

# コンクリート舗装版設計の合理化に関する試案

正員 西 村

昭\*

## ON A PROPOSITION TO RATIONAL DESIGN OF CONCRETE SLAB IN HIGHWAY PAVEMENT

By Akira Nishimura, C.E. Member

**Synopsis :** Basing on the assumption that the failure of concrete slab in highway pavement will be caused by the repeated bending stresses due to vehicle-wheels, a design procedure of slab thickness for wheel-loads is proposed, in this paper. The design formula has the form of product of the several factors, one of them is a standard slab-thickness and the others are the five coefficients, each of which is representing the relative frequency of heavier vehicles, the traffic volume, the required service life, the bearing power of road bed, and the probabilities of failure. For the convenience of practical uses, some of these coefficients are presented in figures.

**要旨** コンクリート舗装版設計の合理化に資するため、コンクリートは輪荷重による曲げ応力の繰り返しを受けて疲労破損との条件のもとに、交通量、所要耐用年数、路盤支持力状態、破壊の確率等各種条件の影響を係数で表わし、それらとある基準条件に対する厚さとの積で任意の設計条件に対する版厚を決定する方法を提案した。

### 1. 緒 言

コンクリート舗装版のように、耐用年数が20~30年と相当長期間に選ばれる構造物においては、輪荷重の通過に伴なう応力繰り返し回数がはなはだしく大となり、材料の疲労現象を考慮した設計を行う必要がある。従来行われている舗装版設計法の中で、このような疲労現象を考慮したものとしては、Frank T. Sheets が提案した方法<sup>1)</sup>があるのみに見受けられる。この方法では、設計しようとする舗装版がその耐用期間内に受けけると考えられる輪荷重頻度分布を、実測あるいは類似地点での実測結果から推定し、それと路盤の支持力係数、コンクリートの曲げ強さと曲げ応力に対する S-N 曲線とから、所要版厚を求めようとするものである。この方法は、きわめて巧妙に材料疲労を導入したものであるといつてできるが、未解決の問題、あるいは訂正を要する点を含んでいるようである。例えば、設計された版厚によってどの程度の安全性を期待しうるかの具体的な判定が困難であり、交通量、耐用年数、路盤支持力係数等の各要因と版厚との関係を直接的に知ることも困難である。また疲労を考慮する限界繰り返し数として  $10^6$  回を選んでいるが、その後行われた Murdock および Kesler<sup>2)</sup>、あるいは McCall<sup>3)</sup> 等の実験では、 $10^7$  回あるいは  $2 \times 10^7$  回でもなお S-N 曲線に水平部分が現われていないことからして、この回数を限界とするのはいちじるしく過少であるといい得る。また、AE コンクリート、普通コンクリート等、使用コンクリートの種類によって S-N 曲線は変化するが<sup>4)</sup>、この影響も考慮されていない。

本文ではこれらの諸点の解決を試み、さらに版厚決定方式を実用化して、乗法演算のみによつて所要厚を求める方式を提案した。なお本方式は、舗装版に限らず、一般に材料疲労を考慮する場合の構造物設計においても、同様に適用しうるものと考えている。

本文においては取り扱いの便宜上、輪荷重は軸重の 1/2 で与えられるものとして、輪荷重を変数として用いている。従つて本文で用いる輪荷重は、本来のものとはやや異なる意味を有する。また交通量はすべて日単位のものであり、その内容は、トレーラーおよび 4 輪等の普通並びに大型トラック、バス、特殊車（消防車など）などよりなる大型車と、乗用車、小型 4 輪および自動 3 輮トラックなどよりなる小型車で、これら以外の軽交通車は、交通量には加算されていない。

### 2. 輪荷重による曲げ応力頻度分布

輪荷重頻度分布は次のような有限分布で示される<sup>5)</sup>。すなわち、分布関数を  $F(x)$ 、確率密度関数を  $f(x)$ 、大型車の相対交通頻度を  $r$  とすると、輪荷重  $x$  の定義範囲  $0 \leq x \leq w$  において、

