

橋脚周辺における水面変動について

正員 杉 本 修 一*

ON THE WATER SURFACE PROFILE AROUND BRIDGE PIER

By Shuichi Sugimoto, C.E. Member

Synopsis: In this paper, the author introduced a fundamental equation for water flow with vertical velocity distribution taking the flow bed into consideration. This equation is isomorphic with the fundamental equation of the subsonic flow of air. And the author performed calculation on the water surface profile around bridge pier by applying the Imai's theory in the subsonic or supersonic flow, which was developed by W.K.B. method used in the solution of Schrodinger's wave equation in quantum mechanics. And furthermore, the author performed experiments by using a steel framed flume and the theoretical results showed good coincidence with the experimental ones.

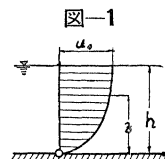
1. 緒 言

橋脚周辺における水面変動を知ることは、橋脚前頭部における堰上高や河床洗掘を研究する場合にきわめて重要であるが、現在までほとんど理論的研究が行われていないようである。

こうした水面変動の計算法としては、種々のものが考えられるが、任意形状の橋脚について計算ができ、しかもその計算が簡単であることを必要とする。こうした方針にもとづいて、ここでは鉛直方向の流速分布を考えたときの水深の浅い流れに対する基礎方程式を導き、この式と亜音速高速気流に対する基礎方程式とが同型であることに着目して、亜音速高速気流に対する解から橋脚周辺における流速分布を計算し、それから所要の水面変動を求めた。なお、模型実験の結果はこれらの理論的計算値とよく一致し、本理論の妥当性を確かめることができた。

2. 基礎方程式^{1),2)}

最初に水深の浅い流れに対する基礎方程式を導くが、粘性を考慮することとし、鉛直方向に対する流速分布をもつてこの粘性を代表させることにしよう。いま二次元流の粘性流体を考えると、水深方向の流速分布は図-1の記号を用いて次式で表わされると考えてよい。



$$\text{層流: } u/u_0 = 2(z/h) - 2(z/h)^3 + (z/h)^4 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{乱流: } u/u_0 = (z/h)^{1/7} \dots\dots\dots (2)$$

したがって、 k_1 および k_2 を

$$\left(\int_0^h u dz \right) / h = k_1 u_0 = u_m \dots\dots\dots (3)$$

$$\left(\int_0^h u^2 dz \right) / h = k_2 u_m^2 = k_2 (k_1 u_0)^2 \dots\dots\dots (4)$$

と定義をすれば、これらの値はつぎのようになる。

$$k_1: k_{1L} = 0.7000, \quad k_{1T} = 0.8750 \dots\dots\dots (5), (6)$$

$$k_2: k_{2L} = 1.1889, \quad k_{2T} = 1.1059 \dots\dots\dots (7), (8)$$

ここに、添字 L および T はそれぞれ層流および乱流であることを示す。なお、流速分布が一樣な場合には、 $k_1 = k_2 = 1$ であることはいうまでもない。

つぎに $x \sim y$ 平面を水平な底面にとり、それより鉛直上向に z をはかり、その位置における水深を h としよう。そこで $dx dy$ にかこまれた矩形を底面とし、それより水面まで達する柱状の部分を考えて、単位時間にこの柱状部分に流入する水量と流出する水量とを相等しいとおくと、

$$\partial(hu_m)/\partial x + \partial(hv_m)/\partial y = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 u_m および v_m はそれぞれ x および y 方向の分速度であり、添字の m は (3) 式の意味のような平均をあらわしている。

* 神戸大学助手，工学部土木工学教室

一方, Bernoulli の式

$$gh + k_2(u_m^2 + v_m^2)/2 = \text{const.}$$

より $\partial h/\partial x$ および $\partial h/\partial y$ を計算して (9) 式に入れると,

$$\frac{\partial u_m}{\partial x} \left(1 - \frac{u_m^2}{gh/k_2}\right) + \frac{\partial v_m}{\partial y} \left(1 - \frac{v_m^2}{gh/k_2}\right) - \frac{u_m v_m}{gh/k_2} \left(\frac{\partial u_m}{\partial y} + \frac{\partial v_m}{\partial x}\right) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

となる。なお, 流速分布が一樣な場合には, $k_2 = 1$ であるから (10) 式は

$$\frac{\partial u_m}{\partial x} \left(1 - \frac{u_m^2}{gh}\right) + \frac{\partial v_m}{\partial y} \left(1 - \frac{v_m^2}{gh}\right) - \frac{u_m v_m}{gh} \left(\frac{\partial u_m}{\partial y} + \frac{\partial v_m}{\partial x}\right) = 0 \dots\dots\dots (10)^*$$

