac{m^k e^{-m}}{k!}\quad (k=0.1,2,\cdots\cdots)$$

となる。すなわち二項分布 $f(k)$ において n が十分大きく，$np=m$ があまり大きくない場合には，二項分布の代りにその簡単な近似式としてポアソン分布が用いられるわけである。これはポアソンの指数分布あるいは小数の分布法則とも呼ばれる。

つぎに $e^{-m}\cdot m^k/k!$, $(k=0,1,2,\cdots\cdots)$ を縦軸にとつた折線グラフを書くと 図—2のごとくなる。

図—2 ポアソン分布



X_1, X_2 をいずれもポアソン分布に従う確率変数として互に独立とし，パラメーター m をそれぞれ，m_1, m_2 とする。そうすると X_1+X_2 もまたポアソン分布に従い，そのパラメーターは m_1+m_2 である。

すなわち交通流の解析にしばしば用いられるポアソン分布は，上のような仮定によつて二項分布から導かれるが，これがいかなる数学的な仮定から導かれるかを明らかにして，これを交通問題解析に応用する場合に仮定せらるべき条件について，改めて考察してみることとする。

（2） ポアソン過程の確率論的導入

時間とともに変動する現象を確率論的にとらえるには確率過程の研究が必要となるが，そのためには，あるモデルを作り，適当な仮定を設けて数学的理論を展開するのがもつとも普通に行われる方法である。実際問題にあてはめる場合には，いろいろの相違や困難の生ずることもあるが，ともかく前提となる仮定はなるべく弱い方が望ましいわけである。いま道路上のある地点を通過する車の台数について考えてみると，通常ある時間内にやつてくる車の台数はポアソン分布をなすといわれている。

これは実験的にある程度まで確かめられることであるが，その理論的根拠を数学的に探つてみることが一層必要である。すなわちどんな仮定のもとにある確率過程が，ポアソン過程になるのであるかというと，普通，独立性・斉時性・稀現象の数学的条件などが前提条件として用いられている[1),2)]。これらの仮定はポアソン分布を導くために導入された嫌いのあるものもあるが，実際上の問題に際しては数学的意義以外に応用上の考慮が十分に払われた前提条件であることが肝要である。

道路上の交通流の問題について考えると，ある地点を車が一台通ることによつて一つの random event が生起したと考える。時間区間 (0,1) 内に起こるその random event の数を確率変数 $X(t)$ とすれば，一つの確率過程 $\{X(t)\}$ が得られる。これを一種の独立試行の過程と考える。すなわち，次のような独立性の仮定を導入する。

（a） 独立性の条件　これは互いに共通点をもたない区間内の確率現象は無関係であるという条件で，上記交通流の問題では，共通点のない各区間に起こる車の数の分布は独立である。すなわちある区間内に起こつた車の数を知つても他の区間で起こる車の数については何も知ることができないと解せられる条件で，これは実際の現

象に対して大した無理のない仮定である。これを表現するに数学的方法をかりると次のようになる。

ある区間 $(0, T)$ に含まれる任意の n 個の区間 (t_1, t_2) (t_3, t_4) …… (t_{2n-1}, t_{2n}) をとるとき，n 個の確率変数 $X(t_2)-X(t_1)$, $X(t_4)-X(t_3)$, ………, $X(t_{2n})-X(t_{2n-1})$ が独立できる。かような確率過程では，過去は将来の現象に対して，何の影響力をももたない特性がある（これはまた加法過程または微分過程といわれることもある)。

(b) 斉時性の条件　これは現象を支配する確率法則が時間の原点のとり方に関係しないという条件である。これを数学的に表現すればつぎのようになる。

確率変数 $X(t)-X(s)$ の分布法則が $(t-s)$ のみの関数である。

交通流の問題にあてはめるのは少々無理である。すなわち時間間隔を等しくとつてその間に起こる車の台数の分布のようすは一日中で相当大きな差があることは周知の通りである。しかし一日のうちのある特定時間の比較的短時間内では上の斉時性が適合でき得るとして，この仮定を認めるのは計算の簡易化にある。