\* 神戸大学助教授、工学部土木工学教室

$$F(x) = 1 - \left(1 - \frac{x}{w}\right)^{k(r)} \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{k(r)}{w} \left(1 - \frac{x}{w}\right)^{k(r)-1} \dots \dots \dots \quad (2)$$

ここに  $h(r)$  は実測輪荷重資料を  $F(x)$  に対する確率紙にプロットして求めるか、最尤法によるか、あるいは近似的に次式によつて交通量調査結果のみから概算される。

$$k(r) = \frac{|\log r| + 1.35655}{0.30103}$$

式(1)を用いて、交通量  $n/2$  (1車線当たり) の場合、 $x$  が日最大輪荷重である確率は、分布関数  $\phi_n(x)$  として、

$$\phi_n(x) = \exp\left[-\left(\frac{w-x}{w-u_n}\right)^{k(r)}\right] \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

なる Weibull 型の極値分布で与えられる。ここで  $u_n$  は  $F(u_n)=1-1/n$  で定義される極値パラメーターである。

コンクリート舗装版の設計に当つては、まずその所要耐用年数が与えられるが、これを  $T_n$  とすると、 $T_n$  内に生ずる日最大輪荷重  $w_{T_n}$  は

から決定される。表-1 は各種条件下の  $w_{T_n}$  を示したものである。この  $w_{T_n}$  は静的設計を行う場合の基準となる荷重であつて、これに対して舗装版は安全に耐えるべきであるが、疲労破損に対して安全であるか否かは、疲労を考慮した設計を行つて比較検討する必要がある。

表-1  $w_{T_n}(t)$

$r$	$T_n$ (年)	$n$	500	1000	2000	4000	6000	8000	10000	12000
0.1	5	—	6.725	6.837	6.939	6.989	7.027	7.054	7.078	
	10	—	6.835	6.936	7.028	7.073	7.105	7.133	7.154	
	20	—	6.935	7.028	7.110	7.148	7.178	7.206	7.226	
	30	—	6.993	7.078	7.156	7.190	7.217	7.245	7.268	
0.3	5	—	7.206	7.289	7.364	7.404	7.429	7.448	7.466	
	10	—	7.287	7.360	7.428	7.465	7.489	7.507	7.521	
	20	—	7.362	7.427	7.487	7.521	7.541	7.556	7.572	
	30	—	7.403	7.465	7.522	7.551	7.571	7.585	7.600	
0.5	5	7.337	7.419	7.485	7.549	7.580	7.601	7.617	7.630	
	10	7.415	7.484	7.543	7.600	7.628	7.643	7.662	7.675	
	20	7.484	7.540	7.600	7.644	7.674	7.689	7.702	7.712	
	30	7.519	7.577	7.633	7.670	7.694	7.711	7.721	7.732	
0.7	5	—	7.546	7.604	7.657	7.681	7.701	7.712	7.726	
	10	—	7.605	7.655	7.702	7.722	7.739	7.750	7.761	
	20	—	7.655	7.698	7.740	7.760	7.772	7.781	7.791	
	30	—	7.683	7.723	7.760	7.779	7.790	7.798	7.807	
0.9	5	—	7.637	7.687	7.729	7.753	7.767	7.778	7.789	
	10	—	7.686	7.729	7.766	7.787	7.801	7.810	7.820	
	20	—	7.729	7.768	7.800	7.817	7.828	7.836	7.842	
	30	—	7.753	7.788	7.816	7.833	7.840	7.849	7.857	

