

土 木 学 会 論 文 集

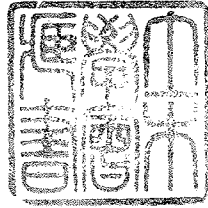
第 61 号・別 冊 (3-1)

発 電 用 河 川 流 量 の 研 究

正 員 工 博 大 久 保 達 郎
工 博 西 原 宏
相 馬 敬 司

TRANSACTIONS
OF THE
JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS
No. 61, EXTRA PAPERS (3-1)
STREAM FLOW FOR HYDRO-ELECTRIC POWER

*By Dr. Eng., Tatsuro Okubo, C.E. Member,
Dr. Eng., Hiroshi Nishihara and Takashi Soma*



March 1959
TOKYO JAPAN

昭 和 34 年 3 月

土 木 学 会

発電用河川流量の研究

正員 大久保 達郎*
西原 宏**
相馬 敬司***

STREAM FLOW FOR HYDRO-ELCTRIC POWER

*By Dr. Eng., Tatsuro Okubo, C.E. Member, Dr. Eng., Hiroshi Nishihara and
Takashi Soma*

Synopsis : A annual average stream flow and a typical year for stream flow, both factors being consistent for the future long term, are to be carefully studied in order to plan hydro-electric power plants.

The estimation of annual average stream flow of a specific year in the future and of stream flow in a coming dry season is also necessary to be previously known for successfully operating the hydro-electric power plants.

From the statistical standpoint, this paper discusses the method of establishing these estimates, which are based on actual data of a comparatively short duration, with data of stream flow being treated as time series samples.

要旨 各種の水力発電の開発計画に際しては、長期にわたり平均的に成り立つ流量を推定し、かつ流況を代表する年を選定する必要があり、発電所の運営に際しては、将来の任意の年の流量を予想し、また調整または貯水池の操作に際しては来るべき渇水期の流量を予知する必要がある。

本文は比較的短期の河川流量の記録につき、これを時系列標本とみなし推測統計学的見地より、これ等の諸問題を考察する方法を実例に基づいて研究したものである。

本文は筆者の電力系統における水火力併用の研究のうちの一編である。

1. 緒 言

水力発電所の容量を決定するに際し、基準となるものはその常時出力 (kW)、年間の発生電力量 (kWh) および調整能力 (尖頭常時出力) である。

常時出力は渇水期における河川の最低流量 (渇水量) により決定され、特にわが国のごとき大電力系統に接続される場合には電力需給の関係よりみて年間最悪の状態における流量に基づいて決定されるのに反し(備考参照)¹⁾、発生電力量は年間の流況により決定され、また調整能力は調整または貯水池の有効貯水量および負荷の形により決定される。

水力の開発計画に際しては、将来長期にわたり平均的に期待される河川の流況を問題とすべきであるが、これらは過去の記録を適当な方法で外挿延長することにより推定される。河川の流況は複雑な自然条件に支配せられ、季節的に変動するのみならず年々相当に変動し、特にわが国のごとく流域面積狭く、分水嶺が互いに入り乱れ、かつ四面海にかこまれ、しばしば台風におそわれる地帯においてはその程度がはなはだしい。このような変動の様相および機構に関して十分な知識が得られないのが現状であつて、真に満足すべき推定方法はまだ知られていない。

その原因の1つは、少なくともわが国においては非常に厳密な解析により推計学的考察を施さんとしても、これに必要な十分長期にわたる記録が得られないためであるから、われわれは年々正確な記録をたくわえてゆくと同時に、これらの記録を最も有効に活用する新しい方法の開発に絶えず努力すべきである。

本文はこの意味において、きわめて短期のわずかの記録に対し、できる限り手軽で実的な時系列解析法の適

* 工学博士, 京都大学教授, 工学部電気工学科, ** 工学博士, 京都大学教授, 工学部電子工学科, *** 京都大学大学院学生

用を試みたものである。

なお、一般に河川の流量は測水所において直接測定せられ、あるいは発電所における発電力より換算して求められているが、これらの測定結果は、少なくとも現状においては相当の誤差を含んでいる。従つて、精度の高い発電計画をたてるためには、まず流量測定の精度向上に十分な努力を払わねばならない。

しかし、現在入手できる流量の記録が相当大なる誤差を含んでいるという理由により、これら流量の記録を基とした本文のごとき研究の価値を疑うむきもあるが、現行の水力の開発計画並びに運営はすべて一応これらの記録を基として行われているのであるから、そのような議論は当たらないと思う。まして本文は方法論を記しているのであつて、引用した例題から得られた結果は二義的なものであり、より正確な流量の記録が得られた暁には本文の方法により求める結果は一層信頼度を増すものと信ずる。

2. 年平均流量

水力発電所の年間または月間の発生電力量の想定並びにこれに対応する併用火力を考慮に入れた経済的な発電計画は、ともに河川の流況をその基礎とする。流況は年間の日流量図または年流況曲線(年流量継続曲線)にて表わされ、水力の開発計画に際しては、これより発電に使用し得ない無効流量をさし引いたものが、負荷さえあれば発電に使用しうる可能発電力となる。例えば 図-1 の年流況曲線においてあらかじめ定められた発電所の最大使用水量に対し、斜線の部分が無効流量であり、太線で示した曲線が有効使用水量であつて、これより可能発電力継続曲線を算出することとなる。従つて、年間の総流量または年流況曲線を知ることは、大なる貯水能力を有する発電所の場合を除き必ずしも必要ではない。

一方、いわゆる河川工学にあつては、むしろこの無効流量に相当する豊水量、特に洪水をその研究の対象とするのであつて、水力の開発計画のための水文統計は、この点において河川工学におけるそれと趣きを異にするものであり、新しい研究分野にぞくする。

既設の発電所または系統に対しては、年間の可能発電力の実績に基づいて将来の年間の可能発電力を外挿推定することができるが²⁾、計画中の発電所に対しては、系統に接続された場合供給可能となるべき年間の発電力を計画地点における流況と、負荷に対しその性能に応じ課せられた操作基準とに基づいて推定しなければならない^{10),12)}。

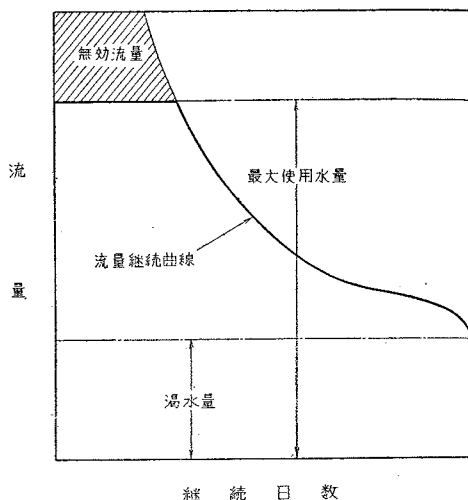
流し込み式発電の場合には発電計画地点における流況に対してあらかじめ最大使用水量を仮定し、これを超過する日の流量は一律にこの最大使用水量に等しいとみなし、例えば 図-1 のごとく、流況曲線のうち最大使用水量を超過する部分を切り取れば、これよりこの発電所の年間の可能発電力を求めることができる。

なお、現在豊水期に負荷がないため発電に使用しえない余剰水力を有し、しかも当分の間これが消化される見込みの少ない電力系統に、新たに流し込み式発電を追加する場合には、余剰水力に相当する流量を無効流量として可能水力より除外するか、あるいは余剰水力を利用する需要に対しては電力料金を割引きするものとして、これに1より小なる係数をかけた上で加算しておくのが安全であるが、近來火力に比べて水力の開発比重が次第に少なくなる傾向にあるので、深夜の余剰水力も次第に消化される見込みも強く、かつ、併用火力として再熱式新鋭火力の建設比重が増加し^{3),4)}、余剰水力のみならず余剰火力に対し揚水式水力が次第に開発されんとする傾向にあるので、本文においては余剰水力はないものと想定する。

調整式発電の場合には、その調整能力並びに電力系統の需要に応じ日流量を適当日数にわたり移動平均した移動平均流量について考察するのであり、余剰水力のみならず、最大使用水量以上の流量もある程度利用することができるのであつて、その利用の程度は有効貯水量と年間の日々の負荷の形とにより定まるから^{10),12)}、その年利用総流量より見掛け上の最大使用水量を想定し、流況曲線のうちこれを超過する部分を切り取れば、これよりこの発電所の年間の可能発電力を求めることができる。

貯水式発電の場合には、もしその貯水池がこれに流入する流量を電力系統の需要に応じ無効流量を生ずることなく全部発電に利用するに十分な能力を有するならば、その使用水量は年間の総流入量に等しいこととなるが、

図-1 流況曲線と有効使用水量との関係



わが国においてはかくのごとき大なる貯水能力を有する発電地点は今後はほとんど見当たらない現状であり、一般には調整式発電の場合のごとく、総流入量のうち、発電所の見掛け上の最大使用水量以下の流量を利用することとなる^{10),12)}。

流量を有効に使用するためには、最大使用水量を大きくとるべきであり、これにより水火力を併用する大電力系統においては、所要の負荷に対し必然的に豊水期に併用火力の発生電力量および発電力を減少して、所要の燃料を節減し、火力の運転機数を減少して補修に十分な期間を与えることとなるが、これがため、この水力、長距離送電線および変電所の年経費が増加するので、最大使用水量の値は経済的見地より定めねばならない。また、これがため火力に比べて水力の比重の大きい系統では余剰水力が発生する可能性が増加する^{10),12)}。

図-2 (a) 年流況曲線 (A 川)

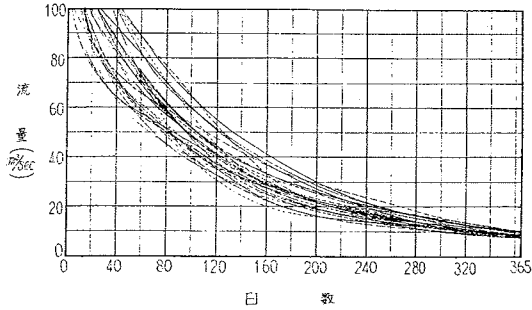


図-2 (b) 年流況曲線 (B 川)

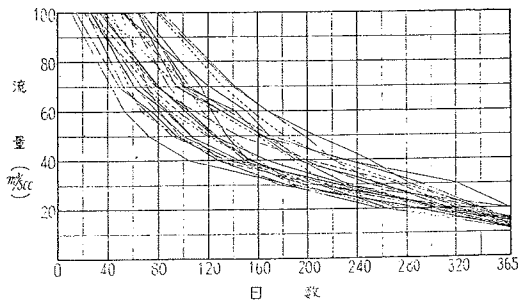


図-3 (a) 1947 年度の日流量図 (A 川)

