

ロングパイプ ビームに関する実験的考察

内 田 勝 雄*
 正 員 矢 野 謙**
 正 員 瀬 川 剛**
 正 員 秋 山 成 興**

EXPERIMENTAL CONSIDERATION ON THE SIMPLY SUPPORTED LONG PIPE BEAM CONTAINING WATER

*By Katuo Uchida, Ken Yano, C.E. Member, Tsuyoshi Segawa, C.E. Member
and Narioki Akiyama C.E. Member*

Synopsis : In this paper the authors investigated experimentally on the stress distribution and the flexural rigidity of a simply supported long pipe beam containing water under several different levels.

It was ascertained that S. Timoshenko's theory is not suitable for adaption to the thin shell structure with large deformation.

The authors introduced a useful approximate formula for practical design of this kind of structure.

要旨 水圧鉄管および水路管が地形上長大径間で支持される時、管自身をハリとする self-support system とする事ができれば大いに経済的となるが、かかる構造物の応力解析および設計上の問題点はまだ明らかにされていない。本文では単純支持された長大径間の pipe beam を用い、種々水位を変えて充水し、得られた応力分布およびタワミの状態について検討し、実用公式を誘導した。

1. 緒 言

従来わが国において実施されて来た水力発電所のペンストックおよびその他の water supplying steel pipe は比較的短径間（管径の 3～5 倍程度）で支持されており、長径間の支持を必要とするときは橋梁を架けてこれに pipe を支持させる構造が採用されてきた。しかしこのような場合の水管自身を pipe beam とする self-supporting type を採用すれば鋼重は節減されるので、最近では ring-support 方式による long pipe beam が各地において計画実施される傾向にある。ring support による pipe beam の型式は 1921 年 Kungfors 発電所に初めて採用されたが、理論的解析が行われていなかったためにスウェーデン以外の国ではこの型式は採用されなかった。しかしこれより後 1931 年に弾性理論による円筒 shell の解析が Herman Schorer¹⁾ により初めて発表され、これより各国において pipe beam が採用されわが国においても昭和 14 年に国鉄千手発電所と東電信濃川発電所のペンストックに初めて ring support による pipe beam 型式が採用され、現在ほとんどの鉄管にこの型式が採用されているがいずれも短径間となっている。

一般に pipe beam は薄肉の円筒 shell であるためこれの一般解法は非常に複雑である。先の Herman Schorer の解析は簡易化のために shell の微小部分について平衡方程式から多くの factor を除外することにより得られたものであり、特に設計上考慮しなければならぬ部分充水時の円筒 shell に生ずる応力状態については半充水のきわめて簡単な説明以外全く触れていない。現在の所 pipe beam に関する参考文献は筆者の知る範囲においてまだ見出していない。これは、円筒 shell の数学的取り扱いがきわめて困難なためであろう。このため pipe beam の設計は過去の経験にもとづいて実施している現状である。よつて筆者は long pipe beam の設計に必要な各種の管内水位における

- (1) 断面変形の剛性におよぼす影響
- (2) pipe shell に生ずる応力分布状態の把握
- (3) 近似実用計算式の誘導

* 新三菱重工業 K K . 神戸造船所 鉄構設計課長

** 新三菱重工業 K K . 神戸造船所 鉄構設計課技師

を得る目的のために、満水から排水までの各過程におけるタワミ 応力測定等の実験を行い、一応の結果を得たので報告する。

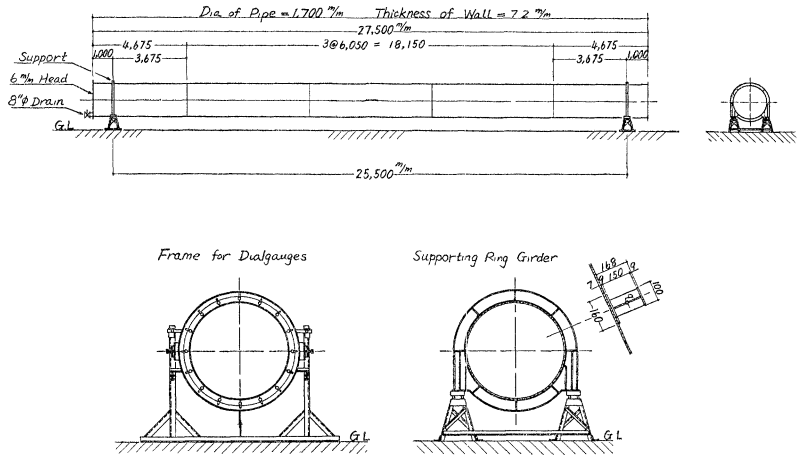
2. 実験の概要

某発電所の水圧鉄管を用いて実験を行った。その形状寸法は次の通りである (図-1, 写真-1)。

鉄管内径： $d=1700\text{ mm}$ ，管壁厚： $t=7.2\text{ mm}$ (平均厚)，管長： $L=27500\text{ mm}$ ，スパン： $l=15d=25500\text{ mm}$

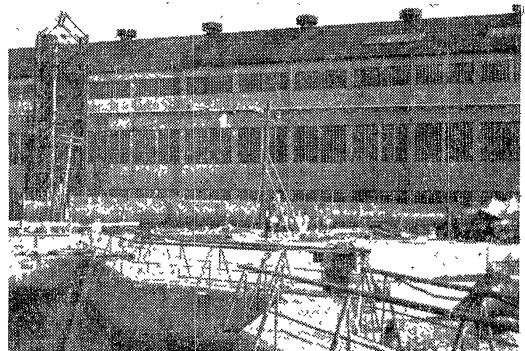
リング ガーダーによつて単純支持とし、スパン中央および 1/4 点における管壁の応力測定を行った。この実験を実施した時期は夏であつたため温度の影響を少なくするために測定は日没後に行った。また試験体が大なるためこれに要する水量は 62t に達し、管内を満水するのに約 5 時間要した。ゆえに測定中の長時間により生ずる誤差を少なくするためにあらかじめ管内を満水しておき、管径

図-1 GENERAL VIEW OF MODEL



d の 1/8 ごとに減水しながら満水，7/8 d ，6/8 d ，5/8 d ，4/8 d ，3/8 d ，2/8 d 充水の 7 種類の荷重条件により測定を行った。なおここに示す測定値は管内が空の場合を基準にして求めてあるため pipe shell の自重*による影響は含まれていない。