輪荷重  $x$  に対する舗装版曲げ応力  $S(x)$  は、一般に

$$S(x) = \alpha x/h^2 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

で与えられるから<sup>6)</sup>,  $S$  の確率密度関数  $f_2(S)$  は式(2), (5)より次のようになる。

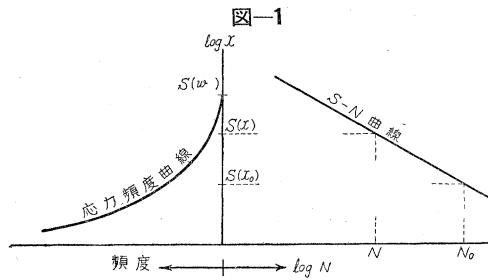
$$f_2(S) = \frac{h^2 k(r)}{\alpha w} \left(1 - \frac{h^2 S(x)}{\alpha w}\right)^{k(r)-1} \dots \quad (6)$$

ここに、 $h$  は版厚、 $\alpha$  は路盤反力係数によって与えられる定数である。

### 3. 材料疲労を考慮した破損条件と版厚決定方式

式(6)に従う輪荷重応力を受ける材料の疲労破損は、材料のいわゆる  $S-N$  曲線と組合せて、破損累積の概念<sup>7)</sup>を用いて明らかにすることができます(図-1)。ここで  $S-N$  曲線は、一定応力レベル  $S$  に対して、 $N$  は相当なばらつきを示すことが従来の研究<sup>3)</sup>より明らかであるから、(非)超過確率を与えて始めて 1 本の  $S-N$  曲線が定まることになる。本文でいう  $S-N$  曲線はこの意味を有するもので、ここでは一応  $N$  のばらつきのモードを連ねたものを用いておく。

コンクリートの曲げ疲労における  $S-N$  曲線は、両対数グラフ上で  $(S(x_0), N_0)$  を通る直線で表わされるも



のとすると、曲げ応力  $S(x)$  に対する耐久回数  $N$  は、

$$N = N_0 \{S(x_0)/S(x)\}^{\theta} \dots\dots\dots(7)$$

で与えられる。ただし  $1/\theta$  は  $S-N$  曲線の勾配で、材料、応力の種類、試験片の幾何学的形状等によつて定まる。

次に疲労破損の累積は、コンクリート舗装版の場合は、荷重作用の時間間隔が室内疲労試験に比してはるかに長く、その間に期待できる疲労破損の回復効果によつて、線型累積よりきわめて有利な状態にあるものと考えられる。しかし現在のところ、これに関連した実験資料も不十分であるので、一応線型累積を仮定する。この仮定は、上記の理由によつて安全側となるものと考えられる。式(6)および式(7)を用いて、この破損累積による破壊条件を書くと次のようになる。

$$A = 365 n T_n \int_0^{\alpha w/h^2} \frac{f_2(S) dS}{N} = \frac{365 n T_n k(r)}{\alpha w h^2 N_0 S^\theta(x_0)} \int_0^{\alpha w/h^2} S^\theta \left(1 - \frac{h^2}{\alpha w} S\right)^{k(r)-1} dS \dots\dots\dots(8)$$

ここで  $T_n$  は年単位で表わした所要耐用年数であり、 $A$  は変動繰り返し応力の作用序列、頻度分布特性等によつて定まる定数で、1に近い値を有する<sup>8)</sup>。

式(8)右辺の定積分は、 $B$  関数を用いて  $(\alpha w/h^2)^{\theta+1} B(\theta+1, k(r))$  となるから、結局式(8)より

$$h = \left\{ \frac{365 k(r) B(\theta+1, k(r))}{A N_0} n T_n \right\}^{1/2\theta} \left\{ \frac{\alpha w}{S(x_0)} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(9)$$

交通調査により  $n$ 、 $r$ 、材料の疲労試験より  $S(x_0)$ 、 $N_0$ 、 $\theta$ 、設計条件として  $T_n$ 、 $\alpha$  がそれぞれ与えられるから、これによつて所要版厚  $h$  を算定することができる。ここで注意すべきことは、用いた  $S-N$  曲線がある確率を有するから、 $h$  もそれと同等の確率のもとに計算されていることである。また静荷重に対する所要版厚を  $h_s$  とすれば、 $h \geq h_s$  の範囲で式(9)は適用されなければならない。