となる。この式はよく知られている式¹⁾である。いま, 無限遠における流速を V_0 , 水深を H とすれば, Froude 数 $F = V_0/\sqrt{gh/k_2}$ を用いて, (10) 式はつぎのように書くこともできる。

$$\frac{\partial u_m}{\partial x} \left(1 - \frac{u_m^2}{V_0^2} F^2 \frac{gH}{gh}\right) + \frac{\partial v_m}{\partial y} \left(1 - \frac{v_m^2}{V_0^2} F^2 \frac{gH}{gh}\right) - \frac{u_m v_m}{V_0^2} F^2 \frac{gH}{gh} \left(\frac{\partial u_m}{\partial y} + \frac{\partial v_m}{\partial x}\right) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

これらの (10) 式または (11) 式は, 粘性, すなわち鉛直方向の流速分布を考慮したときの水深の浅い流れに対する基礎方程式であつて, (10)* 式に流速分布の補正がなされた式である。

一方, 亜音速高速気流に対する基礎方程式は,

$$\frac{\partial u}{\partial x} \left(1 - \frac{u^2}{a^2}\right) + \frac{\partial v}{\partial y} \left(1 - \frac{v^2}{a^2}\right) - \frac{uv}{a^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。ここに a は局所音速である。いま, 無限遠における流速を V_0 , 音速を a_0 とすれば, Mach 数 $M = V_0/a_0$ を用いて, (12) 式はつぎのように書くこともできる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} \left(1 - \frac{u^2}{V_0^2} M^2 \frac{a_0^2}{a^2}\right) + \frac{\partial v}{\partial y} \left(1 - \frac{v^2}{V_0^2} M^2 \frac{a_0^2}{a^2}\right) - \frac{uv}{V_0^2} M^2 \frac{a_0^2}{a^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = 0 \dots\dots\dots (13)$$

したがつて, (11) および (13) の両式において

$$F = M \dots\dots\dots (14)$$

とすれば, 両式は同型となる。換言すれば, 両式において Froude 数と Mach 数とを等しくすると, (12) 式の解から (10) 式の解がわかることになる。

3. 亜音速高速気流に対する方程式の解法

この問題については, 多くの人々の解法が提示されており, 古くは Janzen (1913) および Rayleigh (1916) によつてそれぞれ独立に見出された方法がある。1932 年に Poggi は, 圧縮性流体における運動方程式が非圧縮性流体に吹出しが連続的に分布している場合の方程式と一種の類似性のあることに着目して, 計算の簡易化を試みている。1939 年に至つて Tsien は, 基礎方程式 (12) を直接解くかわりに, Hodograph-method を用いて亜音速高速気流に対する簡単な計算を見出したが, これは現在 Kármán-Tsien の方法といわれている。しかしこの方法は亜音速から超音速に移る範囲を含む場合, すなわち Transonic case には適用できない。この Transonic case に対しては, 今井教授³⁾が任意形状をした物体の表面における速度や圧力などを実際に数値計算できるような便利な方法を提案しているから, 以下においてこの今井の方法を用いることにする。

二次元流で粘性のない非回転の流れを, 直交座標 $x \sim y$ の平面上に考える。そして u および v をそれぞれ x および y 方向の分速度, Φ を速度ポテンシャル, Ψ を流れの関数, ρ_0 および ρ をそれぞれ静止状態および局所の流体密度とすれば, u および v はつぎのように表わされる。

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y}\right), \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right) \dots\dots\dots (15)$$

いま, u および v の合速度を q^* とすれば,

$$u = q^* \cos \theta, \quad v = q^* \sin \theta \dots\dots\dots (16)$$

とおくことができ, さらに新たに

$$t = \int (\rho/\rho_0) (dq^*/q^*) \dots\dots\dots (17)$$

なる変数を導入すると, 流れの関数 Ψ について,

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + K \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} = 0, \quad \text{ただし} \quad K = \left(1 - \frac{q^{2*}}{a^2}\right) \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) \dots\dots\dots (18)$$

が導かれる。ここに, a は局所音速である。この方程式を解く場合に, 量子力学における Schrödinger の波動方程式の解法で用いられている W.K.B. 法を適用し, かつ影響の少ない項を省略して, 今井教授はつぎのような