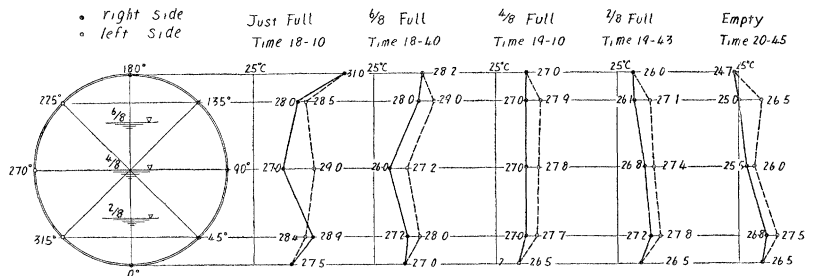
写真-1 A SCENE OF THE TEST



3. 鉄管外面の温度とその測定値におよぼす影響

鉄管の温度分布およびその変化状況は測定応力の考察と密接な関係があるので、各水位の応力測定と同時にスパン中央における鉄管外面の温度を円周上 8 箇所について測定した。測定に用いた温度計は、ゴムテープにより管壁に直接取りつけた。図-2 は各水位におけるその温度分布状態を測定時刻と共に示してある。この図において鉄管の左右に約 2~0.5°C の温度差を生じているが、これはこの付近における地形と建物の影響によるものと思われる。図

図-2 TEMPERATURES ON PIPE SURFACE AT CENTER OF SPAN



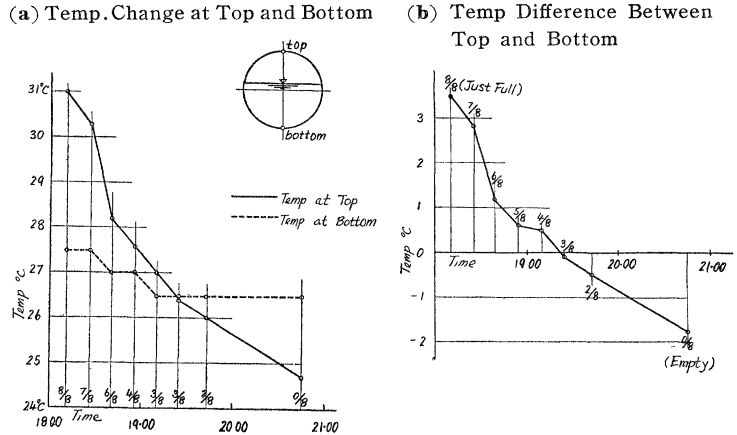
3(a) は鉄管の top と bottom における温度変化の状況を示すもので、この変化量は top が bottom に比してはなほ大きく大きい。これは注水を日中に行ったため、上部の水が 30°C 以上になった結果と思われる。図-3(b) は各水位における top と bottom の温度差を示すもので、水位が満水から 3/8 d の間は鉄管がハリとして上方にそり、これ以下の水位では下方にそる傾向にあつた事がわかる。なお鉄管が空になった時は温度差がな

* 扁平化には自重は 2 次的に影響し得る

いはずであるが、測定では 1.8°C の温度差がある。これは自重によるタワミのためにこの付近の水を完全に排水できなかつたことによる。測定時全般を通じて水温は排水孔付近で 28~27.5°C であつた。このように pipe beam は実験中温度変化を受けたので、測定値の検討には温度の影響を無視する事ができない。温度不同による pipe shell の応力値におよぼす影響は次の通りとなる。

(1) 中空円筒内外の温度不同による応力

図-3 TEMPERATURE CHANGE



$$\sigma = \pm \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2(1-\nu)}$$

ここに E: ヤング係数 $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, ν : ポアソン比, α : 鋼材の線膨張係数 1.2×10^{-5} , ΔT : 内外面の温度差

いま $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ とすれば $\sigma = \pm 18 \text{ kg/cm}^2$ の熱応力となる。

(2) 温度変化により生ずるひずみ 測定開始時と終了時に温度差 ΔT があると

$$\sigma = \pm \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{1-\nu}$$

の応力に相当するひずみが測定に現われる。 $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ とすれば $\sigma = \pm 36 \text{ kg/cm}^2$ となる。上記の結果により測定値の精度は計器の精度以外に約 $\pm 100 \sim 50 \text{ kg/cm}^2$ の誤差はまぬがれない。

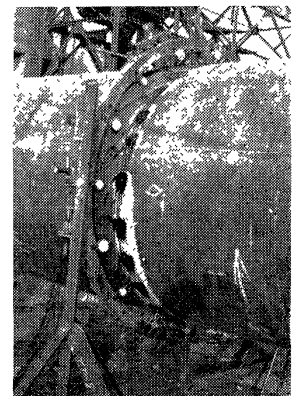
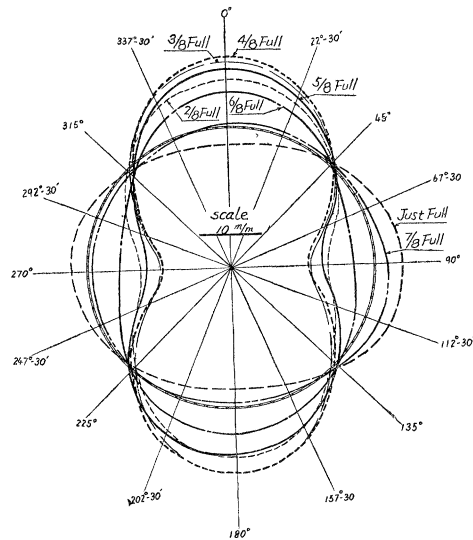
4. Pipe beam の曲げ剛性

Pipe beam は荷重状態すなわち管内水位の状態により断面形状が変化し、ハリとしての曲げ剛性に影響することが当然予想される。よつてこの変化状況を調べるために中央断面の変化量と弾性タワミ曲線を測定した。

(1) 中央断面の変化量 断面の変化量はスパン中央の断面についてダイヤルゲージ 16 個を円周上等分に配して測定した。この場合 pipe beam は管内水位の増減によりそのタワミが常に変化するので、ダイヤルゲージ