式(9)を用いれば、任意の設計条件に対する所要版厚を求めることができるが、式中に含まれる各要素が版厚におよぼす影響をより明確にし、また計算をより簡明にする意味で、次のような版厚決定方式に改める。

条件  $\{r_0, n_0, T_{n0}, \alpha_0\}$  に対する所要舗装版厚を基準値に選んでこれを  $h_0$  とし、他の条件  $\{r, n, T_n, \alpha\}$  に対する所要厚の  $h$  に対する比を  $\mu$  とすると、

$$\mu = \frac{h}{h_0} = \left\{ \frac{k(r) B(\theta+1, k(r)) n T_n}{k(r_0) B(\theta+1, k(r_0)) n_0 T_{n0}} \right\}^{1/2\theta} \left\{ \frac{\alpha}{\alpha_0} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(10)$$

となる。Sheets 公式による場合は  $\alpha \propto C$  (ただし  $C$  は路盤支持力に関する係数)、従つて  $\alpha/\alpha_0 = C/C_0$  となり、

$$\left. \begin{aligned} \mu_r &= \left\{ \frac{k(r) B(\theta+1, k(r))}{k(r_0) B(\theta+1, k(r_0))} \right\}^{1/2\theta} \\ \mu_n &= (n/n_0)^{1/2\theta} \\ \mu_T &= (T_n/T_{n0})^{1/2\theta} \\ \mu_C &= (C/C_0)^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

とおくと、式(10)は次のようになる。

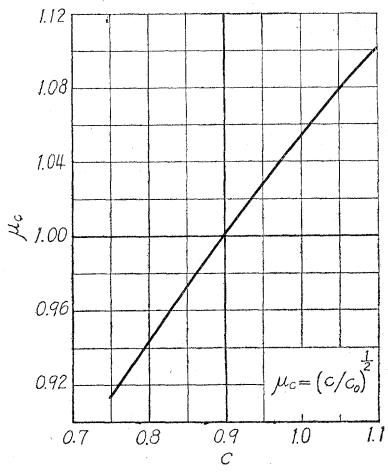
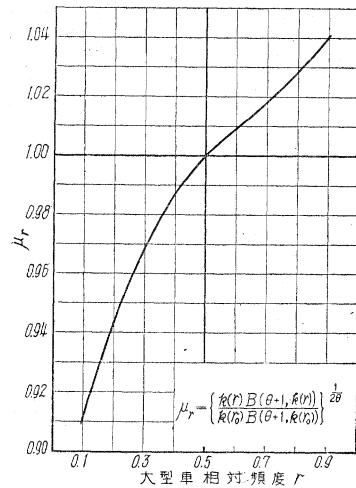
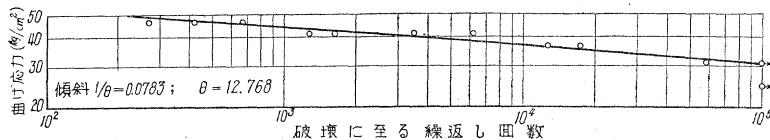
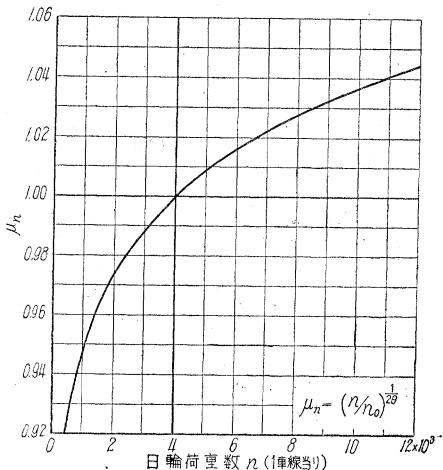
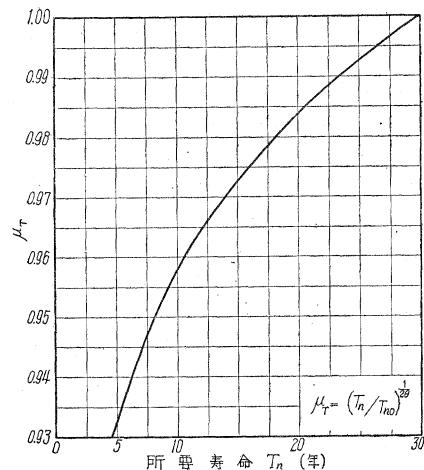
$$\mu = \mu_r \mu_n \mu_T \mu_C \dots\dots\dots(12)$$

