

開水路における移動床の不安定性について

——河床変動の実験資料についての検討——

正 員 松 梨 順 三 郎*

ON THE INSTABILITY OF THE MOVABLE BED IN OPEN CHANNEL FLOW

——Investigation on the Experimental Data of Movable Bed——

By Junzaburō Matsunashi C.E. Member

Synopsis: In the last report, the writer theoretically analyzed the instability criterion of the movable bed in open channel flow. In this paper, the theoretical results obtained are investigated by mean of comparing with the experimental data obtained by G.K. Gilbert, Dr. Tsubaki, Dr. Aki and the writer.

要旨 前論文においては、開水路の移動床の不安定性について、主としてこれを理論的に取扱った。本文は前論文にひきつづき、得られた理論的結果を G.K. Gilbert, 著者、その他の人達の実測値によって検討したものである。

1. 緒 論

無次元化された掃流力 $u_R^{*2}/(S_s-1)gd$ が増大するに従つて、河床がどのように変化するかということは、従来、多くの研究者の興味ある課題であつた。河床の様相の変化について力学的に研究の対象となつている重要な現象をあげると、まず第一にいかなる法則に基づいて河床は移動を始めるかということ。第二に砂礫の移動量を支配する法則は何であるかということ。第三に河床面の変動はどのように生成されていくかということである。以上三つの問題点は河床の変動を論ずる場合、ともに非常に重要であるが、ここでは主として第三の河床面の変動について論ずることとする。掃流力 $u_R^{*2}/(S_s-1)gd$ が増大して、ある限界の大きさ、すなわち限界掃流力に達すると、河床の砂礫は移動を開始する。さらに掃流力が大きくなると、いままで平滑状態に維持されていた河床面は微小な波形の変動を発生し、それが次第に成長して、水流と河床の変動がある平衡状態を維持しようとする状態になつて、その成長は終止すると考えられる。この河床上の微小な波形すなわち砂漣の発生と掃流力との関係について最近発表された H.K. Liu の研究を参照してみよう¹⁾。彼の研究によると、河床面の粗さの程度を表わす無次元量 u_R^*d/ν と、掃流力 $u_R^{*2}/(S_s-1)gd$ とによつて、砂漣の発生限界が示されている。すなわち u_R^*d/ν のある一定値に対して掃流力を増大していくと、限界掃流力に達して砂礫は移動を開始し、さらに大きいある一定の掃流力において砂漣が発生し始める。 u_R^*d/ν の値の小さい状態、すなわち河床面の粗さが十分に表われていない状態では、砂礫が移動を開始してから、さらに砂漣が発生するまで、河床が平滑な状態に維持されている掃流力の領域がかなり広い。これに反して、 u_R^*d/ν の値の大きい状態、すなわち十分に粗い状態では、砂礫が移動を開始して、後ただちに砂漣が発生することが示されている。この H.K. Liu の研究によつて示されたように、掃流力のある限界の値において砂漣が発生すると考えられるのであるが、さらに掃流力を増大していくとき、いままで存在していた砂漣は再び消滅し、さらに新たな砂漣が発生することは、G.K. Gilbert 等の実験的研究によつて明らかにされた²⁾。最初に出現する砂漣と、のちの砂漣は波形に特異性を有し、またその伝播方向について前者は下流方向に、後者は上流方向に向う。このことから両者を区別し、G.K. Gilbert は前者を Dune、後者を Anti-dune と命名した。さらに Smooth, Transition 等の述語を用いて河床面の変化の順序を Transition, Dune, Transition, Smooth, Transition, Antidune とした。以後この G.K. Gilbert の述語にしたがつて議論を進めていくことにする。

2. 移動床水路による実験資料について

以上、述べてきたことによつて、河床が Smooth に維持されるのは、限界掃流力付近と、掃流力がかなり大きい状態の二つの領域に限られることが明らかになつた。理論的解析においては³⁾、このように、河床が Smooth に

* 神戸大学助手，工学部土木工学教室

維持されている状態のときの水流の抵抗法則を一般化して次式のように表示した。

$$u_{m0}^p = K^{-1} h_m^{1+q} J_0^e \left[\log K_1 \left(\frac{h_m}{d} \right)^{p'} \left\{ \frac{h_m J_0}{(S_s - 1)d} \right\}^{q'} \right]^{e'} \dots \dots \dots (1)$$

この抵抗法則の一例として、

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_{m0}}{u_{R^*}} &= 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \\ \log \frac{k_s}{d} &= D + B \log \frac{u_{R^*2}}{(S_s - 1)gd} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