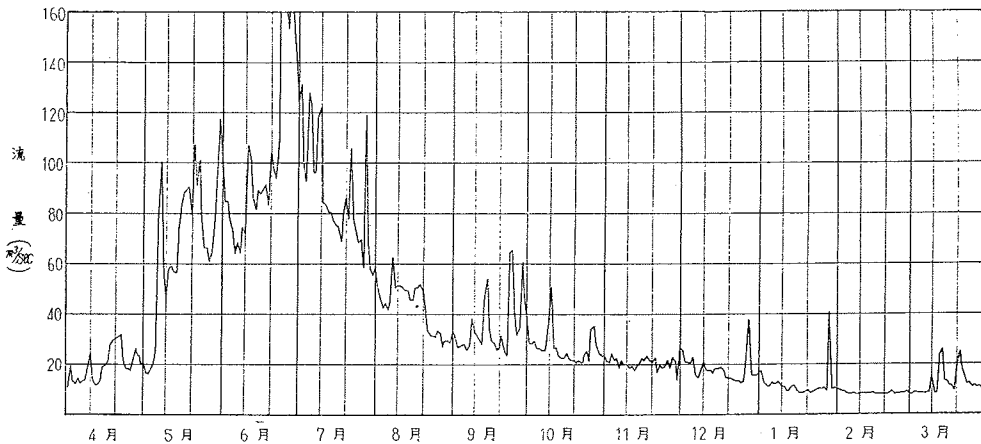
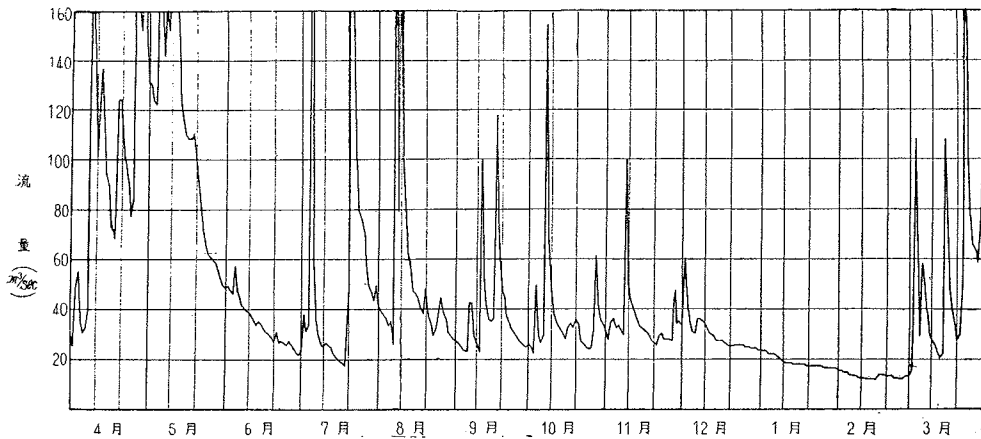


図-3 (b) 1944 年度の日流量図 (B 川)



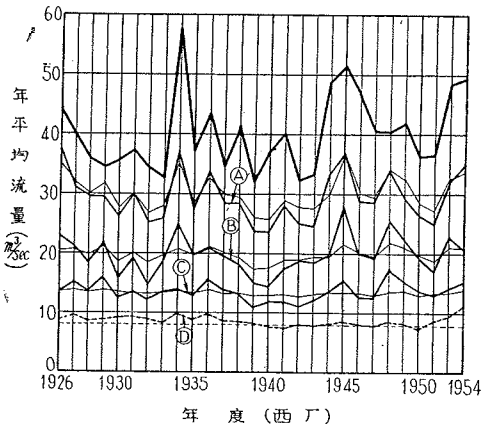
併用力火の発生電力量の減少の程度などは、流況、負荷の構成または系統の水火力の比重などによつて定まる。しかるに、河川の流況は公知のごとくその年総流量の値が毎年異なるのみならず、その年間の流出の状況も毎年異なるのであつて、例えば、A川およびB川の各28年間の年流況曲線を示せば、それぞれ図-2(a), (b)のごとくであり、その日流量図の一例を示せば、それぞれ図-3(a) (1947年度の分のみ) および図-3(b) (1944年度の分のみ)のごとくである。

従来水力の開発計画に際しては、一般に流況曲線、ときには必要に応じ日流量図が使われているが、将来長期にわたり平均的に期待される流況を推定するに当たり、理論的根拠の明確な統計的方法を適用するためには、流量を表わすパラメータとして流況曲線を取りあげることは、現在十分長期にわたる記録が得られないなどの理由により比較的困難であるから(6節参照)、本文においては流量として年平均流量をパラメータとして採用することとする。水火力を併用する電力系統において水力の分担すべき負荷を推定する場合、流量として年平均流量(無効流量を除く可能発電力に相当する流量の平均値)のみを用いてもある程度目的を達することができるのみならず、流況曲線を直接使用するよりも一層正確な結果を求めることができる²⁾。また、例え必要に応じ流況曲線を使用する場合にも、これを規定する主要なパラメータの1つは年平均流量であり、まずこれを求める必要がある。日流量図についても同様である(6節参照)。

この年間の可能発電力に相当する年平均流量を定める場合、次の2つの方法が考えられる。

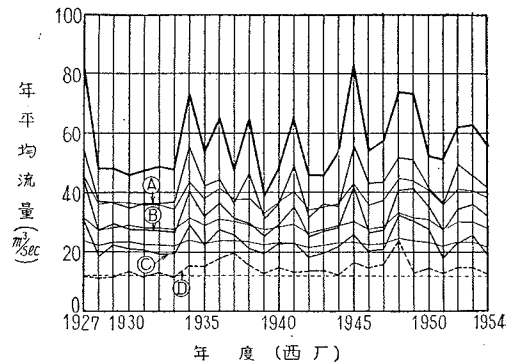
- (1) 各年につき、例えば3カ月、6カ月、9カ月流量または渇水量(本文においては各年の日流量の最低3日平均値とする)を最大使用水量にとり、この年平均流量をパラメータとする。この方法は最大使用水量よりはむしろ年継続日数に主眼をおいたものである。
- (2) 特定年度の渇水量を基準とし、そのある倍数(一般にJにて表わされ渇水倍率といわれている)に相当する流量を最大使用水量にとり、この年平均流量をパラメータとする。この方法は年継続日数よりはむしろ最大使用水量に主眼をおいたものである。

図-4(a) 年平均流量(A川)



- 年平均総流量
 ④ — 各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
 ⑥ — " 6カ月 "
 ③ — " 9カ月 "
 ① — " 渇水量 "
 ④ — 代表年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
 ⑥ — " 6カ月 "
 ③ — " 9カ月 "
 ① — " 渇水量 "

図-4(b) 年平均流量(B川)



- 年平均総流量
 ④ — 各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
 ⑥ — " 6カ月 "
 ③ — " 9カ月 "
 ① — " 渇水量 "
 ④ — 代表年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
 ⑥ — " 6カ月 "
 ③ — " 9カ月 "
 ① — " 渇水量 "

図-4(a), (b)はそれぞれA川およびB川につき上記の2つの方法により算出した年平均流量を暦年(年度)の順に画いた変動曲線である。いずれの方法によるものほとんど同様の結果が得られるが、一般に(2)の方法により算出した場合の方が年々の変動の程度は多少少ないであろう。しかし計画地点の最大使用水量を選定する場合には(1)の方法によるのが合理的であると考えられる。その理由としては、(2)の方法においてもJの値はその最大使用水量に対する年継続日数を一応の基準として選定されるからである。ただし最大使用水量がすでに定まっている既設の発電所に対する流量の研究には(2)の方法により定めた年平均流量が基準となることはいうまでもない。

本文においてはA川およびB川の流量を例にとり、必要に応じ年総流量、3カ月、6カ月、9カ月流量および濁水量の年平均値並びにJの値がA川では6.90、3.08、1.67、B川では4.71、2.89、2.06に相当する場合の流量の年平均値について検討することとする。

なお、上記のJの値は(1)の方法で算定した各年の平均流量について後記の方法により代表年を決定し、その年の3カ月、6カ月および9カ月流量に相当する流量を最大使用水量として算定したものである。この場合の濁水量としては、かりに代表年の最低3日平均値を採用したが、濁水量は備考の方法で定めねばならない。

3. 周期の検討

一般に流量の変動は各年内の季節的変動と年々の変動との両者から成り立っており、更にこれらの変動は潜在的な周期成分と不規則な変動成分とからなるものと考えられている。例えば、A川およびB川の年平均流量はそれぞれ図-4(a),(b)に示すごとく年々複雑な変動を示しているが、わが国の河川の流量は10年程度のかかり顕著な周期成分を含む場合が多いので、年平均流量を推定する場合には、現在わが国で一般に行われているごとく単に過去において得られたすべての記録の平均値をもつて期待値と考えるべきではなく、流量変動の周期性を考慮する必要がある。

換言すれば、過去の年における流量の記録(例えば年平均流量)を統計的に処理する際には、それらの記録を任意標本として取り扱うべきではなく、むしろ時系列標本とみなして分析し、流量変動に含まれる周期成分(潜在周期成分)および長期傾向を考慮しなければならない。

しかし、統計的な処理を施すためには、計算の基礎となる過去の記録はこの周期より更に長い期間にわたるものを用いる必要がある。更に本文の例題のごとく明らかに異常と思われる年が含まれている場合には一層長期の記録を入手することが望ましい。周期成分のほか、長期傾向の存在する場合には更に長期の記録が必要となる。従って流量変動の分析を行うに際し最小限度何年間の記録があれば十分であるかという問題については、一概に断定を下しがたい。

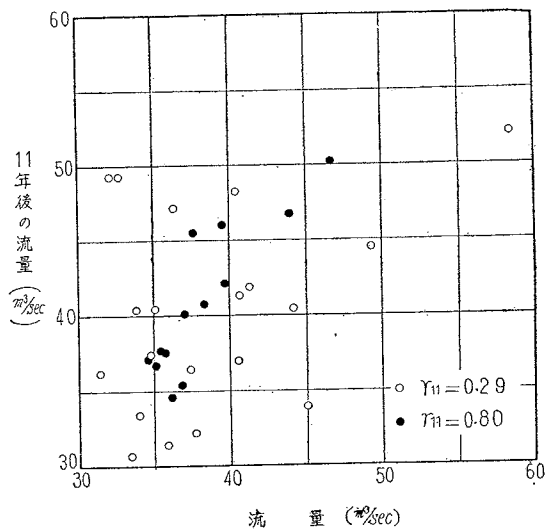
本節は、ごく短期の記録につき河川の年平均流量の変動(変動曲線)に含まれる主要な概周期成分および長期傾向を検討し、4節にはこれらの成分と不規則成分とを分離する具体的な方法について記する。

周期を見出すには、コログラムなどによるいわゆる“時系列解析法”によるべきであるが、わが国においては長期の記録が得られない場合が多いので、それぞれの実例について種々の観点より検討を加え、総合的な判断を下すことが望ましい。次に流量変動の解析に役立つ実際的な方法を順を追って説明する。

(1) 相関図

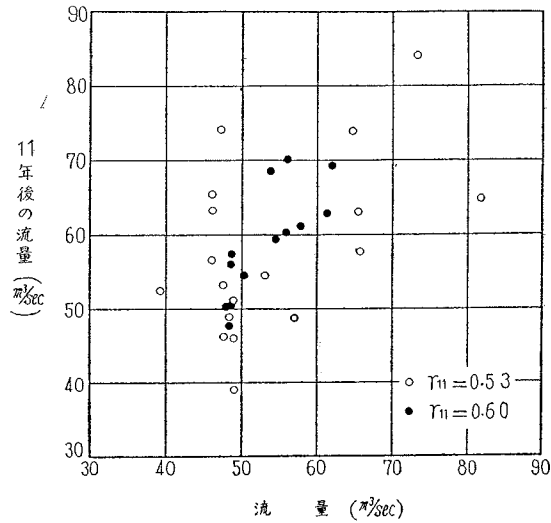
ある年の平均流量を横軸に、それより k 年後の年における平均流量を縦軸にとれば相関図が得られる。相関図は周期の発見にはごく概略の知識を与えるに過ぎないが、異常年を発見分離するには便利である。

図-5(a) 相関図(A川)