図-4 OBSERVED RADIAL DISPLACEMENT 写真-2 A SCENE OF THE FRAME FOR DIALGAUGE

取り付けワクは管との相互位置を一定に保持するため、微動調整ネジによりこのワクを上下しながら測定を行つた。よつて測定値は断面の変化量を直接示すことになる。なお写真-2 はダイヤルゲージ取り付けワクを示す。図-4 は pipe が空の場合は真円であるものとして各水位におけるスパン中央の断面変化の測定結果を示したものである。この図で明らかなように



(a) 管内が満水の時 beam として大なる曲げをうけるので pipe の断面は扁平化している。これが進

図-5 OBSERVED AVERAGE RADIAL DISPLACEMENTS AT CENTER OF SPAN

(a) Values Unit in mm

Point	Just Full	7/8 Full	6/8 Full	5/8 Full	4/8 Full	3/8 Full	2/8 Full
0°	-3.19	0.40	5.95	9.95	11.89	11.22	8.03
22°-30'	-2.13	0.11	3.79	6.57	8.09	7.86	5.75
45°	0.20	-0.18	-0.72	-0.78	-0.45	0.03	0.37
67°-30'	2.56	0.10	-4.21	-7.40	-8.62	-7.84	-5.45
90°	3.39	0.83	-4.91	-9.43	-11.84	-11.45	-8.44
112°-30'	2.67	0.86	-2.58	-5.81	-7.94	-8.30	-6.06
135°	0.05	0.17	0.37	0.34	-0.11	-0.70	-0.84
157°-30'	-2.46	-0.57	3.08	6.25	7.96	7.74	6.06
180°	-3.34	-0.77	4.14	8.51	11.07	11.07	8.70

行するといわゆる曲げ座屈が生じる。

(b) 水位が減少するにつれて変形断面は円形に近づき、7/8 の水位においてその変形量が最小となる (図-5(b))。

(c) さらに水位の減少に伴い断面形状は縦方向に扁平化し、4/8~3.5/8 の水位において変形量が最大となる。

(d) 部分充水時の断面の変形状態は、水位が半充水以上の時は頭の大なる卵形となり、水位がこれ以下の時はこれと逆の形を示している。図-5 は断面変形の左右の相対する測定の平均値と、水位の変動に伴う各点における変位の変化状態を示す。

(2) Beam としての曲げ剛性 管の断面は水位の変動に伴う変形状態が判明したので、これが beam としての曲げ剛性にいかなる影響をおよぼすかを調べるために、変形断面の慣性モーメントを求めた。図-5(a) の各点の変位量 w をフーリエ級数

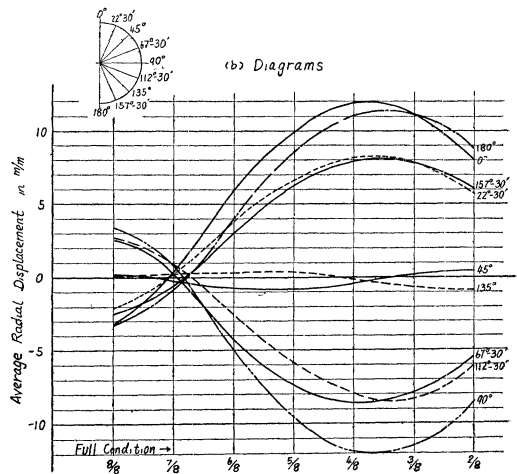
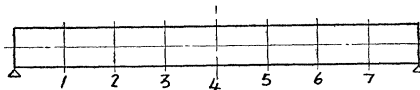


表-1 MOMENT OF INERTIA OF DEFORMED SECTION

	Just Full	7/8 Full	6/8 Full	5/8 Full	4/8 Full	3/8 Full	2/8 Full
Moment of Inertia cm ⁴	1 399 067	1 406 302	1 418 894	1 429 112	1 434 634	1 433 744	1 427 267
Moment of Inertia of True Circle cm ⁴	1 406 846						
Change %	-0.55	-0.04	+0.86	+1.58	+1.98	+1.91	+1.45

表-2 DEFLECTIONS OF PIPE BEAM



	Point	1	2	3	4	5	6	7
Just Full	Compute	15.5	28.9	37.5	40.7	37.5	28.9	15.5
	Observe	17.0	27.5	36.0	39.4	36.0	29.2	17.4
	Difference	+ 1.5	- 1.4	- 1.5	- 1.3	- 1.5	+ 0.3	+ 1.9
6/8 Full	Compute	12.9	23.7	30.7	33.4	30.7	23.7	12.9
	Observe	13.6	22.6	29.1	32.5	29.6	23.8	14.9
	Difference	+ 0.7	- 1.1	- 1.6	- 0.9	- 1.1	+ 0.1	+ 2.0
4/8 Full	Compute	7.9	14.6	18.9	20.5	18.9	14.6	7.9
	Observe	8.7	13.7	18.2	20.3	18.2	14.9	8.5
	Difference	+ 0.8	- 0.9	- 0.7	- 0.2	- 0.7	+ 0.3	+ 0.6
2/8 Full	Compute	2.9	5.5	7.2	7.8	7.2	5.5	2.9
	Observe	3.3	4.8	7.0	8.4	7.4	4.4	4.1
	Difference	+ 0.4	- 0.7	- 0.2	+ 0.6	+ 0.2	- 1.1	+ 1.2

$$w = a_0 + \sum_{n=1}^8 a_n \cos n\varphi$$

に展開すると、変形断面の慣性モーメント I は

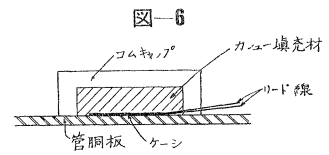
$$I = \pi r^2 t \left(r + 3a_0 + \frac{3}{2}a_2 \right) - 2\pi r t \left(\frac{a_1 r}{a_0 + r} \right)^2$$

にて表わされる。この計算結果を表-1に示す。

これによる慣性モーメントは満水時において最小(減少率0.55%),半充水時において最大(増加率1.98%)であり, pipe beam の設計には曲げ剛性の変化を考慮する必要はないことがわかる。表-2は各点のタワミについて温度の修正をほどこしたハリ理論の計算値と測定値を示す。これによると各水位におけるタワミの測定値とハリ理論による計算値がほぼ一致している。このことから曲げ剛性の変化を考慮する必要のないことがわかる。