をとりあげて議論を進めているのであるが、式(2)の第2式に相当する実験式として従来提案された式は、著者の前論文に引用してあるように⁴⁾、次に示される椿氏、岩垣氏のものである。

$$\log \frac{k_s}{d} = 3.48 \left[1 - 0.225 \left\{ \frac{u_{R^*2}}{(S_s - 1)gd} \right\}^{-1/2} \right] \dots \dots \dots (3)$$

$$\log \frac{k_s}{d} = 1 + 0.769 \log \left\{ \frac{u_{R^*2}}{(S_s - 1)gd} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

ただし、椿氏の式(3)は河床が Smooth である状態だけでなく、さらに一般的に平衡状態にある移動床をもつた水流についての抵抗法則として提案された。G.K. Gilbert, 椿氏、著者の実験値についてこれらの関係を検討してみることにする。

まず G.K. Gilbert の実験値について検討する。彼の実験値の整理については、椿氏がこの実験値を整理するについて考慮したように⁵⁾、径深 R の算定については側壁の粗度の影響を入れて、H.A. Einstein の提唱による次式を用いた⁶⁾。

$$R = h \left(1 - \frac{2R_w}{b} \right), R_w = \left(n - \frac{u_{m0}}{\sqrt{J_0}} \right)^{3/2} \dots \dots \dots (5)$$

ここに、b は水路幅、n は Manning の粗度係数で実際計算については n=0.01 を用いた。G.K. Gilbert の実験は粒径の異なることによつて A, B, C, D, E, F, G, H と命名され、一樣粒径の 8 種類⁷⁾の砂によつてなされている³⁾。図-1 はこれらを u_m/u_{R^*} と R/d によつて、河床の変形式別に Plot したものである。図の直線は粗面固定床をもつた開水路水流の抵抗法則

$$\frac{u_m}{u_{R^*}} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{d} \dots \dots \dots (6)$$

を表わす。砂の輸送による抵抗、Dune または Antidune などによる形状抵抗の増加によつて、平均流速は減小することが予想されるが、このことは測点の大部分が式(6)の下部に Plot されていることによつて示される。一方小数の測点ではあるが、一般に流速は減小するという予想を裏切つて、式(6)の上部に Plot される測点があ