○.....各年の平均流量と11年後の年平均流量との相関
●..... $K=2$ に対する3年移動平均を行った場合

図-5 (b) 相関図 (B川)



○……各年の平均流量と11年後の年平均流量との相関
●…… $K=2$ に対する3年移動平均を行った場合

A川およびB川の($k=11$)に対する相関図を示せば、図-5(a),(b)のごとくであつて、顕著な相関関係がないように見えるが、不規則変動成分の影響を軽減した3年移動平均流量(次項参照)の相関は、異常年を除けばある程度認められる。 $(k=10)$ の場合も同様である。これに反しその他の k の場合には相関はほとんど認められない(図面は省略する)。

(2) 移動平均

時系列標本に含まれるこまかい不規則変動成分を除去して平滑化し、あるいは特定の周期成分を抽出または除去するのに移動平均系列を利用する。

いま、時系列標本を $x(1), x(2), \dots, x(i), \dots, x(n)$ (以下、これを $\{x(i)\}$ と略記することがある)とするとき、一般に $(2s+1)$ 年間の移動平均(加重移動平均)は公知のごとく次式で与えられる。

$$y(i) = \sum_{j=-s}^s a_j x(i+j), \quad i=s+1, s+2, \dots, n-s \quad \dots\dots\dots (1)$$

特に重み係数 $a_j=1/2s+1$ なる場合、 $\{y(i)\}$ は算術移動平均である。

例えば、周期 k_0, k_1, \dots, k_s 年なる周期成分(正弦波)の振幅をそれぞれ C_0, C_1, \dots, C_s 倍するためには

$$y(i) = a_0 x(i) + \sum_{j=1}^s a_j \{x(i-j) + x(i+j)\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

のごとき対称な係数をもつ $(2s+1)$ 年移動平均法によることとなる⁵⁾。

従つて K 年周期成分を消去するための最も簡単な移動平均は

$$y_K(i) = a_1 x(i-1) + a_0 x(i) + a_1 x(i+1) \quad \left. \begin{aligned} & a_1 = \frac{1}{2\{1 - \cos(2\pi/K)\}}, \quad a_0 = \frac{-\cos(2\pi/K)}{1 - \cos(2\pi/K)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる。 K の種々の値に対する重み係数 a_1 および a_0 を示せば表-1のとおりである。

また式(3)の移動平均によつて、 K 年周期成分が消去されると同時に、その他の周期成分も影響をうけ、一般に k 年周期成分の振幅は式(3)の移動平均の結果

表-1

K	2	3	4	5	6
a_1	1/4	1/3	1/2	0.724	1
a_0	1/2	1/3	0	-0.448	-1

$$C_K(k) = \frac{\cos(2\pi/k) - \cos(2\pi/K)}{1 - \cos(2\pi/K)} \quad \dots\dots\dots (4)$$

倍される。上式に示した振幅変化率 $C_K(k)$ の値を計算した結果は表-2あるいは図-6(a),(b)のごとくであ

表-2

k	$C_2(k)$	$C_3(k)$	$C_4(k)$	$C_5(k)$	$C_6(k)$
2	0	-0.333	-1.000	-1.894	-3.000
3	0.250	0	-0.500	-1.171	-2.000
4	0.500	0.333	0	-0.447	-1.000
5	0.655	0.539	0.309	0	-0.382
6	0.750	0.667	0.500	0.276	0
8	0.854	0.805	0.707	0.576	0.414
10	0.905	0.873	0.809	0.724	0.618
15	0.957	0.942	0.914	0.875	0.827
20	0.976	0.967	0.951	0.929	0.902

図-6 (a) 3年移動平均による周期成分の振幅変化率 $C_K(k)$

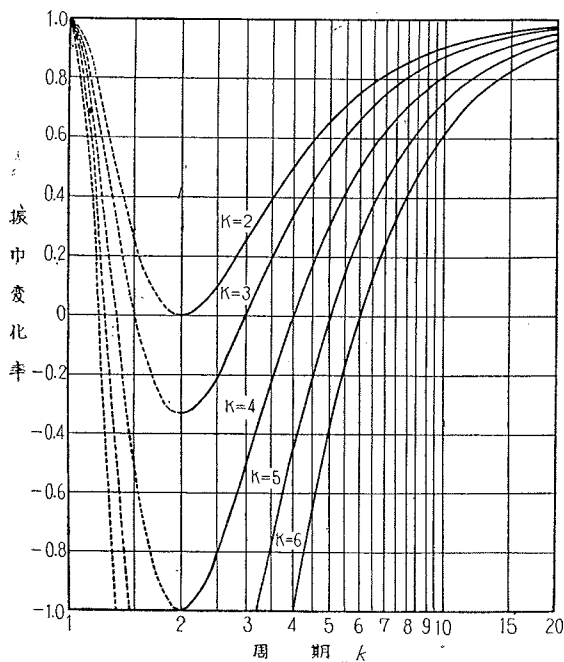


図-6 (b) $K=2$ の3年移動平均をくりかえして行う場合の周期成分の振幅変化率 $\{C_2(k)\}^n$

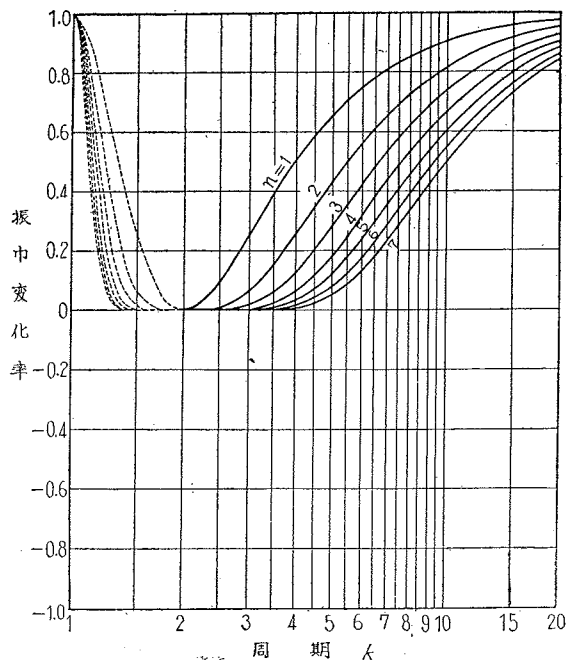
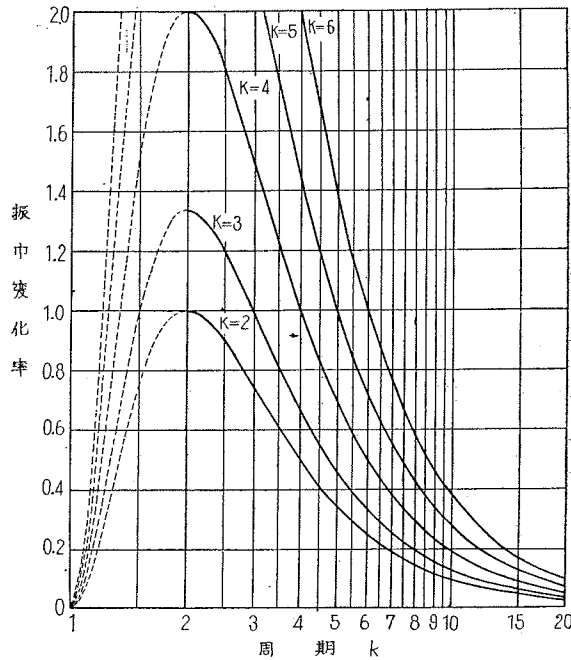


図-6 (c) 式 (6) の3年移動平均による周期成分の振幅変化率 $C'_K(k)$



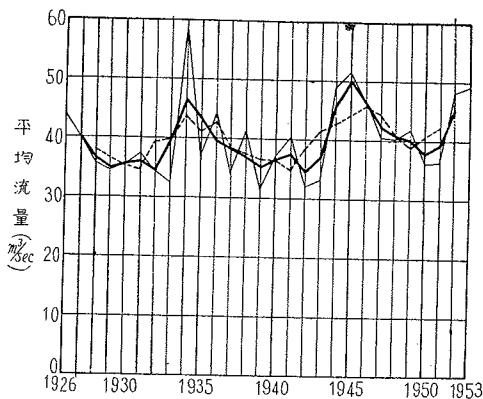
る。同図より、適当な移動平均をとれば、長周期成分をほとんどそのまま保存しつつ短周期成分を効果的に消去しうることが明らかである。

年平均流量の変動曲線に含まれる不規則変動成分ないしは短周期成分を除去して曲線を平滑化するためには式(3)において $K=2$ とおいた移動平均、すなわち

$$y_2(i) = \frac{1}{4} \{x(i-1) + 2x(i) + x(i+1)\} \dots\dots\dots (5)$$

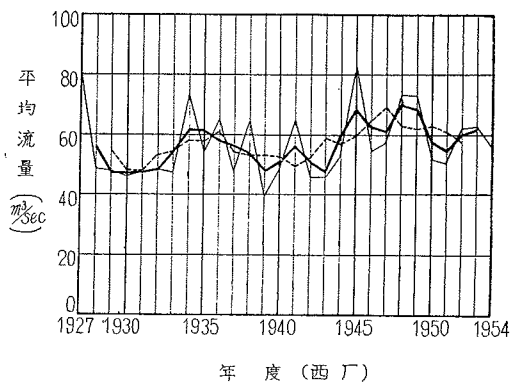
をとるのが筆者の経験上特に効果的である。また5年算術移動平均を用いても同程度の効果が得られる。図-7(a), (b) はそれぞれA川およびB川の年平均総流量並びにそれらの年平均総流量の $K=2$ に対する3年移動平均値および5年算術移動平均値を示したものであつて、年平均流量と比較しこれらの移動平均流量はいずれもいちじるしく平滑化され、11年程度の周期を有する成分の存在することが明瞭となつてくる。標本の大きさは、式(3)または(5)の移動平均により2個あて減少し、5年算術移動平均によつて4個あて減少するから、標本の大小

図-7 (a) 年平均総流量およびその移動平均 (A川)



—— 年平均総流量
 ———— $K=2$ に対する3年移動平均
 - - - - 5年算術移動平均

図-7 (b) 年平均総流量およびその移動平均 (B川)



—— 年平均総流量
 ———— $K=2$ に対する3年移動平均
 - - - - 5年算術移動平均

きを減らしたくない場合には、5年移動平均よりも式(5)の移動平均をとる方が有利である。ことに、わが国の河川の例では移動平均をとることによつて標本の数を減らすのはできるだけ避けねばならない。

また、

$$y'_K(i) = a_1'x(i-1) + a_0'x(i) + a_1'x(i+1) \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

$$a_1' = -\frac{1}{2\{1-\cos(2\pi/K)\}}, \quad a_0' = \frac{1}{1-\cos(2\pi/K)}$$

によつて K 年周期成分の振幅を保存しつつ、直流分や長周期成分を消去できる。 K の種々の値に対する a_1' および a_0' の値は表-3のごとくである。この場合には重み係数の和は零となる。