結果を得た。すなわち、 z -平面を圧縮性流体の平面とし、この平面における座標を z_p 、与えられた図形を P として、この z -平面に対応する非圧縮性流体の平面を ζ -平面、この平面における座標を ζ_p 、図形を P_0 とすれば、 z_p と ζ_p との対応は次式で与えられる。

$$dz_p = (Q/q)K^{1/4}d\zeta_p \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 q および Q はそれぞれ z -および ζ -平面における速度であり、また Q および K は q の関数であつて、つぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} Q &= Ce^{-\tau}, & \tau &= -\int_1^q (\mu/q) dq \\ K &= \mu^2(\rho_0/\rho)^2, & \mu &= \{1 - (q^*/a)^2\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 C はある常数、 ρ_0 は岐点における流体密度、 a は局所音速である。とくに断熱法則に従う気体で亜音速の領域においては（水の場合は射流となる少し前の状態）*

$$\left. \begin{aligned} K &= (1-q^2)(1-\lambda^2q^2)^{-1/\lambda^2}, & \lambda^2 &= (r-1)/(r+1), & \mu &= \{(1-q^2)/(1-\lambda^2q^2)\}^{1/2}, \\ Q &= \{2q/(1+\mu)\} \{ (1+\lambda\mu)/(1+\lambda) \}^{1/\lambda} (1-\lambda^2q^2)^{(1-\lambda)/2\lambda} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

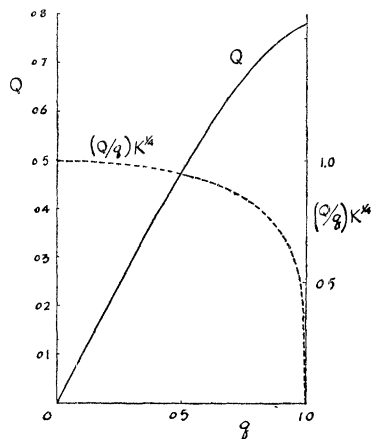
として、 Q の値を計算することができる。上式において τ の値は空気では 1.4 であるが、水では 2.0 である。なお、高速気流で亜音速から超音速に移る点の速度、すなわち音速は、水では常流から射流に移る点の速度に対応する。

以上のようにして q と Q との関係がわかつたから、粘性のない非圧縮性流体の非回転の二次元流、すなわち完全流体の二次元ポテンシャル流の速度より求められる無次元速度 Q から、粘性のない圧縮性流体の非回転の二次元流の速度より求められる無次元速度 q を求めることができるが、その場合に 図-2 を用いるときわめて好都合である。空気の亜音速の場合については、すでに今井および橋本によつて数値計算が行われているが、著者が水の場合に常流の範囲内を対象として、(21) 式を用い q 、 Q 、 $(Q/q)K^{1/4}$ の値を計算した結果は 表-1 のとおりであり、これを図示したのが 図-2 である。この場合 $q = (q^*/V_0)M$ 、 $Q = (Q^*/V_0)M$ である。ここに、 q^* および Q^* はそれぞれ圧縮性流体および非圧縮性流体の流れの中におかれた物体周辺の任意点の速度、 V_0 は無限遠における速度、 M は無限遠における Mach 数である。

表-1 $q, Q, (Q/q)K^{1/4}$ の関係, ($\tau=2.0$)

q	Q	$\frac{Q}{q}K^{1/4}$	q	Q	$\frac{Q}{q}K^{1/4}$
0.00	0	1.0000	0.50	0.4782	0.9501
0.02	0.0200	1.0000	0.52	0.4954	0.9451
0.04	0.0400	0.9998	0.54	0.5123	0.9398
0.06	0.0600	0.9993	0.56	0.5290	0.9341
0.08	0.0799	0.9989	0.58	0.5454	0.9279
0.10	0.0998	0.9983	0.60	0.5615	0.9213
0.12	0.1197	0.9976	0.62	0.5773	0.9142
0.14	0.1395	0.9967	0.64	0.5928	0.9065
0.16	0.1593	0.9957	0.66	0.6080	0.8981
0.18	0.1790	0.9945	0.68	0.6228	0.8891
0.20	0.1987	0.9932	0.70	0.6372	0.8793
0.22	0.2182	0.9917	0.72	0.6512	0.8686
0.24	0.2377	0.9900	0.74	0.6648	0.8570
0.26	0.2570	0.9882	0.76	0.6779	0.8442
0.28	0.2763	0.9862	0.78	0.6906	0.8301
0.30	0.2954	0.9841	0.80	0.7027	0.8146
0.32	0.3144	0.9817	0.82	0.7143	0.7972
0.34	0.3333	0.9791	0.84	0.7253	0.7777
0.36	0.3521	0.9764	0.86	0.7357	0.7557
0.38	0.3706	0.9734	0.88	0.7454	0.7303
0.40	0.3890	0.9702	0.90	0.7544	0.7007
0.42	0.4073	0.9667	0.92	0.7625	0.6657
0.44	0.4253	0.9630	0.94	0.7697	0.6213
0.46	0.4432	0.9590	0.96	0.7757	0.5631
0.48	0.4608	0.9547	0.98	0.7804	0.4745
0.50	0.4782	0.9501	1.00	0.7830	0