つぎに稀現象に対する数学的表現の仕方については，つぎの二つの条件がある。

(c) 稀現象の第一条件　区間 (s, t) にちようど random event が k 個起こる確率を $P_k(s, t)$ と表わすことにすると，この第一条件とは任意の t に対して

$$\lim_{\Delta t\to 0} P_0(t, t+\Delta t)=1 \quad \cdots\cdots (4)$$

これは十分短い時間間隔内で random event が起こらないということが大きな確率をもつということで，車の通過台数の場合には無理のない仮定と考えられる。この仮定はまた計算の便宜上つぎのように書かれることが多い。

$$P_0(t, t+\Delta t)=m\Delta t+o(\Delta t) \quad \cdots\cdots (4')$$

ここに m は平均値で $m>0$ であり，また $O(\Delta t)$ は Δt より高次の無限小を表わす。

(d) 稀現象の第二条件　これは非常に短い時間間隔内では random event が2度以上起こる確率は1度起こる確率に比すれば無視できるほど小さいという条件で，数学的表現をかりるとつぎのようになる。すなわち任意の t に対し

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P_1(t, t+\Delta t)}{1-P_0(t, t+\Delta t)}=1 \quad \cdots\cdots (5)$$

この条件が満たされない現象はポアソン分布といちじるしく異なつてくる。たとえば交通量が極端に多くなつて飽和に近くなるにつれて，個々の車の独立性が失われて，均等流に近くなり，ポアソン分布の仮定からはずれてくるようになる。このような場合にはこの条件に注目してみることが必要である。この条件も計算を簡易にするために一般につぎの形におかれる。

$$1-P_0(t, t+\Delta t)-P_1(t, t+\Delta t)=O(\Delta t) \quad \cdots\cdots (5')$$

いま道路上のある地点を通過する車の台数が，上の (a), (b), (c), (d) の条件を有する確率過程であると考えると，(a), (b), (5′) を用いて，

$$P_k(t+\Delta t)=P_k(t)P_0(\Delta t)+P_{k-1}(t)+P_{k-1}(t)P_1(\Delta t)+O(\Delta t) \quad \cdots\cdots (6)$$

ゆえに式 (4′), (5′) から，

$$P_k(t+\Delta t)=P_k(t)(1-m\Delta t)+P_{k-1}(t)m\Delta t+O(\Delta t)$$

$$\therefore \frac{P_k(t+\Delta t)-P_k(t)}{\Delta t}=-mP_k(t)+mP_{k-1}(t)+\frac{O(\Delta t)}{\Delta t}$$

$t\to 0$ のとき　$P_k'(t)=-mP_k(t)+mP_{k-1}(t)$, $(k\geqq 1)$ …… (7)

また　$P_0(t+\Delta t)=P_0(t)(1-m\Delta t)+O(\Delta t)$, $(k=0)$ …… (8)

式 (8) から　$P_0'(t)=-mP_0(t)$ …… (9)

式 (9) および $P_0(O)=1$ から

$$P_0(t)=e^{-mt} \quad \cdots\cdots (10)$$

式 (10) を式 (7) に代入してその微分方程式を解けば $P_1(t)=mte^{-mt}$ となる。以下同様に求めて行けば一般に

$$P_k(t)=e^{-mt}\frac{(mt)^k}{k!} \quad \cdots\cdots (11)$$

この式は平均値 mt なるポアソン分布を表わす。すなわち交通流が上の (a), (b) および (4′), (5′) 式の条件を有する確率過程 $\{X(t)\}$ であると考えると，一つのポアソン分布となることがわかる。

（3） ポアソン分布適合度の検定

実際の駐車発生の確率がどの程度よくポアソンの分布法則に適合するかは，χ^2－ 検定（chi-square test）

表—1　駐車発生の分布に関する χ^2－ 検定

観測台数	観測度数 f	生起確率（ポアソン表から）	期待度数 f_t	$f-f_t$	$(f-f_t)^2$	$\dfrac{(f-f_t)^2}{f_t}$
0	4 } 24	0.099 26	7.147 } 23.656	0.344	0.118 6	0 005
1	20	0.229 29	16.509			
2	22	0.264 83	19.068	2.932	8.598 0	0.451
3	13	0.203 92	14.682	—1.682	2 829 9	0.193
4	6	0.117 77	8.479	—2.479	6.147 6	0 725
5	4 } 7	0.054 41	3.918 } 6 067	0.933	0 869 7	0.143
6	2	0.020 95	1.508			
7	1	0.006 91	0.498			
8	0	0.002 00	0.144			
計	72				$\chi^2=1.517$	