5. Pipe shell の応力測定

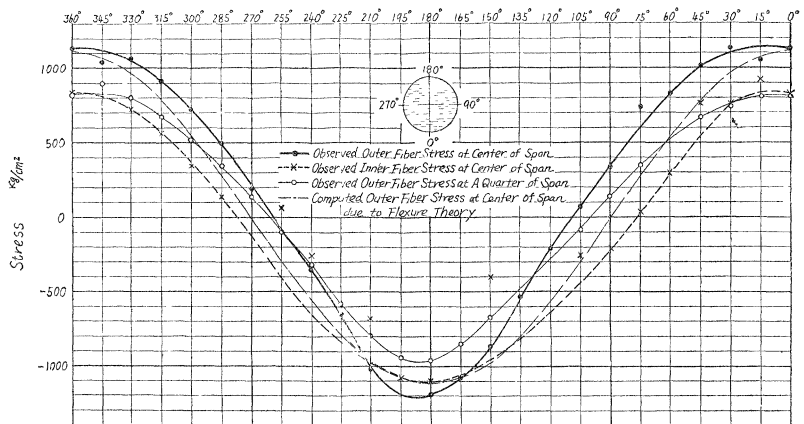
Pipe shell の応力分布を求めるために電気抵抗ヒズミ計を用い, 2方向ゲージをスパン中央断面の内外面とスパン1/4点の外面に, おのおの24個貼布してヒズミの計測を行った。内面の水中ゲージの絶縁はカシューを用い, 図-6に示す方法によって行った。まず下方約半周にわたって, ゲージ貼布後半回転して残り半周に貼布した。この時上方部のゲージのカシュー填充材が日射による高温のため流れ出し水密が不完全であつた。しかし下方のゲージの水密, 絶縁は良好であつた。



各水位におけるヒズミの計測値から pipe shell の応力分布を定め, 図-7,8に示す。これらの結果より, 次のことが観察される。

図-7(a) LONGITUDINAL STRESS DISTRIBUTIONS FOR PIPE JUST FULL

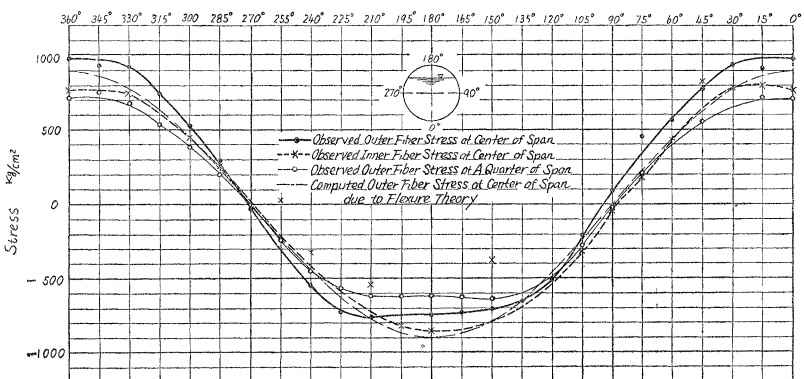
(1) 本実験によると shell の内外面に応力の差があり, この値が大きくなるので, pipe shell の局所的な曲げを考慮したいわゆる曲げ理論によらねばならぬ。



(2) 内外面の応力の差は, 管軸方向におけるよりも円周方向の方が顕著である。

図-7(b) LONGITUDINAL STRESS DISTRIBUTIONS FOR PIPE 6/8 FULL

(3) スパン中央における管軸方向の外縁応力は, ハリ理論による計算応力と比較した場合, 満水時においてはほぼ一致するも部分充水の状態においては引張り側において大となり圧縮側において小となっている。また応力が0となる中立軸の位置はいずれも真円断面の中立軸からはずれている。これらの傾向は水位の減少につれて, さらに顕著となっている。これは円周方向に生じている



曲げの影響によるものである。

(4) 円周方向応力値をスパン中央と1/4点の断面について比較した場合、最大30%の差がある。これは支点のリングガーダーの拘束は今の場合、少なくともスパン1/4以上におよぶ事を示している。しかしパイプの中央部においては、横方向の曲げモーメントはほぼ均等に存在しているのである。

(5) 従来 pipe beam において部分充水時に生ずる円周方向断面モーメントの存在については諸説紛々であり、特に最近はこの存在が否定される傾向にあつた。これは在来の pipe beam が小スパンで支持されているため pipe shell に生ずる断面モーメントの大部分が支点のリングガーダー

に受け持たれていたからである。例えば実験で使用した pipe について長さが1/4になると、かなりの曲げモーメントの減少が期待されることも上述によつて明らかである。本実験に用いられたような大スパンの pipe beam になると、大なる断面モーメントが明らかに存在していることがわかつた。