図-1

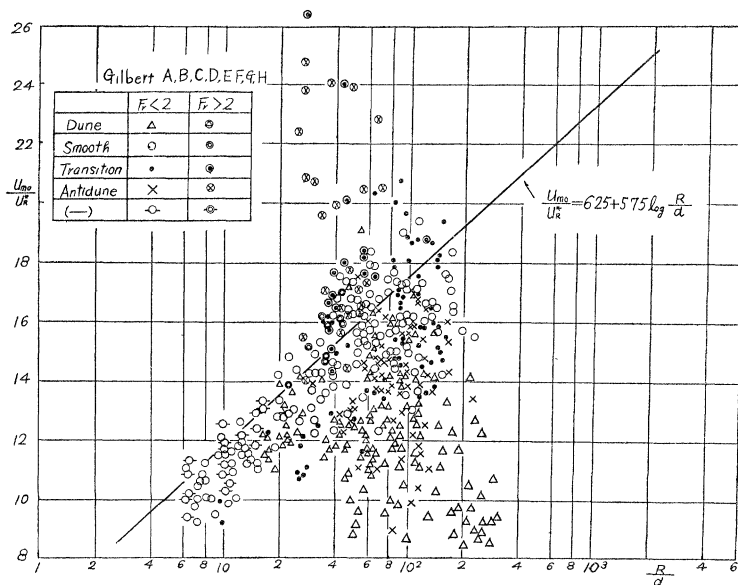


図-2

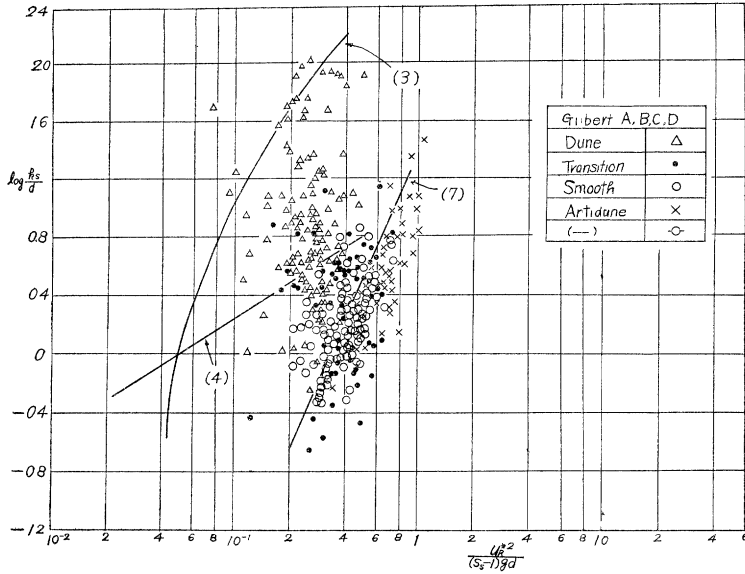
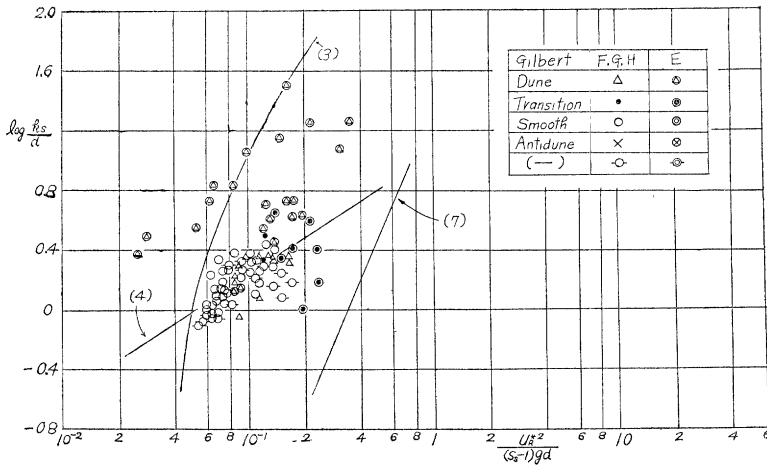


図-3



る。これらの測点については、後で述べるが、図に示すように、これらの測点の大部分は Froude 数 > 2.0 によって特性づけられる。図-2、図-3 は掃流力 $u_R^{*2} / (S_s - 1)gd$ による相当粗度 k_s/d の変化を河床の変形型式別に示したものである。曲線 (3)、(4) は実験式 (3)、(4) を表わす。椿氏が彼の論文で指摘しているように⁵⁾、A、B、C、D 砂すなわち粒径範囲にして、 $d = 0.305 \sim 0.787 \text{mm}$ の砂と F、G、H 砂、粒径範囲にして $d = 3.17 \sim 7.02 \text{mm}$ とはそれぞれの群においてほぼ同じ傾向をもっているようである。そこで、これらの群を区別して図-2、図-3 に示した。またこの二群の中間的粒径をもつ E 砂、 $d = 1.71 \text{mm}$ の砂はその特性においても両者の中間的性質をもっているようである。これらのおおの特性について、さらに詳細に調べると第一群に属する A、B、C、D 砂については砂漣は発生しやすい。一度、砂漣が発生すると、河床の粗度は増大し、 k_s/d は急速に大きくなる。図-2 によって明らかにされたことは、砂漣が安定に存在しているときの状態は椿氏の実験式 (3) のみでは十分に表示することができないということである。安定に存在している砂漣の波形により同一の掃流力 $u_R^{*2} / (S_s - 1)gd$ に対しても、その測点は式 (3) で与えられる k_s/d より小さい値をとることがわかる。このことはすでに岩垣氏が A. G. Anderson の研究を引用して次のように指摘している⁷⁾。すなわち A. G. Anderson⁸⁾ の研究によると、砂漣の形状は Froude 数に大きく支配され、 $F_r < 1.5$ のときは下流面に段のついた急峻な砂漣が発生、 $F_r > 1.5$ のときは頂上がまるく平坦な砂漣が発生する。このことから前者の場合は流体抵抗が大きくて、大なる k_s/d を与え、後者

の場合はその抵抗が小さくて、小さい k_s/d き与えるといっている。このことから砂漣が安定に存在している測点は単に $u_{R*}^{*2}/(S_s-1)gd$, k_s/d のみで一意的に表示できるものでなく、Froude 数に大いに関係することがわかる。式 (3) はこのような測点のうち同じ掃流力に対して k_s/d の最も大なる点、したがって Froude 数の最も小なる限界の領域を示していると考えられる。式 (3) で表わされる状態の砂漣の波形は、Froude 数または掃流力 $u_{R*}^{*2}/(S_s-1)gd$ の増大にともない急峻な砂漣から漸次平坦な砂漣へと変化するものと考えられる。したがって測点は式 (3) からはずれ k_s/d は次第に小さくなって曲線の下に下ってくる。さらに Froude 数または掃流力が増大していくと、遷移領域すなわち Transition の領域を経て、河床は再び Smooth となる。さらに関係量が増大すると、河床は再び不安定となり、頂上のまるい平坦な砂漣、すなわち Antidune が発生し、したがって k_s/d は再び、やや増大していく傾向をとる。一方 F, G, H 砂については 図-3 に示した。第一の群と比較して、その大きな相違は、 $\log k_s/d$ は $\log u_{R*}^{*2}/(S_s-1)gd$ によつて急激な変化をうけることなく、限界掃流力以後 $\log u_{R*}^{*2}/(S_s-1)gd$ の増大に対して、ほぼゆるやかな直線的増加をしていくように考えられることである。この群の測定では Smooth のものが多いことから想像できるのであるが²⁾、砂漣はほとんど発生せず、発生したとしても、ごく低い頂上の平坦なものであらうということが推察される。E 砂はその測点が示すように、これら特異の性質をもつた二群の砂のどちらにも属さない、いわゆる中間的な性質をもつた砂であることが、明瞭に示されている。