観測総台数＝166 台　　平均値＝2 31　　自由度 $df=5-2=3$

注：上表は昭 32.8.28. 名古屋市南呉服町における観測値である。

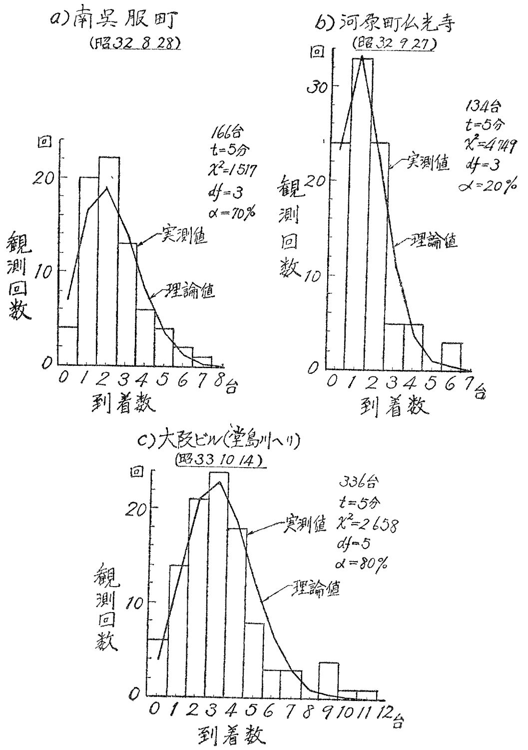
表—2　駐車発生確率分布のポアソン分布適合度の検定

観測場所日時	駐車台数	χ^2— 計算値	自由度	χ^2— 検定値	有意水準	相当図
名古屋南呉服町 昭 32. 8. 28.（水） 10.00 a.m.～4.00 p.m.	166台	1.517	df 3	1 424	α % 70	図—3 の a)
京都河原町四条仏光寺 昭 32. 9. 27.（金） 9.00 a.m.～5.00 p.m.	134	4 749	3	4 642	20	〃 b)
大阪ビル（堂島川辺り） 昭 33. 10. 14.（火） 9.00 a.m.～5.30 p.m.	336	2.658	5	2 343	80	〃 c)

注：時間区分5分の場合を示す

によつて検定することができる。すなわち実測値を基として，理論上の期待値はポアソン表を利用して求めることができるから，実測値と期待値とのくい違いの程度を χ^2－ 分布表[4),5)]を利用して検定すればよい。つぎに示す例は京都，名古屋および大阪において実測した駐車のため到来した台数について，観測時間間隔を5分とした場合，観測時間中に現われる車の数が，どの程度ポアソン分布に適合するかを検定したものである。χ^2－ 検定による計算の一例を示すと **表—1** のようであつて，その計算結果の要点を示したものが **表—2** である。また **図—3** は実測値と理論値を比較したもので，この実測例から，駐車場へ車の到着する数の分布は，相当の有意水準でポアソン分布から出現するものと考えてよいことがわかる。

図—3　駐車発生の確率分布



3. 駐車時間の分布

最近の自動車交通の増加に伴い都市交通の能率と安全を期するため，大都市においては駐車場やバス ターミナルといわれる交通施設を必要とするようになつてきた。かかる施設の計画設計に当つては，それを利用する車の量を推定することが必要であるが駐車量は通常時間的にかなり変動する量であるため，その把握が困難である場合が多く，またその時間的変化がわかつた場合でも，普通に考えられるその最大値をそのまま

計画設計に利用することは，あまり有効でないことが多く，車の入れ換りや施設の能率的な運営の方法を考慮して計画することが好ましい。したがつて駐車量を推定するために，その場所の駐車の特性を表わすような特性値によつて規模算定の資とすることが理論上合理的である。このため用いられるのが駐車時間に関する性質であつて，この駐車時間に十分な考慮を払つて，計画に当ることが必要である。

