

片側スチフナーの有効剛比について

正員 奥村 敏 恵*

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY ON THE EFFECTIVE RIGIDITY RATIO OF ONE-SIDE STIFFENER

By Dr. Eng., Toshie Okumura, C.E. Member

Synopsis : In this paper, the author describes the behaviors of plate welded vertically with one-side stiffener in the buckling state, submitted to the action of shearing forces uniformly distributed along the edges combined with the straightly distributed forces. Especially for one-side stiffener its torsional resistance and the local contraction due to the eccentricity of the middle plane of plate from the sectional center line of stiffener should be considered as the most important factors. The author considers that factors and calculates the effective rigidity ratio of one-side stiffener for the expected loading conditions by the so-called energy method, and verifies the interesting behaviors which are shown in theoretical analysis by the experimental results.

1. はじめに

プレートガーダの腹板は桁に作用するせん断力を伝える役目を持つものであるが 桁の長さが 桁高より十分大きい ため、中間にスチフナーを設けて、そのせん断座屈変形に十分耐え得るようにしている。すなわちスチフナーの 最大間隔 a はせん断座屈に対して安全に耐え得る条件の下に定めているものであつて次式によつて設計している。

$$a = \alpha_0 t / \sqrt{\tau} \dots \dots \dots (1)$$

τ : 実際に作用しているせん断応力 (kg/cm^2), t : 腹板の厚 (cm)

α_0 : 係数, せん断座屈に対する安全率のとり方による。道路橋では 3000 としている (安全率 1.5)。

実際にかけられている道路橋の例を見ると, τ の値は, 300 kg/cm^2 と 400 kg/cm^2 の間におさまることが多い。したがつて $\alpha_0 / \sqrt{\tau}$ の値は, 150~170 の間にあり, t の値によつて差はあるが, 横桁間に 2, 3 の中間スチフナーを設ける必要がある。この場合いかなる剛度のスチフナーをつけたならばよいかが問題となる。

従来溶接プレートガーダの中間スチフナーは溶接熱の集中効果をできるだけ少なくするため, 例えば図-1 に示すように幾分かその接着箇所をずらした非対称な配置を与えていた¹⁾。最近ではこれは片側みのスチフナーにする傾向にかわりつつある²⁾。片側スチフナーの耐力に関しては Chwalla が周辺にせん断力を受ける板について取扱つているが³⁾, 彼はスチフナーのねじれに対し何等の考慮を払つていない。実際には片側にあるため, 接着線を中心としたねじり変形を受けるわけであつて, これに対する考慮が大切である。

このため, 図-2 に示すように矩形板の中央に片側スチフナーを配置した場合を考えてみる。スチフナーの曲げ剛性が弱いと, 板の座屈変形にともなつてスチフナーも座屈変形をおこなすが, その曲げ剛性がある程度大となると, スチフナーは板とともに変形しないで直線を保つ。ただこの場合両側の板の座屈変形の方法は一般に異なるため, スチフナーは接着線を回転軸とするねじり変形を受ける。ねじりに対するスチフナーの変形抵抗が弱いときは, 上述の直線条件を満足しない。一応このねじり変形に対する抵抗が満足されているものと

図-1 溶接スチフナーの一例
溶接熱の集中を避けて位置をずらしている

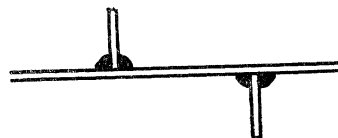
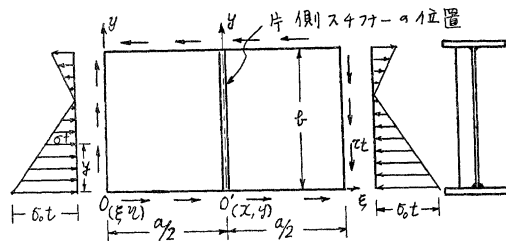


図-2 板に働く荷重状態



$$\sigma t = \sigma_0 t (1 - \alpha \frac{y}{b})$$

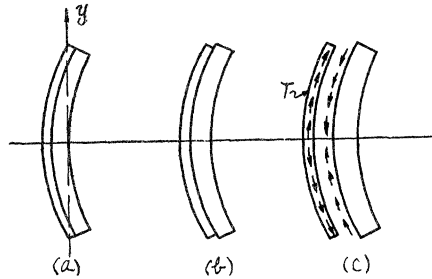
* 工学博士, 東京大学助教授, 工学部土木工学教室

する。前述の2つの場合の限界の曲げ剛性をスチフナーに与えると、中間スチフナーによつてわけられた板の2つの部分に対し、それぞれ四辺単純支持の板としての座屈に耐えるように考慮すれば十分であり、(1)式を用いて設計することができる。

なお片側スチフナーの場合は曲げタワミの中立線が板とスチフナーとは異なるため、**図-3**に示すように接着線にそつて変位のずれを生ずる。このずれに適合する応力が二次的に生ずる。これに対する考慮を必要とする。

以上の考え方を適用し、中間片側スチフナーに関する計算を施してみることにする。

図-3 スチフナー線が腹板に対し偏心することによる二次的せん断応力の発生



2. 座屈を支配するタワミ形と板のエネルギー

四辺単純支持の矩形板の境界条件を満足するタワミ W_p は次の形であらわすことができる。

$$W_p = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} \left(x + \frac{a}{2}\right) \sin \frac{n\pi y}{b} \dots\dots\dots (2)$$

外力系として **図-2** に示すものをとる。板の曲げにより貯えられる弾性エネルギーを ΔV_1 とすると、

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 W_p}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 W_p}{\partial \eta^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 W_p}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_p}{\partial \eta^2} - \left(\frac{\partial^2 W_p}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 \right\} \right] d\xi d\eta \\ &= \frac{ab\pi D}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ただし D は板の曲げ剛性を示す。せん断応力 τ のなす仕事を ΔT_1 とすると、

$$\Delta T_1 = -\tau t \int_0^a \int_0^b \frac{\partial W_p}{\partial \xi} \frac{\partial W_p}{\partial \eta} d\xi \cdot d\eta = -4\tau t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{n'=1}^{\infty} A_{mn} A_{m'n'} \frac{mm'n'}{(m'^2 - m^2)(n^2 - n'^2)} \dots\dots\dots (4)$$

上式中 $m \pm m'$, $n \pm n'$ は奇数となるように選ぶ。側応力 σ のなす仕事を ΔT_2 とすると、

$$\begin{aligned} \Delta T_2 &= \frac{1}{2} \sigma_0 t \int_0^a \int_0^b \left(1 - \alpha \frac{\eta}{b} \right) \left(\frac{\partial W_p}{\partial \xi} \right)^2 d\xi \cdot d\eta \\ &= \frac{\sigma_0 t ab}{2 \cdot 4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \frac{m^2 \pi^2}{a^2} - \frac{\sigma_0 t a\alpha}{2 \cdot 2b} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2 \pi^2}{a^2} \left[\frac{b^2}{4} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 - \frac{8b^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{A_{mn} A_{m'n'}}{(n^2 - n'^2)^2} \right] \dots (5) \end{aligned}$$

上式中 n' に対しては $n \pm n'$ が奇数であるように選ぶ。なお σ_0 は $\eta=0$ に働く応力であり、 $1-\alpha$ は $\eta=b$, $\eta=0$ に働く応力の比をあらわす。 $\alpha=0$ は純圧縮、 $\alpha=2$ は純曲げ、 $\alpha=1$ は上縁応力が0の場合を示す。純粹せん断応力の場合には、 A_{mn} の添字の $(m+n)$ が偶数を示す要素の和よりなる平衡系と、 $(m+n)$ が奇数を示す要素の和よりなる平衡系の2組の平衡系により、組立てられており、スチフナーのついていない板の場合では a/b が0.4~2.5の間にある場合、 $m+n$ が偶数となるようなタワミ形が最小の座屈値を値えることを Timoshenko⁴⁾は指摘している。エネルギー法を用いるとき、このようなタワミ形の項数と形がその精度を支配する。従来多くの研究者によつて、多くの研究がなされ発表されているが、その項数および選定したタワミ形が不十分不適當であるため危険側の誤差を冒している場合がある。特に応力の組合が複雑になる程この傾向がいちじるしい。このため数回の試算を行つたのち、後述のような形を選んだ。