式(11)の各係数は、条件  $\{r_0, n_0, T_{n0}, C_0\}$  に対して設計された版厚に対し、大型車相対交通頻度、交通量、所要耐用年数、路盤支持力状態等の各要因による割り増しの程度を示す係数で、 $h_0$  にこれらの係数を乗じて、任意の条件に必要な版厚が決定されることになる。

基準値として、

$$r_0 = 0.5, n_0 = 4000, C_0 = 0.9, T_{n0} = 30 \text{ 年} \dots\dots\dots(13)$$

を採用し、式(11)より、 $\mu_C$  を求めて図示すると 図-2 が得られる。他の  $\mu$  は、コンクリートの  $S-N$  曲線

図-2  $\mu_c$ 図-4  $\mu_r$ 図-3 補装用コンクリートの  $S-N$  曲線(近藤他<sup>4)</sup>図-5  $\mu_n$ 図-6  $\mu_T$ 

が決定された後で計算されるものであり、次節において算出することにする。

#### 4. 普通コンクリートに対する計算例

舗装用コンクリートの曲げ疲労試験の資料として、近藤博士他<sup>4)</sup>によるものを利用するることにする。実験値を両対数グラフにプロットしたものが図-3で、式(7)における  $\theta$ 、および  $N_0=10^5$  とした場合の曲げ応力  $S(x_0)$  を求めると次の通りである。

$$\theta = 12.768, S(x_0) = 30.7 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{曲げ破壊強さ} = 51.4 \text{ kg/cm}^2)$$

この  $\theta$  と、式(13)の各値とを用いて  $\mu_r$ 、 $\mu_n$ 、 $\mu_T$  を求め、図示すれば図-4、5、および6が得られる。

また例として、 $A=1$  とおいて式(9)により普通コンクリートの場合の基準厚  $h_0$  を計算すると、空気タイヤ、保護隅角部に対しては、Sheets 公式によると  $\alpha=1.92C$  であるから、結局、 $h_0=18.13 \text{ cm}$  となる。

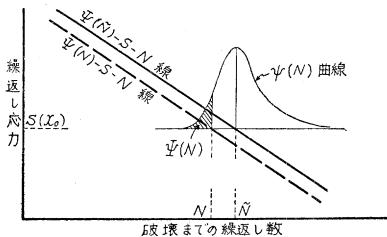
#### 5. 破壊確率の導入

すでに3で述べたように、同一繰り返し応力レベル内でも、破壊までの耐久回数は各供試体ごとに相当なばらつきを示す。施工時における諸条件の不均一をあわせると、実際の舗装版においては、このような、いわば外力

に対する抵抗力はいよいよばらつきを増すことになる。これに対し、外力条件（輪荷重頻度分布、交通量、大型車相対交通頻度等）も一般には場所的、時間的に変動するが、ここでは一応外力条件は与えられたものとして、抵抗力のばらつきのみを考慮した場合を取扱う。

3. 式(9)は、荷重、交通、路盤等の各条件が与えられた場合に、寿命  $T_n$  を経過してから  $S-N$  曲線に付帯する確率で、疲労破壊が生ずるとの条件で導かれたものである。応力レベル  $S(x_0)$  における耐久回数  $N$  のばらつきを分布関数  $\Psi(N)$  で表わすと、上記の確率はこの  $\Psi(N)$  に相当し、これを破壊確率と名づける(図-7 参照)。各  $\Psi(N)$  に対する  $S-N$  曲線( $\Psi(N)-S-N$  曲線と略称)を用いて式(9)により計算を行えば、必要