図-2 $q, Q, (Q/q)K^{1/4}$ の関係
Fig. 2 Relation between q, Q and $(Q/q)K^{1/4}$



* 超音速の領域においては（水の場合は射流の状態）、(21) 式の代りに次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} K &= (q^2-1)(1-\lambda^2q^2)^{-1/\lambda^2}, & \mu &= \{(q^2-1)/(1-\lambda^2q^2)\}^{1/2}, \\ \tau &= \lambda^{-1} \tan^{-1} \lambda \mu - \tan^{-1} \mu, & Q &= 2q(1+\lambda)^{-1/\lambda} e^{-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)'$$

4. 非圧縮性流体中におかれた任意形状の橋脚周辺における流速および圧力の分布と水面変動

完全流体の二次元ポテンシャル流の中におかれた任意の形状をなした物体表面における速度および圧力分布を計算する方法には、Theodorsen, 守屋, 今井などの方法があるが, ここでは守屋¹⁾の方法を採用する。そして以後の計算に必要な事項のみを述べる。

守屋の方法によると, 与えられた対称形橋脚の前後端を結ぶ線を直径として円を描き, 橋脚形が

$$y_{\xi} = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n \xi \dots\dots\dots (22)$$

なる式で与えられる場合 (図-3), 橋脚周辺における流速 \mathfrak{B} および圧力 p は, 無限遠における流速を V_0 , 流体の密度を ρ として, つぎのように与えられる。

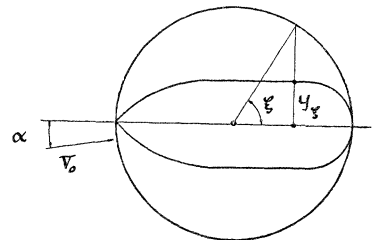
$$\frac{\mathfrak{B}}{V_0} = \frac{A \cos \alpha + B \sin \alpha}{\left\{ \frac{1}{4} \sin^2 \xi + \left(\sum_{n=1}^{\infty} n b_n \cos n \xi \right)^2 \right\}^{1/2}} \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{p}{\frac{\rho}{2} V_0^2} = 1 - \frac{(A \cos \alpha + B \sin \alpha)^2}{\frac{1}{4} \sin^2 \xi + \left(\sum_{n=1}^{\infty} n b_n \cos n \xi \right)^2} \dots\dots\dots (24)$$

ただし, $A = -\left(\frac{1}{2} \sin \xi + \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \sin n \xi \right), B = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \xi + \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \cos n \xi$

以上のようにして完全流体の二次元ポテンシャル流の中におかれた橋脚周辺における速度がわかれば, これから Q を計算することによって前節の方法を用いて q を知ることができる。この q の値は亜音速高速気流における速度であるから, 当然 (12) または (13) 式を満足するはずである。ところがこれらの式は前に述べたように, 河床を考えたときの水の流れの方程式である (10) あるいは (11) 式と同型であるから, この q の値は (10) あるいは (11) 式の解と一致しなければならない。したがって (12) あるいは (13) 式の解である q から, (10) あるいは (11) 式の解がわかることになる。この場合 q の値は前に述べたように無次元量であるから, (14) 式の関係を用いることによつて, ただちに水の流れる場合に換算することができる。

図-3 守屋による対象橋脚形の表示
Fig. 3 Moria's representation of a symmetrical pier form.



つぎに橋脚周辺における水面高 h の変動について考えよう。橋脚表面は明らかに一つの流線であるから, その表面では Bernoulli の定理が成立する。すなわち,

$$H + \frac{V_0^2}{2g} = h + \frac{\mathfrak{B}^2}{2g}$$

となるが, Froude 数 F を用いると,

$$F = V_0 / \sqrt{gH/k_2}, \therefore V_0^2 = gHF^2/k_2$$

であるから, つぎの関係が導かれる。

$$h = H \left\{ 1 + \frac{F^2}{2k_2} \left(1 - \frac{\mathfrak{B}^2}{V_0^2} \right) \right\} \dots\dots\dots (25)$$

上式によつて橋脚周辺の水面変動を計算できるのであつて, $F=0$ のときは水面変動がないことがわかる。

5. 計算例

代表的な計算例として, つぎの通常型と特殊型の二つについて説明する。

(1) 通常型 広く用いられる橋脚型として, 図-4 (a) に示すように, 先端が尖り後頭部が半円型をなすいわゆる Keutner 型を採用しよう。この型が

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n \xi$$

なる Fourier 級数で表わされたときの各係数 b_n は 表-2 のとおりである。この型の橋脚が完全流体の二次元ポテンシャル流の中におかれたときの速度および圧力の分布を求めると, 表-3 および 図-5 に示すとおりである。

以上の完全流体の二次元ポテンシャル流の場合と, Froude 数 F の相違による流速分布を比較したのが 図-6 であり, さらに $H=9$ cm の場合について水面変動を求めたのが 図-7 である。図-7 において実線は鉛直方向における流速分布を一様と考えた場合, 点線は層流としての流速分布を考えた場合であつて, 層流では一様な流れに較べて水面変動がいくらか少なくなることが注目せられる。

図-4 橋脚型の例
 Fig. 4 Examples for the form of bridge pier
 (a) 通常型 (b) 特殊型
 (a) ordinary form (b) special form.