3. スチフナーに貯えられるエネルギー

スチフナーに貯えられるエネルギーは (i) 曲げによるもの ΔV_2 , (ii) ねじりによるもの ΔV_3 , (iii) 接着線のヒズミの適合条件より生ずる変形によるもの ΔV_4 , よりなる。いま **図-2** に示すようなスチフナーの配置を例にとつてみる。スチフナーの曲げタワミを W_s とすると、

$$W_s = |W_p|_{\xi=a/2} = \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{m'-1}{2}} A_{mn} \sin \frac{n\pi y}{b} \dots\dots\dots (6)$$

$$\Delta V_2 = \frac{EI_s}{2} \int_0^b \left(\frac{d^2 W_s}{dy^2} \right)^2 dy = \frac{EI_s \pi^4}{4 b^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left\{ \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} A_{mn} \right\}^2 \dots\dots\dots (7)$$

I_s はスチフナーの重心をとおり、板に平行なスチフナーの軸線に関する断面二次モーメントを示す。スチフナーのねじり角を φ' とすると、

$$\varphi' = \left. \frac{\partial W_p}{\partial \xi} \right|_{\xi=a/2} = \sum_{m=2,4}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{m/2} \frac{m\pi}{2} A_{mn} \sin \frac{n\pi}{b} y \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_3 &= \frac{1}{2} \int_0^b \left\{ -C_{bt} E \frac{d^3 \varphi}{dy^3} + K_s G \frac{d\varphi}{dy} \right\} \left(\frac{d\varphi}{dy} \right) dy \\ &= \frac{\pi^4}{4 b a^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left\{ K_s G + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 C_{bt} E \right\} \left\{ \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} m A_{mn} \right\}^2 \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに $K_s G$, $C_{bt} E$ はスチフナーのねじり剛性、および曲げねじり剛性⁵⁾を示す。

次に接着線のヒズミの適合について考慮しよう。以上の取扱いは板もスチフナーもその中立線のまわりに別個にタワミ変形すると見ているが、実情はスチフナーの接着線に沿って両者は弾性的に強固に結合されている。しかも両者のタワミの性質から考えると、たとえば板の引張縁の母線とスチフナーの圧縮縁の母線が結合されている形になっている。上の計算では両者の中立軸線は同じ長さと考えて別個に取り扱ったため計算上ではタワミを受けた後の両者の結合母線の長さは異なる。これを等しくするためにこの接着線に沿ってせん断応力が作用し、その変形により両者が等しい長さを保つと考える。このせん断応力は板の面に二次的な平面応力状態の応力を発生し、その合力がこのせん断応力と均り合うことになる。一方スチフナーにはこのせん断応力による変形が付加されることになる。このせん断応力を $Y(y)$ とする。

これにより板に発生する応力を示す応力関数を、 $F(x, y)$ とする。応力関数の性質より、

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \nabla^2 F &= 0 \\ \sigma_x &= \partial^2 F / \partial y^2, \quad \sigma_y = \partial^2 F / \partial x^2, \quad \tau_{xy} = -\partial^2 F / \partial x \partial y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

タワミ W_p は (2) 式に示すように \sin 形と仮定した。この応力はスチフナーのタワミの形に支配されるから

$$F = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \sin \frac{n\pi}{b} y \dots\dots\dots (11)$$

とおくことができる。境界条件として、 $x = \pm a/2$ で単純支持 (直線保持)、すなわち x 方向の変位を u とすると、 $u=0, x=0$ で対称条件すなわち $u=0$ 、を用い、このようなスチフナー接着線に沿うせん断応力によるヒズミの波及は $x = \pm a/2$ において減衰型⁶⁾であると考え、この平面応力を支配する応力関数 F は、 C_n を任意の常数とすると、

$$F = \sum_{n=1}^{\infty} C_n (\psi_{n1} + x) e^{-\frac{n\pi}{a} x} \sin \frac{n\pi}{b} y, \quad \text{ただし } \psi_{n1} = -\frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{b}{n\pi} \dots\dots\dots (12)$$

(ν はポアソン比を示す)

接着線に沿う板の部分の受けるヒズミは、

$$\epsilon_y |_{x=0} = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)_{x=0} = \frac{1}{E} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \left\{ (1-\nu) \psi_{n1} - \frac{2b}{n\pi} \right\} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \sin \frac{n\pi}{b} y \dots\dots\dots (13)$$

図-3 に示すような、スチフナーと板を別個に考えた状態の接着線側のスチフナーの縁のヒズミを $\bar{\epsilon}_y$ とし、普通の曲げ理論がそのまま適用できると考え、ねじりによる付加的な縮みを考慮に入れると、

$$\bar{\epsilon}_y = -S \frac{d^2 W_s}{dy^2} - \frac{Y}{EA_s} + w_{ts} \frac{d^2 \varphi'}{dy^2} \dots\dots\dots (14)$$

S はスチフナー断面の重心より接着線側の縁までの距離、 A_s はスチフナーの断面積、 Y は板に生ずる付加的応力の総和に等しい値であつて、 t を板厚とすると、

$$Y = 2t \int_0^{a/2} \sigma_y dx = -2t \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x=0} = \sum_{n=1}^{\infty} 2t \frac{n\pi}{b} \left(\psi_{n1} - \frac{b}{n\pi} \right) C_n \sin \frac{n\pi}{b} y \dots\dots\dots (15)$$

w_{ts} はスチフナーの自由端を断面中心線座標の原点にとつた場合のスチフナー断面の単位そり関数を示す⁵⁾。

ヒズミの適合条件より、 $\epsilon |_{x=0} + \bar{\epsilon}_y = 0$ (6), (8), (13), (14) を用いて計算すると、

$$\left. \begin{aligned} C_n &= \frac{\sum_{m=1,3}^{\infty} ES (-1)^{\frac{m-1}{2}} A_{mn} - \sum_{m=2,4}^{\infty} Ew_{ts} \frac{m\pi}{a} (-1)^{\frac{m}{2}} A_{mn}}{\frac{2bt}{n\pi A_s} \left(\psi_{n1} - \frac{b}{n\pi} \right) - (1-\xi) \psi_{n1} + \frac{2b}{n\pi}} \\ &= \psi_{n2} \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} A_{mn} + \psi_{n3} \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{\frac{m}{2}} m A_{mn} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ただし

$$\psi_{n2} = \frac{ES}{\frac{2bt}{n\pi A_s} \left(\psi_{n1} - \frac{b}{n\pi} \right) - (1-\nu)\psi_{n1} + \frac{2b}{n\pi}}, \quad \psi_{n3} = \frac{-Ew_{ts} \frac{\pi}{a}}{\frac{2bt}{n\pi A_s} \left(\psi_{n1} - \frac{b}{n\pi} \right) - (1-\nu)\psi_{n1} + \frac{2b}{n\pi}} \dots (17)$$

従つて、

$$\Delta V_4 = \frac{1}{2EA_s} \int_0^b Y^2 dy = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{bt^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2}{EA_s} \left(\psi_{n1} - \frac{b}{n\pi} \right)^2 \left\{ \psi_{n2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{3} (-1)^{\frac{m-1}{2}} A_{mn} + \psi_{n3} \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{4} (-1)^{\frac{m}{2}} mA_{mn} \right\}^2 \dots (18)$$

なおこのような板に生じた二次的応力のために、板には

$$\Delta V_5 = 2 \frac{t}{2E} \int_0^{\frac{a}{2}} \int_0^b (\sigma_x(\sigma_y))^2 dx dy - 2 \frac{t}{2G} \int_0^{\frac{a}{2}} \int_0^b (\tau_{xy}^2 - \sigma_x \sigma_y) dx dy$$

