

二、三の補剛アーチ橋の解法

正員 平 井 敦*
正員 倉 西 茂**

ANALYSIS OF ARCH BRIDGES WITH STIFFENING GIRDERS

Dr. Eng., By Atsushi Hirai, C.E. Member and Dr. Eng., Shigeru
Kuranishi, C.E. Member

Synopsis : In this paper, the authors carry out the analysis of stiffened arch bridges, which are composed of an arched chord and a stiffening continuous beam or rigid frame. Taking panel point moments as a group of statically indeterminate ones, they obtain the fundamental elastic equations applying Castigliano's theorem, and induce the moment distribution factors to the stiffening girder and arched chord, making use of matrix operation. The other statically indeterminate ones are easily calculated using these distribution factors.

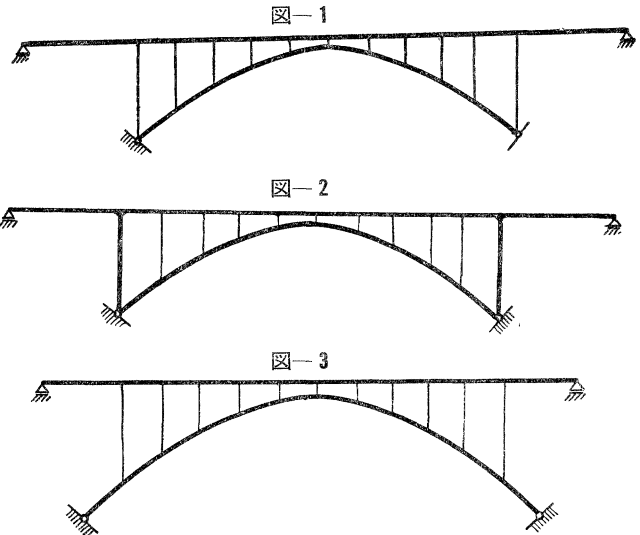
Besides them, they discuss here the influence of shifted supporting point of stiffening girder from the vertical line through the supporting point of arched chord at the ordinary stiffened arch (so-called Lohse Traeger).

要旨 本論文は連続桁またはラーメン桁の一径間をアーチで補剛した型式の補剛アーチ橋の解法を取り扱ったものである。Castigliano の定理を用いて、基礎弾性方程式を求め matrix operation を利用して補剛桁とアーチ部に対する曲げモーメントの分配率を与えた。この分配率を利用することによりこのような型式の補剛アーチ橋は比較的簡単に解くことができる。また同様の考え方を上り式ローゼ桁の補剛桁支点がアーチ支点上にない場合の影響を論じた。

1. 序論

アーチ橋に曲げ剛性をもつた桁を両端ピンの垂直材でもつて結合して得られる補剛アーチ橋の型式には種々のものが考えられる。図-1 に示した三径間連続桁の中央径間をアーチで補剛したような型式の補剛アーチ橋は支点モーメントの影響により、中央径間は弾性固定アーチのようになり応力が軽減されると共に、アーチ部の弾性安定をよくする。また立体構造となっているため、側方への変形およびねじれに対しても一般の 2 ヒンジ アーチ より剛性を大きくすることができる。構造的にも中間橋脚を省略することができる。床組の取り付けが簡易である等の多くの利点をもっている。

この型式の桁は高次の不静定構造物ではあるが、アーチ部と補剛桁に対する曲げモーメントの分配は matrix operation を利用することにより近似的にはあるが簡単に求めることができ、それらを利用することにより容易に応力解析が行える。また補剛桁としては上記のように連続桁ばかりでなく図-2 に示したようなラーメン構造も利用でき全く同じような取り扱いができる。これらと少し性質を異にするが上り式ローゼ桁の補剛桁支点がアーチ支点上にない場合(図-3)の影響についても論ずることにする。これらの型式の補剛アーチ橋はV字型の谷に架設するのにも

