

# ロッキング現象における一つの吟味

正 員 畑 野 正\*

## AN EXAMINATION OF THE ROCKING PHENOMENON

By Dr. Eng., Tadashi Hatano C.E. Member

**Synopsis :** The reduction of velocity in the free rocking motion of a rigid body on a rigid base has been hitherto explained on the basis of constant angular momentum. According to this theory, an abrupt reduction of velocity, in other words energy of motion, is justifiable, when the rigid body falls down on the base, even in the ideal case neglecting energy consumption.

This paper reports observations and considerations on the free rocking of the graphite prisms on various bases, and it has been clarified that the application of the law of constant angular momentum is not suitable and the reduction of energy must be explained by sliding, elasticity, sound or others.

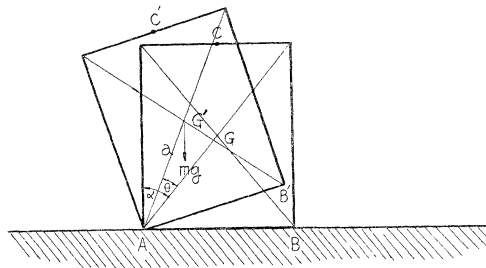
### 1. 緒 言

著者は先に“振動実験における模型相似律”<sup>1)</sup>においてグラファイト角柱のロッキング現象の実験を行い、その運動方程式によつて表わされる理想的ロッキング現象が実験的にかかなりよく成立する事を示した。しかしこの際ロッキングする物体の回転端が他端に移るとき、従来地震学者の間で採用されている理論が再吟味を要するものであることを指摘しておいた。ロッキング現象は墓石の転倒、その他によつて実際に起こつた地震の規模を論ずる上で相当重要な問題と考えられ、また基礎的な振動問題としても興味あることと思われるので、以下角柱の場合を例にとつて、簡単にこの問題に触れることにする。

### 2. ロッキングの減衰に対する従来の取扱いとこれに対する批判

ロッキング現象の数理的取扱いは古く木村 隼、飯田汲事<sup>2)</sup>両氏によつて始められ、この取扱い方法が今日まで是認されて各種の計算に用いられている<sup>3)</sup>。自由ロッキングおよび強制ロッキングの計算において、ロッキングする物体および地盤が剛体であつて、エネルギーの損失がないという理想的状態を想定して運動方程式を立て、これを解くと実験とかなりよく一致することはすでにのべた<sup>1)</sup>。しかしロッキングの回転端が他端に移るときの条件として、最初の回転端のまわりの角運動量が回転を他端に移す前後において等しいとおくと、回転の前後におけるロッキングの速度は不連続に減少し、その物体のエネルギーもまた急激に減少することになる。いまこれに対する従来の理論を自由にロッキングについて書いてみる<sup>2)</sup>。

図一



図一においてA軸のまわりの回転方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-ag}{a^2 + k^2} \sin(\alpha - \theta) \dots \dots \dots (1)$$

$a$  : 重心よりA軸に下した垂線の長さ,  $k$  : 重心のまわりの回転半径

任意の始角 $\theta$ より初速を与えないで落下させると、始めの位置のエネルギーが次第に運動のエネルギーとなり、B'

\* 工学博士、電力中央研究所 技術研究所、構造研究室

点が B 点の位置にくるときは全部運動エネルギーに変化する。したがってこのときの A 軸のまわりの角速度は次式で与えられる。

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2ag\{\cos(\alpha - \theta_0) - \cos \alpha\}}{a^2 + k^2}} \dots\dots\dots (2)$$

次に回転軸が A から B に移るとき、その前後における角運動量に変化がないという条件をとると、B 軸を回転軸とする回転の最初の角速度  $\omega_0'$  は次式で与えられる。

$$\omega_0' = \frac{a^2 \cos 2\alpha + k^2}{a^2 + k^2} \omega_0 = (0.75 \cos 2\alpha + 0.25) \omega_0 = \sigma \omega_0 \dots\dots\dots (3)$$

ここに  $\sigma$  を変軸速度係数と呼び、衝突のさいにおける速度は不連続に変化し、音、熱、弾性、等によるエネルギー損失を一切考えなくても、角速度、従つて運動エネルギーが減少することを示すことになる。次に初速  $\sigma\omega_0$  から B を軸として回転し、重心 G は始角  $\theta_0$  より上述運動エネルギーの減少分だけ小さな回転角まで上昇して、再び下降し始め、A 軸が落下する直前は途中でエネルギー損失がないとしているから、再び  $\sigma\omega_0$  の速度となる。落下直後は上述の理由で  $\sigma^2\omega_0$  の角速度となつて以下ロッキングをくり返す。かくして角速度は等比級数的に減少し自由ロッキングはとまるというのである。