いま実測資料により駐車時間について検討を加えてみる。すなわち駐車時間の長さ別にその観測度数の分布を示すと**図—4**の実線で示すような曲線が得られる。

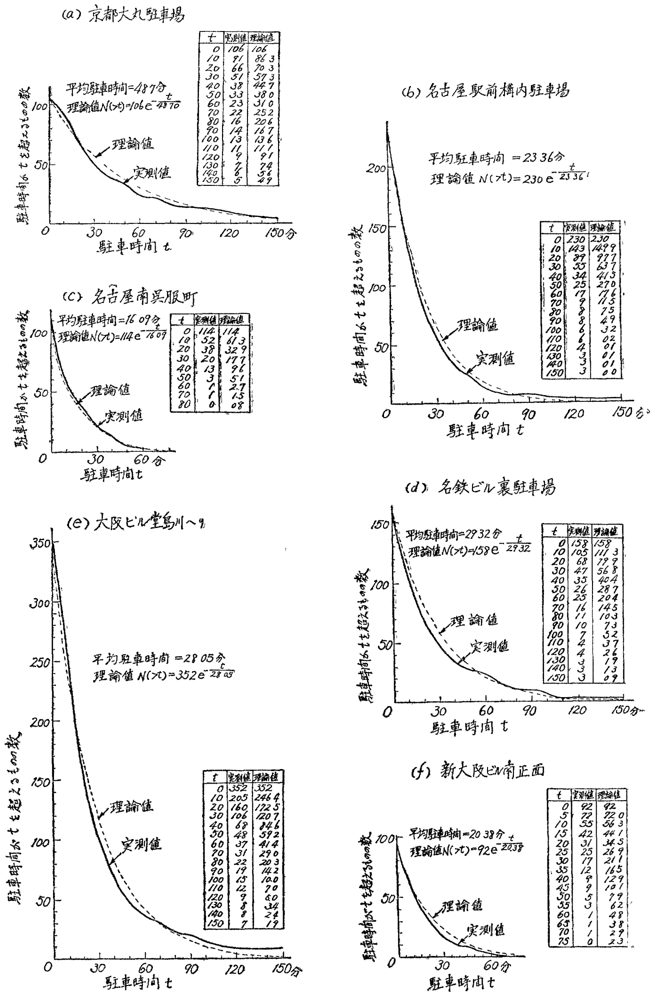
図—4は京都，名古屋，大阪の三市において行つた実態調査によつたものであるが，場所的に駐車時間の長短にはかなりの変化が見られるが，その分布の型については一般にほぼ指数関数的傾向があるということができる。したがつて駐車時間の型を表わす分布関数として，指数分布を考え，その関数の特性を示すパラメーターによつてその場所の駐車時間の特性を示すこととし，その理論度数と実測値の適合性について検討してみることとしたい。

上に述べた実測から駐車時間が t を越える確率は次式で表わすことができる。

$$P(>t)=e^{-lt}\quad (l：正の定数) \qquad \cdots\cdots(12)$$

つぎに通常の確率分布関数は $P(\leqq 1)=1-P(>t)$ として表わすから，駐車時間の分布が式 (12) に従うときは，その確率密度関数 $f(t)$ は次式から求められる。

図—4　駐車時間の分布



すなわち

$$\left.\begin{aligned} f(t)&=\frac{d}{dt}P(\leqq t)=-\frac{d}{dt}P(>t)\\ &=\begin{cases} le^{-lt}, & (t\geqq 0)\\ 0, & (t<0)\end{cases}\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(13)$$

これから平均駐車時間 $E(t)$ を求めると

$$E(t)=\int_0^\infty tf(t)dt=\int_0^\infty tle^{-lt}dt=\frac{1}{l} \qquad \cdots\cdots(14)$$