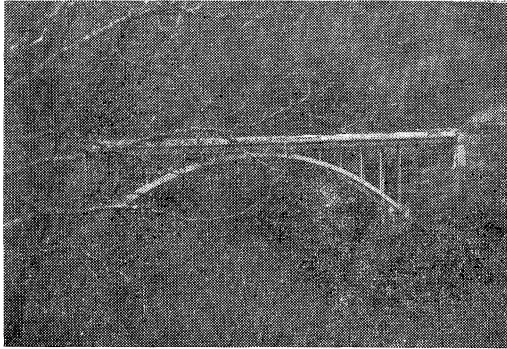


* 工学博士，東京大学教授，工学部土木工学教室

** 東京大学工学博士，東北大学講師，工学部土木工学教室

つとも適したものである。写真-1は本理論によつて設計した三坂大橋である。

写真-1



おもな記号

L ; 中央径間の支間長, λ ; 格間長, $n+1$; 格間数
 U_k ; 中央径間 $(k-1)(k)$ におけるアーチ部材長
 F_k^u ; " " " アーチ部材断面積

J_k^u ; 中央径間 $(k-1)(k)$ におけるアーチ部材断面2次モーメント
 J_k^o ; " " " 補剛桁断面2次モーメント
 β_k ; " " " アーチ部材が基線となす角
 h_k ; 格点におけるアーチの高さ
 J_c ; 任意に基準として定めた標準断面2次モーメント

$$O_k' = O_k \frac{J_c}{J_k^o}, U_k' = U_k \frac{J_c}{J_k^u}, l_k' = O_k' + U_k'$$

L', L'' ; 格点 0, 格点 $n+1$ 側の側径間長

M_{ki}^o ; 補剛桁格点モーメントの影響線縦距

M_{ki}^u ; アーチ部格点モーメント影響線縦距

\mathfrak{M}_{ki} ; 単純バリとしての曲げモーメント影響線縦距

Z_{ki} ; 支柱応力影響線縦距

H_i ; ...アーチ部に働く水平反力影響線縦距

$M_{0i}, M_{n+1,i}$; 支点モーメント影響線縦距

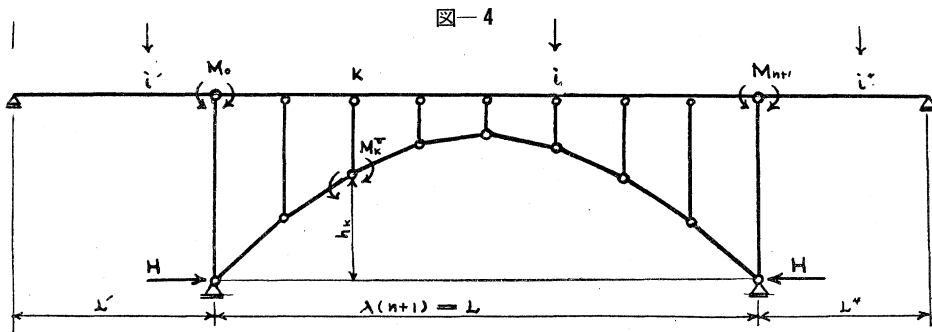
指標 ki は i 点に単位荷重が載荷されたとき k 点に生じるそれぞれの応力を表わす。側径間の場合は k', i', k'', i'' で表わす。解くにあたり次のごとき仮定を設ける。

- a) 格間長は中央径間にわたり一定とする。
- b) 中央径間は垂直軸に対称とする。
- c) 桁は変形後も変形前と同じ力の釣合状態を保つ。
- d) 格点モーメント, 支点モーメントは共に部材を下方に変形さすものを正とする。

2. 補剛桁に連続桁を用いた場合の解法

(1) 格点モーメントの算出

不静定量としてアーチ部各格点に働く格点モーメント M_{ki}^u ($k=1, 2, \dots, n$) と両端に働く水平反力 H_i と支点モーメント $M_{0i}, M_{n+1,i}$ をとる。これらの不静定力が作用している点で拘束をとり、図-4に示したような静定構造物に前記の不静定力がそれぞれの境界条件を満足するように働いているものとしよう。一般にローゼ桁の解



法に四連モーメントの定理が利用されるが、ここでは Castigliano の定理を用いて基本式を求めることにする。今中央径間のみを切り出して考えて見よう。 $M_{0i}, M_{n+1,i}$ と H_i は既知とし格点 i に単位荷重が載荷されたとき格点 k のすぐ右側で桁を切りモーメントの平衡条件を求めると

$$M_{ki}^o + M_{ki}^u = \mathfrak{M}_{ki} - h_k H_i + \frac{n+1-k}{n+1} M_{0i} + \frac{k}{n+1} M_{n+1,i} \dots \dots \dots (1)$$