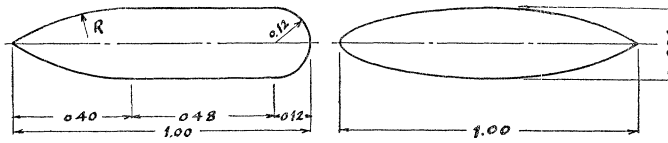


表-3

x	a/V_0	$\phi / \frac{\rho}{2} V_0^2$	x	b/V_0	$\phi / \frac{\rho}{2} V_0^2$
0	0	+1.000	0.587	1.1635	-0.354
0.008	0.605	+0.634	0.671	1.178	-0.387
0.030	0.731	+0.465	0.750	1.250	-0.562
0.067	0.872	+0.240	0.8215	1.377	-0.896
0.117	1.029	-0.059	0.883	1.522	-1.316
0.1785	1.174	-0.379	0.933	1.556	-1.420
0.250	1.268	-0.609	0.970	1.272	-0.618
0.329	1.288	-0.6585	0.9925	0.682	+0.535
0.413	1.251	-0.564	0	0	+1.000
0.500	1.196	-0.4305	—	—	—

表-2

b_1	0.12935
b_2	0.02366
b_3	0.00797
b_4	0.01463
b_5	-0.00125
b_6	0.00065

図-5 橋脚周辺の速度および圧力の分布 (通常型)
 Fig. 5 Velocity and pressure distributions around bridge pier. (ordinary form)

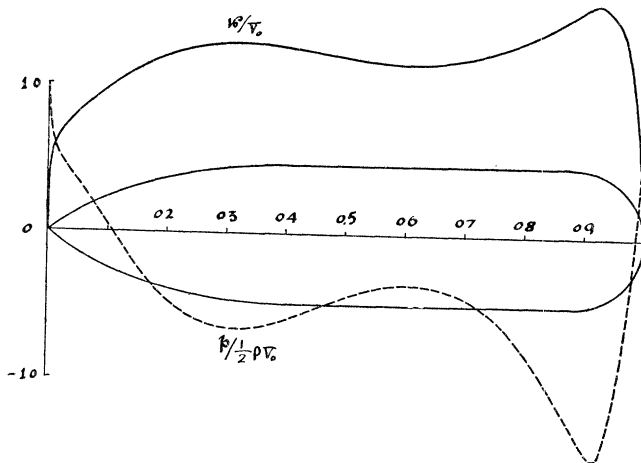


図-6 完全流体および $F=0.4, 0.5$ の場合の橋脚周辺における流速分布 (通常型)
 Fig. 6 Velocity distribution around bridge pier when perfect fluid and $F=0.4, 0.5$. (ordinary form)

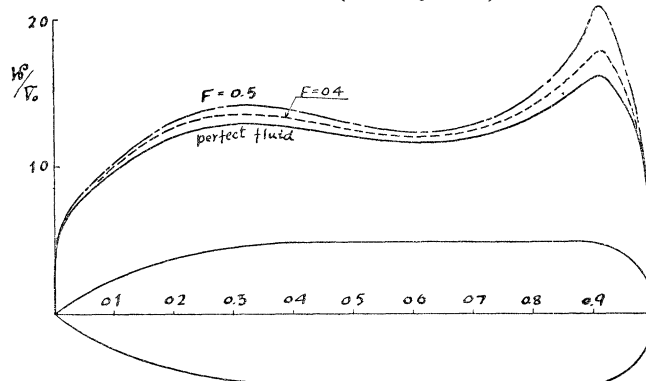
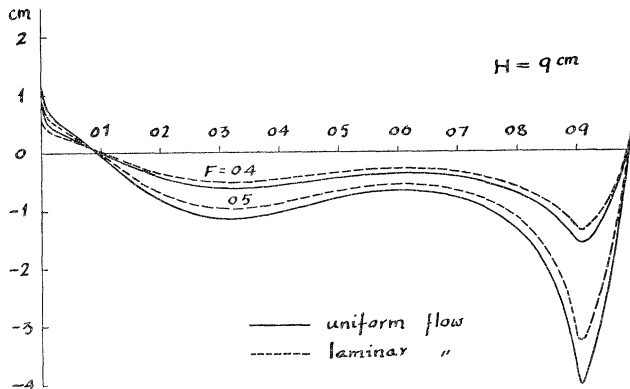


図-7 橋脚周辺の水面変動(通常型)

Fig. 7 Water surface profile around bridge pier. (ordinary form)