表-3

K	2	3	4	5	6
a_1'	-1/4	-1/3	-1/2	-0.724	-1
a_0'	1/2	2/3	1	1.428	2

この場合の振幅変化率 $C'_K(k)$ は

$$C'_K(k) = \frac{1-\cos(2\pi/k)}{1-\cos(2\pi/K)} \dots\dots\dots(7)$$

で与えられる。種々の k および K の値に対する振幅変化率は表-4 および図-6(c)のごとくである。

特に移動平均

$$y_2'(i) = \frac{1}{4}\{-x(i-1) + 2x(i) - x(i+1)\} \dots\dots\dots(8)$$

によれば、図-6(c)より明らかなごとく長期傾向ないし長周期成分を有効に消去できる。

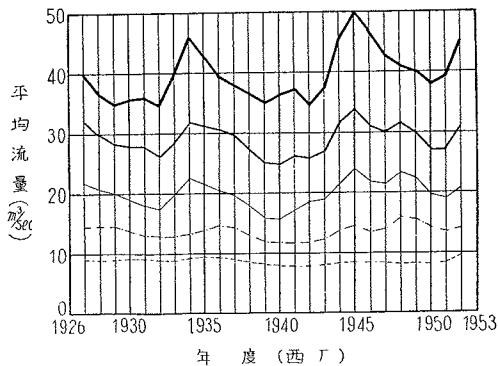
表-4

k	$C_2'(k)$	$C_3'(k)$	$C_4'(k)$	$C_5'(k)$	$C_6'(k)$
2	1.000	1.333	2.000	2.894	4.000
3	0.750	1.000	1.500	2.171	3.000
4	0.500	0.667	1.000	1.447	2.000
5	0.346	0.461	0.691	1.000	1.382
6	0.250	0.333	0.500	0.724	1.000
8	0.146	0.195	0.293	0.424	0.586
10	0.096	0.127	0.191	0.276	0.382
20	0.024	0.033	0.049	0.071	0.098

なお、原系列から式(8)の移動平均系列を引き去つたものは式(5)の移動平均にはかならないから、式(5)の移動平均系列を周期成分の代用とすることもできよう(この実例は4節(2)を参照されたい)。

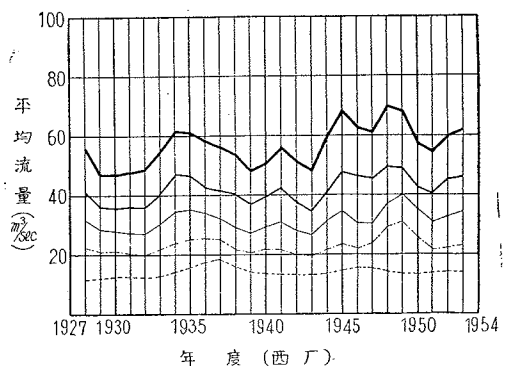
周期 L 年の成分と周期 M 年の成分とを消去するためには、 $K=L$ および $K=M$ に対する3年移動平均を引続き行えばよい。その場合、周期成分 $\varepsilon_k(i)$ は $C_L(k) \cdot C_M(k)$ 倍される。同様にして多数の周期成分を消去することができる。図-8(a), (b)はそれぞれA川およびB川の年平均総流量、各年の3カ月、6カ月、9カ月流量

図-8(a) 年平均流量の $K=2$ に対する3年移動平均(A川)



— 年平均総流量
 - - - 各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
 - - - " 6カ月 " "
 . . . " 9カ月 " "
 - . - " 濁水量 "

図-8(b) 年平均流量の $K=2$ に対する3年移動平均(B川)



— 年平均総流量
 - - - 各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
 - - - " 6カ月 " "
 . . . " 9カ月 " "
 - . - " 濁水量 "

および濁水量を最大使用水量とする場合の各年平均流量の $K=2$ に対する3年移動平均値を示したものであるがそのいずれの場合にも10~13年程度の周期が一層明らかとなっている。

(3) コレログラム

各年の平均流量とそれより k 年後の年の平均流量との相関係数 r_k を年平均流量の系列自己相関係数という。 r_k のグラフがコレログラムである。系列自己相関係数 r_k は時系列標本 $x(1), x(2), \dots, x(n)$ に対して公知のごとく次式で与えられる⁶⁾。

$$r_k = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} \{x(i) - \bar{x}_1\} \{x(i+k) - \bar{x}_2\} / S_1 S_2,$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} x(i), \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=k+1}^n x(i),$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} \{x(i) - \bar{x}_1\}^2, \quad S_2^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=k+1}^n \{x(i) - \bar{x}_2\}^2$$

} \dots\dots\dots (9)

図-9 (a), (b) 並びに 図-10 (a), (b) はそれぞれA川およびB川の各年平均流量 (図-4 (a), (b)) および $K=2$ に対する3年移動平均流量 (図-8 (a), (b)) のコレログラムである。

図-9 (a) 年平均流量のコレログラム (A川)

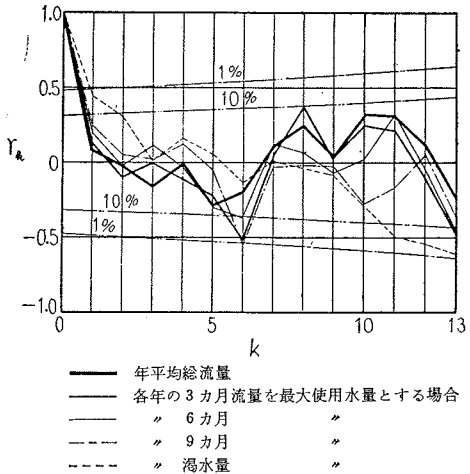


図-9 (b) 年平均流量のコレログラム (B川)

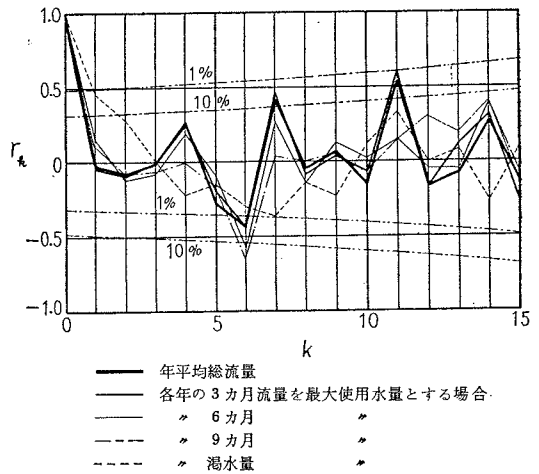


図-10 (a) $K=2$ に対する3年移動平均流量のコレログラム (A川)

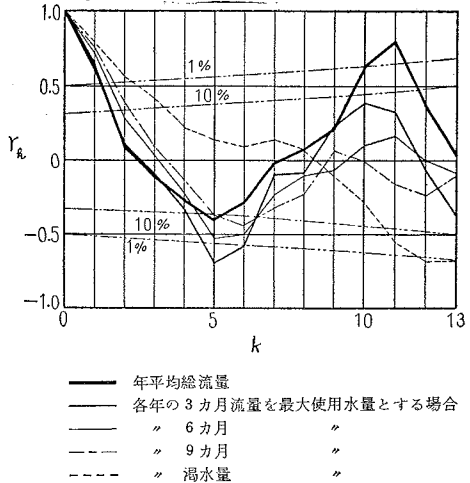
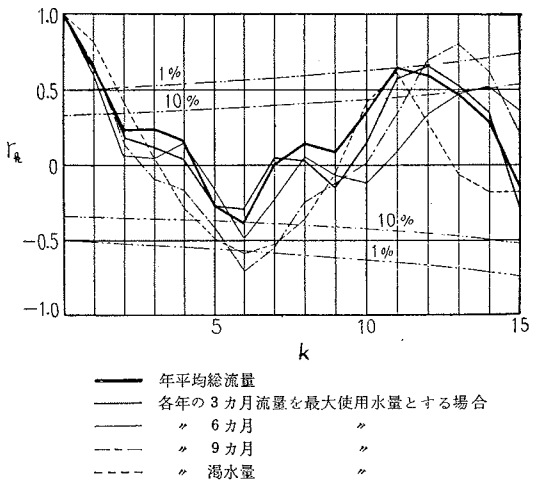


図-10 (b) $K=2$ に対する3年移動平均流量のコレログラム (B川)



コレログラムにはもとの時系列に含まれる周期成分が明瞭に現われるから、不規則変動成分に埋れた潜在周期成分を容易に発見することができる。すなわち周期成分の存在する場合には $k \rightarrow \infty$ に対して $|r_k| \rightarrow 0$ とならないで、コレログラムは原系列の周期成分と同じ周期で変動する。

図-9 および 図-10 の鎖線は 危険率1 および 10% に対する 相関係数の有意水準を画いたものである。危険率 α に対する相関係数の有意水準は、公知のごとく

$$\alpha = Pr\{|r| > r_\alpha\} \dots\dots\dots (10)$$

で定義される。ただし r は無相関正規母集団からの標本相関係数である。すなわち標本値から算出した相関係数の絶対値が r_α より大なるときは、問題の2変量の間に関係がないという仮説を、危険率 α をもつて棄却することができる。系列相関係数の完全な有意水準表はまだつくられていないので⁶⁾、図には通常相関係数に対する有意水準を示した。両者の間には大なる差はないといわれている⁶⁾。また仮説検定法では危険率 $\alpha=5\%$ を慣習的に用いるが、本文では1%有意水準を超えるときには特に有意な相関関係を認め、また10%有意水準に達しない場合には特に有意な相関は認めないこととする。

図-11 (a) 各部分の $K=2$ に対する3年移動平均流量のコレログラム (A川)

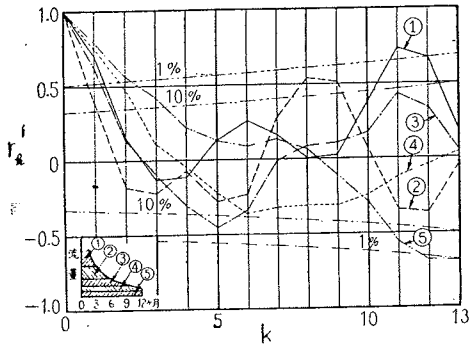


図-11 (b) 各部分の $K=2$ に対する3年移動平均流量のコレログラム (B川)

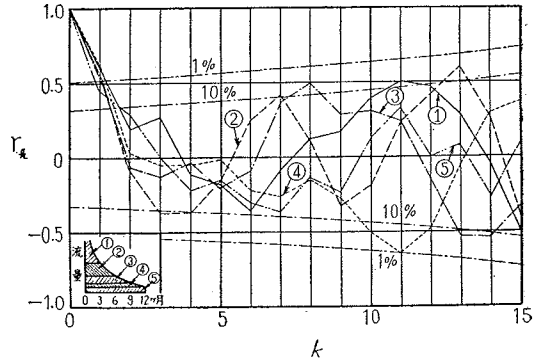


図-9 (a),(b) によれば、原系列に対するコレログラムは10%有意水準にも達しないが、図-10 (a),(b) によれば、 $K=2$ に対する3年移動平均流量のコレログラムは $k=5$ において負の10%有意水準を超えるものがあり、また $k=10\sim 11$ において正の1%有意水準を超えるものがある。従つて原系列から不規則な変動成分ないしは短周期成分を消去することによつて、原系列に含まれる10~11年周期の潜在周期を検出したのである。

河川の年平均流量に10~11年周期を有する成分の含まれることは、気象条件が太陽の黒点数に影響されるという事実に対応するものであろう。

なお、周期成分の実態を調べるため 図-11 (a),(b) にA川およびB川のそれぞれの流況曲線における図示の部分の3年移動平均流量のコレログラムを示してある。これより明らかなごとくA川では継続日数が長くなるに従い周期は一般に長くなり、B川では多少そのような傾向が認められるも一層複雑な変化を示している。

また、同様にして 図-12 (a),(b) にA川およびB川のそれぞれの各月ごとの平均流量のコレログラムを示してある。これより明らかなごとく、A川では5~12月の期間は上記の10~11年の周期が認められるに対し、1~4月にはこれと異なる16~20年の長い周期が認められ、また、B川においても冬季の渇水期には上記の10~11