四—7



とする破壊確率に対して版厚を定めることができる。この方法は厳密ではあるが、版厚の破壊確率への依存性を知る上で不便であり、また各場合に対してもいちいち計算することも厄介である。そこで式(10)におけるように、破壊確率の影響を係数化して、計算方法を実用化することを試みよう。そのためにはまず次の仮定を設ける。すなわち、

「各  $\psi(N)$  に対する  $\psi(N)$ -S-N 曲線群は、両対数グラフ上で平行直線群を形成する。」

かくして各  $\psi(N)$  に対して、式(9)がそのままの形で用いられることがある。 $S(x_0)$  の応力レベルでの  $N$  のモード  $\tilde{N}$  に対する版厚を  $h$ ,  $\psi(N)$  に対応する耐久回数  $N_\psi$  に対する版厚を  $h_\psi$  とし、

なる比を考える。いまの場合(図-3),  $\bar{N} = N_0$  と考えてよく、式(14)に式(9)を用いて

となる。結局、式(12)と共に用いて、破壊確率  $\Psi(N)$  に対する所要版厚  $h_{\Psi}$  は

$$h_\Psi = \mu_r \ \mu_n \ \mu_T \ \mu_C \ \mu_\Psi \ h_0 \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

で求められる。 $\mu_{\Psi}$  の値を定めるために利用しうる実験資料がないので、その概略の値を推定して見よう。普通コンクリートでは、 $S(x_0)=30.7 \text{ kg/cm}^2$  に対し、 $\tilde{N}=10^5$  と考えられ、一方  $\mathcal{W}(N)$  として鋼材の場合に一般に見られるような対数正規型をとると、 $\tilde{N}=10^5$  に対し  $N$  のばらつきは、大略  $3 \times 10^4 \sim 3 \times 10^5$  の範囲に多く落ちると考えられるから、これに対して  $\mu_{\Psi}=0.958 \sim 1.048$  となり、20 cm 程度の版では、これに対する版厚の変動は 19.2~21.0 cm 程度になる。

## 6. 破壊確率の意義

$N$  の分布関数  $\Psi(N)$ , あるいは確率密度関数は、鋼等の金属材料においては、本質的に存在するばらつきの統計的性質を代表するものであるのに対して、コンクリートの場合には、本質的な性質と共に、骨材の強度変動、材質の不均一等の外的な誤差に起因するばらつきをも代表するものであると考えられる。このような両者間の相違はあるが、与えられた条件下で設計された一連の単位版が理想的施工によって均等に完成された場合を考えると、 $\Psi(N)$  の有する意義は、その一連の単位版全体が寿命の尽きると同時に破壊する確率であり、これは一連の単位版を多数考えた場合、その中で破壊するものの占める割合を示すものとして理解される。しかし実際には、施工条件は単位版内においてすら均等でなく、このため作用応力の局部的増加が生ずる。このような施工条件の不均等にもとづく欠陥のばらつきは、 $N$  のばらつきに対する支配的因素と考えられ、実際設計に用いるべき  $N$  のばらつきは、上記の理想的施工の場合——従つて室内疲労試験の場合——よりもはるかに大となる。

このようなばらつきの分布関数を誘導するには、Griffith<sup>9)</sup> の材料破壊の確率論的觀点から、単位版に対して1個の  $N'$  を代表せしめ、この  $N'$  の分布を論ずればよい。ただし  $N'$  は曲げ疲労試験での破壊に至る耐久回数である。例えば欠陥の大きさのばらつきが指數分布に従う場合には、欠陥数が非常に多いとの条件のもとに、その版内での最大欠陥の確率評価は、極値理論では2重指數関数型の極値分布関数で与えられる<sup>10)</sup>。欠陥と  $N'$  との対応関係が判れば  $N'$  の確率分布が導かれる。特に対応が1次関係で表わされる場合は、 $N'$  もまた2重指數関数型分布関数に従つて分布することになる。こうしてえられる破壊確率は、同一条件下に設計された多数の単位版中、破壊するものの占める割合として解釈されることになる。

