

# 粘土の動的圧密について

正員 村山 哲郎\*  
正員 柴田 徹\*\*

## ON THE DYNAMIC CONSOLIDATION OF CLAY

By Dr. Eng., Sakurō Murayama, C.E. Member and Tōru Shibata, C.E. Member

**Synopsis :** This is a report of a theoretical and experimental research on the dynamic consolidation of clay. In this paper, assuming that the clay constitution has the rheological model proposed in the preceding paper<sup>1)</sup>, a fundamental formula concerning the dynamic consolidation is derived, and the experimental results are analysed in order to give some quantitative characteristics of dynamic consolidation of clay.

**要旨** 粘土のレオロジー的な特性を示すために、さきに提案した力学モデル<sup>1)</sup>に動的荷重が載荷された場合の圧密沈下量と時間の関係および動的・静的圧密沈下量の関係を示す理論式を導いたのち、動的圧密の効果を支配する要素に対して考察を行い、かつ実験によつて理論の妥当性を検査した。

### 1. 緒 言

列車振動をうける軌道路盤、交通荷重をうける舗装路盤あるいは振動を発生する機械の基礎地盤が粘性土なりなる場合の圧密現象には、例えば動的荷重が圧密におよぼす効果、動的圧密量の推定などの重要な問題があるにかかわらず複雑な現象であるために十分な解明はまだなく、二・三の理論<sup>2), 3)</sup>によつて定性的な傾向の一端が示されているにすぎない現状である。

本論文はこのような現実の粘土の圧密諸特性を解明するために、粘土のレオロジー的観点からすでに提案した力学モデル<sup>1)</sup>(図-1参照)を用いて時間的に一定でない外力を作用させた場合の理論解を求めたのち、実験によつて解の妥当性を検査したものである。

### 2. 動的圧密の理論

Terzaghi の圧密理論の基礎仮定の一つは「土粒子の相互かみ合せによつて構成されている土粒子構造骨格は完全弾性スプリングの作用をなす」であつたが、著者らはすでに提案したごとく<sup>1)</sup>レオロジー的観点からこの構造骨格のモデルとしては弾性スプリングは適当でなくそのモデルには図-1のような下限降伏値( $\sigma_0$ )に相当するスライダーを並列に加えた Voigt 要素(弾性係数  $E_2$ 、粘性係数  $\eta_2$ )にさらに直列に1個のスプリング(弾性係数  $E_1$ )を組み合わせたものを用いなければならないことを明らかにした。ただし Voigt 要素の粘性項( $\eta_2$ )は単純なダッシュポットではなく、粘性式

$$\eta_2 = \frac{1}{A_2 \sinh \left( \frac{B_2 \sigma_2}{\sigma - \sigma_0} \right)} \quad (1)$$

にて与えられる構造粘性を示すものとした。ここに  $A_2, B_2$ ；レオロジー的常数、 $\sigma$ ；全応力、 $\sigma_2$ ；粘性要素に加わる応力である。

さて一次圧密と二次圧密過程では間ゲキ水圧の有無によつて  $\sigma_2$  の大きさに差異があるはずであるから、便宜的に圧密過程を二つに分けて考察することとし、ここではそのうち一次圧密のみについて解明することとする。一次圧密、すなわち間ゲキ水圧が生じている過程では粘土粒子骨格に加わる有効応力が小さいために Voigt 要素の変形が粘土の圧密変形に寄与する効果もまたきわめて小さいと考えられる。従つて

$$\sinh \left( \frac{B_2 \sigma_2}{\sigma - \sigma_0} \right) \approx \frac{B_2 \sigma_2}{\sigma - \sigma_0} \quad (2)$$

となる。また Voigt 要素のヒズミを  $\epsilon_2$  とすれば

$$\frac{d \epsilon_2}{dt} = \frac{1}{\eta_2} (\sigma - \sigma_0)$$

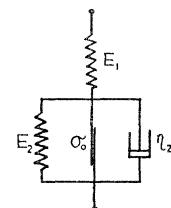


図-1 粘土の力学模型

\* 工学博士、京都大学教授、工学部土木工学教室

\*\* 京都大学講師、工学部土木工学教室



解くと

$$w(y, t) = \frac{2}{H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-s_n r \sin \beta_n y}{E_2 k \beta_n^3} \left\{ p(t) + \frac{k}{A_2 B_2 r} \beta_n^2 p(0) \exp(s_n t) + s_n \exp(s_n t) \int_0^t \exp(-s_n t) p dt \right\} \quad (18)$$