図-7(c) LONGITUDINAL STRESS DISTRIBUTIONS FOR PIPE 4/8 FULL

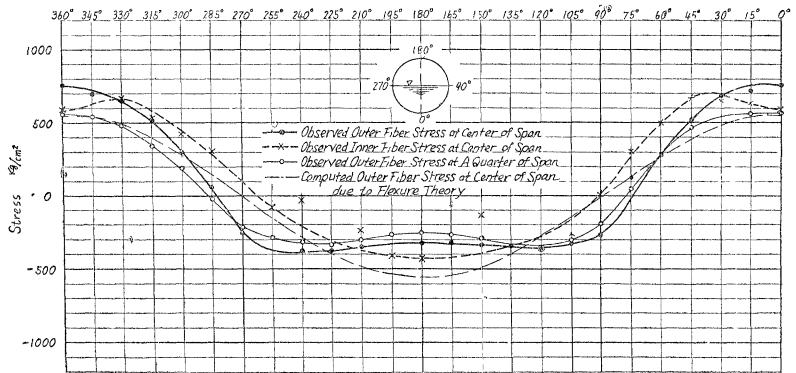


図-7(d) LONGITUDINAL STRESS DISTRIBUTIONS FOR PIPE 2/8 FULL

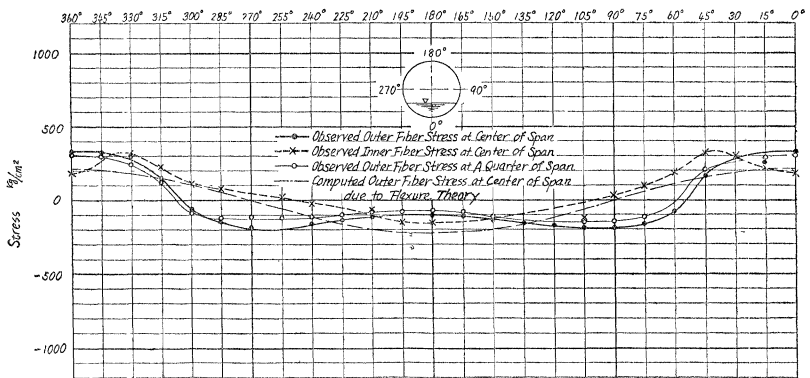


図-8(a) CIRCUMFERENTIAL STRESS DISTRIBUTIONS FOR PIPE JUST FULL

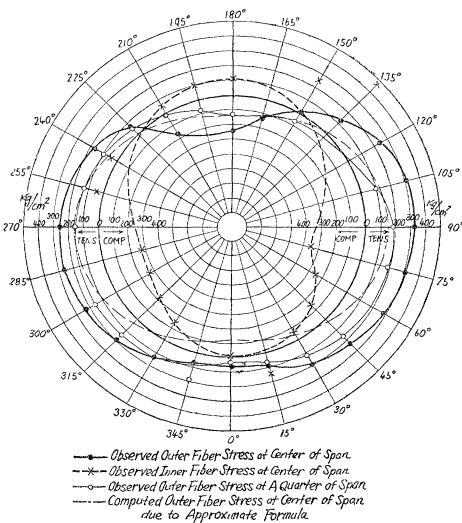


図-8(b) CIRCUMFERENTIAL STRESS DISTRIBUTIONS FOR PIPE 6/8 FULL

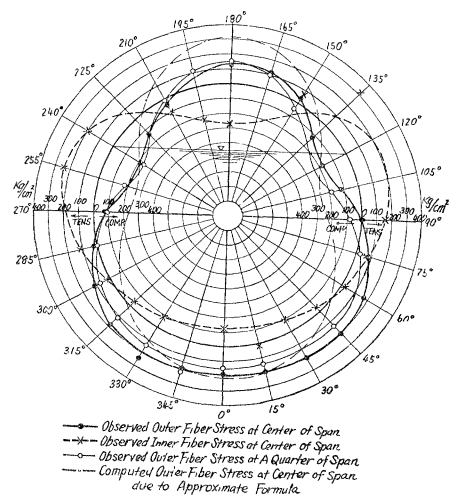


図-8(c) CIRCUMFERENTIAL STRESS DISTRIBUTIONS FOR PIPE 4/8 FULL

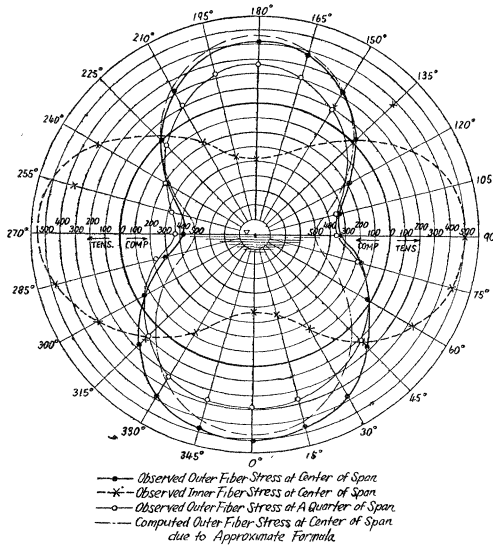
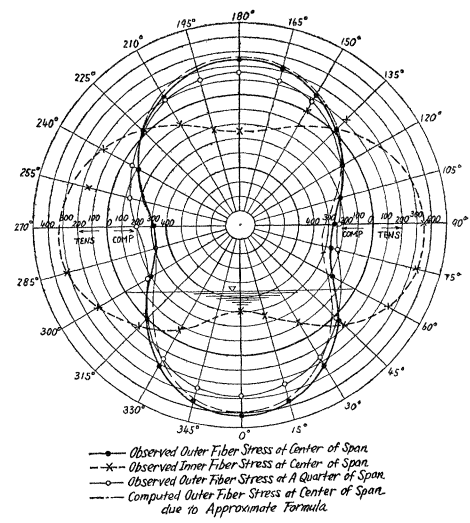


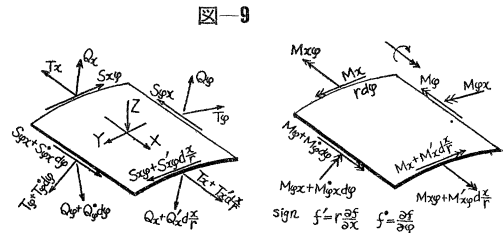
図-8(d) CIRCUMFERENTIAL STRESS DISTRIBUTIONS FOR PIPE 2/8 FULL



6. Cylindrical shell の曲げ理論による解析

本実験の pipe beam を cylindrical shell の曲げ理論により解析して、測定値と比較検討する。

図-9 に示すように座標をえらび、shell の面素に作用する断面力と荷重を定める。この空間力系においてたてられる釣合条件式に応力と変位の関係式を代入すると簡理論の3微分方程式を得る*。



$$\left. \begin{aligned} u'' + \frac{1-\nu}{2}u + \frac{1+\nu}{2}v' + \nu w' + \frac{K}{Dr^2} \left(\frac{1-\nu}{2}u' - w''' + \frac{1-\nu}{2}w'' \right) + \frac{Xr^2}{D} &= 0 \\ \frac{1+\nu}{2}u' + v + \frac{1-\nu}{2}v'' + w + \frac{K}{Dr^2} \left[\frac{3}{2}(1-\nu)v'' - \frac{3-\nu}{2}w''' \right] + \frac{Yr^2}{D} &= 0 \\ \nu u' + v' + w + \frac{K}{Dr^2} \left(\frac{1-\nu}{2}u' - u''' - \frac{3-\nu}{2}v'' + w''' + 2w'' + w + 2w' + w \right) + \frac{Zr^2}{D} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに r=管半径, t=管壁厚

$$D = \frac{Et}{1-\nu^2} \text{ 伸び剛度} \quad K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \text{ 曲げ剛度}$$

X=外力の x 方向の成分 u=変位の x 方向成分

Y= " y " v= " y " "