次に椿氏および著者の実験値について述べる、著者は先の論文によつて限界掃流力付近の流砂量およびその抵抗法則について論じたのであるが⁴⁾、ここに再び、Gilbert, 椿氏の実測資料との関連において検討してみよう。

図-4

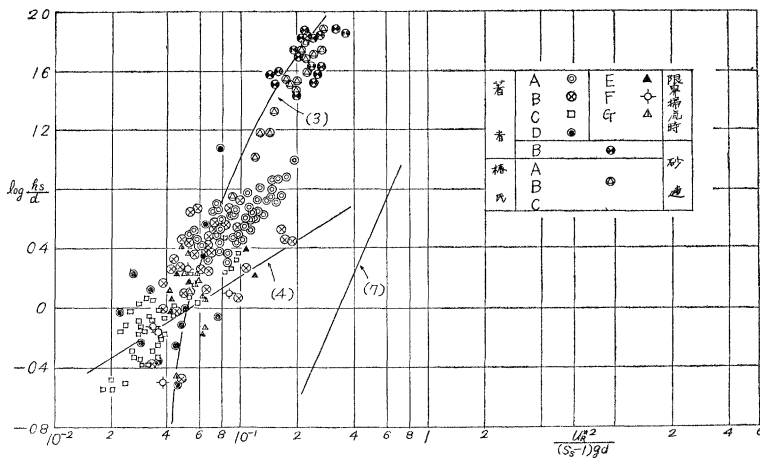


図-4 は前と同様に k_s/d , $u_{R*}^{*2}/(S_s-1)gd$ を Parameter にして、これらの実測資料を Plot したものである。測点は次の三種に区別される。第一は一様な粒径で、7 種類の異なつた粒径をもつ砂について、著者が限界掃流力付近で得た資料である。これらの資料については、掃流力が限界掃流力より大で、H.K. Liu の提案した砂漣発生の限界掃流力より小さい場合は、河床は Smooth に維持されると考えられる。また掃流力が砂漣発生の掃流力より大きい場合でも、実験方法の性質上、近似的に河床は Smooth であるとみなしうる。図-4 で明らかであるように、この場合の Smooth 状態の特性は、Gilbert の資料による Dune から Antidune への遷移領域として出現した Smooth 状態にくらべて、掃流力 $u_{R*}^{*2}/(S_s-1)gd$ が限界掃流力付近に限定せられているということである。さらに、粒径別にその特性を調べると、A, B 砂 (約 1 mm 以下) のような細砂では、非常に砂漣が発生しやすく、その他の 5 種類の比較的粒径の大なる粗砂では、砂漣の発生はあまりみられなかつた。次に第二の資料は砂漣の発生しやすい B 砂を使用して、砂漣が十分に発達して平衡状態にあると思われるときに得られたものである。ほぼ式 (3) で表わされる状態にあつたことが示されている。第 3 は椿氏の実測資料である⁵⁾。その資料は A, B, C 三種類の混合砂を使用し、砂漣が発生して平衡な状態にあるとき得られたものである。これもほぼ、式 (3) で表わし得られる状態にあつたことが示されている。以上 図-2, 3, 4 の Plot 点はすべて $F_r < 2.0$ である。

3. Smooth Bed の状態のときの水流の抵抗法則について

以上によつて Gilbert, 椿氏, 著者の実測資料についての概要を説明した。これらの資料から、河床が Smooth である状態のときの資料のみをとりだし、これらを支配する一般的法則性について論ずる。