ここに

$$s_n = \frac{-E_2 k \beta_n^2}{r + \frac{k}{A_2 B_2} \beta_n^2}, \quad \beta_n = \frac{(2n+1)\pi}{2H} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (19)$$

である。

次に  $p(t)$  として二種類の載荷荷重を考え、その二例について解を求める。

i) 静的載荷;  $p(t) = p_s = \text{const.}$

$$\begin{aligned} w(y, t) &= \frac{2}{H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-s_n r \sin \beta_n y}{E_2 k \beta_n^3} \left\{ \frac{k}{A_2 B_2 r} \beta_n^2 p \exp(s_n t) + p_s \exp(s_n t) \right\} \\ &= \frac{2p_s}{H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \beta_n y}{\beta_n} \exp(s_n t) \end{aligned} \quad (20)$$

式 (20) 中の  $s_n$  (式 (19) に示す) において  $A_2 B_2 = \infty$  として粘性項を除けば Terzaghi の解に一致する。

ii) 振動載荷;  $p(t) = p_d = p_0 + p_1 \cos \omega t$  (ただし  $p_0 > p_1$ )

$$\begin{aligned} w(y, t) &= \frac{2(p_0 + p_1)}{H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-s_n r \sin \beta_n y}{E_2 k \beta_n^3} \left[ \left( \frac{p_0}{p_0 + p_1} \right) + \frac{p_1 s_n^2}{(p_0 + p_1)(s_n^2 + \omega^2)} + \frac{k}{A_2 B_2 r} \beta_n^2 \right] \exp(s_n t) \\ &\quad + \frac{p_1}{(p_0 + p_1)} \left\{ \cos \omega t + \frac{s_n}{s_n^2 + \omega^2} (-s_n \cos \omega t + \omega \sin \omega t) \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

式 (21) において圧密として効果のあるのは指數関数の項のみであるから、この項を  $\bar{w}(y, t)$  とかけば

$$\begin{aligned} \bar{w}(y, t) &= \frac{2(p_0 + p_1)}{H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-s_n r \sin \beta_n y}{E_2 k \beta_n^3} \left\{ \left( \frac{p_0}{p_0 + p_1} \right) + \frac{p_1 s_n^2}{(p_0 + p_1)(s_n^2 + \omega^2)} + \frac{k}{A_2 B_2 r} \beta_n^2 \right\} \exp(s_n t) \quad (22) \\ &= \frac{2(p_0 + p_1)}{H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \beta_n y}{\beta_n} \left\{ \frac{p_0 A_2 B_2 r (s_n^2 + \omega^2) + p_1 A_2 B_2 r s_n^2 + k(p_0 + p_1)(s_n^2 + \omega^2) \beta_n^2}{(p_0 + p_1)(s_n^2 + \omega^2)(A_2 B_2 r + k \beta_n^2)} \right\} \exp(s_n t) \end{aligned} \quad (23)$$

となる。

次に粘土層下面を基準とした圧密沈下量  $\bar{\epsilon}_t$  を求めると、 $\partial \bar{\epsilon}_t / \partial y = \epsilon_t$  であるから、

$$d \bar{\epsilon}_{y=0, t} - d \bar{\epsilon}_{y=H, t} = \frac{k}{r} \left( \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0} - \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=H} \right) dt$$

上式において不透水層のところでは  $d \bar{\epsilon}_{y=H, t}$ ,  $\left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=H}$  はともに 0 であるから、

$$\bar{\epsilon}_t = \frac{k}{r} \int_0^t \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0} dt \quad (24)$$