が得られる。単純バリの両 AB に曲げモーメント $M_A M_B$ が加わつたときにハりに蓄えられるヒズミ エネルギーは

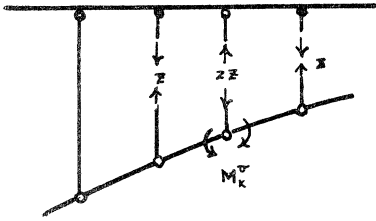
$$W_{AB} = \frac{l}{6 EJ} (M_A^2 + M_A M_B + M_B^2)$$

で与えられるゆへ(1)式で示した曲げモーメントと直応力により中央径間に蓄えられるヒズミ エネルギー W は

$$W = \sum_{k=1}^{n+1} \frac{O_k}{6EJ_k} (M_{k-1}^{\circ 2} + M_k^{\circ 2} + M_k^{\circ 2}) + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{U_k}{6EJ_k^u} (M_{k-1}^{u2} + M_{k-1}^u M_k^u + M_k^{u2}) + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{U_k}{2EF_k^u} N_k^{\circ 2}$$

与えられる。簡単のため指標 i は省略した。Castigliano の定理により $\partial W/\partial M_k^u = 0$ ($k=1, 2, \dots, n-1, n$) が得られる。今 図-5 に示したようにアーチ部格点 k に格点モーメント M_k^u を加えると補剛桁格点 k に $\bar{M}_k^{\circ} = -M_k^u$ なる曲げモーメントが生じ他の格点にはモーメントを生じない

図-5



$$\frac{\partial \bar{M}_k^{\circ}}{\partial M_k^u} = -1, \quad \frac{\partial M_r^{\circ}}{\partial M_k^u} = 0, \quad \frac{\partial M_r^{\circ}}{\partial M_k^u} = 0 \quad r \neq k \dots (3)$$

よつて
なる関係が得られる。また端部の支承条件より $M_0^u, M_{n+1}^u = 0$ である。以上の条件を用いて $\partial W/\partial M_k^u = 0$ を求め (1) 式の関係を入れて整理すれば次の n 元連立一次方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} 2(l_1' + l_2')M_1^u + l_2'M_2^u &= O_1'M_0 + 2(O_1' + O_2')\mathfrak{R}_1 + O_2'\mathfrak{R}_2 \\ l_2'M_1^u + 2(l_2' + l_3')M_2^u + l_3'M_3^u &= O_2'\mathfrak{R}_1 + 2(O_2' + O_3')\mathfrak{R}_2 + O_3'\mathfrak{R}_3 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ l_k'M_{k-1}^u + 2(l_k' + l_{k+1}')M_k^u + l_{k+1}'M_{k+1}^u &= O_k'\mathfrak{R}_{k-1} + 2(O_k' + O_{k+1}')\mathfrak{R}_k + O_{k+1}'\mathfrak{R}_{k+1} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ l_{n+1}'M_{n-2}^u + 2(l_{n-1}' + l_n')M_{n-1}^u + l_n'M_n^u &= O_{n-1}'\mathfrak{R}_{n-2} + 2(O_{n-1}' + O_n')\mathfrak{R}_{n-1} + O_n'\mathfrak{R}_n \\ l_n'M_{n-2}^u + 2(l_{n-1}' + l_{n+1}')M_{n-1}^u &= O_n'\mathfrak{R}_{n-1} + 2(O_n' + O_{n+1}')\mathfrak{R}_n + O_{n+1}'M_{n+1} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

ここで $\mathfrak{R}_k = \mathfrak{R}_k - h_k H + \frac{n+1-k}{n+1} M_0 + \frac{k}{n+1} M_{n+1}$

これを Matrix で表示すれば

$$\begin{vmatrix} 2(l_1' + l_2'), l_2' & & & & 0 \\ & l_2', 2(l_2' + l_3'), l_3'l_3' & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & l_n', 2(l_n' + l_{n+1}'), l_{n+1}'l_n' & \\ & & & & 0 \\ 0 & & & & & l_n', 2(l_k' + l_{k+1}'), l_n \\ & & & & & & l_n', 2(l_{n-1}' + l_n'), l_n \\ & & & & & & & l_n', 2(l_n' + l_{n+1}') \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_1^u \\ M_2^u \\ \vdots \\ M_k^u \\ \vdots \\ M_{n-1}^u \\ M_n^u \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} O_1', 2(O_1' + O_2'), O_2' & & & & 0 \\ & O_2', 2(O_2' + O_3'), O_3' & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & O_k', 2(O_k' + O_{k+1}'), O_{k+1}' & \\ & & & & 0 \\ 0 & & & & & O_{n-1}', 2(O_{n-1}' + O_n'), O_n' \\ & & & & & & O_n', 2(O_n' + O_{n+1}'), O_{n+1}' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_0 \\ \mathfrak{R}_1 \\ \mathfrak{R}_2 \\ \vdots \\ \mathfrak{R}_k \\ \vdots \\ \mathfrak{R}_{n-1} \\ \mathfrak{R}_n \\ M_{n+1} \end{vmatrix}$$