図-12 (a) 各月ごとの月平均総流量のコレログラム (A川)

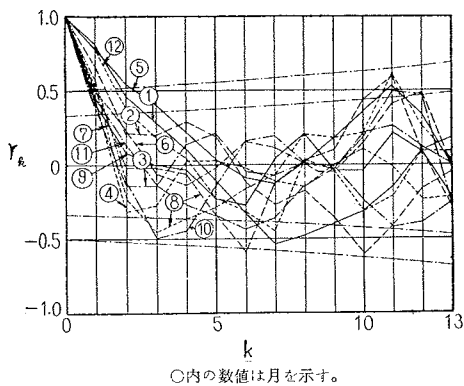
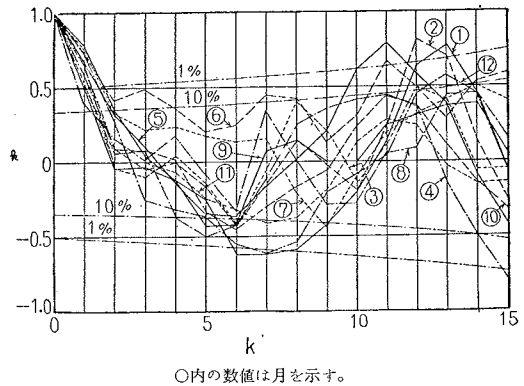


図-12 (b) 各月ごとの月平均総流量のコレログラム (B川)



年の周期よりも多少長い周期が明らかに認められる。

(4) ペリオドグラム

時系列の潜在周期はまたペリオドグラムによつても見出すことができる。コレログラムが系列相関係数のグラフであるのに対し、ペリオドグラムは本質的にはスペクトル分布のグラフである。

しかし、実用的なペリオドグラムはスペクトル分布そのもののグラフではなく、潜在周期の付近で極大を示す便宜的なグラフを画く場合が多い。次に2, 3の簡便な方法を紹介する⁶⁾。

いま時系列 $x(1), x(2), \dots, x(n)$ を次表のように並べ各列の和の系列 $y(1), y(2), \dots, y(k)$ をつくる $\{x(i)\}, \{y(i)\}$ などではあらかじめ平均値を引き去つて平均値が零なる系列にしておく方がよい。

	$x(1)$	$x(2)$	$x(k)$
	$x(k+1)$	$x(k+2)$	$x(2k)$

	$x\{(m-1)k+1\}$	$x\{(m-1)k+2\}$	$x(n)$
和	$y(1)$	$y(2)$	$y(k)$
平均	$\bar{x}(1)$	$\bar{x}(2)$	$\bar{x}(k)$

この和系列 $\{y(i)\}$ について

$$\left. \begin{aligned} A(k) &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^k y(i) \cdot \cos(2\pi/k)i \\ B(k) &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^k y(i) \cdot \sin(2\pi/k)i \\ R^2(k) &= A^2(k) + B^2(k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

を計算すれば、 k の値が求むる周期に一致する点で $R(k)$ のグラフに極大(最大ではない)が現われる。 $R(k)$ のグラフを Schuster のペリオドグラムという。

また系列 $\{y(i)\}$ の分散 $\delta^2 y(k)$ と原系列の分散 σ^2 との比のグラフを Whittaker-Robinson のペリオドグラムと称することがある。このグラフも k の値が求める周期に一致する付近で極大となる。

さて、本文の場合には見出しとする周期の長さに対して、与えられた記録の数が十分多くないから、これらの方法をそのまま適用するのは適当でない。すなわち、上記のごとく記録を k 個あての組に分けて m 行 k 列の行列の形にした場合、一般に最後の行に端数を生ずる。この際、和系列 $\{y(i)\}$ のかわりに例えば平均値の系列 $\{\bar{x}(i)\}$ をとるのも一つの方法であろう。

図-13 (a), (b) はA川およびB川のそれぞれの年平均総流量の $K=2$ に対する3年移動平均値について画いた Schuster のペリオドグラムである。

図-13 (a) ペリオドグラム (A川)

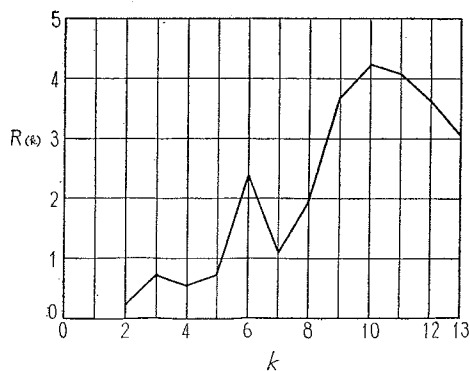
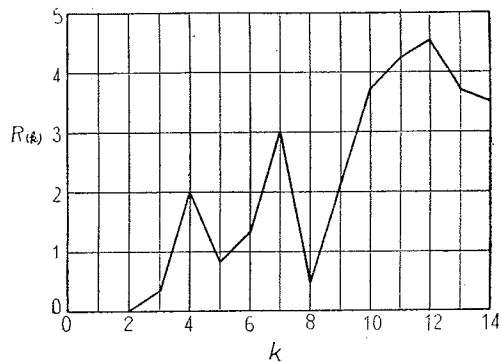


図-13 (b) ペリオドグラム (B川)



ペリオドグラムはコレログラムに比べて多くの手数を要する。本文に引用した例題においてはコレログラムでその目的を達したので、具体的な計算などは省略する。

4. 周期成分の検出

上記の種々の方法によつて変動曲線に含まれる周期成分の周期を発見しえたならば、以下記する2つの方法によつてその振幅および位相を見出すことができる。

(1) 調和分析

一般に2つの周期 L と M とが検出された場合、周期成分

$$\begin{aligned} \xi(i) &= \xi_L(i) + \xi_M(i) \\ &= A_L \cos\left(\frac{2\pi}{L}i\right) + B_L \sin\left(\frac{2\pi}{L}i\right) + A_M \cos\left(\frac{2\pi}{M}i\right) + B_M \sin\left(\frac{2\pi}{M}i\right) \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

を最小自乗法によつて求めるには、公知のごとく方程式

$$\begin{pmatrix} \sum \cos^2(\lambda i) & \sum \cos(\lambda i)\sin(\lambda i) & \sum \cos(\lambda i)\cos(\mu i) & \sum \cos(\lambda i)\sin(\mu i) \\ \sum \cos(\lambda i)\sin(\lambda i) & \sum \sin^2(\lambda i) & \sum \sin(\lambda i)\cos(\mu i) & \sum \sin(\lambda i)\sin(\mu i) \\ \sum \cos(\lambda i)\cos(\mu i) & \sum \sin(\lambda i)\cos(\mu i) & \sum \cos^2(\mu i) & \sum \cos(\mu i)\sin(\mu i) \\ \sum \cos(\lambda i)\sin(\mu i) & \sum \sin(\lambda i)\sin(\mu i) & \sum \cos(\mu i)\sin(\mu i) & \sum \sin^2(\mu i) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_L \\ B_L \\ A_M \\ B_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x(i)\cos(\lambda i) \\ \sum x(i)\sin(\lambda i) \\ \sum x(i)\cos(\mu i) \\ \sum x(i)\sin(\mu i) \end{pmatrix} \dots\dots\dots(13)$$

を解けばよい。ただし上式において \sum は $\sum_{i=1}^n$ をあらわし、また、 $\lambda=2\pi/L$ 、 $\mu=2\pi/M$ である。

特に $\xi_L(i)$ が主要周期成分で $\xi_M(i)$ がその高調波である場合には式 (13) はやや簡単化される。この場合、特に記録の数 n が L の整数倍であると式 (13) の係数行列の対角線上の要素以外は全部零となり、また対角要素はすべて $n/2$ となるから、

$$\left. \begin{aligned} A_L &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x(i)\cos\left(\frac{2\pi}{L}i\right), & B_L &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x(i)\sin\left(\frac{2\pi}{L}i\right) \\ A_M &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x(i)\cos\left(\frac{2\pi}{M}i\right), & B_M &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x(i)\sin\left(\frac{2\pi}{M}i\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

(以下同様)

を得る。これは先のペリオドグラムを求める計算と同じである。

そこで、記録の数 n が主要周期 L の整数倍に等しくない場合には、3節(2)に記した移動平均法を利用して、記録の数を L の整数倍に等しくなるまで短縮すれば、式 (14) を利用できるから調和分析の手数をいちじるしく節減しうる。

A川およびB川の場合には28年間の記録が与えられているのであるが、最長主要周期は10~11年となつている。そこで最長主要周期を11年と考えることとする(これを10年にとつてもよい)。

また本例においては、記録の数が少ない関係上、いわゆる長期傾向の推定は困難であるから、本文においては主要周期(11年)の2倍に相当する22年を基本周期と仮定する。

この問題については長期の記録のある降水量との関連について検討する必要がある、別途発表する¹⁰⁾。

そこで $L=22$ 、 $M=11$ に対して方程式 (13) を解けば $\xi_{22}(i)$ および $\xi_{11}(i)$ が決定される。

なお、 $K=2$ に対する3年移動平均を3度行えば記録の数は22年となるから、基本周期成分とその任意の高調波成分とを式 (14) によつて見出すことができる。

この際、それらの高調波成分は移動平均をとることによつて、表-2 または 図-6 に示したごとく $[C_2(k)]^3$ 倍されているからその補正を行わねばならない。

A川について、まず $K=2$ に対する3年移動平均系列 $y_2(i)$ をつくり、これに式 (13) を適用して ξ_{22} および ξ_{11} を求め、次に $y_2(i)$ より $(\xi_{22} + \xi_{11})$ を引き去つた残差に対して同様に ξ_{11} の第2高調波 $\xi_{5.5}$ を求めた結果は表-5のごとくである。これらの調和成分に表-2 または 図-6 による補正を行えば更に精度は向上するがこのままでも原系列の調和成分とみなして実用上さしつかえない。

また、同じくA川について、 $K=2$ に対する3年移動平均を3回くり返して得られる系列 $y_{2,2,2}(i)$ に対し式 (14) を適用して調和成分を求め、それらに表-2、図-6 による補正を施した結果も参考のため表-5に示した。ただし、1926年を $i=0$ の年とする。

表-5

調和成分	A_{22}	B_{22}	A_{11}	B_{11}	$A_{5.5}$	$B_{5.5}$
$y_2(i)$ と式 (13) より	1.9	-0.4	1.0	-4.0	-2.3	-0.5
$y_{2,2,2}(i)$ と式 (14) より	1.6	-1.0	1.7	-5.2	-3.6	0.8

このようにして求めた周期成分を原系列から引き去つた残差の系列に、なお周期成分が残留していると思われる場合には、残差系列に対して3節(1)~(4)に記した分析をくり返す。すべての周期成分を引き去つた残差系列を本文では $z(i)$ で表わすこととする。

以下の研究には、表-5 第2行目に示した $y_2(i)$ および式(13)から求めた調和成分を採用することとする。

この場合原系列 $x(i)$ を公知のように

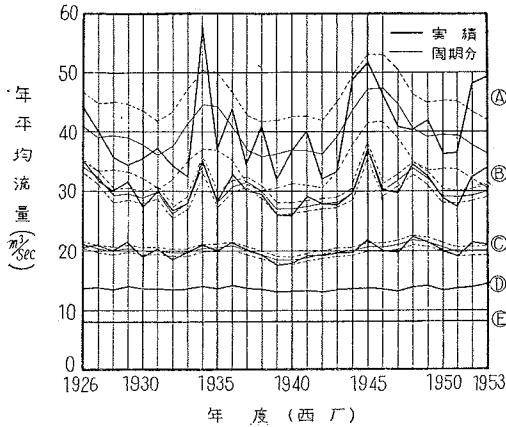
$$x(i) = m(i) + \xi(i) + z(i) \dots\dots\dots(15)$$