従つて i) の  $p(t) = p_s = \text{const.}$  の場合には式 (20) の近似解として第1項 ( $n=0$ ) のみを取ると

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_t &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{k}{r} \int_0^t \frac{2p_s}{H} \exp(s_0 t) dt \\ &= \frac{k}{r} \frac{2p_s}{H} \frac{1}{s_0} \{ \exp(s_0 t) - 1 \} \end{aligned} \quad (25)$$

ここに

$$s_0 = \frac{-A_2 B_2 E_2 k \pi^2}{4 A_2 B_2 r H^2 + k \pi^2}$$

である。

また ii) の  $p(t) = p_d = p_0 + p_1 \cos \omega t$  の場合にも同様式 (23) の第1項のみを取り、

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_t &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{k}{r} \frac{2(p_0 + p_1)}{H s_0} \left\{ \frac{4 H^2 A_2 B_2 r p_0 (s_0^2 + \omega^2) + 4 H^2 A_2 B_2 r p_1 s_0^2 + k(p_0 + p_1)(s_0^2 + \omega^2) \pi^2}{(p_0 + p_1)(s_0^2 + \omega^2)(4 H^2 A_2 B_2 r + k \pi^2)} \right\} \{ \exp(s_0 t) - 1 \} \\ &= \frac{k}{r} \frac{2(p_0 + p_1)}{H s_0} \left\{ \left( \frac{p_0}{p_0 + p_1} \right) \left( \frac{1}{1 + \mu} \right) + \left( \frac{\mu}{1 + \mu} \right) + \left( \frac{p_1}{p_0 + p_1} \right) \left( \frac{s_0^2}{s_0^2 + \omega^2} \right) \left( \frac{1}{1 + \mu} \right) \right\} \{ \exp(s_0 t) - 1 \} \end{aligned} \quad (26)$$

二二四

$$\mu = \frac{k\pi^2}{4H^2 A_2 B_2 r}$$

である。

式(25)は静的圧密沈下量( $\bar{e}_{t,s}$ )であり、式(26)は $\bar{e}_{t,s}$ と同一圧密時間における動的圧密沈下量( $\bar{e}_{t,d}$ )を表わすので、 $p_{d,\max} = p_0 + p_1$ のときの動的・静的圧密沈下量の比 $\bar{e}_{t,d}/\bar{e}_{t,s}$ を求めるとき、

式(27)の各項の値は後述の実験の結果、 $H$ が数 cm の程度では右辺第1項および第2項は  $10^{-1}$  のオーダーとなるのに対し、標準圧密試験の結果から  $s_0 = 7.5 \times 10^{-2} \text{ 1/min}$  であり、また振動数  $f = 550 \sim 1980 \text{ cpm}$  の範囲で角速度  $\omega = 3.5 \times 10^3 \sim 1.2 \times 10^4 \text{ 1/min}$  となるために、第3項は  $8.9 \times 10^{-11} \sim 8.4 \times 10^{-12}$  となつて第1,2項に比して無視できるので

となる。従つて  $\bar{e}_{t,d} = \bar{e}_{t,s}$  となるような動的応力と等しい圧密効果をもつ静的等価応力  $p_e$  は

$$p_e = p_0 + \left( \frac{\mu}{1+\mu} \right) p_1 \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

にて表わされるが、 $\mu \geq 0$  であるから  $\mu/(1+\mu) < 1$  であり、図-2 に示すように  $p_e$  は  $\mu$  値に支配されて  $\mu \rightarrow 0$  すなわち  $A_2B_2 \rightarrow \infty$  の場合には  $p_e = p_0$ 、また  $\mu \rightarrow \infty$  すなわち  $A_2B_2 \rightarrow 0$  の場合には  $p_e = p_0 + p_1$  となり、粘土の粘性が大きいものほど動的圧密の効果は顕著である。

また式(28)は動的圧密沈下量と静的圧密沈下量の関係式であつて、 $\mu$  値を知れば前者を後者から推定することが可能となる。なお  $\mu$  の値は後述 4. のように実験によつて測定することができる。

### 3. 試料と実験装置

実験に用いた試料は大阪沖積層より採取した粘土で、初期含水量を多くして圧密効果を顕著ならしめるために水を加えつつ練返したものを使用した。物理試験の結果、含水比 68.2%，比重 2.629，*L.L.* 108.6%，*P.L.* 36.6% となつており、その粒度組成は 図-3 に示す。