以上の所論においてエネルギーの消耗を全く考慮に入れないでいながら、結果的にエネルギーが減少してしまうということは奇妙なことである。エネルギー消耗を考慮しなければ、ロッキングする物体に作用する力は重力という保存力のみであるから、エネルギー保存の法則が成立しなければならぬ。「外力の作用をうけないときには、運動量は保存される」という運動量保存の法則を同一回転軸につき回転の前後に適用することには疑問がある。

3. 自由ロッキングの実験とその考察

以上の疑問を明らかにするため、3 cm 角のグラファイト柱の長さ 12,9,6,3 cm の四者を自由ロッキングさせてその速度変化を記録してみた。十分堅固な実験台上に木材の板、鉄のブロック、グラファイトのブロックおよびスポンジゴムの板を水平に固定し、この上に角柱をたてて 12,9,6 cm の三種のものは 図-6,7,8 に示す B 点を軸として回転し、C 点がすべて静止の位置より水平に 2.0 cm だけ右方にあるようにして運動を始めた。3 cm 高さのものだけは 2.6 cm の位置から運動を開始させた。記録は電磁オシログラフを用い、C 점에軽いペークライト製の台上に直径約 0.1 mm のエナメル銅線を 30 回巻したコイルを固定し、このコイルが大型のマグネットの磁界を切るようにした。オシログラフに使用したガルバノメーターは固有振動数 300 c/s、感度 30 mm/mA のものでこれにエナメル銅線を直結して用いた。

この速度計を振動台を用いて検定した結果、 $\pm 0.8\%$  の誤差におさまつた。図-2~5 はこの実験記録であつてこの記録の再現性はきわめて確実である。なお、回転軸を交換する前後の現象は不連続であるからガルバノメーターの追隨性を確かめる意味で、直流増幅による陰極線オシログラフの記録を追加した。

図-4(b'), 図-5(b') がこの一例で、それぞれ 図-4(b), 図-5(b) に対応する。この記録から不連続に速度が変化する場合ガルバノメーターでは 1/200 sec ないし 1/100 sec 程度記録が遅くれる程度で、ほとんど正確に速度の変化を記録し得ることがわかる。

自由ロッキングした場合の状況を観察したものを 表-1 に示す。なお、グラファイト角柱と基礎に用いた各材料との間の静止の摩擦係数を実験して求めた値および角柱の形から定まる  $\sigma$  値と後の議論に必要な  $3/8 \sin 2\alpha$  の値を付記しておく。

これらの記録を用いてロッキングの回数に応じて速度が減少する状況を示したものは、図-6,7,8,9 である。この図の速度の値は A 端または B 端が落下したときのその点の速度の読みであつて、A 端が落下して B 端に移るときの B 端の速度ではない。すなわち不連続変化する場合の直前の値である。これらの図には第一回の落下速度を基にして従来の理論による減衰の曲線をも付記した。これらの図および表からロッキングの速度減衰の原因が推察される。すなわちロッキングする物体と基盤との間の摩擦、弾性変形および角柱の形態が速度減衰に重要な役目をなし、更に運動途中の空気の抵抗、落下時に発生する音、等がまた影響を与えるものであると推定される。

まず rocking と sliding を生ずる限界を考察してみよう。A を軸として落下し B' が B に来る直前における、重心 G に作用する水平方向の慣性力は式 (1) を用いて次のようになる。

$$ma \frac{d^2\theta}{dt^2} \cos \alpha = -\frac{3}{4} mg \sin \alpha \cos \alpha \dots\dots\dots (4)$$

ここに m : 角柱の質量

図-2 (a) Free rocking of a graphite block ( $12 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a wooden plate.  
(recorded with electro-magnetic oscillograph)

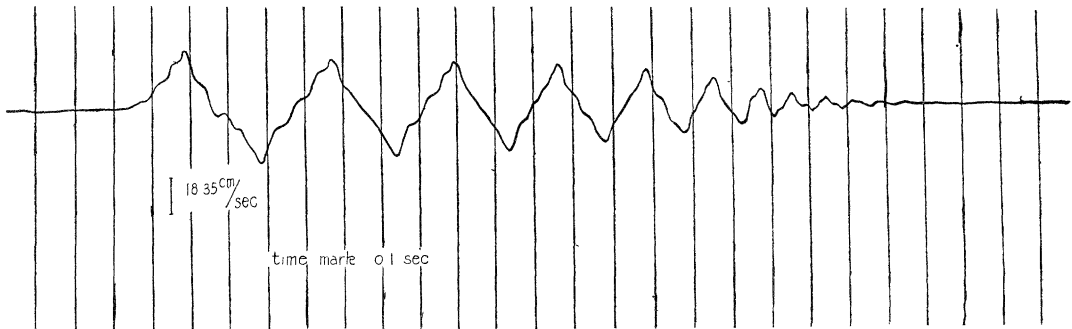


図-2 (b) Free rocking of a graphite block ( $12 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a iron block.