## 7. 結 語

輪荷重を担う構造物としてコンクリート舗装版を選び、疲労を考慮したその版厚設計方式について論じ、次のような結論を得た。

1) 変動繰り返し応力下の材料の疲労破損が線型累積されるとの仮定のもとに、有限分布で表わした作用応力頻度分布を受ける場合の所要版厚の算定式を与えた。

2) それにもとづいて、与えられた条件下的版厚  $h$  を、基準版厚  $h_0$  に各種係数を乗じて求める実用方式を提案した。すなわち  $h = \mu_r \mu_n \mu_T \mu_C \mu_\psi h_0$

3) ここに、 $\mu_r$ :大型車相対交通頻度  $r$  に関する係数、 $\mu_n$ :交通量  $n/2$  に関する係数、 $\mu_T$ :所要耐用年数  $T_n$  に関する係数、 $\mu_C$ :路盤支持力係数に関する係数、 $\mu_\psi$ :破壊確率  $\psi(N)$  に関する係数で、 $h_0$  は  $r_0=0.5$ 、 $n_0=4000$ 、 $T_{n0}=30$  年、 $C_0=0.9$ 、 $\psi(N_0)=50\%$  に対する所要版厚で、またこれらの各値を用いて計算した各係数  $\mu$  を図-2, 4, 5, 6 に掲げた。

4) 破壊確率について論じ、係数  $\mu_\psi$  の実用的決定法を与えた。

以上のように、コンクリート舗装版を輪荷重に対して設計する場合に考慮すべき諸要素を係数で置き換え、図表を利用して、乗法演算のみによつて所要版厚を決定する方法を提案し、さらに安全度の尺度として破壊確率を係数の形で導入したが、各係数によつて各種要因の版厚におよぼす影響を知ることもできる。本文が舗装版設計の合理化に何等かの寄与するところがあれば幸いである。

最後に本研究実施にあたり、絶えず御指導、御鞭撻を賜わつた京大教授 小西一郎、岡田 清両博士、神大教授 畑中元弘博士に、深く感謝の意を表する次第です。

#### 参考文献その他

- 1) 例えば、近藤泰夫訳：コンクリート舗装設計法、国民科学社 p. 29 (昭.26)
- 2) J.W. Murdock, C.E. Kesler : Effect of Range of Stress on Fatigue Strength of Plain Concrete Beams, J. of ACI, Vol. 30, No. 2, pp. 221~231 (Aug. 1958)
- 3) J.T. McCall : Probability of Fatigue Failure of Plain Concrete, J. of ACI, Vol. 30, No. 2, pp. 233~244 (Aug. 1958)
- 4) 近藤泰夫他：舗装用コンクリートの疲れ強度、第1回日本道路会議論文集、pp. 120~122 (昭.28-3)
- 5) 西村昭：自動車輪荷重計の試作と輪荷重頻度分布について、土木学会論文集、第 64 号、pp.70~87 (昭.34-9)
- 6) 例えば、谷藤正三：コンクリート舗装の設計、共立出版、pp. 116~135 (昭.31)
- 7) 河本実：重複繰返応力及び繰返変動応力に対する疲労強度、日本材料試験協会「金属の疲労と安全設計」、p. 96 (昭.29)
- 8) H.L. Dryden, R.V. Rhode, P. Kuhn : The Fatigue Problem in Airplane Structures, *Fatigue and Fracture of Metals —A Symposium*, MIT Press and John Wiley & Sons, Inc., N.Y., pp. 18~51 (1952)
- 9) 横堀武夫：材料強度学、技報堂、p. 84 (昭.31)
- 10) S. Kase : A Theoretical Analysis of the Distribution of Tensile Strength of Vulcanized Rubber, J. of Polymer Science, Vol. XI, No. 5, pp. 425~431 (1953) にゴムの引張強さに対する同様の取り扱いが示されている。

(昭.34.2.3)