図-3 粒径加積曲線

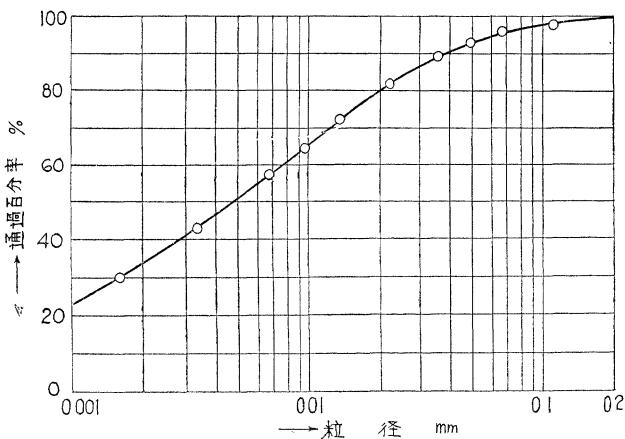
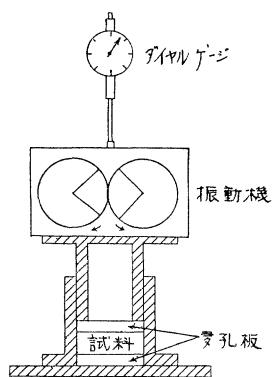


図-4 実験装置の概略



実験装置の概略は 図-4 に示すごときものであつて、直径 6.0 cm、厚さ 2.0 cm または 1.0 cm の粘土試料を円筒に入れ、さらに載荷板兼用の透水性多孔板ではさみ、上下圧を加えた。上下圧  $p(t)$  としては振動機によつて発生され、プランジャーを介して試料に作用される振動荷重と、振動機およびプランジャーの重量よりなるから、すでに 2. で考察した  $p(t) = p_0 + p_1 \cos \omega t$  なる載荷方式に相当する。ここに  $p_0$ ; 静的荷重強度（振動機およびプランジャー重量を表わし、 $p_0$  の大きさは振動機上のおもりを増減することにより変化させた）、 $p_1$ ; 振動力の最大値、 $\omega$ ; 角速度である。振動機は two-mass 式偏心質量型で、偏心質量は位相可変になつており、その駆動には 1/8 HP 可変速型モーターを用い、動力の伝導にはフレキシブル・シャフトを使用した。測定装置として

は振幅およびヒズミ測定にはダイヤル・ゲージを、振動数(起振機回転数)測定にはタコメーターを用いたが、なおアスカニヤ式ハンド・ビブログラフも併用した。

#### 4. $\mu$ 値の測定

式(28)を用いて動的・静的圧密沈下量の関係を求めるためには  $\mu = k \pi^2 / 4 H^2 A_2 B_2 r$  の値を知らねばならない。

標準圧密試験の結果から

$$k = C_v \cdot m_v \cdot r = (7.5 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{min}) \times (1.96 \times 10^{-1} \text{ cm}^2/\text{kg}) \times (10^{-3} \text{ kg}/\text{cm}^3)$$

$$= 1.47 \times 10^{-6} \text{ cm}/\text{min}$$

が得られ、またレオロジー的常数  $A_2 B_2$  は次のようにして求められる。すなわち式(9)よりヒズミ速度 ( $d \varepsilon/dt$ ) を求めると

$$\frac{d \varepsilon}{dt} = A_2 B_2 \cdot \sigma \cdot \exp(-A_2 B_2 E_2 t)$$

となるが、二次圧密過程では過剰水圧は消失するから  $\sigma = p$  (載荷荷重強度) であり、両辺の対数をとると

$$\log \left( \frac{d \varepsilon}{dt} \right) = \log A_2 B_2 p - A_2 B_2 E_2 t$$