なるエネルギーが貯えられる。(10) 式の応力関数 F と応力の間の関係と (12) 式を用いて上式に代入すると、

$$\Delta V_5 = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{t}{E} n\pi - \frac{t}{G} \frac{n\pi}{2} \left(\frac{\psi_{n1}^2 n^2 \pi^2}{b^2} - \frac{\psi_{n1} n \pi}{b} \right) \right\} \times \left\{ \psi_{n2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{3} (-1)^{\frac{m-1}{2}} A_{mn} + \psi_{n3} \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{4} (-1)^{\frac{m}{2}} mA_{mn} \right\}^2 \dots (19)$$

4. 限界スチフナー剛比の決定

前節で計算した値を用い、

$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4 + \Delta V_5$, $\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2$, とおき、 $\Delta V = \Delta T$ より算出される τ の値を求めれば、スチフナーのついた場合の座屈せん断応力が求められる。

これは、
$$\frac{\partial (\Delta V - \Delta T)}{\partial A_{mn}} = 0$$
 と同じ結果をもたらす。

さて曲げとせん断力を同時に受ける板について考える。この場合 $\alpha=2$ となる。これを計算すると、次式となる。ただし下式の各項における m, n については、前節の式構造の条件をそのまま合わせるものとする。

$$\begin{aligned} & \frac{ab\pi^4 D}{4} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) A_{mn} + \frac{EI_s \pi^4}{2b^3} n^4 (-1)^{\frac{m-1}{2}} \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{3} (-1)^{\frac{m'-1}{2}} A_{m'n} \\ & + \frac{\pi^4}{2ba^2} n^2 \left\{ K_s G + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 EC_{bt} \right\} (-1)^{\frac{m}{2}} m \sum_{m'=2}^{\infty} \sum_{4} (-1)^{\frac{m'}{2}} m' A_{m'n} \\ & + 2 \frac{bt^2}{EA_s} \left(\frac{\psi_{n1} n \pi}{b} - 1 \right)^2 \left\{ \psi_{n2} (-1)^{\frac{m-1}{2}} + \psi_{n3} (-1)^{\frac{m}{2}} m \right\} \left\{ \sum_{m'=1,3}^{\infty} \psi_{n2} (-1)^{\frac{m'-1}{2}} A_{m'n} + \sum_{m'=2,4}^{\infty} \psi_{n3} (-1)^{\frac{m'}{2}} m' A_{m'n} \right\} \\ & + 2 \frac{t}{E} n \pi \left\{ 1 - (1-\nu) \left(\frac{\psi_{n1}^2 n^2 \pi^2}{b^2} - \frac{\psi_{n1} n \pi}{b} \right) \right\} \left\{ \psi_{n2} (-1)^{\frac{m-1}{2}} + \psi_{n3} (-1)^{\frac{m}{2}} \right\} \left\{ \sum_{m=1,3}^{\infty} \psi_{n2} (-1)^{\frac{m'-1}{2}} A_{m'n} \right. \\ & \left. + \sum_{m=2,4}^{\infty} \psi_{n3} (-1)^{\frac{m'}{2}} m' A_{m'n} \right\} - 8 \tau t \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{n'=1}^{\infty} A_{m'n'} \frac{mn m'n'}{(m'^2 - m^2)(n^2 - n'^2)} \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

ここで以下数値計算を試みるために、 $2s \times t'$ の平板の片側スチフナーを考える。

この場合には、 $EC_{bt} = w_{ts} = \psi_{n3} = 0$ $K_s = 2st'^3$ $I_s = 2/3 s^3 t'$ となる。一方

$\frac{a}{b} = \beta$, $\sigma_e = \frac{\pi^2 D}{b^2 t}$ とおくと、曲げとせん断応力が共存する場合にそのおのおの座屈値は、

$$\sigma_0 = \kappa \sigma_e, \quad \tau = \rho \sigma_e \dots \dots \dots (21)$$

の形で示す事ができる。 κ および ρ は座屈係数と名づけられ、いずれも β の関数である。

おのおの独立の場合については、(20) 式の特別な場合であつて、容易にその解を得ることができる。従来の理論的取り扱い⁹⁾を総合すると、

(1) スチフナーのない矩形板に曲げ応力のみかかった場合： A_{11}, A_{12}, A_{13} の3項のみで、相当正確な値が求められる。単純曲げ座屈係数を κ_0 で表わす。 κ_0 は $\beta=2/3$ のとき、最小値 23.9 となり、 $\beta>1$ のとき、ほとんどこの値に等しい。近似的表現をすると、

$$\left. \begin{aligned} \beta &\leq \frac{2}{3} & \kappa_0 &= 15.87 + \frac{1.87}{\beta^2} + 8.6\beta^2 \\ \beta &> \frac{2}{3} & \kappa_0 &= 23.9 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

(2) スチフナーのない矩形板にせん断応力のみがかつた場合： $A_{11}, A_{22}, A_{13}, A_{31}, A_{33}$ ，で相当な精確値が得られる。これに A_{42} を入れた解も得られる。純せん断座屈係数を ρ_0 で表わす。近似的に表現すると、

$$\left. \begin{aligned} \beta \leq 1 & \quad \rho_0 = 4.00 + \frac{5.34}{\beta^2} \\ \beta > 1 & \quad \rho_0 = 5.34 + \frac{4.00}{\beta^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

(3) スチフナーのない矩形板に曲げ応力が作用する場合： $\phi = \kappa/\kappa_0$ $\theta = \rho/\rho_0$ とすると、 $A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{21}, A_{22}, A_{23}, A_{31}, A_{33}$ の 8 個の A_{mn} を用いて計算すると、 θ に対する ϕ の値が求められ表-1 となる。これは大体、 $\theta^2 + \phi^2 = 1$ に近似した関係となる。

表-1 θ と β の組合せに対する ϕ の値

$\beta \backslash \theta$	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
2/3	0	0.59	0.75	0.84	0.89	0.95	0.96	0.98	0.99	0.99	1.0
3/4	0	0.57	0.73	0.82	0.88	0.92	0.95	0.97	0.99	0.99	1.0
1	0	0.53	0.71	0.80	0.86	0.91	0.95	0.97	0.98	0.99	1.0

(4) 平板片側スチフナーの限界剛比：一般に $\frac{2EI_s}{bD} = r_s$ とおき、これをスチフナー剛比と名づけている。D.I.N によると片側スチフナーの場合の I_s は、接着線についての断面二次モーメントをとり、 $I_s = 8/3 s^3 t'$ となる。このまま採用することにする。限界の剛比は、スチフナーによつて分けられた板の座屈値と、スチフナーを有する板の座屈値と丁度等しくなるときの r_s の値を求めればよい。このためには例えば、スチフナーにより分けられた板が曲げ応力とせん断応力とを受ける場合には、図-2 の記号をそのまま採用するときは表-1 の β は $\frac{a}{2b}$ とおかねばならない。従つて以後に用いる $\beta = a/b$ に対しては、3/2 は 4/3、3/4 は 3/2、1 は 2 に対応すると考え、表-1 と同じような対応において、(22)、(23) 式の値を既知のものとして、(20) 式に代入し、その形成する A_{mn} に関する一次の連立方程式の行列式を 0 とおき、この方程式を r_s について解けば求められる。

以下簡単のため下式に示す S, Way⁹⁾ の記号を用い $\nu = 0.3$ とおくと、

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= -\beta^2 r_s \\ \eta &= -\frac{16 \beta^2}{\pi^2} \kappa = -\frac{16 \beta^2}{\pi^2} \phi \kappa_0 \\ \varphi &= -\frac{32}{\pi^2} \beta^2 \rho = -\frac{32}{\pi^2} \beta^2 \theta \rho_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

$$\begin{aligned} & (m^2 + \beta^2 n^2)^2 A_{mn} - (-1)^{\frac{m-1}{2}} \zeta n^4 \left\{ \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{t}{t'} \frac{\left(2.37 \frac{t}{t'} - 0.25 n \frac{s}{b} \right)}{\left(7.48 n \frac{s}{b} - 1.54 \frac{t}{t'} \right)^2} \right\} \sum_{m'=1}^{\infty} (-1)^{\frac{m'-1}{2}} A_{m'n} \\ & + (-1)^{\frac{m}{2}} m \times 5.6 \beta n^4 \frac{s}{b} \frac{t'^3}{t^3} \sum_{n'=2}^{\infty} (-1)^{\frac{m'}{2}} m' A_{m'n} \\ & + \eta m^2 \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{nn'}{(n^2 - n'^2)^2} A_{mn'} - \varphi \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{mn m'n'}{(m^2 - m'^2)(n'^2 - n^2)} A_{m'n'} = 0 \dots \dots \dots (25) \end{aligned}$$