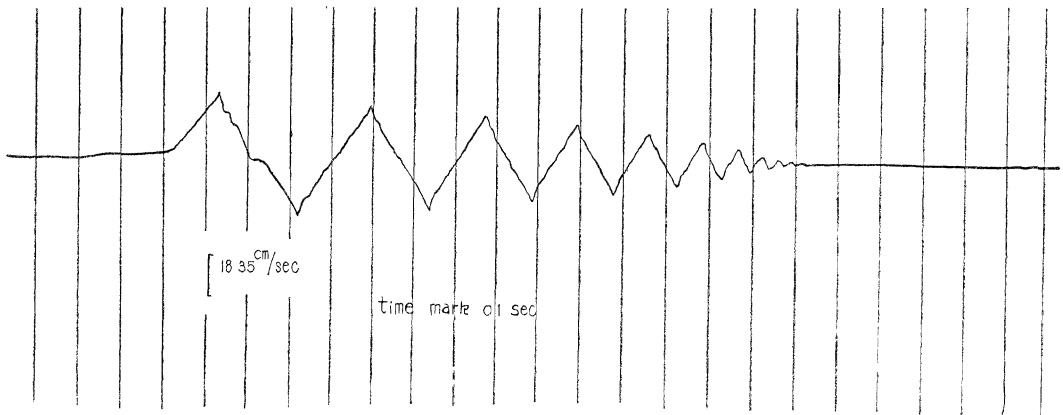


図-2 (c) Free rocking of a graphite block ( $12 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a graphite block.

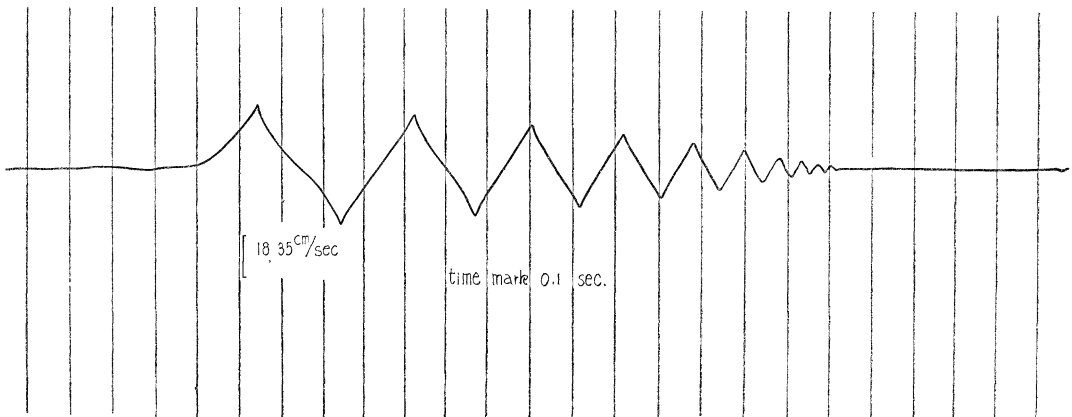


図-2 (d) Free rocking of a graphite block ( $12 \times 3 \times 3$  cm prism) on a sponge gum plate.

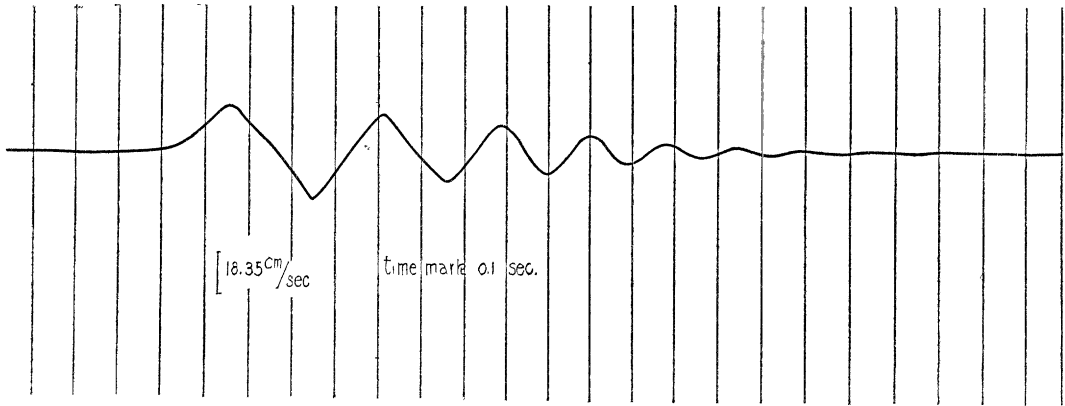


図-3 (a) Free rocking of a graphite block ( $9 \times 3 \times 3$  cm prism) on a wooden plate.