となる。従つて  $p$  をパラメーターとして  $\log(d \varepsilon/dt) \sim t$  の関係をプロットし、 $t=0$  に対する  $(d \varepsilon/dt)$  を求めると、

$$\left( \frac{d \varepsilon}{dt} \right)_{t=0} = A_2 B_2 p$$

上式より  $A_2 B_2$  の値が得られるが、ここでは、二次圧密効果は過圧密粘土のクリープに類似の現象であるから、過圧密させた粘土を用いたクリープ試験を行つて  $t$  が十分小さい時 (ここでは  $t=0$  の代りに  $t=10 \text{ sec}$  をとつた) の  $(d \varepsilon/dt) \sim p$  の関係をプロットすることにより 図-5 に示す流動曲線を画いた。図-5 から直線の勾配に相当する  $A_2 B_2$  を求めると

$$A_2 B_2 = 5.4 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{kg} \cdot \text{min}$$

となり、結局

$$\mu = \frac{k \pi^2}{4 H^2 A_2 B_2 r} = \frac{1.47 \times 10^{-6} \times \pi^2}{4 \times \left( \frac{1.0}{2} \right)^2 \times 5.4 \times 10^{-6}} = 2.68$$

を得る。

図-5 ヒズミ速度と荷重強度の関係

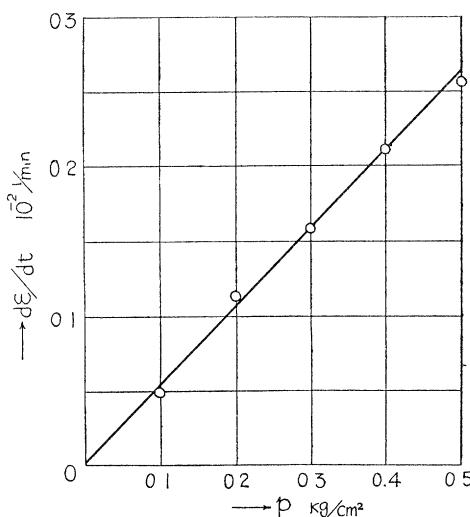
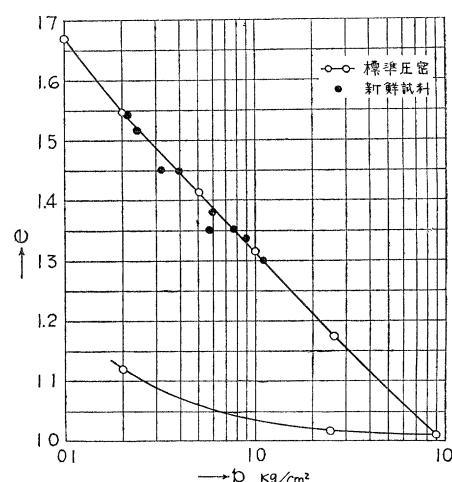


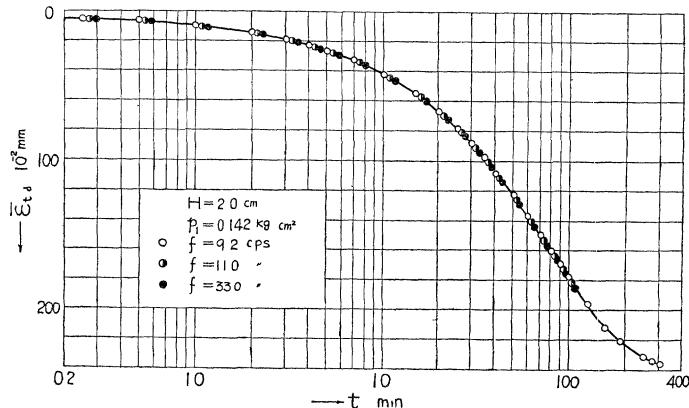
図-6 間ゲキ比と荷重強度の関係



#### 5. 実験結果と考察

まず動的圧密と比較するための標準圧密試験を行い、この結果を 図-6 の○記号の点として  $e \sim \log p$  曲線を求めた。この図から、粘土試料に水を加え十分に練返して圧密試験を行うと、 $e \sim \log p$  関係は直線となることがわかる<sup>6)</sup>。なお、この図で●記号の点は各荷重段階ごとに試料を新しい乱した試料にかえて静的な圧密試験を行つた結果であつて、標準圧密試験のように一試料に一連の増加荷重を加えてゆく方法で得た曲線にはほぼ一致している。