ここで便宜上 $r_s \left\{ \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{t}{t'} \frac{\left(2.37 \frac{t}{t'} - 0.25 n \frac{s}{b} \right)}{\left(-7.48 n \frac{s}{b} + 1.54 \frac{t}{t'} \right)^2} \right\}$ を有効スチフナー剛比と名づける。実状もそう

であるが、 $\frac{s}{b}$ が他の値に比して、極めて小なる値と考えると $\{ \}$ の内は、 $t=t'$ とおくと 1 となるので、有効スチフナー剛比は D.I.N で採用している r_s になる。またスチフナーのねじりの第三項も無視される。従つて、

$$\begin{aligned} & (m^2 + \beta^2 n^2)^2 A_{mn} - (-1)^{\frac{m-1}{2}} \zeta n^4 \sum_{m'=1}^{\infty} (-1)^{\frac{m'-1}{2}} A_{m'n} + \eta m^2 \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{nn'}{(n^2 - n'^2)^2} A_{mn'} \\ & - \varphi \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{mn m'n'}{(m^2 - m'^2)(n'^2 - n^2)} A_{m'n'} = 0 \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

この式は対称スチフナーの場合二次的な応力を生じないとみなしたときの式と全く一致する。すなわち片側スチフナーのスチフナー剛比の計算には、接着線に関する断面二次モーメントが板の座屈の拘束に有効に働くものと考えてよいことを示したものである。以下、 $A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{21}, A_{22}, A_{31}, A_{33}$ の8個の波形を仮定して計算を行うことにする。上式に m, n を代入し、係数の行列式をとると、(27) 式をうる。

$$\begin{vmatrix} (1+\beta)^2-\zeta & \frac{2}{9}\zeta & 0 & 0 & \frac{4}{9}\varphi & 0 & \zeta & 0 \\ \frac{2}{9}\eta & (1+4\beta^2)^2-16\zeta & \frac{6}{25}\eta & -\frac{4}{9}\varphi & 0 & \frac{4}{5}\varphi & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{25}\eta & (1+9\beta^2)^2-81\zeta & 0 & -\frac{4}{5}\varphi & 0 & 0 & 81\zeta \\ 0 & -\frac{4}{9}\varphi & 0 & (4+\beta^2)^2 & \frac{8}{9}\eta & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4}{9}\varphi & 0 & -\frac{4}{5}\varphi & \frac{8}{9}\eta & 16(1+\beta^2)^2 & \frac{24}{25}\eta & -\frac{4}{5}\varphi & \frac{36}{25}\varphi \\ 0 & \frac{4}{5}\varphi & 0 & 0 & \frac{24}{25}\eta & (4+9\beta^2)^2 & 0 & 0 \\ \zeta & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{5}\varphi & 0 & (9+\beta^2)^2-\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 81\varphi & 0 & \frac{36}{25}\eta & 0 & 0 & 81(1+\beta^2)-81\varphi \end{vmatrix} = 0 \dots (27)$$

この行列式中 β に関する項を次の記号におきかえる。

$$\begin{aligned} (1+\beta^2)^2 &= A, & (1+9\beta^2)^2 &= B, & (9+\beta^2)^2 &= C, & (1+4\beta^2)^2 &= D \\ (4+\beta^2)^2 \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{2} &= E, & (4+9\beta^2)^2 \times \frac{25}{4} \times \frac{25}{2} &= F \end{aligned}$$

行列式を入れかえ、整理すると、(28) 式となる。

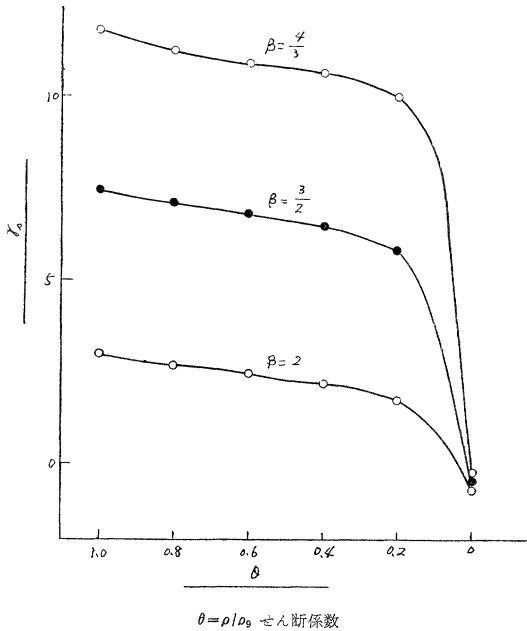
$$\begin{vmatrix} -\varphi & 5\varphi & \frac{6}{25}\eta & \frac{2}{9}\eta & 0 & D-16\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A & \frac{1}{9}\varphi & \frac{2}{9}\eta & \zeta & 0 \\ E & 0 & 0 & 0 & \eta & -24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & -\frac{1}{5}\varphi & \frac{6}{25}\eta & 0 & 81\zeta \\ \eta & 3\eta & \frac{8}{25}\varphi & -\frac{8}{45}\varphi & 2A & 0 & -\frac{2}{5}\varphi & \frac{18}{25}\varphi \\ 0 & F & 0 & 0 & 3\eta & 10\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A+C & \frac{4}{45}\varphi & \frac{2}{9}\eta & C & 0 \\ 0 & 0 & B+81A & 0 & \frac{4}{25}\varphi & \frac{6}{25}\eta & 0 & 81A \end{vmatrix} = 0 \dots (28)$$

これは、 ζ に関する三次式となる。(22), (23) 式 表-1 よりそれぞれ η, φ の値を求めて代入し、 ζ を解き (25) 式より r_s の値を求めたものが 表-2, 図-4 である。

表-2 限界スチフナー剛比の値

β	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0
4/3	11.83	11.27	10.93	10.65	10.02	-0.33
3/2	7.45	7.11	6.82	6.48	5.86	-0.46
2	2.96	2.68	2.43	2.16	1.74	-0.72

図-4 曲げモーメントとせん断力を同時に受ける板につけたスチフナーの有効剛比



梁の場合に比較し、極めてわずかな剛比によつて、座屈を防止し得るわけであつて、片側スチフナーは、中間スチフナーとしての効力を十分発揮し得る。

このような考慮を払ふことによつて、(1)式のスチフナー間隔を保証することができるわけである。

(4) 片側スチフナーの一つの欠点としては、板に 3. に述べたような二次的応力が生ずるが、タワミ変形の極めて小なる間は無視し得るほど、小なるものと考えられるから、座屈変形後は、別としても、これによつて板の設計を支配するものとは考えられない。従つて十分使用することができるわけである。

(5) 有効スチフナー剛比は $\frac{s}{b}$ が大になるに従い、 r_s より次第と大となり、 $\frac{s}{b} = \frac{1.54}{9.48 n} \frac{t}{t'}$ のとき ∞ となる。このことは、見掛け上スチフナーの突出脚を大にすると、寸法上から与えられるものより、スチフナー有効度を増すことを意味する。一方 (25) の第三項、すなわちスチフナーのねじりによる影響が入ってくる。しかし (25) の第二項は、スチフナーが曲げられるような波形が生じて、はじめて与えられるエネルギーである。 s/b の値によつて、第二項の値が大となることは、このまま座屈防止に貢献するエネルギーとして入ることを意味するものでなく、スチフナーが曲げられるような形のタワミ形が入り得ないことを意味するものと考えられる。すなわち s/b が大となると、スチフナーは直線形を保ち、スチフナーで分けられる両側の板の座屈値が、終局の座屈値となることを意味する。従つて、計算上与えられるスチフナー剛比以上のスチフナー突出脚を大にすることは、本来の目的から無意味なことを行つているわけであつて、注意すべきことである。