のごとく分けて考えることができる。

ここに $m(i)$ は長期傾向を含む $x(i)$ の平均値、 $\xi(i) = \xi_{11}(i) + \xi_{33}(i)$ は周期成分、また $z(i)$ は不規則な変動をする成分である(ここでは $\xi_{22}(i)$ を長期傾向とみなす)。

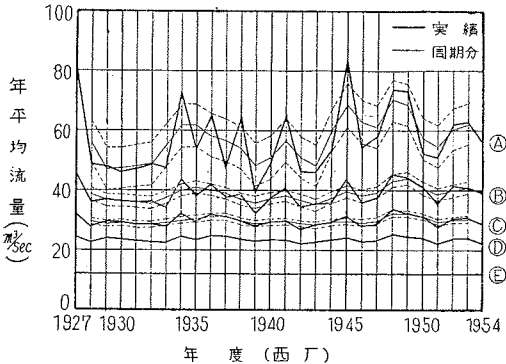
A川およびB川の年平均流量の実績 $x(i)$ およびこれに上記の方法を適用して得られた周期分 ($m(i)$ を加えてある)を図示すれば、それぞれ図-14(a),(b)のごとくである。

図-14(a) 年平均流量の周期成分とその変動曲線(A川) 調和分析法の場合



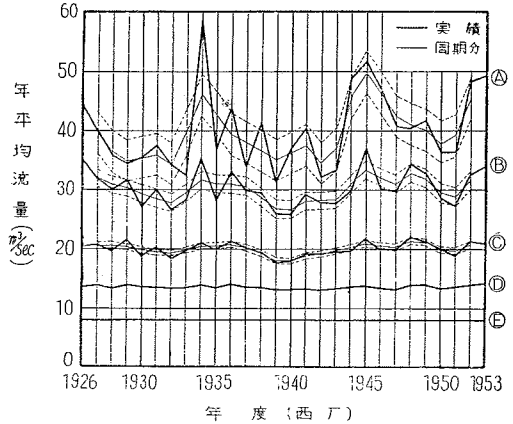
- 点線は 68% 変動域
- Ⓐ 年平均総流量
- Ⓑ 代表年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
- Ⓒ " 6カ月 "
- Ⓓ " 9カ月 "
- Ⓔ " 濁水量 "

図-14(b) 年平均流量の周期成分とその変動曲線(B川) 調和分析法の場合



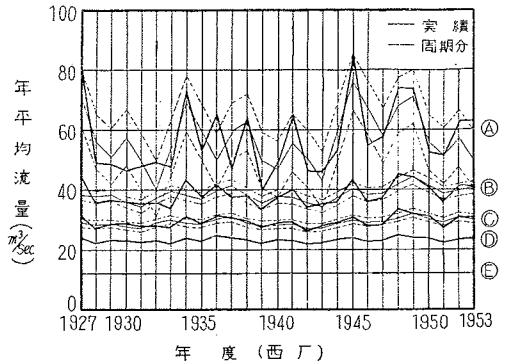
- 点線は 68% 変動域
- Ⓐ 年平均総流量
- Ⓑ 代表年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
- Ⓒ " 6カ月 "
- Ⓓ " 9カ月 "
- Ⓔ " 濁水量 "

図-15(a) 年平均流量の周期成分とその変動曲線(A川) 式(5)の移動平均法の場合



- 点線は 68% 変動域
- Ⓐ 年平均総流量
- Ⓑ 代表年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
- Ⓒ " 6カ月 "
- Ⓓ " 9カ月 "
- Ⓔ " 濁水量 "

図-15(b) 年平均流量の周期成分とその変動曲線(B川) 式(5)の移動平均法の場合



- 点線は 68% 変動域
- Ⓐ 年平均総流量
- Ⓑ 代表年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
- Ⓒ " 6カ月 "
- Ⓓ " 9カ月 "
- Ⓔ " 濁水量 "

このようにして得られた調和成分に対しては有意性の検定を行うべきであるが⁹⁾、本文ではこれを省略する。

(2) 式(5)の移動平均を周期成分とみなす方法

式(5)の移動平均系列を周期成分とみなす簡便法であつて、ほぼ同程度の結果を得ることができる。

上記の例に式(5)を適用した結果はそれぞれ 図-15 (a), (b) のごとく、 図-14 の結果とよく対応していることがわかるが、 移動平均法は例えその操作が簡単であつても、 その内容は複雑なものであるから簡単な結論は下しがたい。

以上2つの方法を比較すると、(1)の方法は理論的には厳密であるが、 標本数の少ない場合には本質的に適用が困難である。これに反し、(2)の方法は比較的標本数の少ない場合にも適用できるばかりでなく、 計算の手数の点において、(1)よりもはるかに簡単であるから、 簡便法として実用性があるものと考えられる。なお、 分布のヒズミは周期成分の中に含まれていると考えられるから、 周期成分を引き去ることによつて分布の非対称性を補正することができる。これは $z(i)$ の非超過確率を画いた 図-16 (5節)からも容易に想像されよう。

5. 長期にわたり平均的に成り立つ年平均流量の推定

年平均流量を分析した結果、最大主要周期 N 年の存在が明らかとなつた場合、 将来長期にわたり平均的に成り立つと期待される年平均流量を推定するには、 前記のごとく単に過去に得られたすべての記録の平均値をとるべきではなく、 その周期成分を考慮に入れる必要がある。

これにより計画年の起点を任意に選定した場合の 流量の平均値の変動を十分小さくすることができるのみならず、 最近の N 年間またはその倍数年間にわたる平均流量をもつて将来の N 年間またはその倍数年間における平均流量の計画値 (Probable Value) とすることができる。

年平均値を求めるには次の2つの方法がある。

いずれの場合にも一般に年流況について行うべきである。 月別流況を問題にする場合にも各月ごとに周期の値が異なるのでは不都合であり、 月別流況から導かれる種々の計画量も、 結局これを年間に総合することとなるからである。

(1) 年平均流量 $x(i)$ から平均値零なる周期成分 $\xi(i)$ を引き去つた残差系列 $m(i) + z(i)$ について考察する方法

4節にも記したごとく、年平均流量 $x(i)$ は式(15)により、 $m(i), \xi(i)$ および $z(i)$ の3つの部分に分けることができ、 $x(i)$ から周期成分 $\xi(i)$ および長期傾向を含む直流分 $m(i)$ を見出してこれを引き去ると不規則成

図-16 (a) 年平均流量の不規則成分 $z(i)$ の確率分布 (A川)

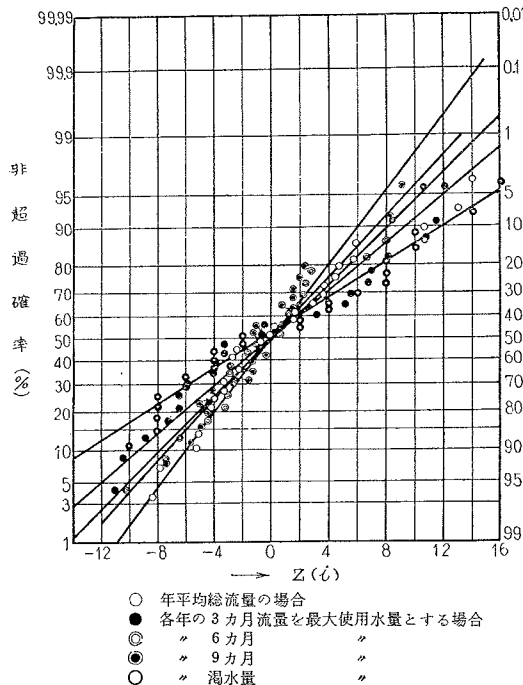
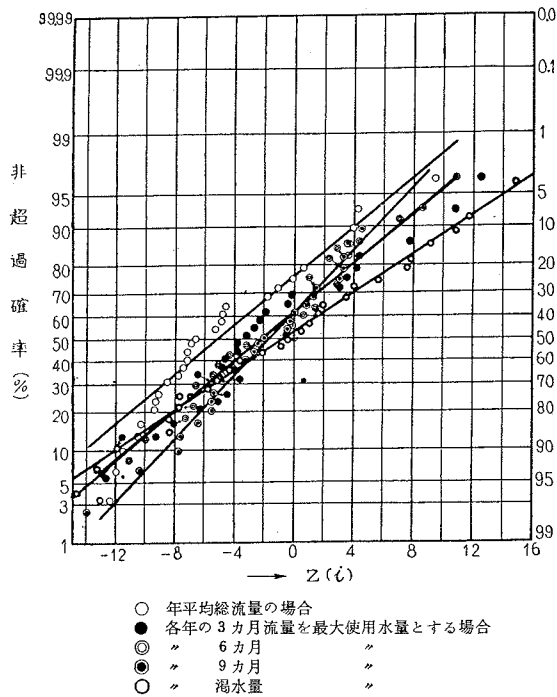


図-16 (b) 年平均流量の不規則成分 $z(i)$ の確率分布 (B川)



分 $z(i)$ のみが残る⁸⁾。この $z(i)$ を大きさの順に並べて Thomas の方法でその非超過確率をプロットすると、AおよびB川につきそれぞれ 図-16(a), (b) のごとく正規確率紙上においてほとんど一直線上に分布し、また中心極限定理の意味を援用すれば、一般に $z(i)$ の大きさは正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従って分布するものと考えてさしつかえないであろう。また検定の結果によれば周期成分 $\xi(i)$ と不規則成分 $z(i)$ との間には有意な相関関係は認められないから、年平均流量 $x(i)$ の分布は規則成分 $\mu(i) + \xi(i)$ のまわりに正規分布 $N(0, \sigma^2)$ をなすものと考えられる。

$z(i)$ を正規母集団 $N(0, \sigma^2)$ から任意に抽出された独立な標本とみなせるものとすれば、 $z(i)$ の母平均を推定することができる。その場合、点推定の意味においては標本平均 \bar{z} を採用すればよい。

この場合 $z(i)$ については必ずしも N 年平均をとる必要はないが、6 節に記する代表年を選定する目的に対しては N 年平均をとるべきである。

しかし流量には予測の不可能な不規則変動成分が含まれているから、平均値として1つの値を指定するよりも不規則の程度を考慮した一定のゾーンを指定する方が好都合な場合がある。そのような場合には標本数を n とするとき、公知のごとく

$$P\{t(n-1)\} \equiv Pr\{|t| < t_0\} = \alpha (\%)$$

なる有意水準 $\alpha\%$ に対する t_0 を求めれば、 $z(i)$ の母平均の $\alpha\%$ 信頼帯が定まるから、年平均流量 $x(i)$ の母平均 $\bar{\mu}_n$ の推定値は

$$\left. \begin{aligned} \text{点推定} & ; \bar{\mu}_n = \bar{m} + \bar{z} \\ \alpha\% \text{ 区間推定} & ; \bar{\mu}_n = \left[\bar{m} + \bar{z} + \sqrt{\frac{s^2}{n-1}} t_0, \bar{m} + \bar{z} - \sqrt{\frac{s^2}{n-1}} t_0 \right] \\ \text{ただし} & ; s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z(i) - \bar{z})^2 / n \\ & ; \bar{m} \text{ は長期傾向を考慮した定数 (直流分)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