ここで隣り合つた格間の断間の断面定数はほぼ等しいということ仮定すれば (5) 式は $l_k' \approx l_{k+1}', O_k' = O_{k+1}'$ より

$$\begin{vmatrix} 4, 1 & & & & & & & & \\ & 1, 4, 1 & & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & & \\ & & & 1, 4, 1 & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & \\ 0 & & & & & 1, 4, 1 & & & \\ & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & 4 & \\ & & & & & & & & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{l_1' + l_2'}{2} \\ \frac{l_2' + l_3'}{2} \\ \vdots \\ \frac{l_k' + l_{k+1}'}{2} \\ \vdots \\ \frac{l_{n-1}' + l_n'}{2} \\ \frac{l_n' + l_{n+1}'}{2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_1^u \\ M_2^u \\ \vdots \\ M_k^u \\ \vdots \\ M_{n-1}^u \\ M_n^u \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1, 4, 1 & & & & & & & \\ & 1, 4, 1 & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & \\ & & & 1, 4, 1 & & & & \\ & & & & \ddots & & & \\ 0 & & & & & 1, 4, 1 & & \\ & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & 4 & \\ & & & & & & & & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} O_1' \\ \frac{O_1' + O_2'}{2} \\ \vdots \\ \frac{O_k' + O_{k+1}'}{2} \\ \vdots \\ \frac{O_{n-1}' + O_n'}{2} \\ O_n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_0 \\ \mathfrak{R}_1 \\ \vdots \\ \mathfrak{R}_k \\ \vdots \\ \mathfrak{R}_n \\ M_{n+1} \end{vmatrix}$$

と書ける。よつて格点モーメント $M_k^u (k=1, 2, \dots, n-1, n)$ は

$$\begin{vmatrix} M_1^u \\ M_2^u \\ \vdots \\ M_k^u \\ \vdots \\ M_{n-1}^u \\ M_n^u \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2}{l_1' + l_2'} \\ \frac{2}{l_2' + l_3'} \\ \vdots \\ \frac{2}{l_k' + l_{k+1}'} \\ \vdots \\ \frac{2}{l_{n-1}' + l_n'} \\ \frac{2}{l_n' + l_{n+1}'} \end{vmatrix} |\alpha| \begin{vmatrix} O_1' \\ \frac{O_1' + O_2'}{2} \\ \vdots \\ \frac{O_k' + O_{k+1}'}{2} \\ \vdots \\ \frac{O_{n-1}' + O_n'}{2} \\ O_{n+1}' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_0 \\ \mathfrak{R}_1 \\ \vdots \\ \mathfrak{R}_k \\ \vdots \\ \mathfrak{R}_n \\ M_{n+1} \end{vmatrix} \dots (6)$$

ここでは Cartigliano の定理を用い補剛桁の撓角を支点上で求めその撓角により支点モーメントを算出する。まず中央径間を取り出し、これに支点モーメントを加えたとき桁に蓄えられるヒズミエネルギーは今求めようとしている補剛桁端の部材のみ正確に計算し他は近似的に求めると次式で与えられる。

$$W = \sum_{k=2}^{n+1} \frac{O_k}{2EJ_k} M_k^2 + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{U_k}{2EJ_k} M_k^2 + \frac{O_1}{bEJ_1} (M_0^2 + M_0^0 M_1^0 + M_1^2) + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{U_k}{2EJ_k} N_k^2$$

中央径間に端モーメント M_0, M_{n+1} を加えることにより生じる水平反力を $H^M = \Delta H (M_0 + M_{n+1})$ と置けば

$$\frac{\partial M_k^0}{\partial M_0} = (b_{k0}^0 - \Delta H t_k h_k), \quad \frac{\partial M_k^u}{\partial M_0} = (b_{k0}^u - \Delta H (1-t_k) h_k) \frac{\partial M_k^0}{\partial M_{n+1}} = (b_{kn+1}^0 - \Delta H t_k h_k), \quad \frac{\partial M_k^u}{\partial M_{n+1}} = (b_{kn+1}^u - \Delta H (1-t_k) h_k)$$