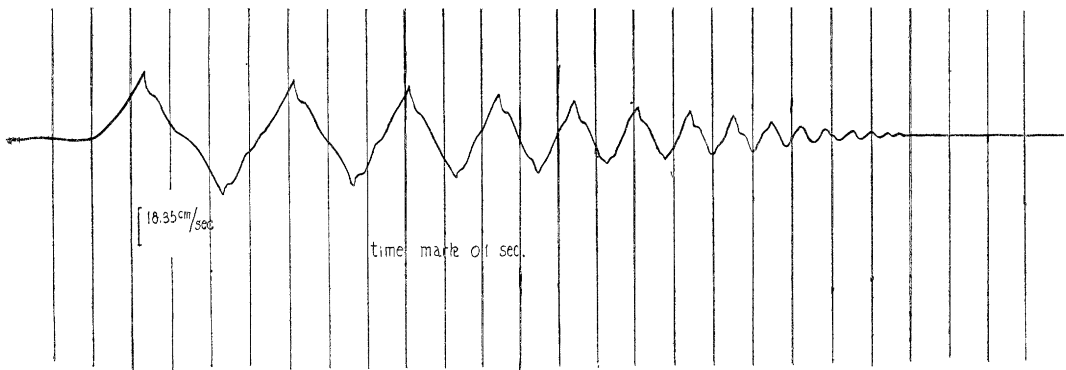


図-3 (b) Free rocking of a graphite block ( $9 \times 3 \times 3$  cm prism) on a iron block.

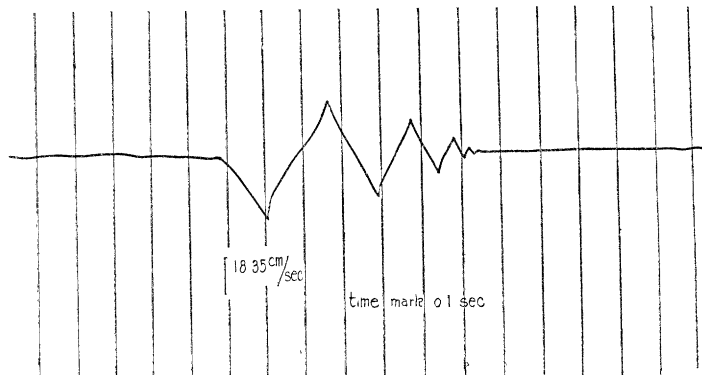


図-3 (c) Free rocking of a graphite block ( $9 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a graphite block.

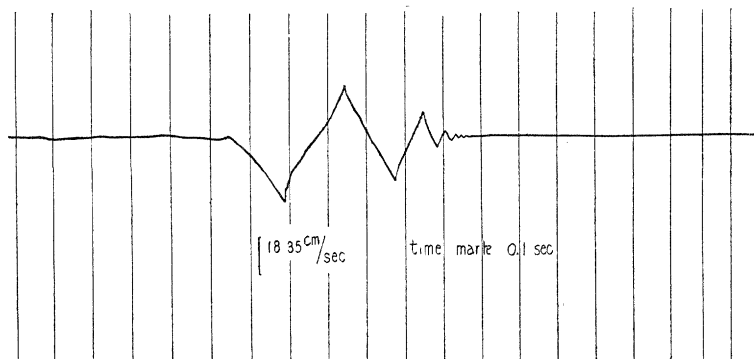


図-3 (d) Free rocking of a graphite block ( $9 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a sponge gum plate.

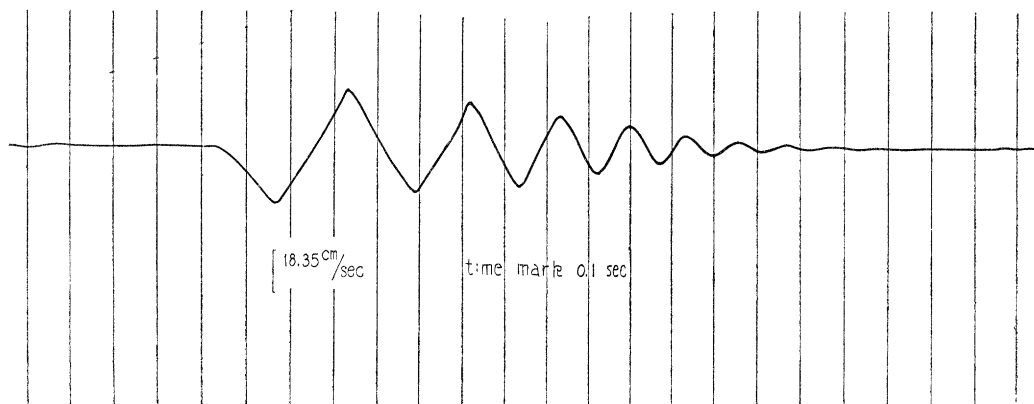


図-4 (a) Free rocking of a graphite block ( $6 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a wooden plate.