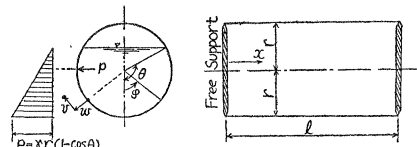
Z= " z " w= " z " "

$$' = r \frac{\partial}{\partial x} \quad = \frac{\partial}{\partial \varphi} \text{ の微分演算子を示す。}$$

上式により水平におかれた両端自由支持の pipe (図-10) を考える。変位を次の級数で表すと支点における条件および対称変形の条件を満足する。

図-10

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_m \sum_n A_{mn} \cos n \varphi \cos \frac{x}{r} \\ v &= \sum_m \sum_n B_{mn} \sin n \varphi \sin \frac{x}{r} \\ w &= \sum_m \sum_n C_{mn} \cos n \varphi \sin \frac{x}{r} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$



* 文献 2) 寺崎恒正訳「曲面板の力学」コロナ社刊 139 ページ参照

$$\lambda = \frac{m \pi r}{l}$$

(2) 式は $x=0$ において $u'=v=w=0$, 従つて $T_x=0, M_x=0$, また n を整数とすれば $x=l$ においても同様の境界条件が成立するため, これに (1) 式に対応する同次微分方程式の解を加えてやる必要はない。次に外力 Z について考える。 Z は内方より外方に向かうものを正とするから水圧 Z は正となる。従つて

$$\left. \begin{aligned} Z &= +r r (\cos \varphi - \cos \theta) & \varphi < \theta \\ Z &= 0 & \varphi \geq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに r は液体の比重, θ は 図-10 に示すように液面の位置をあらわす。荷重 Z は級数であらわす事ができる。

$$Z = \sum_m \sum_n D_{mn} \cos n \varphi \sin \lambda \frac{x}{r} \dots\dots\dots (4)$$

上式の係数 D_{mn} は (3) 式から普通の方法で容易に計算しうる。shell の変形を求めるためには, (2), (4) 両式を (1) 式に代入すると各対の m, n の値に対して, 3 個の線型微分方程式をうる。これより係数 A_{mn}, B_{mn}, C_{mn} の値を計算することができる。以上の方法により求めた計算結果を測定値と比較して, 表-3 に示す。この結果から次のことが首肯される。

表-3

Outer Fiber Total Stress at Center of Span. kg/cm ²								
180 270 ⊕ 90 0	JUST FULL				HALF FULL			
	Longi.		Circum.		Longi.		Circum.	
	Compute	Observe	Compute	Observe	Compute	Observe	Compute	Observe
0° 360	1 134	1 130	19	65	808	762	538	514
15 345	1 096	1 055 1 040	18	80 70	758	720 700	472	465 497
30 330	983	1 130 1 075	17	185 143	615	681 651	287	378 395
45 315	802	1 010 911	16	228 195	404	510 508	25	132 172
60 300	567	840 720	14	282 225	163	279 295	-254	- 25 - 58
75 285	294	740 495	11	308 252	- 70	125 63	-474	-162 -281
90 270	0	340 200	9	323 252	-253	-270 -248	-565	-346 -412
105 255	-294	65 —	6	300 —	-362	-325 —	-477	-328 —
120 240	-567	-220 -330	4	240 160	-403	-358 -368	-259	-180 -218
135 225	-802	-540 -652	1	130 60	-395	-341 -373	16	20 43
150 210	-983	-870 -1 015	0	10 -170	-365	-341 -347	277	238 221
165 195	-1 096	-1 080 —	- 1	-135 —	-335	-322 —	461	385 —
180	-1 134	-1 192	- 2	-245	-404	-326	527	422

Deformation at Center of Span mm				
	JUST FULL		HALF FULL	
	Compute	Observe	Compute	Observe
0°	-0.1	-3 19	16.9	11.89
90	0	3.39	-17 2	-11.84
180	0 1	-3.34	17.1	11.07

- (1) 軸方向外縁応力の最大および最小値は、ほぼ一致している。
- (2) 満水時の円周方向応力は、曲げ理論による時は円周方向の曲げは0となり直応力のみとなる。しかるに測定値はその大部分が曲げ応力である。
- (3) 半充水時の円周方向応力は、曲げ理論においてもその大部分が曲げ応力となり、曲げの性質は測定値と同じであるが測定値より多少大となつている。
- (4) 断面の変形量は曲げ理論によると、満水時には変形がなく半充水時には測定値より多少大なる値を与える。
- (5) 上述のように差異を生じた原因は、理論式の釣合条件式をたてる際、理論を簡単にするために変位は壁厚に比し微小であるという微小変位の仮定を採用しているためである。よつて long pipe beam のように変位の大なる構造物に対しては、タワミによる二次的影響を考慮しなければならないであろう。

7. Long pipe beam の設計に対する簡易式

上述の実験より知れるように、満水の時 pipe の断面は横方向に扁平化し、半充水時はマユの型に変形する。半充水時の変形はすでに武藤教授, Karlsson* によつて指摘されたものである。

一方満水時の pipe の扁平化は pipe の大きな変形による二次的な作用によるものと考えられる。これらを考慮した pipe beam の強度を理論的に解析することは非常に困難となるので、本実験の測定結果を基にして実用設計に簡便に利用しうる簡便式を誘導した。理論を簡単にするために上述の pipe を扁平化する作用と水圧の分布の仕方による曲げとを分離して考察する。shell の座屈曲げモーメントは小さいのでこのような分離は可能である。すなわち「弾性安定要覧」420 ページによれば、円筒の曲げ座屈に関する最大曲げモーメントは, Brazier の求めた結果によると、この場合 $E=2.1 \times 10^4 \text{t/m}^2$, $r=8.5 \times 10^{-1} \text{m}$, $t=7.2 \times 10^{-3} \text{m}$ として

$M_{cr} = 1.086 E r t^2 \approx 1.00 \times 10^3 \text{t} \cdot \text{m}$ となる。また満水時の最大曲げモーメントは

$M \approx 2.10 \times 10^2 \text{t} \cdot \text{m}$ となる。ゆえに M は M_{cr} の 20% 程度であるので上のことがいえる。なおこの事は 4. (2) で述べたように、実測で変形後の慣性モーメントの減少がごくわずかでほとんど無視できることに相当する。扁平化の作用は曲げモーメント M により管軸方向に曲げによる合応力 T を生じ、かつ pipe はハリとしてたわんでいるので垂直方向の二次的な力を生ぜしめる。この力は 図-11 から次のようにして求められる。