本論文は、スチフナー 1 個の場合を取り扱つたが、普通の条件のスチフナー多数の場合には、Timoshenko の説に従い、表-2 の計算値の 2 倍を与えればよい。なお、同じスチフナー剛比を与える場合でも、突出脚を増すより、板厚を増し、(25) の第二項すなわちスチフナーの曲げの項が、實際上現われ得るように工夫することによつて、全体の座屈係数を上昇させることができることにも注目すべきである。

6. 腹枚の鉛直スチフナーの剛比に関する実験

本実験の主要な目的は、先に述べた理論的考察にもとづいて設計した片側スチフナーが十分座屈に対し役立ち、腹板座屈後の波形を拘束するか否かを吟味することであつた。さて一般に桁をつくつて、実験的にこれらの性状を吟味するには、できるだけ実物大に近いものを選ぶのが正しい。しかしこのようなことは、実験が困難のため、縮尺された模型について行わなければならない。一般に桁高支間比が大となるにつれ、すなわち支間が短くなるにつれ、局部的効果が強調されることになるが、大体において、この比が 1/5 以下になると、これ等の影響は、次第になくなり実際の条件に近づく。このため、桁高 30 cm、支間 2 m に選び、特に 2 点荷重で、中央の桁部

5. 計算結果のまとめ

(1) 平板のスチフナーを使用する場合、板の座屈を防止するため、片側の配置をする場合も十分効果があり、この時のスチフナーの有効剛比はその断面重心のまわりの断面二次モーメントでなく、接着線よりとつた断面二次モーメントで算出して正しい結果が得られる。従つて平板の場合スチフナー自体の曲げ剛性の 4 倍をとることができる。これは D.I.N. において実施されている計算方法であるが、理論的にその正しさを実証した。

(2) 本計算では、数値計算を施さなかつたが、例えば T スチフナーのごときは、ねじりのエネルギーが付加されることによつて、 ΔV_3 、 ΔV_4 、 ΔV_5 のエネルギーの増加をみるため、より小さなスチフナー剛比で座屈をおさえることができる。従つて比較的 β の小さい場合には有効である。

(3) 表-2 より明らかに、わずかでもせん断応力が存在すると、そのせん断応力による座屈を防止するために、純せん断応力の場合と、ほとんど変らないスチフナー剛比を必要とする。Timoshenko が示した値^(*) は危険側の誤差を冒している。一般傾向としては、実情の橋

分には、純曲げモーメントが作用するような配置にした。この詳細は、図-5 および 表-3 に示す。実験の規模の関係上、桁高 h と、腹板厚 t の比を、大体 130 にとり、フランジ板幅 b と、フランジ板厚 d の比を、10, 20, 30, 40, にとつて比較した。スチフナー剛比 r_s は、約 6.5 を最低値とし、フランジ板突出長の関係を考え、スチフナー突出長を、3 cm, 4 cm, 5 cm に変えた。この値は、理論的考察からいうと、大きなスチフナー剛比を与えるが、実情に則したものととの比較のために、このような値をとつた。なおこの最低の r_s は、スチフナーの重心のまわりの断面二次モーメントをとる場合には、理論値より下まわる値となつた。これは片側スチフナーの剛比の算定にあたり、腹板の接着線よりとることが許されるか否かの吟味のために、このような値をとつた。特に試験桁 No. 10 では、左右支点の隣接パネルのスチフナー剛比を変えて、一方は計算上の限界のスチフナー剛比 $6.5^{(10)}$ を満足する剛比を与えて比較した。桁はフランジに生ずる応力が降伏点応力近くに達したとき腹板の座屈によつて、終局の強度がきまるようにした。実際の実験の結果は、曲げ応力値、および腹板の座屈値が理論値より、幾分低下したため、早目の座屈によつて、終局強度に達した。

図-5 曲げ試験片の形状

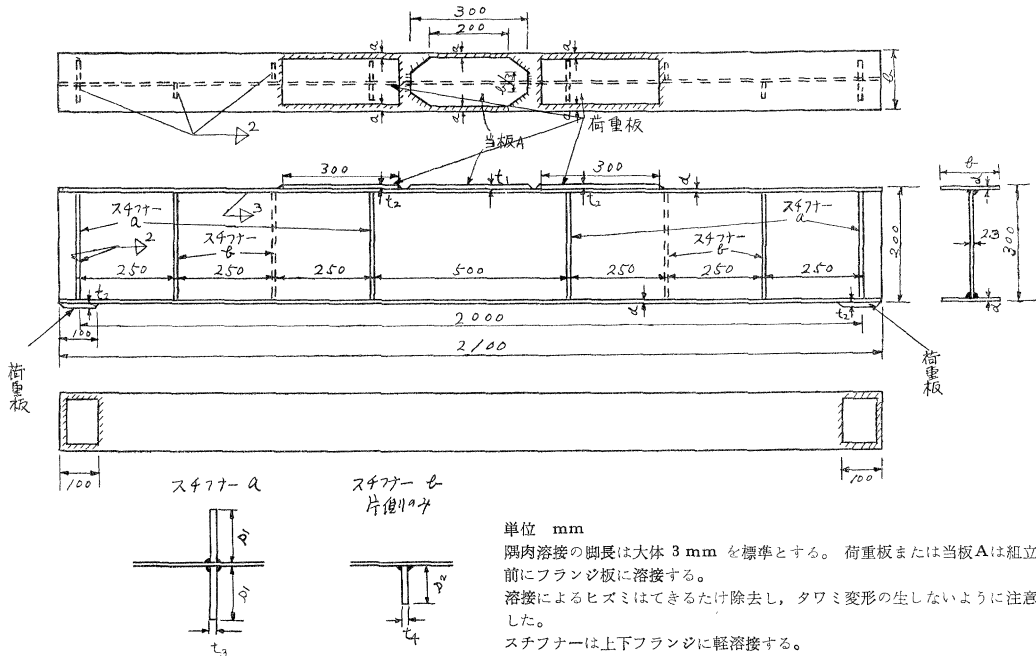


表-3 試験体の主要寸法

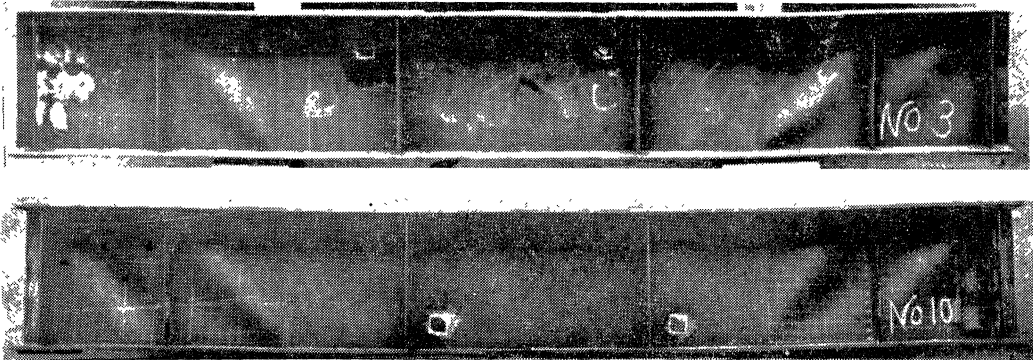
試験片番号	桁高 (cm)	全長 (cm)	腹板厚 (mm)	フランジ板厚 d (mm)	フランジ板幅 b (mm)	荷重板厚 t_2 (mm)	当板A板厚 t_1 (mm)	荷重板余裕 a (mm)	スチフナー a		スチフナー b	
									脚長 s_1 (mm)	厚 t_3 (mm)	脚長 s_2 (mm)	厚 t_4 (mm)
1	30	210	2.3	45	45	4.5	使用せず 0	5.0	20	7.0	20	2.3
2	30	210	2.3	4.5	90	4.5	使用せず 0	5.0	40	3.0(3.2)	20	2.3
3	30	210	2.3	4.5	108	4.5	2.3	10.0	50	3.0(∞)	30	2.3
4	30	210	2.3	4.5	135	4.5	3.2	10.0	70	3.0(∞)	40	2.3
5	30	210	2.3	4.5	180	4.5	4.5	10.0	70	3.0(∞)	50	3.2
6	30	210	2.3	6.0	60	6.0	使用せず 0	5.0	20	7.0	20	2.3
7	30	210	2.3	6.0	120	6.0	使用せず 0	10.0	50	3.0(3.2)	30	2.3
8	30	210	2.3	6.0	144	6.0	2.3	10.0	70	3.0(∞)	40	3.2
9	30	210	2.3	6.0	180	6.0	3.2	10.0	70	3.0(∞)	50	4.5
10	30	210	2.3	8.0	160	6.0	使用せず 0	10.0	70	3.0(∞)	40* 20	3.2* 2.3