図-5

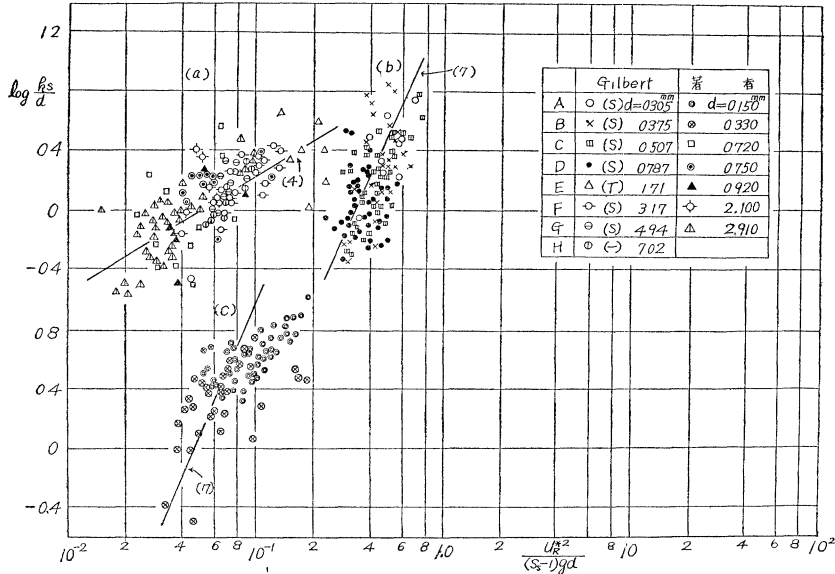


図-5 (a) は限界掃流力付近で、著者の砂漣が発生しがたい資料 C,D,E,F,G 砂と、Gilbert の砂漣が発生しがたい資料 F,G,H 砂、および E 砂の資料を集めた。測点は散乱しているが、岩垣氏の実験式(4)と比較すると、ほぼ、この式(4)でその傾向を示しうると考え、この式(4)でこの場合の特性を表わすことにする。次に、図-5 (a)と同様に限界掃流力付近で、砂漣が急速に発達してくるような特性の砂、著者の A,B 砂について、その特性を調べると 図-5 (c)をうる。この図において限界掃流力に近い資料を重視すると、前と同様直線的变化と考えられるので次式でこれを与えた。

$$\log \frac{k_s}{d} = D + 3.0 \log \frac{u_{R*}^2}{(S_s - 1)gd} \dots\dots\dots (7)$$

また、図-5 (b) は、Dune から Antidune への遷移領域として出現する Smooth の資料で、すべて Gilbert の A,B,C,D 砂についての実験値である。測点はかなり散乱しているが、前同様、直線的に増加の傾向がみられる。この直線関係も式(7)で表わしうるものとする。ただしこの場合は、前と異なる常数 D をとる。

以上 Smooth Bed の資料を総括すると、砂漣の発生しがたい砂、ほぼ d=1mm 以上の砂については、限界掃流力を越えても河床は常に Smooth に維持され、水流の抵抗法則は(2)の第一式と式(4)で表わされる。一方、d=1mm 以下の細砂では砂漣は発生しやすく、河床は不安定になりやすい。Smooth の状態は限界掃流力直後と、Dune から Antidune に遷移するときの二つの領域で現われるが、そのいずれの状態においても水流の抵抗法則は(2)の第一式と(7)式で表わされるものとする。

4. 河床の不安定領域について

河床が Smooth に維持されるとき水流の抵抗法則が式(1)で表わされる場合、河床が安定に維持されるための条件は、前論文で明らかにしたように³⁾、

$$\left. \begin{aligned} M > 0 \\ T = -Q + (P - N/M) \cdot N/M > 0 \\ F(G + E\beta^2) > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

で示される。ここに M,T,F,E,G はそれぞれ前論文の(28),(29),(30),(31)式を表わす。

1) 抵抗法則(1)として式(2)の第一式および(7)式を適用できる場合

この場合は、(8)式に相当する条件として、

$$\left. \begin{aligned} F_r < 2.0 \quad \frac{u_{m0}}{u_{R*}} > 5B \\ F_r > 2.0 \quad 5B < \frac{u_{m0}}{u_{R*}} \leq \frac{5(B-1)F_r}{F_r - 2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)'$$

をうる³⁾。u_{m0}/u_{R*}、F_r=u_{m0}/√gR を両軸にとつて、これを示すと 図-6 をうる。図の Plot 点は Gilbert、椿

氏, 著者のすべての実験値を示す。図-6 によつて次のことがわかる。測点の散乱はあるが, $F_r < 2.0$ の範囲で理論結果は比較的好く実験的事実を説明している。しかし, $F_r > 2.0$ の範囲では実験的事実を説明しているとはいえないようである。図-1 にも示したように, この領域における Gilbert の資料は Antidune 等の発生で河床の形状抵抗が増加するにもかかわらず流速は増加することを示すもので, この特異の性質をもつた実験資料は Gilbert のもの以外に知らない。この領域については, なお多くの問題がのこされていると考える。椿氏の論文では, これらの資料の検討はあまりなされていないようである⁵⁾。以上によつて $F_r > 2.0$ の範囲では十分に (8)' 式を検証することはできていないが, $F_r < 2.0$ の範囲では (8)' 式はかなりよく実験事実を説明しうることがわかつた。