- (1) ハリとしてタワミから生ずる垂直方向の力による応力曲げによる合応力 T は

$$T = \frac{M \cos \theta}{\pi r^2}$$

曲率 $1/R$ は

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI} = \frac{M}{E \pi r^3 t}$$

ここで r =管の半径 t =板厚 I =cylindrical shell の慣性モーメント shell の単位面積当りの垂直方向の見掛けの力 P は

$$P = \frac{T}{R} = \frac{M^2}{E \pi^2 r^5 t} \cos \theta = \phi \cos \theta \quad \text{ただし} \quad \phi = \frac{M^2}{E \pi^2 r^5 t}$$

Long pipe beam の場合、スパン中央における応力を考察する際、簡単のため平面変形状態と考えても差支えないであろう。 Y, Z を P の接線方向、法線方向の成分とすれば

$$Y = P \sin \theta = \phi \cos \theta \sin \theta \quad Z = P \cos \theta = \phi \cos^2 \theta$$

となる。図-12 よつて釣合条件から、次の3式をうる。すなわち

$$\frac{1}{r} \left(\frac{dN_\theta}{d\theta} + Q_\theta \right) + Y = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{dQ_\theta}{d\theta} - N_\theta \right) + Z = 0 \dots \dots \dots (2)$$

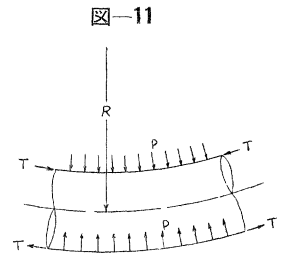


図-11

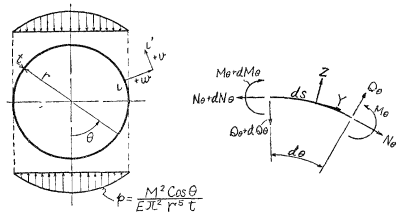


図-12

* 武藤教授は半充水時の最大曲げモーメントは $\theta = \pi/2$ において生じその大きさは $M_{max} = \frac{\pi^2 - 8}{8\pi} \gamma r^3 \approx 0.074 r r^3$ である事を示しておられる。同じ式が Karlsson により導かれている。Ludin 著 Wasser Kraftanlagen 1934 年 325 ページ参照。

$$\frac{1}{r} \frac{dM_0}{d\theta} + Q_0 = 0 \dots\dots\dots (3)$$

また応力と変位との関係は

$$\frac{d^2 w}{d\theta^2} + w = \frac{12 r^2}{Et^3} M_0 \dots\dots\dots (4) \quad \frac{dv}{d\theta} + w = \frac{r}{Et} N_0 \dots\dots\dots (5) \text{ である。}$$

(1), (2) 式より $\frac{d^2 Q_0}{d\theta^2} + Q_0 = -\left(rY + r \frac{dZ}{d\theta}\right) = -\frac{3}{2} r \phi \sin 2\theta$ となる。

この解は $Q_0 = A \sin \theta + B \cos \theta + \frac{1}{2} r \phi \sin 2\theta$ となる。積分常数 A, B は $\theta = \pi/2, 0$ にて $Q_0 = 0$ となることから定まるので、結局 Q_0 は

$$Q_0 = \frac{1}{2} r \phi \sin 2\theta \text{ となる。 } N_0, M_0 \text{ は (2), (3) 式より,}$$

$$N_0 = \frac{dQ_0}{d\theta} + rZ = -r \phi \sin^2 \theta$$

$$M_0 = -\int Q_0 r d\theta + C = -\frac{1}{2} \phi r^2 \sin^2 \theta + C \text{ と定まる。積分常数 } C \text{ は後で定める。 (4) 式より}$$

$$\frac{d^2 w}{d\theta^2} + w = \frac{12 r^2}{Et^3} \left(-\frac{1}{2} \phi r^2 \sin^2 \theta + C\right) \text{ である。この解は, } w = D \sin \theta + E \cos \theta + \frac{12 r^2}{Et^3} \left\{-\frac{1}{6} \phi r^2 (1 + \cos^2 \theta) + C\right\}$$

となり、積分常数 D, E は境界条件 $\theta = 0, \pi/2$ にて $\frac{dw}{d\theta} = 0$ より、 $D = E = 0$ と定まるのでタワミ w は結局

$$w = +\frac{12 r^2}{Et^3} \left\{-\frac{1}{6} \phi r^2 (1 + \cos^2 \theta) + C\right\} \text{ となる。 (5) 式に } w, N_0 \text{ の値を代入し積分すると } v \text{ は}$$

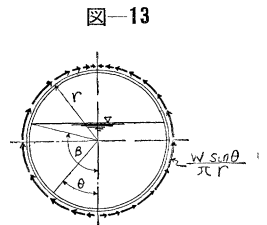
$$v = -\frac{\phi r^2}{Et} \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta\right) - \frac{12 r^2}{Et^3} \left\{-\frac{1}{6} \phi r^2 \left(\frac{3\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\theta\right) + C\theta\right\} + F$$

と求まる。積分常数 C, F は境界条件 $\theta = 0, \pi/2$ にて $v = 0$ より $F = 0, C = \phi \left(\frac{1}{4} r^2 - \frac{t^2}{24}\right)$ と定まり

M_0, w, v の完全な表式は、

$$M_0 = \phi \left\{ \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta \right) - \frac{t^2}{24} \right\}, \quad w = -\frac{\phi r^2}{Et} \left(\frac{1}{2} + \frac{r^2}{t^2} \cos 2\theta \right), \quad v = \frac{1}{2} \frac{\phi r^2}{Et} \left(\frac{1}{2} + \frac{r^2}{t^2} \right) \sin 2\theta \text{ となる。}$$

(2) 充水状態から生ずる円周方向応力 pipe beam は部分充水の状態において、その断面が鉛直方向に変形する事がこの実験より確認された。よつてこの状態を調べるために、pipe beam から単位幅のリングを取り出し、このリング内の荷重 W はリングの断面に働らくせん断流 S すなわち中空円筒に応用したと同様の flexure の一般理論に従つて分布する shearing stress と釣合っているものとする (図-13)。この場合 pipe から取り出した 1 リングに生ずる断面力および変位は次式で示される。