(2) 特殊型 東大谷教授はなるべく広い範囲で流速が一樣であり、かつ抵抗の少ない飛行機の翼型をうる目的をもつて一連の研究を行い、先端は丸味をもち後端が尖つていづぎのような対称翼型を報告した⁵⁾。すなわち、翼型の全長を単位として最大厚さの位置 $x=m$ より前方と後方の二つの部分に分け、各部分に対して厚さの半分 T を次式で与えている。

前半 $0 \leq x \leq m$ に対し、

$$T = e\{\sqrt{2hx} + h_1x + h_2x^2\} \dots\dots\dots (26)$$

後半 $m \leq x \leq 1$ に対し、

$$T = e\{0.01 + d_1(1-x) + d_2(1-x)^2 + d_3(1-x)^3\} \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 $e = (\text{最大厚さ})/(\text{全長})$, $h = (\text{先端丸味の半径})/e^2$, $d_1 = (\text{後端部尖の傾斜})/e$, $h_1 = (2 - 3\sqrt{2hm})/2m$, $d_2 = \{1.47 - 2d_1(1-m)\}/(1-m)^2$, $h_2 = (\sqrt{2hm} - 1)/2m^2$, $d_3 = \{d_1(1-m) - 0.98\}/(1-m)^3$ } $\dots\dots\dots (28)$

この表示は $x=m$ にて d^2T/dx^2 が不連続になる欠点がある。谷教授が d, h, m の値を種々に変化して調べた結果、理想案に近いが実用に供しがたいと述べておられる I 型を採用し、これを橋脚の特殊型と呼称して以下の計算を進めることにした。この型に対する所要の値は、

$$e = 0.24, \quad m = 0.5, \quad h = 0.35, \quad d_1 = 2.384$$

$$\text{前縁の半径} = 0.02016, \quad \text{最低圧力点の位置} = 0.63$$

であつて、表-4 および 図-4 (b) に示すような形状をもっている。流れを完全流体の二次元ポテンシャル流としたときの橋脚周辺における速度および圧力の分布を計算すると、表-4 および 図-8 のとおりである。

表-4

x	断面の座標	v/V_0	$p / \frac{1}{2}\rho V_0^2$
0	0	0	+1.000
0.0125	0.0231	0.818	+0.381
0.025	0.0330	0.9545	+0.089
0.05	0.0471	1.061	+0.125
0.10	0.0670	1.145	-0.310
0.15	0.0815	—	—
0.20	0.0928	1.207	-0.455
0.30	0.1086	1.237	-0.530
0.40	0.1172	1.250	-0.562
0.50	0.1200	1.259	-0.585
0.60	0.1170	1.266	-0.603
0.70	0.1060	1.247	-0.556
0.80	0.0850	1.173	-0.375
0.90	0.0511	1.000	0
0.95	0.0289	0.830	+0.311
0.975	—	0.683	+0.533
1.00	0	0	+1.000

図-8 橋脚周辺の速度および圧力の分布 (特殊型)
 Fig. 8 Velocity and pressure distributions around bridge pier. (special form)

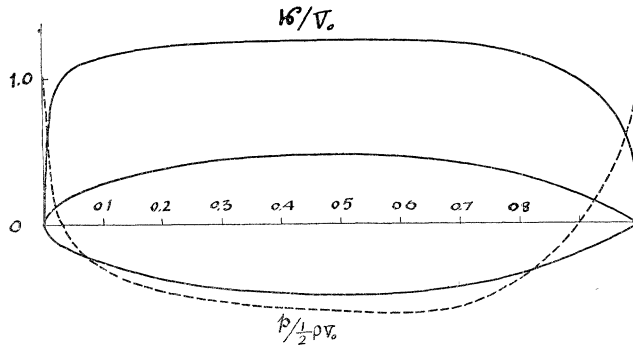


図-9 完全流体および $F=0.4, 0.5$ の場合の橋脚
 周辺における流速分布 (特殊型)
 Fig. 9 Velocity distribution around bridge pier when
 $F=0.4, 0.5$. (special form)

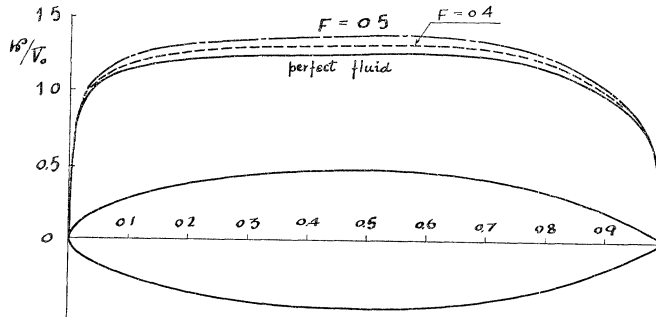
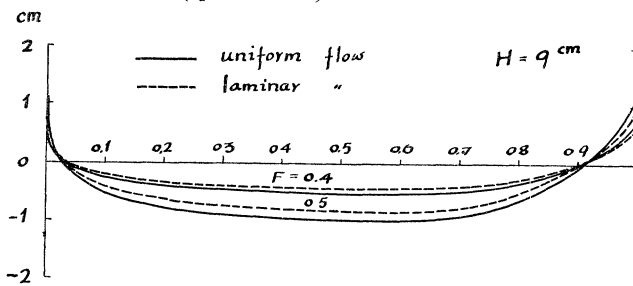