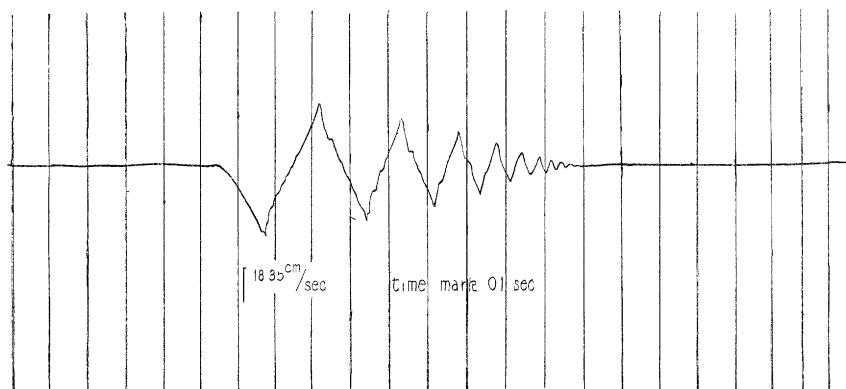


図-4 (b) Free rocking of a graphite block ( $6 \times 3 \times 3$  cm prism) on a iron block.

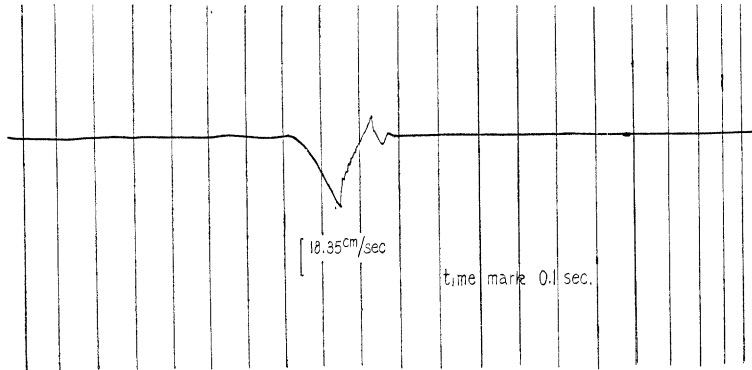


図-4 (b') Free rocking of a graphite block ( $6 \times 3 \times 3$  cm prism) on a iron block.  
(recorded with cathode ray oscilloscope)

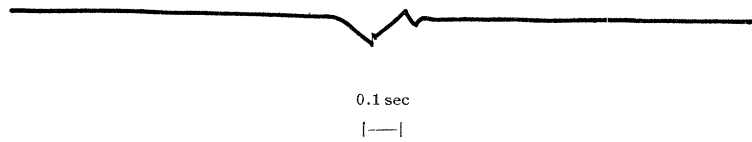


図-4 (c) Free rocking of a graphite block ( $6 \times 3 \times 3$  cm prism) on a graphite block.

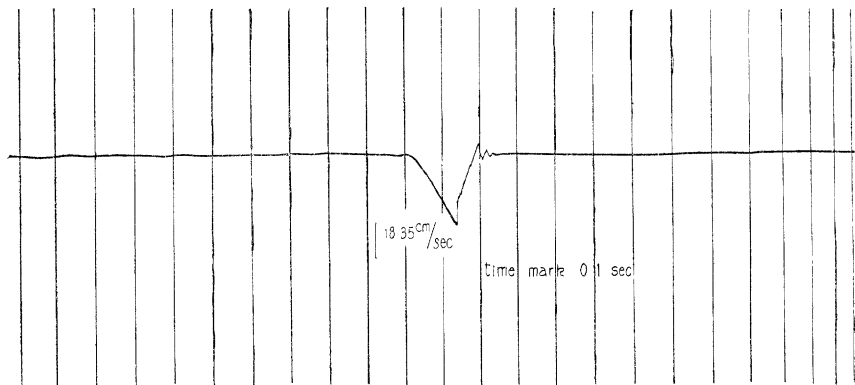


図-4 (d) Free rocking of a graphite block ( $6 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a sponge gum plate.

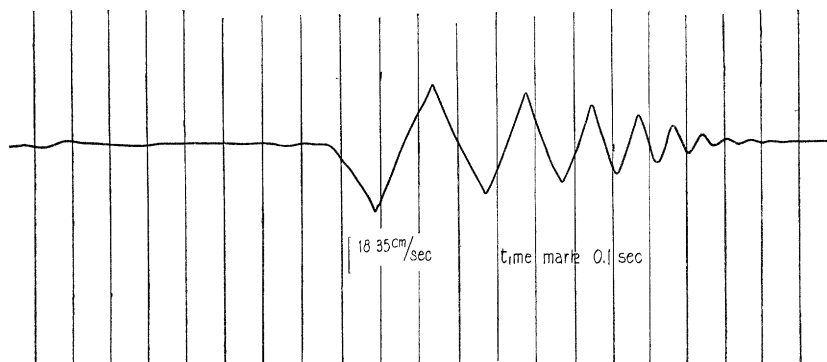


図-5 (a) Free rocking of a graphite block ( $3 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a wooden plate.