次に (8)' 式の物理的意味を考える。(2) 式の第一式と (7) 式から,

$$\frac{u_{m0}}{u_{R*}} = 6.25 - 5.75 D - 11.50 \log \frac{R}{d} - 17.25 \log \frac{J_0}{(S_s - 1)} = \frac{C}{\sqrt{g}} \dots \dots (9)$$

$$F_r = \frac{u_{m0}}{\sqrt{gR}} = C \sqrt{\frac{J_0}{g}} \dots \dots (10)$$

ここに, C は Chezy の係数とする。Froude 数が 2.0 より小さいとき, したがつて河床勾配が比較的ゆるやかな時は, 河床の安定は (8)' 式の第一条件のみに支配され, Chezy 係数がある一定値以上になると河床は Smooth になることを意味する。この場合 Chezy 係数 C は (9) 式から $R/d, J_0/(S_s - 1)$ の関数であつて, $J_0(S_s - 1)$ が一定値に維持されるならば, 水深 R/d がある一定値以上では常に砂澁が存在しうることを示す。Froude 数が 2.0 より大きい領域では, F_r のある一定値に対して, C を増加していくとき, (10) 式より J_0 は漸次減少するのであるが, 不安定であつた河床は安定となり, さらに再び, 不安定になることを示している。

2) 抵抗法則 (1) として式 (2) の第一式および (4) 式が適用される場合

この場合は (7) 式で表わされる直線勾配 B の値として, $B = 0.769$ をうるのであるが計算の簡単のために, $B = 1.0$ をとつて (8) 式を検討する。(8) 式の第一式より $u_{m0}/u_{R*} > 5.0$ をうる。また, (8) 式の第二, 第三式を check すると, $F_r < 2.0$ の範囲では常に満足され, 他の範囲では満足されないことが明らかに示される。ゆえにこの場合の河床の安定条件は,

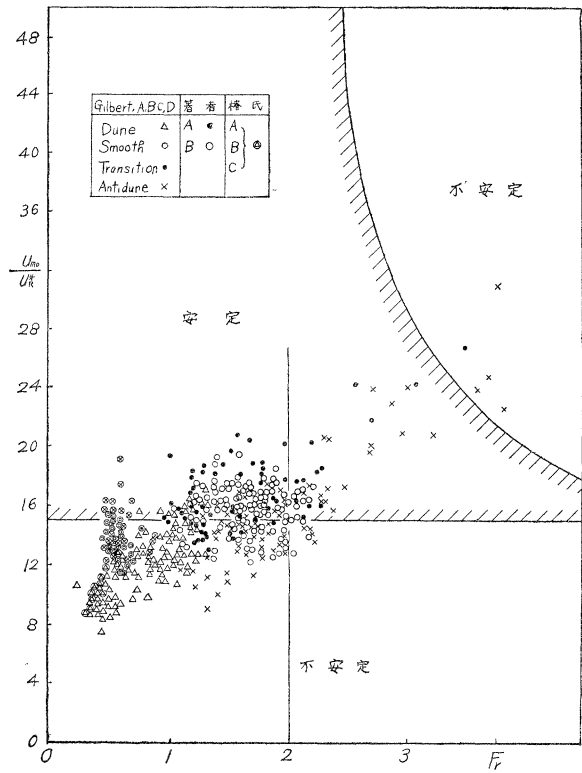
$$\left. \begin{matrix} F_r < 2.0 \\ u_{m0}/u_{R*} > 5.0 \end{matrix} \right\} \dots \dots \dots (8)''$$

で表わされる。図-7 は 図-5 (a) に Plot された Smooth の実測資料により, (8)'' によつて定義された領域が妥当なものであることを示す。この図において, Dune, Transition が Smooth と同じ領域にあるのであるが, 図-3 に示されているようにこの場合の Dune, Transition は近似的に Smooth に近い状態であつたと考えられる。

3) Chezy 法則または Manning 法則が適用される場合

この場合に (8) 式を満足する条件を求めると, (8) 式の第 1 式は共に無条件で満足される。(8) 式他の 2 式については, Chezy の場合は $F_r < 2.0$ において, Manning の場合は $F_r < 1.5$ において常に満足され, 他の領域では満足されないことを示すことができる。換言すると, Smooth の場合の水流が Chezy または Manning の法則に支配されている場合は, それぞれ $F_r < 2.0$ または $F_r < 1.5$ である限り, 河床は常に Smooth に維持されることを示す。このことは安芸氏の次の実験事実をよく説明するものとして興味深い¹⁰⁾。安芸氏は異なつた粒