図-7 動的圧密沈下量と時間の関係（振動数変化）



次に載荷方式  $p_d(t) = p_0 + p_1 \cos \omega t$  (ただし  $p_0 > p_1$ ) に対する圧密沈下量～時間曲線 (理論的には式 (26) で表わされる) の一例を 図-7 に示す。この図は振動力 ( $P_{d,\max} = 4.0 \text{ kg}$ , すなわち  $p_1 = 0.142 \text{ kg/cm}^2$ ,  $p_0 = 0.202 \text{ kg/cm}^2$ ) を一定にし, 振動数  $f$  を 9.2, 11.0, 33.0 cps の三種に変えた結果をプロットしたものであるが, 圧密沈下量は振動数のいかんにかかわらず一致している。これは式 (26) あるいは式 (27) において右辺第 3 項が無視できるために沈下量と時間の関係式には振動数の影響を含まないという結果を実証している。

次に振動力  $p_1$  を 0.008, 0.039, 0.195  $\text{kg}/\text{cm}^2$  の三種に変えて (ただしいずれの場合にも  $p_0 = 0.202 \text{ kg}/\text{cm}^2$ , 振動数  $f = 11 \text{ cps}$  は一定), 動的圧密沈下量～時間 (対数) 関係を調べた結果を 図-8 に示す。この図から明らかなように, 振動力  $p_1$  が大になるほど圧密沈下量は当然大きくなるが, これは式 (26) より

$$\bar{\epsilon}_{t,d} = \frac{k}{r} \frac{2}{HS_0} \left\{ p_0 + \left( \frac{\mu}{1+\mu} \right) p_1 \right\} \{ \exp(s_0 t) - 1 \} \quad (26')$$

となつて  $p_1$  の影響を理論的にも説明できる。しかし粘性項を無視した場合, すなわち Terzaghi の力学モデルを使つたときは式 (26)'において  $\mu = 0$  とおいたこととなつて動的圧密沈下量は振動力  $p_1$  のいかんにかかわらず一定となるので 図-8 の結果を説明することができない。なお式 (26)'の指標項  $s_0$  (式 (19) に示す) には  $p_1$  の項を含まないために, 図-8 における 100% 圧密時間  $t_{100}$  はいづれの  $p_1$  に対しても  $t_{100} = 36'$  となつて一致することがわかる。

図-8 動的圧密沈下量と時間の関係（振動力変化）

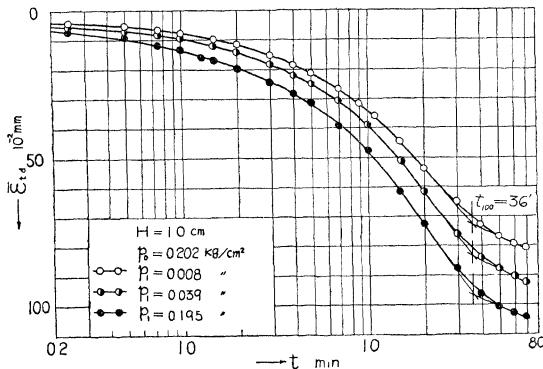


図-9 100% 圧密量と荷重強度の関係

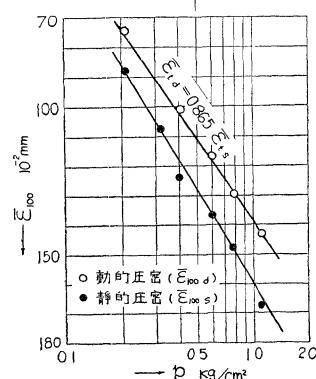


図-9 は動的・静的圧密沈下量の定量的関係を例示するために, 圧密沈下量として 100% 圧密量  $\bar{\epsilon}_{100}$  をとり, これと載荷荷重  $p$  との関係をプロットしたものである。この図において静的な圧密荷重による  $\bar{\epsilon}_{100,s} \sim \log p$  直線は 図-6 の  $e \sim \log p$  直線に対応するものであり, 動的圧密は  $p_0 = p_1$  の場合 (すなわち振動機重量と振動力が等しい場合) について行い, かつ  $\bar{\epsilon}_{100,d}$  は載荷荷重  $p_{d,\max} = p_0 + p_1$  に対してプロットしてある。