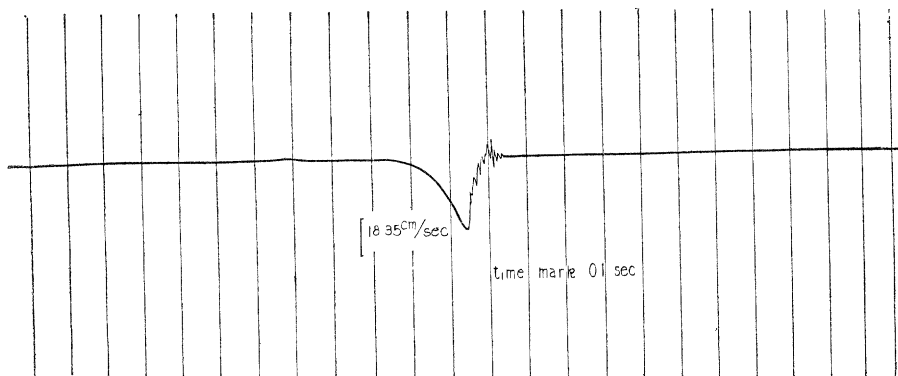


図-5 (b) Free rocking of a graphite block ( $3 \times 3 \times 3$  cm prism)  
on a iron block.

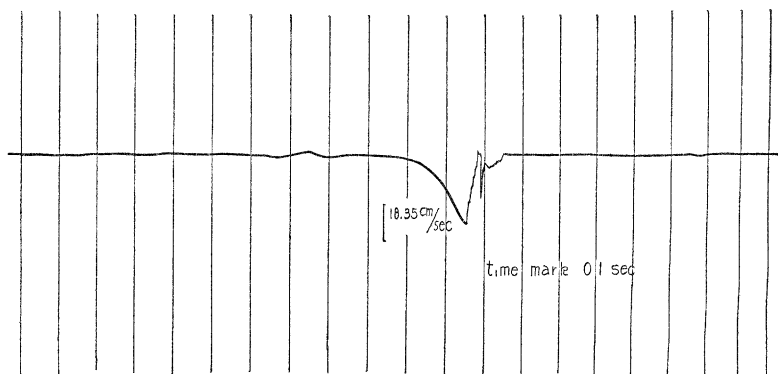


図-5 (b') **Free rocking of a graphite block (3×3×3 cm prism) on a iron block.**  
(recorded with cathode ray oscilloscope)

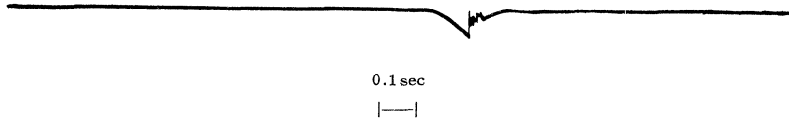


図-5 (c) **Free rocking of a graphite block (3×3×3 cm prism) on a graphite block.**

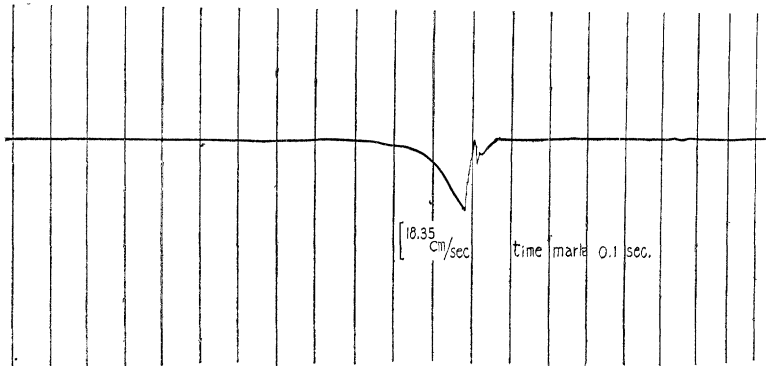


図-5 (d) **Free rocking of a graphite block (3×3×3 cm prism) on a sponge gum plate.**