なる関係が得られこれより W を M_0, M_{n+1} で偏分して得られる補剛桁端の撓角は

$$\begin{aligned} EJ_c \theta_{0i} &= \bar{C}_1 M_{0i} + C_2 M_{n+1i} + C_{0i} \\ EJ_c \theta_{n+1i} &= C_2 M_{0i} + \bar{C}_1 M_{n+1i} + C_{n+1i} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。ここで $\theta_{0i}, \theta_{n+1i}$ は中央径間格点 i に単位荷重が載荷されたときの補剛桁端格点 $0, n+1$ 角の撓であり M_0, M_{n+1} と同方向に回転するものを正とする。また $\bar{C}_1, C_2, C_{0i}, C_{n+1i}$ は H, L をローゼ桁としての水平反力とすれば

$$\begin{aligned} \bar{C}_1 &= \sum_{k=1}^{n+1} \{O_k' (b_{k0}^0 - \Delta H t_k h_k)^2 + u_k' (b_{k0}^u - \Delta H (1-t_k) h_k)^2\} + \frac{O_1'}{3} \{1 + (b_{10}^0 - \Delta H t_1 h_1) - 2(b_{10}^0 - t_1 h_1 \Delta H)^2\} \\ C_2 &= \sum_{k=1}^{n+1} \{O_k' (b_{kn+1}^0 - \Delta H t_k h_k) (b_{k0}^0 - \Delta H t_k h_k) + U_k' (b_{kn+1}^u - \Delta H (1-t_k) h_k) \times (b_{k0}^u - \Delta H (1-t_k) h_k)\} \\ C_{0i} &= \sum_{k=1}^{n+1} (\mathfrak{R}_{ki} - h_k H_i) \{O_k' (b_{k0}^0 - \Delta H t_k h_k) t_k + U_k' (b_{k0}^u - \Delta H (1-t_k) h_k) (1-t_k)\} \\ C_{n+1i} &= \sum_{k=1}^{n+1} (\mathfrak{R}_{ki} - h_k H_i) \{O_k' (b_{kn+1}^0 - \Delta H t_k h_k) t_k + U_k' (b_{kn+1}^u - \Delta H (1-t_k) h_k) (1-t_k)\} \dots\dots\dots (13 a-d) \end{aligned}$$

で与えられる。

側径間の撓角は断面2次モーメントが一定ならば

$$EJ_c \theta_{0i}' = \frac{L' J_c}{3 J'} M_{0i}' \quad EJ_c \theta_{n+1i}'' = \frac{L' J_c}{3 J''} M_{n+1i}'' \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。ここで $\theta_{0i}', \theta_{n+1i}''$ は支点 0 側の θ''_{n+1i} , J', L' は支点 $n+1$ 側の側径間の撓角, 断面2次モーメント, 支間長である。

支点上での連続の条件より

$$\left. \begin{aligned} \theta_{0i} &= -\theta_{0i}', \quad \theta_{n+1i} = -\theta_{n+1i}'' \\ M_{0i} &= M_{0i}', \quad M_{n+1i} = M_{n+1i}'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

なる関係が成立し、これに (12)(14) 式を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} C_1' M_{0i} + C_2 M_{n+1i} &= -C_{0i} \\ C_1'' M_{n+1i} + C_2 M_{0i} &= -C_{n+1i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

を得る。これより M_{0i}, M_{n+1i} を求めることができる。ここで $C_1' = \bar{C}_1 + \frac{L'}{3J'}$, $C_1'' = \bar{C}_1 + \frac{L''}{3J''}$ である。

今 $C_1' = C_1'' = C_1$ なるときは、支点モーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_{0i} &= \frac{-C_1 C_{0i} + C_2 C_{n+1i}}{C_1^2 - C_2^2} \\ M_{n+1i} &= \frac{-C_1 C_{n+1i} + C_2 C_{0i}}{C_1^2 - C_2^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

で与えられる。側径間に荷重があるときは (14) 式は

$$\left. \begin{aligned} EJ_c \theta_{0i}' &= \frac{L' J_c}{3 J'} M_{0i}' + C_{0i}' \\ EJ_c \theta_{n+1i}'' &= \frac{L' J_c}{3 J''} M_{n+1i}'' + C_{n+1i}'' \quad (i=i', i'') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14 \cdot a)$$