* の場合 桁の右半分の2個のスチフナー b に対しては上の値とする。桁の左半分の2個のスチフナー b に対しては下の値とする。

桁の局部応力は、抵抗線ヒズミ計 (Baldwin 式と、共和無線式) を用いて測定した。測定は、3 回くりかえしの平均応力を求めた。なお荷重は 2 点で与えた。桁の製作は、横河橋梁芝浦工場で行った。溶接による腹板の初期タワミは、1~4.5 mm の値を示し、特に端スチフナーに隣接する腹板の初期タワミが大であった。

この実験による座屈後の結果を写真-1 に示す。他の桁もすべて同じ傾向を示した。この No. 10 を見ればわかるように、スチフナー剛比の値に無関係に、すべてスチフナーが完全な腹板座屈波形の分離に役立つことを示している。すなわち、理論篇で考察したような考え方のもとで、中間スチフナーを設計することが、一つの妥当な方法であることを、実証したものと見える。なお、中間スチフナーの任意の一測点 (上フランジより、7 cm 下の個所で測定) の応力の測定値を表-4 に示す。この内 No. 10 の 13 は、40×3.2 mm のスチフナーにはりつけたゲージの測定値であるが、座屈前までは荷重に無関係な、ほとんど問題にならない応力値を示しているが、座屈後は急に応力を増加している。しかしこれも荷重除去後は、スチフナーの座屈波形を示すほどの値になつていないため、永久変形としては、残留していない。しかもスチフナー剛比およびスチフナーの位置に無関係な値を示している。なおスチフナーのねじり変形による影響も、表-4 の応力値で実証された程度であり、この実験においては、ほとんど問題にならなかった。

写真-1 座屈後の桁の性状

表-4 中間スチフナーの応力 (kg/cm²)

桁 No.	測点	荷重								
		4	6	8	10	11	11.8	12	12.9	
5	16	+32	+42	+63	+126	+147	-1 302	(支点に近いスチフナー)		
	17	+32	+52	+74	+ 74	- 42	- 158			
	18	+11	+21	+11	- 63	-158	- 651	(中央に近いスチフナー)		
10	13	+25		+44	+ 52	+ 36	-180	-2 400*		
	14	+ 6		-13	- 32	- 52	-115	-2 400		

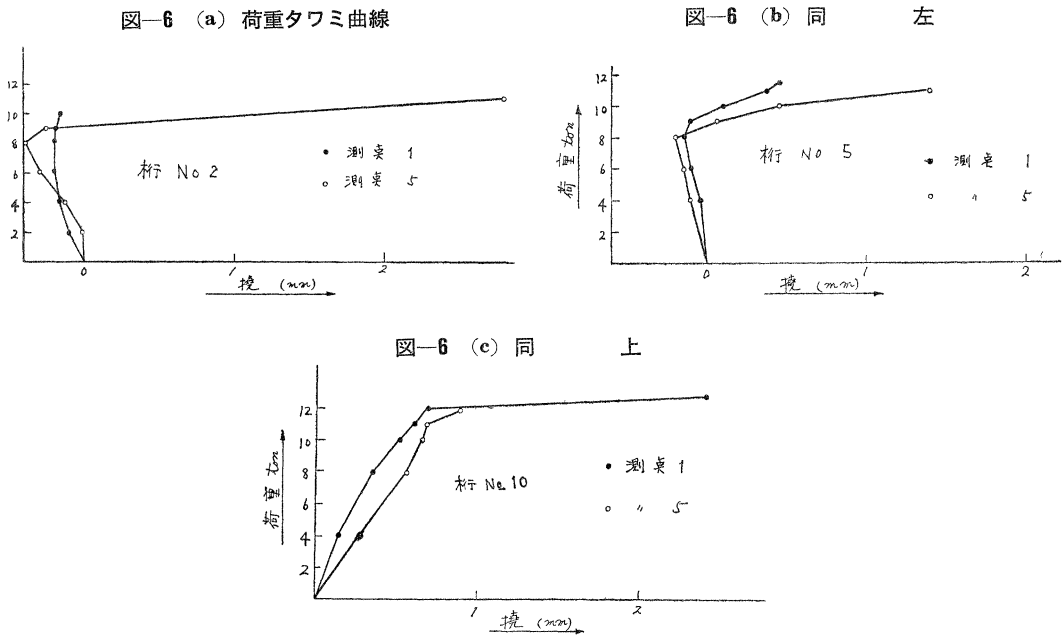
荷重・ton 応力は測定されたヒズミより $E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ を用いて換算した値

表-5 腹板のせん断座屈応力

桁 No	最大荷重 pult (ton)	座屈荷重 p_{cr} (ton)	座屈せん断応力 ^{*1} (kg/cm ²)	仮定曲げ応力 σ kg/cm ²	補正係数 ^{*2}	補正座屈応力 τ_{cr} kg/cm ^{2*} ³
No. 1	6.1					
2	11.7	10.2	740	1 200	0.866	854
3	11.0	10.8	783	900	0.92	852
4	11.2	10.8	783	855	0.93	842
5	11.8	11.2	812	675	0.96	846
6	11.7	10.2	740	1 200	0.866	854
7	11.9	10.8	783	855	0.93	842
8	12.1	11.2	812	600	0.97	846
9	12.7	12.0	870	525	0.98	888
10	13.5	12.0	870	525	0.98	888

*1 座屈せん断応力 $= p_{cr} / (2 \times 0.23 \times 30)$, *2 $\left(\frac{\tau}{\tau_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma}{K_0 \sigma_e} \right)^2 = 1$ とおき、ウェブ板厚 2.3 mm とすると、 $K_0 \sigma_e = 2 460 \text{ kg/cm}^2$ となるから、 $\tau / \tau_{cr} = \sqrt{1 - (\sigma / 2 460)^2}$ より計算した値を示す。 *3 $\tau_{cr} = \tau / \text{補正係数}$

座屈値の大きさ 図-6 は、支点に隣接する腹板のパネルの中心点である測点1および5の荷重、タワミの測定結果を示す。溶接による比較的大きな初期タワミがあつたのにもかかわらず、フランジ板幅のせまい No. 1, または No. 6 桁をのぞき、座屈荷重直前まで、ほとんどタワミが生じないで、座屈荷重に達して、急激にタワミの増大を示した。表-5 は、これらの実験値を基にし、しかも同時に働く曲げ応力に対する補正を行つて整理した座屈値を示す。曲げ応力の測定値は、比較的实验と一致したので、補正計算には理論値を採用した。なお、支点より第2番目のパネルの腹板が、最も座屈しやすいと考え、いま座屈すると考えた第2番目の腹板幅の平均の曲げ応力を用い、腹板板厚を、2.3 mm として、補正計算を施した。補正の結果は、理論計算によつて求められる r_{cr} に比し低い値を示すが、10 個の試験桁を通じ、比較的一致した値を示しており、一般的に適用できることを証明しているものと考えられる。



7. 等分布圧縮力を受ける板のスチフナー効果に関する実験

等分布圧縮力を両辺より受け、荷重方向に、スチフナーをつけた板の座屈に関する性状を調べる意味で次のような実験を行つた。実験は、図-7に示すような試験ワクを用い、四周辺が刃端になるようにし、この中に試験すべき板を挿入し、30 ton アムスラー試験機を使用して、ワクの上下に、圧縮力を加えて、板の座屈荷重と、板の側方のタワミを測定した。本実験は、主としてこのような荷重を受けた板の平板スチフナーの脚長の影響を吟味することにあつた。なおスチフナーの上下の端部は、直接圧縮荷重がのらないよう斜に仕上げた。この結果スチフナーは端部の自由回転が拘束しない上、板の直接荷重を受ける部分の局部座屈を防ぐことができた。周辺条件がこの装置で十分満足し得るか否かを吟味するため、板厚 1.2 mm, 3.2 mm, 4 mm, 5 mm, のスチフナーをつけない板について、座屈試験を行い、 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $\nu=0.3$ と仮定して計算した理論値と、タワミ自乗法^{*11)} または、Donnell 法によつて、整理した実験値を比較した。この値は、図-8に示すように、ほとんど一致した。タワミ自乗法で整理したものが幾分低目の値を示した。