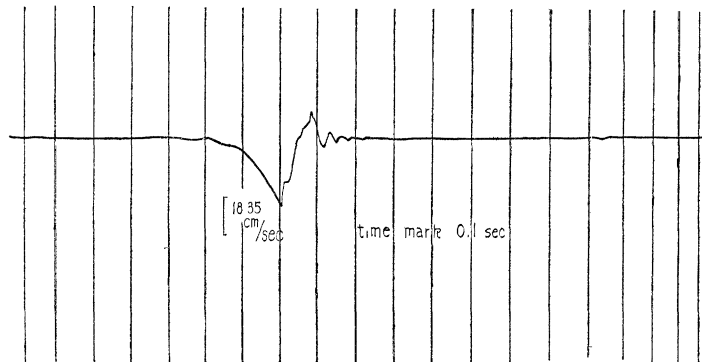


表-1 **Observation on free rocking of a graphite prism**

	prism 12×3 cm	prism 9×3 cm	prism 6×3 cm	prism 3×3 cm	coeff of friction (static)
on a wooden plate	rocking	rocking	rocking	sliding only	0.479
on a iron block	rocking	rocking and sliding	sliding and rocking	sliding only	0.417
on a graphite block	rocking	rocking and sliding	sliding and rocking	sliding only	0.372
on a sponge gum plate	rocking	rocking	rocking	rocking and sliding	0.583
$\sigma$ value	0.912	0.860	0.698	0.250	—
$3/8 \sin 2\alpha$	0.176	0.225	0.301	0.375	—



図-6 Reduction of velocity in the free rocking.  
(12×3×3 cm graphite prism)

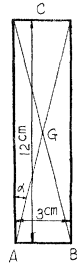
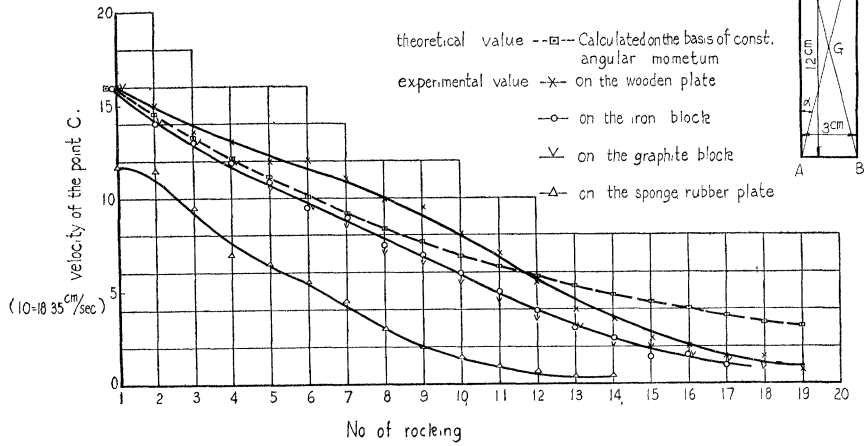
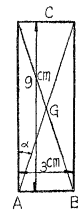
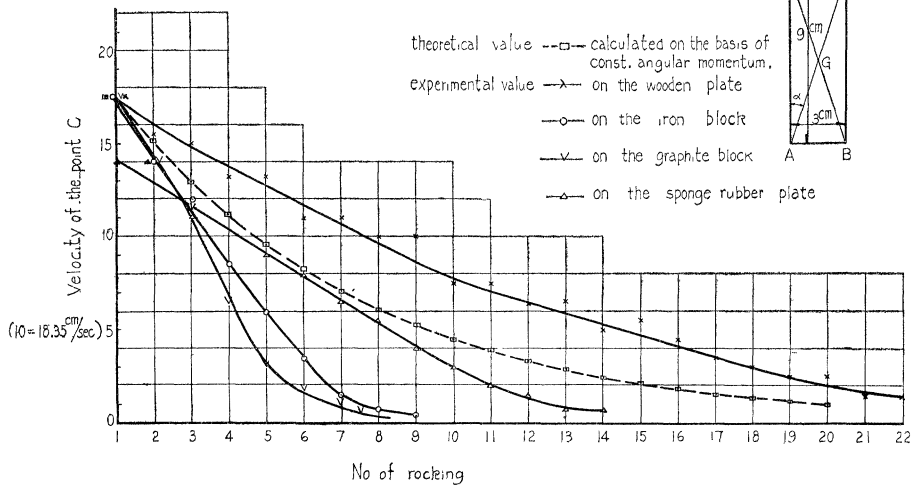


図-7 Reduction of velocity in the free rocking.  
(9×3×3 cm graphite prism)



従つて角柱の底面に作用する摩擦力との比は次のごとくである。

$$\frac{\frac{3}{8} \sin 2\alpha}{\mu} \dots\dots\dots (5)$$

$\mu$  : 摩擦係数

この値が1より大となると滑動が起ることになる。すなわち  $\alpha$  が大きい程、 $\mu$  が小さい程滑動が起りやすいことになり、実験の結果を説明している(表-1の  $\mu$  の値は静止の摩擦係数で、(5)に適用すべきものは動摩擦的な要素をふくみ、表の値より相当小さな値を採用すべきものと考えられる)。滑動が起れば角柱のもつエネルギーは急激に消費され、ロッキングの減衰が非常に早くなる。低いものでは全くロッキングしないで全部滑動にエネルギーが消費される。