となり、 $C_{0i}, C_{n+1i} = 0$ となる。ここで C_{0i}', C_{n+1i}'' は側径間の単純バリとしての格点 $0, n+1$ での撓角を EJ_c 倍したものである。よつて (16) 式は

$$\left. \begin{aligned} C_1' M_{0i} + C_2 M_{n+1i} &= -C_{0i}' \\ C_1'' M_{n+1i} + C_2 M_{0i} &= -C_{n+1i}'' \quad (i=i', i'') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16 \cdot a)$$

となる。ここでもちろん格点0側の側径間のみ荷重があるときは $C''_{n+1i}=0$ であり逆の場合は $C_{oi}'=0$ である。また $C_i'=C_i''=C_1$ の場合は (17) 式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} M_{0i} &= \frac{-C_1 C_{oi}' + C_2 C''_{n+1i}}{C_1^2 - C_2^2} \\ M_{n+1i} &= \frac{-C_1 C''_{n+1i} + C_2 C_{oi}'}{C_1^2 - C_2^2} \quad (i=i' \text{ または } i'') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17\cdot a)$$

(4) 支点モーメントによる水平反力

(2)式で与えられる内部ヒズミ エネルギーを H で偏分として0と置けば

$$\begin{aligned} \Delta H = & \left[\sum_{k=1}^{n+1} [O_k' \{ b_{k-10} (2 t_{k-1} h_{k-1} + t_k h_k) + b_{k0} (2 t_k h_k + t_{k-1} h_{k-1}) \} + U_k' \{ b_{k-10} (2(1-t_k) h_{k-1} \right. \\ & \left. + (1-t_k) h_k) + b_{k0} (2(1-t_k) h_k + (1-t_{k-1}) h_{k-1}) \}] \right] \\ & \left[\sum_{k=1}^{n+1} [O_k' \{ t_{k-1} h_{k-1} (2 t_{k-1} h_{k-1} + t_k h_k) + t_k h_k (2 t_k h_k - t_{k-1} h_{k-1}) \} + U_k' \{ (1-t_{k-1}) h_{k-1} (2(1-t_{k-1}) \right. \\ & \left. + (1-t_k) h_k) + (1-t_k) h_k (2(1-t_k) h_k + (1-t_k) h_{k-1}) \}] + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{6 U_k J_c}{\lambda^2 F_k^{n_u} \sec^2 \beta} \right]^{-1} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

が得られる。(18) 式は少々複雑であるので、もしアーチ部のアーチとしての水平反力の影響線縦距が正確に計算されているときは (2) 節で求めた支柱応力をアーチに載せ

$$\Delta H = \frac{\left(6 \sum_{k=1}^n H_k^A a_k \frac{2 O_k'}{l_{k'} + l_{k+1}} \right)}{\lambda \left(1 - \sum_{k=1}^n t_k \frac{-h_{k-1} + 2 h_k - h_{k+1}}{\lambda} H_k^A \right)} \dots\dots\dots (19)$$

を用いてもよい。ここで H_k^A はアーチ部のみのアーチとしての水平反力影響線縦距である。

(5) 水平反力

水平反力は側径間のないローゼ桁としての水平反力 $H_i L$ を求め、それより

$$H_i = H_i L + \Delta H (M_{oi} + M_{n+1i}) \dots\dots\dots (20)$$

として求めることができる。もちろん荷重が側径間にあるときは $H_i L=0$ である。

3. 補剛桁にラーメンを用いた場合その他の補剛アーチ橋

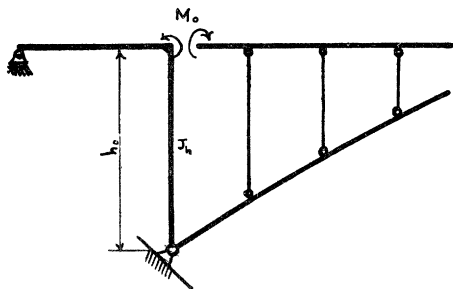
図-2 に示したように端柱を補剛桁に剛結しラーメン構造に補剛桁がなつている場合について考えてみよう。一般的に前章の補剛アーチ橋の場合は端柱は応力的に見て余裕がある場合が多く、一方側径間の応力はかなり大きくなる場合が多いのでこの型式は応力的にも有利な場合が多いと思われる。構造的にも端柱上にヒンジを設ける必要がないので有利である。