図-10 橋脚周辺の水面変動 (特殊型)
 Fig. 10 Water surface profile around bridge pier.
 (special form)



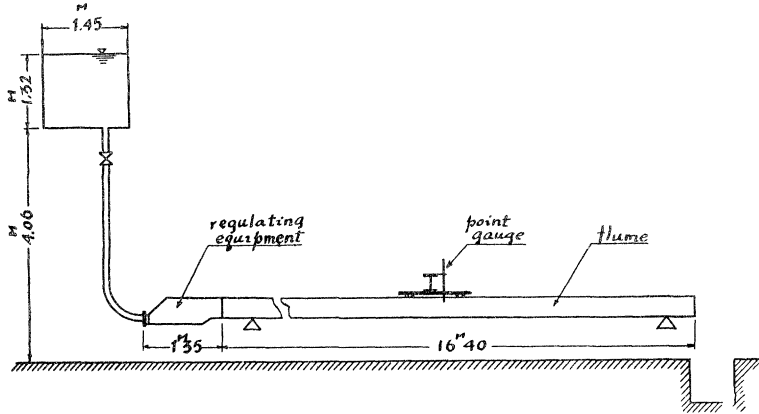
ついで完全流体の場合および $F=0.4, 0.5$ の場合について流速分布を比較したのが 図-9 であり、また $H=9$ cm の場合について水面変動を求めたのが 図-10 であるが、図-10 において実線は鉛直方向における流速分布を一様と考えた場合、点線は層流としての流速分布を考えた場合を示す。層流では一様な流れに較べて水面変動がいくらか少なくなることは、通常型橋脚の場合と同様である。

6. 実 験

(1) 実験装置 実験水路は神戸大学土木工学教室に設備されている回流式可変勾配水路であつて、幅 24 cm、高さ 32 cm、長さ 1.8 m の鉄製ワクの底面および両側面をガラス張りにしたもの 9 個を連結した総延長 16.4 m のものであり、流入口近くに整流壁が設けられている。水は一旦高水槽にポンプであげられて、常に越流管より越流させて水位を一定に保ち、実験中の流量が変化しないようにしている。実験位置は下流端より 4.15 m のところであつて、勾配は 1/1 000 である。

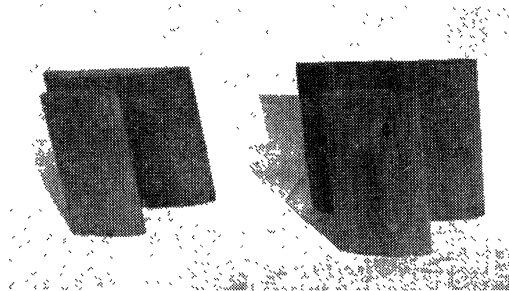
水路の両側鉄製ワク上に真鍮製のレール敷き、その上を小車輪を有する台車が転がるが、この台車にはI型の鉄製梁をのせている。水面変動を測定するための Point gauge は、I型梁にのせて左右に滑らせることができ、1/10 mm まで読みとることができる(図-11)。

図-11 実験装置
Fig. 11 Experimental apparatus.



(2) 実験模型 模型としては、杉製で表面ニス塗りの高さ 35 cm、長さ 20 cm の対称型のものと同しく高さ 35 cm、長さ 40 cm の対称型のを半分に切つたものを、通常型および特殊型に対しそれぞれ 1 個ずつ合計 4 個作製した。したがって半截模型長は対称模型長の 2 倍である(写真-1)。

写真-1 実験模型
Photo. 1 Experimental models.