で与えられる。式 (16) の方法をA川およびB川の各種の年平均流量に適用した結果は 表-6 のごとくである。ただし表中 () のない数字は点推定の結果を、また () 内は約 68% の信頼区間を示したものである。この場合長期傾向としては便宜上 $2N$ 年周期関数を仮定している。

(2) 年平均流量 $x(i)$ の N 年移動平均流量 $y_N(i)$ について考察する方法

上記のごとく年平均流量 $x(i)$ は周期的に変動する過程 $\mu(i) + \xi(i)$ のまわりに $N(0, \sigma^2)$ に従って分布する母

表-6

流 量	A 川	B 川
年 平 均 総 流 量	40.2 (39.0~41.4)	57.3 (55.8~58.8)
各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合の年平均流量	29.4 (28.7~30.1)	42.2 (40.8~43.6)
各年の6カ月流量を最大使用水量とする場合の年平均流量	20.1 (19.6~20.6)	32.0 (31.0~33.0)
各年の9カ月流量を最大使用水量とする場合の年平均流量	13.7 (13.4~14.0)	23.2 (22.5~23.9)

集団から得られた標本と考えられるから、任意の N 年平均流量 $x_N(i)$ は $\mu(i) + \xi(i)$ の N 年移動平均値のまわりに $N(0, \sigma^2/N)$ に従って分布する。

しかし、 $\mu(i) + \xi(i)$ を N 年移動平均すると N 年周期およびその高調波成分 $\xi(i)$ が消失し、長期傾向を含む母平均 $\mu(i)$ の N 年移動平均値 $\bar{\mu}_N(i)$ のみが残るはずである。従つて、 $x_N(i)$ は $\bar{\mu}_N(i)$ のまわりに $N(0, \sigma^2/N)$ なる分布をする母集団から得られた標本とみなすことができよう。もし N 年周期以外の周期成分が共存している場合には、 N 年移動平均によつて周期成分が完全に除去されるとは限らないが、実際上ほとんど問題にならない程度に減幅する。

いま、 $x_N(i)$ の代用として $y_N(i)$ をつくると、 $y_N(i)$ に含まれる規則成分も $\bar{\mu}_N(i)$ となるが、不規則成分の N 年移動平均は近接した記録が互いに一部重複しているため独立な標本とならない。従つて、この場合には上記(1)のごとき母数の推定法をそのまま適用することは許されないが、標本数 n が N よりはるかに大きくなればさしつかえない。

しかるにこの場合規則成分の変動は一般に極めて小さく、更にあらかじめ長期傾向成分を見出して引き去つておけば近似的に

$$\bar{\mu}_N(i) = \bar{\mu}_N, \bar{m}_N(i) = \bar{m}_N \dots\dots\dots(17)$$

なる定数とみなせるから、 $y_N(i)$ に含まれる変動は不規則成分のみに起因することとなる。

従つて、 N (N は普通奇数) 年平均流量の平均値を

$$\bar{x}_N = \frac{1}{n-N+1} \sum_{i=1}^{n-N+1} y_N\left(i + \frac{N-1}{2}\right) \dots\dots\dots(18)$$

によつて求めることが許されよう。長期傾向の存在する場合には、まず、 $y_N(i)$ から長期傾向を引き去つてから式(18)を計算し、最後に長期傾向を考慮して平均値を求めればよい。

(1)の方法と同様に、等価的に N 年平均流量の分散を求めることもできるが、 N に比して記録の数 n が多くない場合には無理であろう。

なお、この場合には必ず N 年 (あるいは $2N, 3N \dots$) 平均をとることとなる。

以上2つの方法を比較すると、(1)の方法は理論的に厳密であつて、本例のごとく記録の数が少ない場合(2)の方法よりも優れているが、記録の数が十分多く $n \gg N$ となる場合には(2)も(1)と同程度の厳密さを持つこととなる。その上、本例ではこれら2つの方法で得られた結果が実用上一致しており、計算の手数の点よりすれば(2)の方が(1)よりもはるかに簡単であるから、この程度の標本数ならば簡便法としては(2)を採用してもさしつかえないであろう。

6. 代 表 年 の 選 定

水火力を併用する大電力系統における負荷、水力および火力の組合わせの実態を分析することは、水力および火力の各種発電方式や運営条件などの経済的比較を行う上に必要であるが^{10),12)}、1カ年間の日々の出水率を負荷曲線と関連させて想定することははなはだ困難であるから、年平均流量(可能発電力)の計画値を用いて算定する方法を提案した⁹⁾。

長期にわたり平均的に成り立つと期待される年平均流量の想定方法については5節に記したとおりである。

しかし、調整、貯水式のみならず流し込み式発電においても1カ年を通じ日流量図と日負荷曲線の実績とを組合わせて、その年発電力継続曲線を画くに必要な特性値などを算定し、新設発電所の年発電力継続曲線の作製に資さねばならないことがある^{10),12)}。この場合には、長期にわたり平均的に成り立つと期待される日流量図を新たに作製することは少なくとも記録の数の少ない現状においては困難であるから、過去の年のうちより代表的なものと期待される年を選定するよりほかに適当な方法はないものと考えられる。

この際、例えば単に過去において得られたすべての年の平均出水率に最も近い出水率を示す年をもつて代表年とする方法は、必ずしも適当でないことは5節に記したとおりであつて、これには河川の年平均流量が10~11

年程度のかなり顕著な潜在周期を有することを考慮して、まず年平均流量の主要周期成分および長期傾向などを算定し、年平均流量の値がその長期平均値に十分近い年の中より、代表的な流況を示す年を選定しなければならない。

(1) 年平均流量

上記のごとく、代表年であるための第1の条件は年平均流量が適当な値であることである。その場合、5節に記したごときある1つの平均値(計画値)と等しい年平均流量を持つ年を見出すことは一般にほとんど不可能であり、かつ、本節の目的に対しては適当な選定の基準となるゾーンを設定する必要がある。

この場合、注意すべきは

- (i) 5節では流量の平均値を見出すことが目的であつたのに反して、本節では特定の年を見出すのが目的である、
 - (ii) 代表年として採用すべき年はなるべく最近の年が望ましい、
- ことである。

従つて、基準となるゾーンは N 年平均流量から決定することとなる。しかし一般に $n > N$ であつて、 N 個の標本の取り方によつて信頼帯が変動するから、本節では N 年平均流量の変動域を設定して判定の基準とすることにしよう。もちろん最近の N 個の記録のみを採用して信頼帯を決定してもさしつかえないが、標本数の減少する点で感心しない。

次に N 年平均流量の変動域を決定する方法を説明する。

- (i) 不規則成分 $z(i)$ の n 個の記録から

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \{z(i) - \bar{z}\}^2$$

で与えられる不偏分散を求めると、 $z(i)$ は母集団 $N(0, \sigma^2)$ より得られた標本であるから、

$$m(i) + \xi(i) \pm S$$

なる変動域の中に確率約 68% で落ちるものと期待されよう。図-14 および 図-15 の点線はこの方法によつて画いたものであつて、前者は調和分析法、後者は式(5)の移動平均法による周期分に対して求めたものである。

- (ii) $z(i)$ の N 年平均値は $N(0, \sigma^2/N)$ より得られた標本と考えられるが、一般に式(17)の条件が成立するとみなされるから

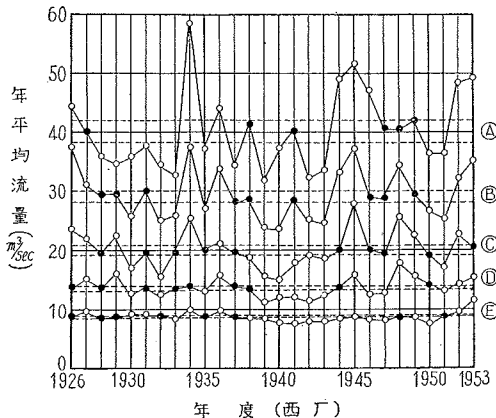
$$\bar{m}_N \pm S/\sqrt{N} \dots\dots\dots (19)$$

なる 68% 変動域をとることが許されよう。図-17(a), (b) の点線はA川およびB川の各種の年平均流量におけるこの 68% 変動域を示したものであつて、●印はこのゾーンの中に入る年である。

なお、A川およびB川について S および S/\sqrt{N} ($N=11$) を計算した結果は表-7のとおりである。

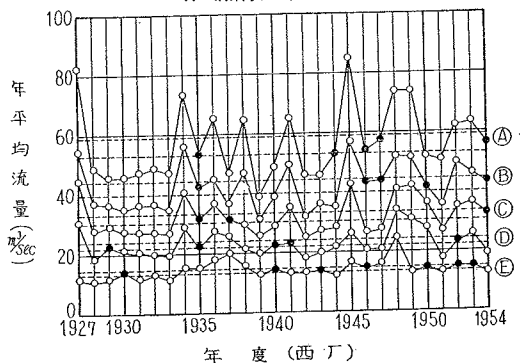
- (iii) 年平均流量が適当であるか否かの判定は、各年の平均流量がこのゾーン内に入るか否かによつて判定す

図-17 (a) 11年移動平均流量の68%変動域(点線)(A川)



- Ⓐ 年平均総流量
- Ⓑ 各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
- Ⓒ " 6カ月 "
- Ⓓ " 9カ月 "
- Ⓔ " 濁水量 "

図-17 (b) 11年移動平均流量の68%変動域(点線)(B川)



- Ⓐ 年平均総流量
- Ⓑ 各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合
- Ⓒ " 6カ月 "
- Ⓓ " 9カ月 "
- Ⓔ " 濁水量 "

るものとする。図-17の変動域による判定に合格した年をA川およびB川について示せば表-8のごとくである。表中()をつけた年は95%変動域による判定によつて新たに合格した年である。

表-7

帯 域 河 川 流 量	S(m ³ /sec)		S/√N(m ³ /sec)	
	A 川	B 川	A 川	B 川
年 平 均 総 流 量	6.07	8.10	1.83	2.70
各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合	3.62	7.60	1.10	2.30
各年の6カ月流量を最大使用水量とする場合	2.56	5.10	0.77	1.50
各年の9カ月流量を最大使用水量とする場合	1.56	3.60	0.47	1.00
渴 水 量	0.44	2.10	0.13	0.65

表-8

河 川 流 量	A 川	B 川
年 平 均 総 流 量 の 場 合	1927, (1931), 1938, (1940), 1941, 1947, 1948, 1949	(1935), (1944), (1946), 1947, (1950), 1954
各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合	(1927), 1928, 1929, 1931, (1937), 1938, (1941), 1946, 1947, 1949	1935, (1936), (1940), 1946, 1947, 1950, 1953, 1954
各年の6カ月流量を最大使用水量とする場合	1928, 1931, 1933, 1935, (1936), 1937, (1938), (1942), (1943), 1944, 1946, 1947, (1950), 1953	(1929), 1935, 1937, (1938), (1940), (1952), 1954
各年の9カ月流量を最大使用水量とする場合	1926, 1928, 1931, 1933, 1934, (1935), 1937, 1938, 1944, (1946), 1950, (1951), 1952	1929, 1935, (1938), 1940, 1941, (1944), 1952

(2) 流 況

年平均流量の主要変動周期 N 年が見出されたならば、 N 年間に平均的に成り立つ流況を見出す必要がある。流況は年間の日流量図により明示されるが、年々極めて複雑な変動を示し、これらを直接比較検討することは取り扱い上困難であるから、次の2つの方法により検討することとする。