解法は前章の場合と全く同様であり、ただ (14) 式において図-7 のように切つて考え、(14) 式は

$$\left. \begin{aligned} E J_c \theta_{oi}' &= \frac{J_c}{3 \frac{J'}{L'} + 3 \frac{J_h}{h_o}} M_{oi}' + \frac{1}{1 + \frac{J_h L'}{h_o J'}} C_{oi}' \\ E J_c \theta_{n+1i} &= \frac{J_c}{3 \frac{J''}{L''} + 3 \frac{J_h}{h_o}} M''_{n+1i} + \frac{1}{1 + \frac{J_h L''}{h_o J''}} C''_{n+1i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

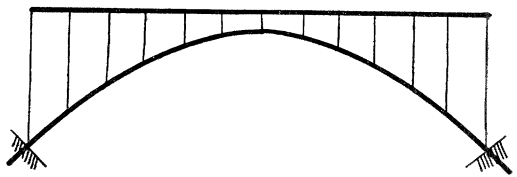
として計算すればよい。

図-7



また図-8 に示した型式のものは鋼橋では用いられることが少ないと思われるが、既存のコンクリート固定アーム橋を交通量あるいは荷重の増大に対応して補

図-8



強するときに利用価値があると思われる。この場合の解法は前節での場合の符標 O と U をすべて逆にして θ_{n+1}^u , $\theta_{n+1}^u = 0$ と置いて求めることができる。

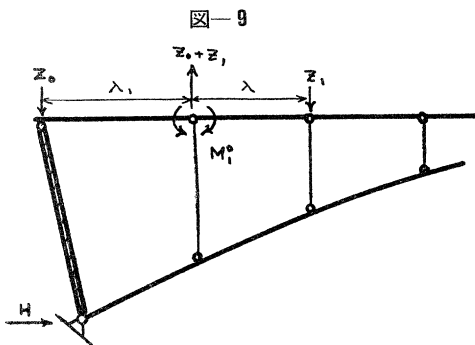
4. 上路式ローゼ桁支点がアーチ支点上にない場合の影響について

上路式ローゼ桁を架設する場合補剛桁の支点を理論通りアーチ支点への鉛直線に設けるためには補剛桁の橋台を突き出させるか、アーチの支点をアンカーブロック中に埋め込むかしなければならないのが常である。これを避けるために補剛桁の支点を少々ずらした方が有利な場合が多い。そこでその場合の近似解法を試みる。

エネルギー法により、ローゼ桁のごとく簡単な連立方程式を得る重要な要素は

- a) 格点に不静定モーメントを加えた場合同じ格点の他の弦材に逆周りの等しい値のモーメントが現われる。
- b) 格点に不静定モーメントを加えたとき、そのモーメントの影響はその格点を挟んでいる格間のみにも現われる、ということである。すなわち $\partial M_r^u / \partial M_r^o = -1$, $\partial M_r^u / \partial M_k^o = 0 (k \neq r)$ という条件を満足しないと隣り合った3項の不静定力のみからなる連立方程式は得られない。

今上弦材格点をヒンジと考え格点1に不静定曲げモーメント M_1^o を加えよう(図-9参照)。そのとき生じる格点反力は



$$\left. \begin{aligned} \text{格点0において } Z_0 &= \frac{M_1^o}{\lambda_1} \\ \text{格点1において } Z_1 &= -\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda}\right) M_1^o \\ \text{格点2において } Z_2 &= \frac{M_1^o}{\lambda} \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

である。b) の条件を満たすように下弦材格点で M_1 による曲げモーメントが0となるためには次の格点荷重を仮に加えてやればよい。

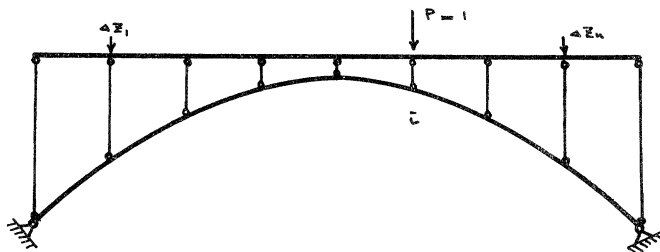
$$\Delta Z = (Z_2 - Z_1) \frac{n+1}{n-1} \dots \dots \dots (23)$$