この結果、この装置は、両端ヒンジとする端条件を、大体満足するものと、考えてよいことがわかつた。

次に 27 個の試験片について試験した。そのスチフナーおよび板の主要寸法および実験結果を表-6に示す。図-9に P_{ult} と r_s の関係を示す。 r_s がある程度大となると、最大 P_{ult} を示すが、それ以上 r_s を与えても座屈荷重の増大に寄与しないで、逆に低下することが示された。一方 図-10に典型的な例よりとつた A_{22}/A_{11} と、荷重の実験値を図示した。すなわちスチフナーを境として、完全に2分される座屈波形の最大のタワミ値 A_{22} と、スチフナー中央のタワミ A_{11} の比が、荷重によつていかに変化するかを調べたものが、図-10である。従つて、 A_{22}/A_{11} が 1 より少となることは、四辺を節とした、一波形の座屈が支配的であることを意味し、 A_{22}/A_{11} が大となるに従つて、スチフナーを節とする波形が入ってくることを意味する。

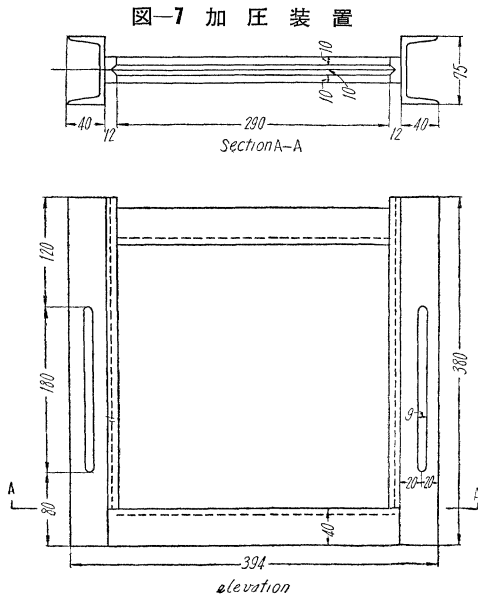
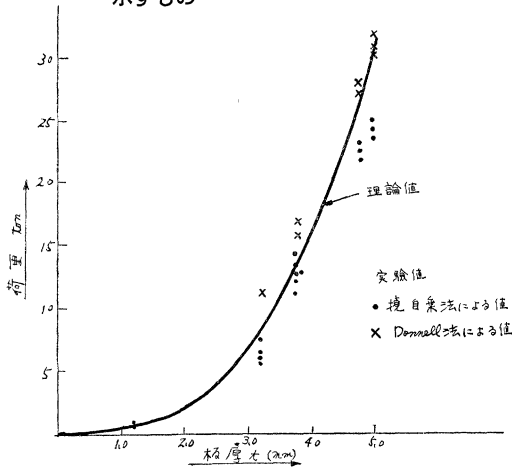


図-8 四辺支持の板の座屈値加圧装置の精度を示すもの



いまスチフナーを対象におき、 A_{22} を生ずる変形をねじり変形、 A_{11} を生ずる変形をタワミ変形と名づけることにする。本実験では、 r_s が極めて小なるときは、タワミ変形が支配的であるが、 r_s がある程度大となるときはタワミ変形より出発したものが、荷重増加と共にねじり変形に変つてくる。このような場合、例えば r_s が 34.5の場合に座屈値は最大となる。次に r_s がさらに大となると、ねじり変形が支配的になる。荷重増加と共に、タワミ変形も加わる。このような状態になると、逆に座屈荷重は低下する。従つて、スチフナー箇所でのねじりが加わることにより、タワミ変形が、幾分強調されることを示す。これは(25)式に示した有効スチフナー剛比の影響が入るものと考えられる。この有効スチフナー剛比による割増の比を表-7に示す。

表-7

(25)式に示す有効スチフナー剛比とスチフナー形状より計算した剛比 r_s との比、これが大きいことは板に生ずる二次応力が大であることを示す。

No	有効スチフナー剛比 r_s	No	有効スチフナー剛比 r_s
1	2.31	2. 3	3. 14
4. 5	3. 67	6. 16. 17. 18	6. 39
7. 9	1. 61	8	1. 78
10. 11. 12	1. 14	25. 26. 27	1. 18

図-9 片側スチフナーをつけた板の純圧縮座屈実験値

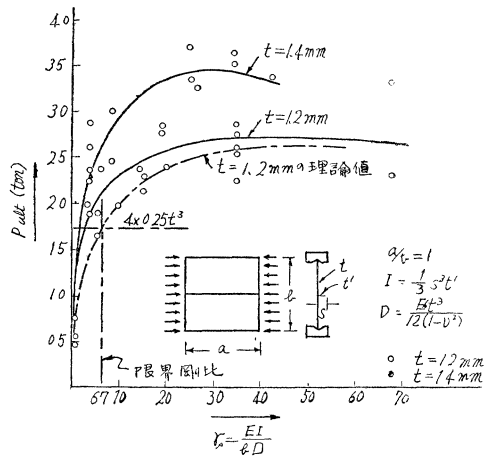
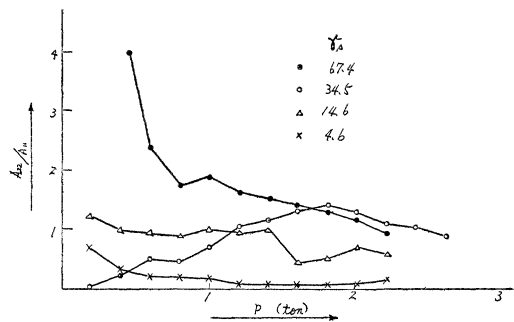


図-10 スチフナー剛比の相違がタワミ形状におよぼす影響



表一6 純圧縮を受けるスチフナーづき板の座屈実験タワミの測定値によつて整理した座屈荷重

No.	板厚 t (mm)	スチフナー $s \times t'$ (mm)	スチフナー剛比 r_s	p/w によるもの (ton)				P_{ult} (ton)
				4	1	2	3	
1	1.4	25×1.5	42.44		2.34	3.36		3.35
2	1.	"	67.34				3.68	2.80
3	1.2	"	67.34	1.96	2.64	2.44	2.60	2.25
4	1.4	20×2.5	21.72	4.26	4.88	4.26		3.70
5	1.4	"	21.72		4.26	3.94	4.20	3.26
6	1.2	"	34.49	2.9		3.34	4.6	2.70
						2.70		
7	1.4	1.5×1.5	9.18		4.72	3.26	3.18	2.60
8	1.2	"	14.59		3.28		3.32	2.30
9	1.4	"	9.18		2.40	3.24	3.20	2.96
10	1.2	10×1.5	4.31	2.84		2.72	3.04	1.96
11	1.2	"	4.31		3.40			2.56
12	1.2	"	4.31	2.46		2.66	3.84	1.94
13	1.2	7.5×2.0	6.00			3.00	3.00	2.35
14	1.2	"	6.00			2.90	3.64	1.92
15	1.2	"	6.00	1.80	1.80	1.72	2.08	1.65
16	1.2	20×2.5	34.49	3.56		4.06		2.52
17	1.2	"	34.49	2.86	2.42	2.86		2.22
18	1.2	"	34.49		3.64	3.74		2.80
19	1.2	15×2.5	14.59			2.86		2.83
20	1.2	"	14.59	2.60	2.28	2.28	2.30	2.13
21	1.4	"	9.18	4.20		3.84	3.70	2.80
22	1.4	10×2.0	4.57			3.88		3.30
23	1.2	"	4.57				2.46	3.50
24	1.2	"	4.57			4.28	4.78	3.51
25	1.2	13×1.2	21.04		3.78	3.36	4.02	2.35
26	1.2	"	33.89		2.84	3.26	3.44	2.25
27	1.2	"	33.89					2.80