となる。したがつて l は平均駐車時間の逆数で与えられ，理論度数 $N(>t)$ は次式で求められる。

$$N(>t)=N_0e^{-lt},\ (N_0：観測全数) \qquad \cdots\cdots(15)$$

すなわち式 (15) から算出した理論値を示したものが **図—4** 中の点線であつて，実測値とかなりよく一致することがわかる。理論度数と実測値との適合性は統計学の理論により χ^2- 検定の方法により検定することができる。すなわちその計算の結果を示したものが **表—3** で，駐車時間の分布はかなりの信頼度をもつて，指数分布に従うということができる。

4. 結　び

以上本文は駐車現象に着目し，その駐車発生の確率分布および駐車時間の分布関数の型を多くの実測資料にも

表—3　駐車時間の確率分布に関する指数関数適合度の検定

観測場所日時	観測台数	平均駐車時間	χ^2–計算値	自由度	χ^2–検定値	有意水準	相当図
京都大丸駐車場 32. 9. 26 (木) 9.00 ～ 17 00	106台	48.70分	6.91	13	5.892	95%	図—4の (a)
名古屋駅前 32. 10. 16 (火) 10.00 ～ 16.00	230	23 36	4.40	7	3.822	80	〃 (b)
名古屋南呉服町 32. 8. 30 (金) 10.00 ～ 16.00	114	16.09	3.79	3	3.665	30	〃 (c)
名鉄ビル裏駐車場 32. 10. 16 (火) 10.00 ～ 16.00	158	29.32	8.30	9	6.393	70	〃 (d)
大阪ビル堂島川辺り 33. 10. 15 (水) 9.00 ～ 17.30	352	28.05	17.38	11	17.275	10	〃 (e)
新大ビル南正面 33. 8. 12 (火) 8.30 ～ 17.40	70	20.38	6.14	9	5.380	80	〃 (f)

とづいて明らかにするとともに，その理論的根拠について考察し，駐車場計画に必要な基礎的事項を明確にしたのであるが，ここに明らかにした事実にもとづいて最も能率的な駐車場の容量の決定とか，経済的な管理運営の方式を決めることができる。これらの方法については末尾の文献[1),2),3),10),11),12),13)]に詳述しているからこれを参照して戴くこととしたい。

終りに本研究に御懇篤な御指導を賜つた京大教授 米谷栄二博士並びに実態調査に当つては大阪，京都，各古屋各市の計画課，名工大　渡辺新三助教授，岐阜大学　加藤　晃講師等各位の多大の御援助を受けたことを記して深甚な謝意を表する次第である。

参考文献および資料

1) 毛利正光：駐車場計画に関する基礎理論の研究，土木学会論文集第38号（昭 31.10）pp. 49～53
2) 毛利正光：駐車場計画における車輛の出入量強度の算定法と運営に関する基礎的考察，土木学会論文集第46号（昭 32. 6）pp. 46～51
3) 毛利正光：バスターミナルの計画運営の理論に関する研究，土木学会論文集第49号（昭 32..10）pp. 9～16
4) 毛利正光：交通流の分布に関する統計学的考察，都市計画学会誌第5巻第4号，通巻第18号，1956，No. 4，pp. 13～21
5) 北川敏男：ポアッソン分布表，培風館（昭 26.9）
6) 佐藤良一郎：数理統計学，培風館（昭 26. 6）p. 587 の χ^2–表
7) 奥津　恭：工場における推計学の問題とその解き方，共立出版（昭 30. 7）p. 255 の第3表
8) 統計科学研究会編：新編統計数値表，河出書房（昭 27. 6）
9) 中山伊知郎編：統計学辞典，東洋経済新報社（昭 26. 12）
10) 米谷栄二・毛利正光：道路交通の計画理論，土木学会関西支部発行"最近の交通問題とその対策"の pp. 62～80（昭 34. 5）
11) 毛利正光：観光駐車場の将来計画に関する研究—理論の部—，土木学会論文集第61号（昭 34. 3）pp. 54～62
12) 毛利正光：同　上—実計算例について—，土木学会論文集第62号（昭 34. 5）pp. 49～55
13) 米谷栄二・毛利正光：路外駐車場の経済的管理運営機構について，土木学会第14回年次学術講演概要集（昭 34. 6）

（昭 34. 8. 27）