Bending Moment M_0'' , Normal Force N_0'' とすれば

$$\begin{aligned} 0 \leq \theta \leq \beta & & \beta \leq \theta \leq \pi \\ M_0'' = r^3 (K_1 + K_2 \cos \theta + K_3 \theta \sin \theta) & & M_0'' = r^3 (K_7 + K_8 \cos \theta + K_9 \sin \theta + K_{10} \theta \sin \theta) \\ N_0'' = r^2 (K_4 + K_5 \cos \theta + K_6 \theta \sin \theta) & & N_0'' = r^2 (K_{11} \cos \theta + K_{12} \sin \theta + K_{13} \theta \sin \theta) \end{aligned}$$

Radial Displacement δ

$$\delta = K_{14} \frac{r r^3 (1 - \nu^2)}{Et^3} \quad \text{ここに } r = \text{specific weight } K_1 \sim K_{14} = \text{constants (表-4)}$$

(3) 簡易式による計算結果 Long pipe beam の設計に対する簡易式としては、上述の (1), (2) 式で求めた値を加算すればよい。図-8 の一点鎖線で示したのは、これにより求めた外縁の円周方向応力を示す。これを測定値と比較すれば

- (a) 各種の充水状態において、応力値の傾向は似ている。
- (b) とくに 5/8 充水以下の水位については、同傾向にあらわれており、3/8, 4/8 充水では上半部はほとんど一致し、2/8 充水のように、内外面の温度差が少ない場合は明らかに一致している。
- (c) 満水時においては応力が一致していないが、表-5 の変位の比較ではほとんど一致している。

以上の結果から見て、この long pipe beam の純曲げに対する簡易式は実用設計に適用するも、さしつかえないものと思われる。Ludin は著書「Wasserkraftanlagen」において、Karlsson のたてた式として、半充水水

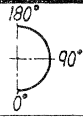
表-4 VALUES OF CONSTANTS $K_1 \sim K_{14}$

For K_{14}

	β	K_1	K_2	$K_3=K_6$	K_4	K_5	K_7	K_8	$K_9=K_{12}$	$K_{10}=K_{13}$	K_{11}	0°	90°	180°
Just Full	180°-00'	0	0	0	1.0000	1.0000	0	0	0	0	0	0	0	0
7/8 Full	138°-35'	-0.0379	0.0218	0.0361	0.7500	0.9494	-0.7880	-0.7594	1.4573	-0.4639	0.1682	0.0708	-0.0792	0.0972
6/8 "	120°-00'	-0.1090	0.0705	0.0978	0.5000	0.8749	-0.6090	-0.5545	1.2637	-0.4023	0.2500	0.1668	-0.1836	0.2004
5/8 "	104°-29'	-0.2033	0.1458	0.1713	0.2500	0.8032	-0.4533	-0.3853	1.0328	-0.3288	0.2722	0.2448	-0.2580	0.2676
4/8 "	90°-00'	-0.3183	0.2500	0.2500	0	0.7500	-0.3183	-0.2500	0.7854	-0.2500	0.2500	0.2808	-0.2856	0.2808
3/8 "	75°-31'	-0.4533	0.3853	0.3288	-0.2500	0.7278	-0.2033	-0.1458	0.5379	-0.1713	0.1961	0.2676	-0.2580	0.2448
2/8 "	60°-00'	-0.6090	0.5545	0.4023	-0.5000	0.7500	-0.1090	-0.0705	0.3071	-0.0978	0.1250	0.2004	-0.1836	0.1668
1/8 "	41°-25'	-0.7880	0.7594	0.4639	-0.7500	0.8316	-0.0379	-0.0218	0.1134	-0.0361	0.0503	0.0972	-0.0792	0.0708

表-5 DEFORMATIONS

unit in mm

		Just Full	7/8 Full	6/8 Full	5/8 Full	4/8 Full	3/8 Full	2/8 Full
0°	Compute	-3.34	-0.77	+4.14	+ 8.51	+11.07	+11.07	+ 8.70
	Observe	-3.45	-0.63	+5.57	+11.14	+13.64	+13.76	+10.21
90°	Compute	+3.39	+0.83	-4.91	- 9.43	-11.84	-11.45	- 8.44
	Observe	+3.45	-1.07	-6.44	-11.84	-13.84	-13.27	- 9.34
180°	Compute	-3.19	+0.40	+5.95	+ 9.95	+11.89	+11.22	+ 8.03
	Observe	-3.45	+1.99	+7.30	+12.31	+13.64	+12.59	+ 8.47

時に生ずる円周方向の曲げモーメントの最大値は $M=0.074 r r^3$ としてあげているが、これは(2)の式に相当するものである。

8. 結 論

以上述べた実験結果を総括し、次のような結論を得た。

(1) 充水度により生ずる円周方向の断面モーメントは、満水時には0となるも部分充水時には生じ、とくに半充水の付近において最大となる。

(2) この断面モーメントは、補剛材等による拘束をうける付近を除いて存在する。補剛材はかなり広い範囲にわたって影響すると思われるが、いわゆる long pipe beam では、このようなモーメントを考慮しなくてはならないだろう。

この実験についてはこの他に各種の充水状態における、支台リング ガーダーの応力測定、ならびに pipe beam の固有振動数の測定を実施したので、稿をあらためて発表する予定である。

この研究について懇切な御指導を賜わった阪大 寺沢一雄教授、東大 吉識雅夫教授、木原 博教授、山本善之助教授に深謝します。

参 考 文 献

- 1) Timoshenko, S.: Theory of Plates and Shells, 1940
- 2) Flugge, W.: Statik und Dynamik der Schalen, 1934
- 3) Girkman, K.: Flachentra gwerke, 1956
- 4) Schorer, H.: Design of Large Pipe Lines, Trans. Am. Soc. Civil Eng., Vol. 98, p. 101, 1933
- 5) Discussion of "Design of Large Pipe Lines."
- 6) Roark, J.: Formulas for Stress and Strain, 1954
- 7) 水越達雄：“切明発電所放水路鉄管におけるパイプ ビーム構造の設計と其の計算について”，発電水力，No. 18, 1955年9月
- 8) 伊藤藤一：“水圧を受ける円筒の応力解析に関する 2,3 の問題について”，新三菱重工 K.K. 神戸造船所研究報告 Q.G. 第68号，1950
(昭.34.2.20)