次に弾性変形を伴う場合、角柱は基盤に仕事をしてエネルギーが消費される。スポンジゴムを基盤にしたとき高い角柱の減衰の早いのはこのためで、低くなるにつれて減衰が逆におそくなるのは、変形による仕事の量より摩擦の影響の方が大きく現われて滑動を起こさないためと解される。この実験のいずれをとつてもロッキングする場合の速度減衰の度合は従来の理論によつて推定される速度減衰の度合より小であつて、エネルギーの消費を伴わないという前提で一義的に速度減衰の度合を規定する議論に誤があることがわかる。

図-8 Reduction of velocity in the free rocking.  
(6×3×3 cm graphite prism)

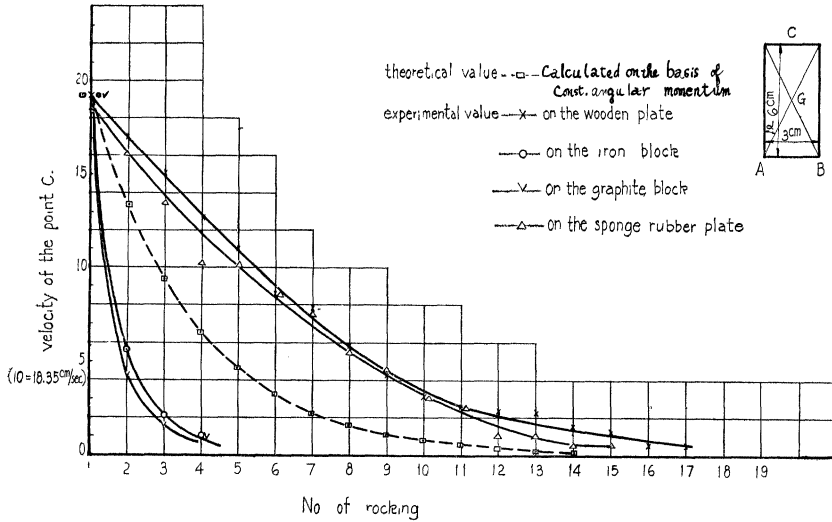
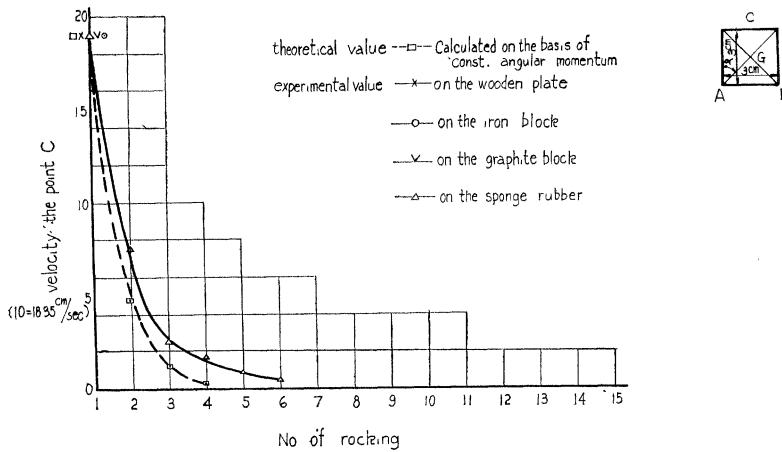


図-9 Reduction of velocity in the free rocking.  
(3×3×3 cm graphite prism)



4. 結 論

以上ロッキング現象において一つの吟味を行つた結果、次のことが明らかになつた。

(1) 従来ロッキングについて求められている運動方程式は実験的にもかなりよく成立するが、回転端を交換する際の速度減衰を説明するための角運動量保存則の適用は訂正されなければならない。

(2) 実際のロッキングにおいて速度の減衰する条件には、ロッキングする物体と基盤との間の摩擦係数、弾性的性質、およびロッキングする物体の形体その他の要素が複雑に関係して来て、従来いわれているような一義的な規定はできない。

【付 記】

本実験の内、直流増幅器を用いた陰極線オシログラフによる測定は当研究所、計測研究室の飯島二郎、多田 確の両氏を煩わしたもので、両氏に対し厚く謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 畑野 正: 振動実験における模型相似律, 土木学会論文集第 61 号, 昭. 34. 3.
- 2) 木村 隼, 飯田淑事: 角柱の踊りについて, 地震第 6 卷, 3, 4 号
- 3) 例えば坪井忠二: 振動論