図-6



径分布をもつ A, B, C 三種類の混合砂を使用し、一定勾配で流量を変化して、河床の変動の様相、および流速、水深の変化等を実験的に求めている。図-8 は A, B, C 三種の砂からそれぞれ代表的と思われるものにつき、平均流速 u_{m0} 、水深 h 、勾配 J_0 の関係を引用して示したものである。安芸氏によると、A, B, C 砂ともに S 点で砂の移動が開始され、A, B 砂ではただちに砂漣が発生して流速は減少し、砂漣は漸次生長して T に至りほぼ平衡状態に達する。その後は水深の増加ともない砂の移動は除々に激しさを増し、B 砂では G に至つて砂漣の山は崩れはじめ、H で再び Smooth になることが示された。しかるに C 砂では砂が移動を開始しても砂漣は発生することなく、水深と流速との関係は平滑であつたと説明している。A, B 砂については、砂の移動開始後、砂面が Smooth に維持されていると考えられる状態のときの水流の抵抗法則は式 (1) において $e' \neq 0$, $e < 0$ という特性をもつことが A, B 曲線から予想される。したがつて (8) 式の等一式において常に $M < 0$ となり、河床は不安定となる。一方 C 砂の場合には、図-8 に示されているように、曲線の性質から、水流は砂が移動を開始して後も Chezy また Manning 形式の抵抗法則に支配されていたものと考えられ、このような時は河床は常に安定であつたことを示すもので、著者の理論の妥当性を実証する一事実と考えられる。この場合実験は $F_r < 2.0$ の範囲で実施せられている。

5. 掃流力の増加と河床の変動について

以上二、三の異なつた抵抗法則について、河床の安定領域を論じてきたが、再びここに、抵抗法則が式 (2) の

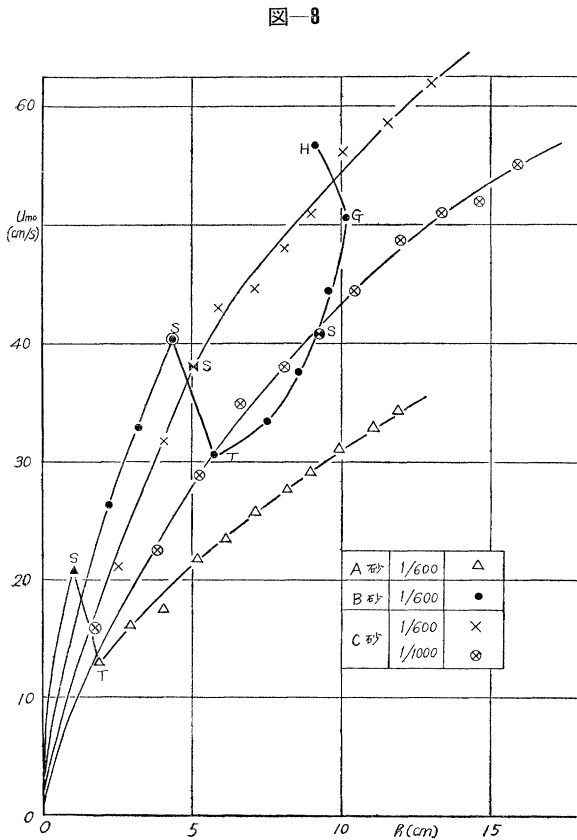
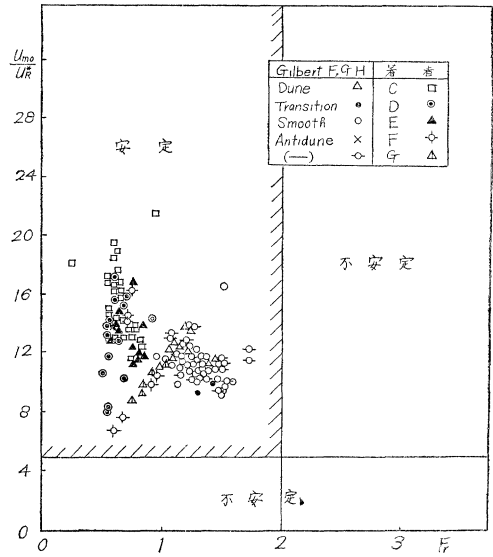