すでに述べたごとく式 (28) は動的圧密沈下量と静的圧密沈下量の関係式であつて, この式に 4. で求めた  $\mu = 2.68$  および  $p_0/p_s = p_1/p_s = 0.5$  を代入すると

$$\bar{\epsilon}_{t,d} = 0.865 \cdot \bar{\epsilon}_{t,s}$$

が得られる。この式は図-9中に示し実験結果と比較したが、両者はよく一致することがわかり、従つて標準圧密試験とクリープ試験の結果を用いて動的圧密沈下量が推定できることが明らかとなつた。なお図は省略するが、一次圧密終了後の含水比を測定して  $\log \dot{\rho}$  との関係をプロットすると動的・静的圧密とともに図-9と同じ傾向の図が得られた。

## 6. 結 論

粘土のレオロジー的な特性を示すためさきに提案した粘土の力学モデルを適用することによつて、粘土に動的荷重が載荷された場合の圧密沈下量と時間、および動的・静的圧密沈下量の関係を示す理論式を導いたのち、実験によつてその妥当性を検査した。この結果、明らかになつたおもな事項を要約すれば次のようである。

- (1) 動的圧密沈下量と時間の関係には振動数の影響が無視できる。
- (2) 動的圧密沈下量（あるいは一次圧密終了後の含水比）と載荷荷重の関係は、図-9のように静的圧密の場合と同様に片対数紙上で直線となる。
- (3) (2) の動的圧密沈下量は式(28)を用いて推定できる。従つて動的圧密の効果を支配する主因子はレオロジー的常数  $\mu$  値であつて、粘土の粘性が大きいものほどその効果は顕著である。なお  $\mu$  はクリープ試験によつて測定することができる。

二次圧密ならびにこれとクリープとの関係については引き続き次の機会を得て発表する予定である。

なお、本研究は昭和32年度文部省科学研究費によるもの一部であり、実験には京大大学院学生 浅野 茂君の協力を得た。ここに謝意を表する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) 村山朔郎、柴田 徹：粘土のレオロジー的特性について、土木学会論文集、第40号、1956。
- 2) 村山朔郎、谷本喜一：Dynamical Behaviour of Foundation, Disaster Prevention Research Inst., Kyoto Univ., Bulletin No. 8, pp. 18~24.
- 3) 最上武雄、山口枯樹：The Theory of the Dynamical Consolidation-(1), Reports of the Inst. of Science and Technology, Tokyo Univ., Vol. 8, No. 5, 1954, pp. 209~219.
- 4) 村山朔郎、片山重夫、天野光三：土の粘弾性について、土木学会誌、37卷5号、1952、pp. 219~223。
- 5) 村山朔郎：粘土の粘弾性について、土木学会誌、40卷7号、1955、pp. 344~350。
- 6) G.P. Tschebotarioff: Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures, 1953, p. 257.

(昭. 33. 4. 25)

---

お詫び……論文集第58号表紙のうち、赤井浩一氏の肩書に、正員 工員とあるのは正員 工博の誤植につき慎んで訂正いたします。

---

## 正 誤 表

土木学会論文集第61号(昭. 34. 3)掲載

正員 工博 春日屋伸昌：平均値法に基づく管水路内の流量算定式の誘導

ペー ジ	行	誤	正
39	下から 16	0.756 mm	0.756 m°
41	下から 20	$R_1 = R_2 = \dot{R} \dots = R_n$	$R_1 = R_2 = \dots = R_n$
42	下から 8	残る $n-1$	残る $n-1$
43	上から 12	電子計算機	電気計算機
45	上から 16	$\{n!/1(2n-1)!\}$	$\{n!/1(2n-1)!\}$
46	参考文献	p. 54, p. 15, p. 6, p. 21, p. 300, p. 59, p. 9, p. 140, p. 56,	, を全部・に訂正