* 両側にスチフナーを設けたもの、他は片側にスチフナーを設けた。 p/w : Donnell 法による。1, 2, 3, 4 はタワミの測点を示した。

No. 4,5 が比較的高い値を示したのは、この有効スチフナー剛比によるものと考えられる。この比があまり大となることは変形が別の形をとるようになることが、タワミの実測値より示される。なお前述と同様な計算方法が、この場合にも適用できるか否かを吟味してみよう。この場合には (5) 式 ΔT_2 で $\alpha=0$ とおけばよい。

$$\Delta T = \frac{\sigma_0 t ab}{2 \cdot 4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m^2 \pi^2}{a^2} A_{mn}^2$$

なおスチフナーは $y=b/2$ で x 方向にあるから、スチフナーに関する式は、 ξ と y 、 m と n 、 a と b を交換して表わさねばならない。なお圧縮荷重による仕事として、

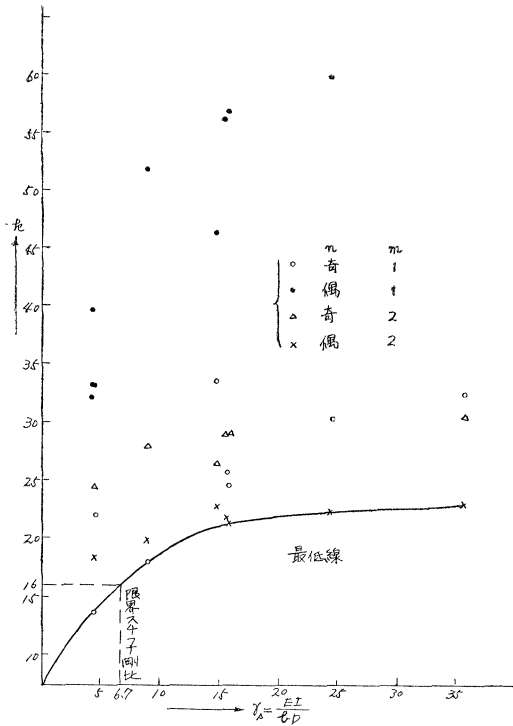
$$\frac{\sigma_0 A_s}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)_{y=b/2}^2 d\xi = \frac{\sigma_0 A_s \pi^2}{4 a} \sum_{m=1}^{\infty} m^2 \left\{ \sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} A_{mn} \right\}^2$$

を加える必要がある。これを導入し、スチフナーづき板の座屈値を (25) と同様の式より n (奇数および偶数)、 m (1および2) の4つの組み合わせについて計算し、実験値に近い r_s を持つ平板について計算した座屈係数 k と r_s の関係を図示すると、図一11となる。この値は $a/b=1$ の場合を示した。 a/b が変化すると、いかなる値を示すかを吟味するため、10×2.5 mm の片側スチフナーをつけた厚さ 1.2 mm の板について計算した結果を、図一12に示す。この理論的計算値と、実測値の比較を、図一9に示した。非常に良い一致を示す。

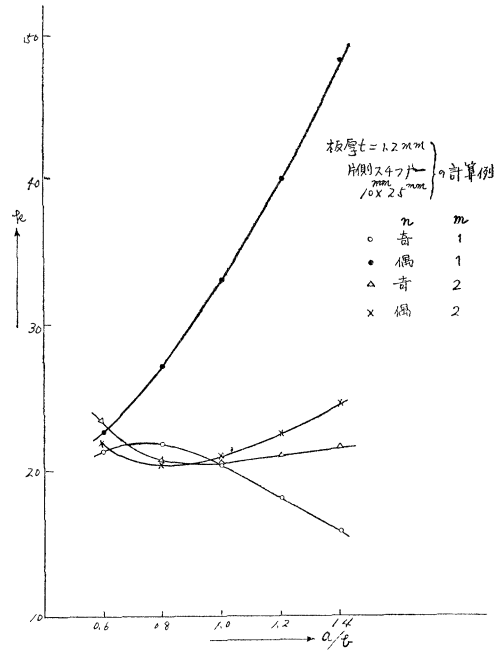
なおスチフナーによつて、 $m=2, n=2$ の波形、すなわち $a/2 \times b/2$ の板に相当する座屈値に等しくなるときを前述の場合と同じように、限界スチフナー剛比と名づけるとすると、 $r_s=6.7$ となる。このような圧縮を受ける場合には、このような限界スチフナー剛比より幾分高いスチフナー剛比を与えることによつて、座屈荷重の増加を期待できることが示された。なお波形も、実験値と、全く一致し、 r_s が大になり、 $r_s=12$ 付近より、 $m=2, n=2$ の波形が、 $m=1, n=1$ の波形にかわつて、座屈し易い波形となることが証明された。図一12は a/b が大となると、急激にスチフナーの有効性を失い、スチフナーは座屈しやすい状態となる。これは、 $r_s=12$ の平板スチフナーでは、剛比が不足することを示したもので、 $m=2, n=2$ の波形を形づくるスチフナーを、求めるべきである。このような結果は、理論編で考察したことが、設計に用いられて良いことを示したものと考へてよい。

図一11 座標波形と座屈係数の関係

座屈波形はスチフナー剛度により支配される。
波形の選び方に注意



図一13 加圧方向が長くなることによりスチフナーの有効性は失われる状態を示す



以上2つの実験結果より理論で判断された諸種の事実は十分の裏づけを持つたものと思われる。特に片側につけた平板のスチフナーの有効剛比は板との接着線よりとつてよいことは、特に No. 10 桁の実験より明らかであり、この設計方法は十分に通用できることを示したものと思われる。ただここで注意すべきことは、支点上のスチフナーのように直接圧縮応力が働く場合には別に柱としての座屈を考慮する必要があることはいうまでもない。

あとがき

この計算および実験は古くに手がけたものであるが、最近の橋梁設計で不適確な利用があり、あえて発表したわけである。なお本研究の一部は、東大土木工学科昭和 24 年卒業、池田進、田島二郎、藤井敏夫君、および、昭和 25 年卒業、別所正彦君の卒業論文に手がけてもらった。なお横河橋梁芝浦工場に勤務の出口次郎、東大助手佐々木利視両君に数値計算および実験をわずらわした。各方面に活躍中の諸氏に深く感謝する次第である。なお研究は文部省科学研究費によつた。

参考文献その他

- 1) 仲 威雄・中間スチフナーを有する溶接橋梁の弾性座屈、溶接学会誌 21—11 (15 卷 11 号)
- 2) トイツでは盛んに採用されている。わか国では出町橋その他がある。T 形のスチフナーを採用した例として L. Ashton : Welded Deck Girder Highway Bridge Welding, Journal 1949 (p. 833)
- 3) Chwalla : Theorie der Einseitig Angeordneten Stegblechleife Der Stahlbau (1937 p. 73)
- 4) Timoshenko : Theory of Elastic Stability.
- 5) 奥村敏憲 : 曲げモーメントと軸圧縮力を受ける部材の安定, 土木学会論文集, 第 33 号 p. 46.
- 6) 境界の条件を完全に満足するような形を求めることは容易であり、これによつて計算したものも α かある程度大となるとほとんど計算精度の差は少ない。
- 7) (20) 式の m と m' , n と n' は互いに交換し得ることに注意。
- 8) Timoshenko : Theory of Elastic Stability Bleich : Buckling Strength of Metal Structures
- 9) S. Way Stability of Rectangular Plate under Shear and Bending Forces, Second Congress of the I.A.B.S.E. Final Report p. 361
- 10) この値は表-2 に示す値より (28) 式を考慮し $\beta = \frac{50}{90}$ に相当する値を算出し、この 2 倍をとつたものである。
- 11) 吉謙雅夫 : 圧縮を受ける矩形平板の座屈限界の決定法の一試案, 応用力学 1 (1948) 193~199 または弾性安定要覽