このとき下弦材格点に生じる曲げモーメントは

$$M = -(Z_1 + \frac{n}{n+1} \Delta Z) \lambda = -\frac{nZ_2 - Z_1}{n-1} \lambda = -Z_2 \lambda = -M_1^o$$

よつて近似的に a) の条件を満足する。そこで格点 1, n に格点モーメント M_1^o, M_n^o に比例して現われる荷重 ΔZ を仮に加えてやれば普通ローゼ桁と全く同様の結果が得られる。そこで普通のローゼ桁と同様に計算して得られた格点モーメント M_1^o, M_n^o より $\Delta Z_1, \Delta Z_n$ を求めその分だけ余計に後で加えてやれば近似的に支点のずれは計算できる。

図-10



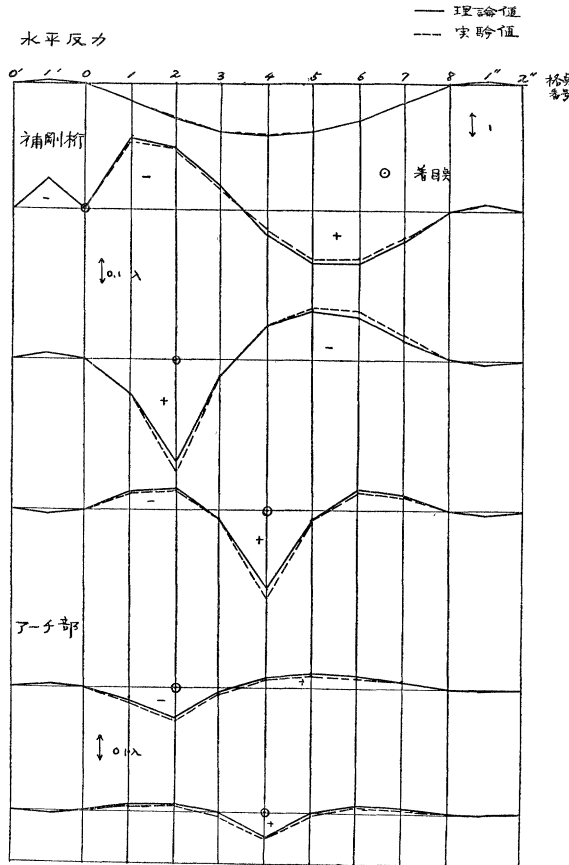
$$\left. \begin{aligned} \text{すなわち } \Delta Z_1 &= t_1 (\sum \mathfrak{M}_i - h_1 H_i) \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \frac{n+1}{n-1} \\ \Delta Z_n &= t_n (\sum \mathfrak{M}_n - h_n H_n) \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_n} \right) \frac{n+1}{n-1} \\ M_{ki}^o &= M_{ki}^{oL} + \Delta Z_1 M_{k1}^{oL} + \Delta Z_n M_{kn}^{oL} \\ M_{ni}^u &= M_{ni}^{uL} + \Delta Z_1 M_{kn}^{uL} + \Delta Z_n M_{kn}^{uL} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (25)$$

ここで M_{ki}^{oL}, M_{ni}^{uL} は等格間のローゼ桁としての格点モーメント影響線縦距である。

5. 計算例および実験値

図-11 は 図-1 の型式の桁について模型実験を行い、その実験値より得られた水平反力および支点モーメント、1/4点、1/2点の格点モーメント影響線縦距と理論値とを対比せしめたものである。これより本理論によつた計算値と実験値はかなりよく一致していることが認められる。なお使用模型寸法は下の通りである。

図-11 水平反力、格線モーメント影響点縦距理論値、実験値



$L=480 \text{ cm}$, $L'=L''=64 \text{ cm}$
 $n+1=8$, $\lambda=40 \text{ cm}$
 $f=64 \text{ cm}$, アーチ軸線は放物線
 $J_k^{\circ}=2.93 \text{ cm}^4$ ($k=1,2\cdots 8$) , $F_k^{\circ}=0.922 \text{ cm}^2$ ($k=1,2\cdots 8$)
 $J_k^{\prime\prime}=0.885 \text{ cm}^4$ ($k=1,2\cdots 8$) , $F_k^{\prime\prime}=0.633 \text{ cm}^2$ ($k=1,2\cdots 8$)

使用材料は真鍮である。
 曲げモーメント分配率 t_k は支間中央で $t_k \doteq 0.756$ である。

参考文献

- 1) 平井 敏: 鋼 橋 III, 1957, 技報堂
- 2) 一般の応用力学の教科書