(3) 実験方法 まず水深を 9 cm として水を流し、水路中央において鉛直方向の流速分布を測定して、 $F=0.4$ および 0.5 となるように調節する。この状態で鉛直方向の流速分布を 3 回測定し、つぎに水底より 6.1 cm の高さにおいて水路に直角方向の流速分布を 3 回測定した。

以上の測定を終つてから、その水流中に実験模型を設置した。この場合対称模型は水路中央に、半截模型は平面を左岸のガラス壁に密着させて設置し、模型周辺の水面変動を Point gauge で 3 回測定した。これらの 3 回の測定結果を平均し、橋脚の長さを単位としてプロットしたのが 図-12 および 図-13 である。

(4) 実験結果 実験の結果は、通常型と特殊型のいずれにおいても、前頭部と後半部を除いて計算値とよく一致している。前頭部先端は理論上岐点となるが、実際には水の粘性その他の原因によつて、理論値より低下するのであろう。後半部では流れが模型表面より剝離するので、剝離点より後は理論値より外れるものと思われる。

7. 結 語

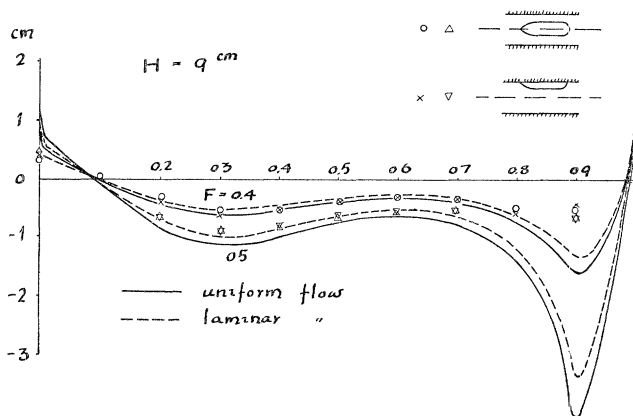
本文では、まず流速分布を考えた浅い流れの方程式を導き、それが亜音速高速気流の方程式と同型であることに着目して、後者に対する今井の解を用いて、それから橋脚周辺の水面変動を計算し、それが模型実験の結果と比較的よく一致することを確かめた。

こうした計算方法によれば、橋脚周辺の流れをある程度適確に把握することができ、その結果として橋脚前頭部における堰上高の計算をかなり合理化することができよう。

昭和 25 年 10 月 15 日第 3 回関西工学連合講演会において、著者は流速分布が一様な浅い流れの方程式と亜音速

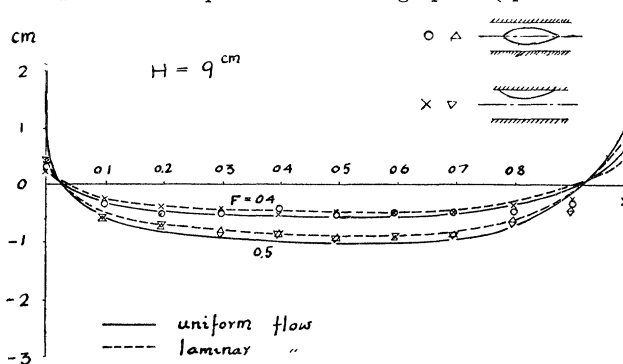
図一12 橋脚周辺の水面変動に対する理論と実験の比較 (通常型)

Fig. 12 Comparison between theoretical and experimental results of water surface profile around bridge pier. (ordinary form)



図一13 橋脚周辺の水面変動に対する理論と実験の比較 (特殊型)

Fig. 13 Comparison between theoretical and experimental results of water surface profile around bridge pier. (special form)



高速気流の方程式とが同型であることを述べ、後者に対する Tsien⁶⁾ の解を用いて、それから橋脚周辺の水面変動を計算できることを明らかにした。その後本文に述べたような方法で計算をやりなおし、実験結果とよく一致することを確かめたので、ここにとりまとめて報告する次第である。

最後にこの研究は対して、終始変らぬ御指導を賜った京大石原教授、有益な御注意と御援助をいただいた京大岩垣助教授および神戸大田中教授、さらに数値計算の一部を手伝われた岡本幸三君 (現在日立造船桜島工場勤務) に深謝の意を表する。

参考文献

- 1) Kármán, Theo. v.; Eine praktische Anwendung der Analogie zwischen Überschallströmung in Gasen und überkritischen Strömung in offene Gerinnen, ZAMM, Heft 1, 1938.
- 2) Riabouchinsky, D.; Sur l'analogie hydraulique des mouvements d'un fluide compressible, Comptes Rendus, Tom 195, 1932.
Riabouchinsky, D.; Quelques nouvelles remarques sur l'analogie hydraulique des mouvements d'un fluide compressible, Comptes Rendus, Tom 199, 1934.
- 3) Imai, I.; Application of the W.K.B. method to the flow of a compressible fluid, I, Jour. Math. and Phys., Vol. 28, No. 3, Oct. 1949, pp. 173~182.
- 4) 守屋富次郎; 任意翼型の一理論, 日本航空学会誌, 昭 16.10.
- 5) 谷 一郎; 境界層の遷移を後らせる翼型について, 航空研究所集報, 第 250 号, 昭 18.1.
- 6) Tsien, H S.; Two-Dimensional Subsonic Flow of Compressible Fluids, Jour. Aero. Sci., Vol. 6, 1939, p. 399.