図-8

図-7

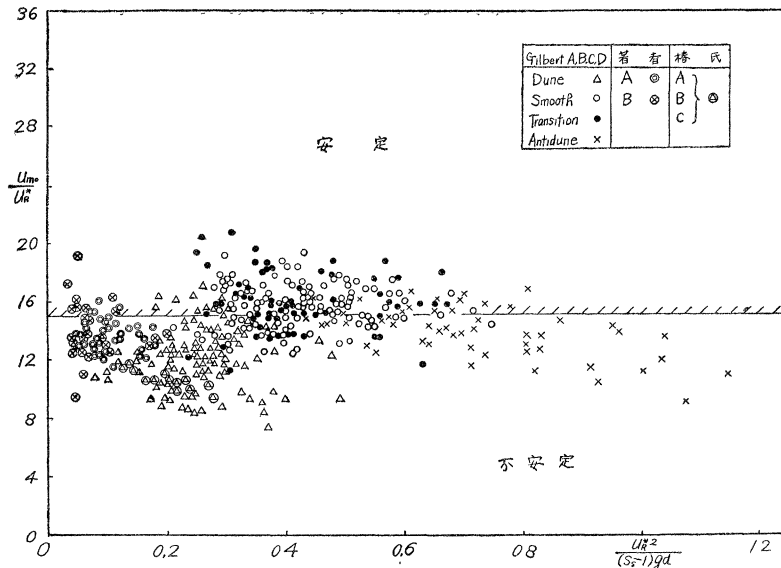


第一式と (7) 式で示される場合について論を進める。この場合、 $F_r < 2.0$ の領域では安定領域は (8)' 式の第一式のみによつて示されるから、 u_{m0}/u_R^* と掃流力 $u_R^{*2}/(S_s - 1)gd$ を Parameter として、その領域を示すことが可能である。図-9 はこの方法で、Gilbert A, B, C, D 砂、著者 A, B 砂、椿氏 A, B, C 砂の実測資料を示したものである。資料はすべて $F_r < 2.0$ のものである。掃流力の増加によつて、Smooth, Dune, Smooth, Antidune の遷移の様相が図式的によく示されている。この場合河床が安定である領域は掃流力にかかわらず $u_{m0}/u_R^* > 15$ で示されるが、実験資料はよくこれを実証していると考えられる。著者の A, B 砂は限界掃流力付近のものであるが、砂によつて限界掃流力はあまり大きい変化はないので、次式で明らかであるように、

$$\frac{u_{m0}}{u_R^*} = 6.25 + 5.75 \log \frac{(S_s - 1)}{J_0} + 5.75 \log \frac{u_R^{*2}}{(S_s - 1)gd} \dots (11)$$

緩勾配である程、限界掃流時の u_{m0}/u_R^* は大きな値を与える。したがつて、図に示すように緩勾配のときは限界掃流時にすでに u_{m0}/u_R^* は 15 より大きな値を与え、掃流力がある程度

図-9



大きくなるまで河床は安定に維持されることが考えられる。この事実は H.K. Lin の実験事実¹⁾と一致して興味深い。また急勾配では図に示すように、限界掃流時に $u_{m0}/u_R < 15$ のことが生ずるのであるが、この場合は砂の始動と同時に河床が不安定となり、砂漣が発生すると考えられる。

6. 結 論

- 1) 粒径がほぼ 1 mm 以上の一様砂は砂漣が発生しがたい。また 1 mm 以下の一様粒径の細砂では砂漣は発生しやすい。
- 2) 砂漣が発生していない状態のときの水流の抵抗法則は、粒径が約 1 mm 以上の一様砂で河床が構成されていると、式 (2) の第一式と (4) 式で示される。また約 1 mm 以下の一様な細砂では式 (2) の第一式と (7) 式で示される。
- 3) $F_r < 2.0$ の領域では、Smooth のときの抵抗法則として式(1) を適用して求められた、河床の安定条件(8) はよく実験事実を説明する。

本研究については神戸大学田中教授、石原助教授の御指導をうけ、京都大学石原教授、岩垣助教授に有益な御教示をたまわつた。また実験および資料の整理について本学卒業生山本英一氏、安井真三氏に御援助を受けた。ここに深謝する次第である。なお資料を借用させていただいた諸先輩に対して感謝の意を表する次第です。

参 考 文 献

- 1) H.K. Liu: "Mechanics of Sediment-Ripple Formation," Pro. ASCE, Vol. 83, No. HYZ, 1~23, 1957.
- 2) G.K. Gilbert: "The Transportation of Debris by Running Water," United State Geological Survey Professional Paper 86, 1914.
- 3) 松梨順三郎: "開水路における移動床の不安定性について—微小振動法による理論的解析—", 土木学会論文集第 61 号 (昭.34.3)
- 4) 松梨順三郎: "限界掃流力付近の流砂に関する研究", 土木学会論文集第 51 号 (昭.32.12)
- 5) 椿 東一郎: "水路床砂礫の掃流量に就いて", 九州大学流体工学研究所報告第 7 卷 4 号 (昭.26.3)
- 6) H.A. Einstein: "The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows," Technical Bulletin, 1950.
- 7) 石原藤次郎, 本間仁共編, 応用水理学 I, P. 39.
- 8) A.G. Anderson: "The Characteristics of Sediment Waves formed by the Flow in Open Channels," Pro. Thurd Mid-western Conf. on Fluid Mechanics, 1952.
- 9) T. Tsubaki: "On the Influences of Sand Ripples upon the Sediment Transport in Open Channels," Rep. of Res. Inst. for Applied Mechanics, Univ. of Kyushu, Vol. II, No. 8, 1953.
- 10) 安芸敏一: "河相論" p. 28. 1944.

(昭. 33. 8. 22)