(i) 流況曲線 N 年総合流況曲線を求める場合、従来からいわゆる横平均法と縦平均法とが行われている。

N 年間の第 i 年の年流況は日流量 q_i とその継続日数 d_i との関係で与えられるが、横平均法は流量 q に対応する各年の継続日数の平均値 d 、すなわち

$$d \equiv \bar{d}_i = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N d_i \right)$$

と q との関係を示すものである。これは明らかに N 年間の記録を一括し大きさの順に配列して求めた総合継続曲線の継続日数目盛を $1/N$ に直したものにほかならない。

縦平均法はある継続日数 d に対応する各年の継続流量の平均値 q 、すなわち

$$q \equiv \bar{q}_i = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N q_i \right)$$

と d との関係を示すものである。

平均流量あるいは発生電力量の算定に関しては、これらの両曲線は同じ結果を与える。しかし、 N 年間の流量記録の全部を使つて N 年総合流況曲線を推定することは、これらの記録全部を大きさの順に並べてプロットしたものに曲線をあてはめることにほかならないのであるから、水力の開発計画においては横平均法で求めた曲線によるべきであると考えられる。

縦平均法はこれとは別の用途があろう。

また、本例においては総合年数が多いため、渴水量に近い部分を除けば、両平均法で求めた曲線は実用上一致する。

横平均曲線をこのような方法で推定する場合、記録の数は十分多いのであるから、上記のごとくプロットした点をただ順次つなげばよく、この曲線をそのまま N 年総合流況に対する推定曲線とすることができる。

もしこれらの点に曲線をあてはめる必要があるならば、最小自乗法によるかあるいは文献¹⁾に記載した対数正規分布のごとき確率分布関数の推定法によればよい。しかし、流況曲線と負荷との間には同時性がないから²⁾、手数をかけてこのような曲線をあてはめても、水火力併用の研究に関する限り実際上の値が少ない^{10), 12)}。

年間の日流量図から流量の種々の値に対応する継続日数を見出してプロットすれば、各流量の年継続日数変動曲線が得られる。この曲線は通常極めて変動に富むものであり、その変動範囲を流況曲線の形で表わせば横平均曲線の変動範囲を定めることができる。

図-18 (a), (b) の太い実線はそれぞれA川およびB川の年流況曲線の変動範囲を示したものである。

これらの図によれば、継続日数の変動は極めて激しくかつ不規則であつて、年平均流量の場合のごとくコロログラムによつてその周期成分を発見することは困難である。

図-18 (a) 年流況曲線および 11 年横平均曲線の変動範囲 (A 川)

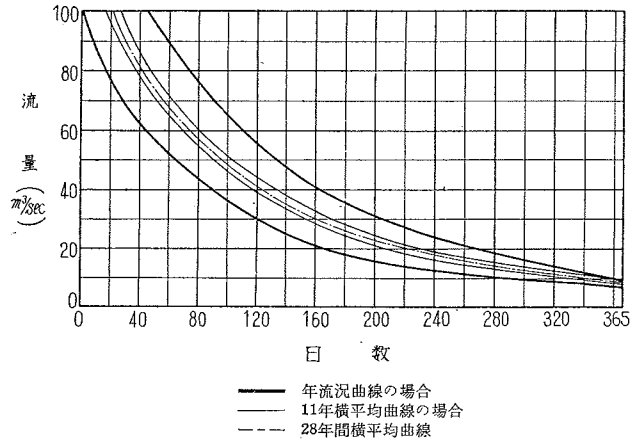
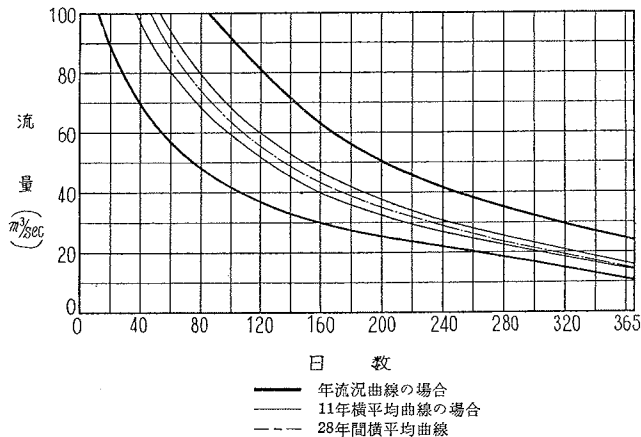


図-18 (b) 年流況曲線および 11 年横平均曲線の変動範囲 (B 川)



そこで、各年について、その年以前の k 年間の平均継続日数を翌年以後の k 年間の平均継続日数の外挿推定値とした場合の誤差を求めた結果、一般に k の最適値は見出しえないから (計算結果は省略)、過去 N 年間の平均継続日数をもつて将来の N 年間におけるその計画値とする場合には、 N の最適値は一応存在しないものと考えねばならない。

この事実は 3 節の 図-11 (a), (b) において流況曲線を横に輪切りにした各部分についてのコロログラムがそれぞれ異なる周期を示すことよりも容易に了解できよう。

従つて、横平均曲線を見出すためには、例えば、入手しうる限りのすべての年の記録を総合した横平均曲線を求めてもよいこととなるが、年平均流量の総合値と合わせる意味において、 N 年ごとに求めた横平均曲線の変動範囲をもつて計画流況曲線の変動範囲とし、この範囲内に入る流況曲線を持つ年を代表年とすればよいこととなる。

A川およびB川につき 11 年横平均曲線の変動範囲を示せば 図-18 (a), (b) の細い実線のごとくであり、従つて 表-8 に示す年のうちこの変動範囲に入る年は 表-9 に示すごとくである。なお表中の () の意味は 表-8 と同様である。

表-9

流量	河川	A 川	B 川
年平均総流量の場合		1938, 1947	(1935)
各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合		1931, (1937), 1938, 1946, 1947	1935, 1946, 1947
各年の6カ月流量を最大使用水量とする場合		1928, 1931, 1933, 1935, 1937, 1944, 1946, 1947	1935
各年の9カ月流量を最大使用水量とする場合		1928, 1933, 1937, 1938, 1944	1929, 1935, 1940, 1941

なお、図-18 (a),(b) より明らかごとく、11年横平均曲線の変動範囲は年流況曲線のそれに比べてきわめて小さく、かつ両者とも28年間横平均曲線をその中心とする。

また、時には月別流況の値を知る必要があるが、月別流況は年流況に比べてその年々の変動が一層いちじるしく、取り扱いも困難であり、これは前記の図-12 (a), (b) において各月ごとの平均流量のコレログラムが示すごとく、各月ごとにその周期が異なることよりおのずから明らかである。かつ、月別流況に基づく月別発電計画は結局これを年間に総合するのであるから、月別計画の基礎となる月別平均流量の計画値または月別流況は、年流況に対して定めた年に対するものをとることとなる。

この場合横平均曲線と縦平均曲線との差は、一般に、年流況曲線の場合に比べて大となるであろう。

(ii) 年平均流量と豊水、平水および渇水期流量との相関 本例においては各年をその流況より便宜上次の3期に分ける。

豊水期：5, 6 および7月

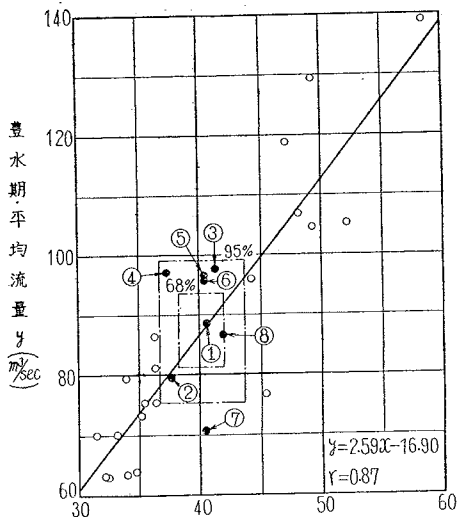
平水期：4, 8, 9 および10月

渇水期：11, 12, 1, 2 および3月

その分け方は各河川の流況に応じてそれぞれ適当に定むべきである。これらの各期の平均流量に対して上記の年平均流量の場合と同様の方法を適用すれば、各期別流量の変動域を決定することができる。そこでA川およびB川につき各年の各種の平均流量に対するその年の豊水、平水および渇水期の各期別平均流量の相関図をつくり、更にそれぞれの相関図に年平均流量および期別平均流量のN年平均値の68%および95%変動域を画き、これら2組の変動域のつくる2個の矩形のゾーンに各年の記録が落ちるか否かによつてその年の流況を代表とすることの適否を判定する。

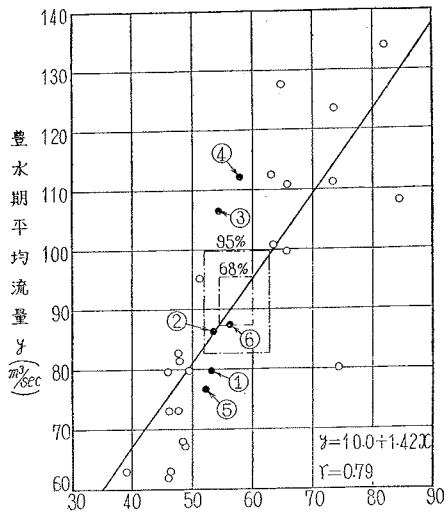
この場合68%の変動域に入る年を最も適当とし、95%変動域に入る年はこれにつぐものとする。これを図示したものが図-19 (a), (b)-1, 2, 3 である(紙面の都合上年平均総流量に対するもののみを示す)。同図によれば、

図-19 (a)-1 豊水期平均流量と年平均流量との相関 (A川)



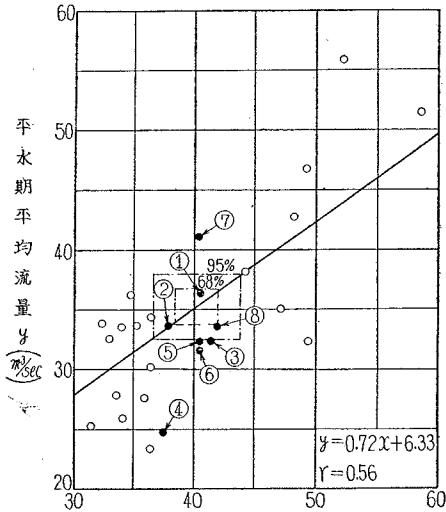
年平均流量 X (m³/sec)
 ① 1927年, ② 1931年, ③ 1938年, ④ 1940年,
 ⑤ 1941年, ⑥ 1947年, ⑦ 1948年, ⑧ 1949年
 鎖は線変動域

図-19 (b)-1 豊水期平均流量と年平均流量との相関 (B川)



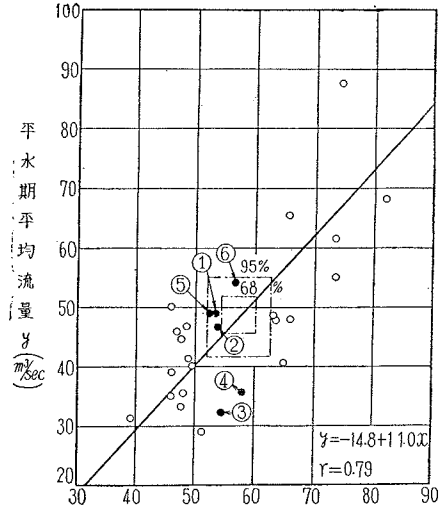
年平均流量 X (m³/sec)
 ① 1935年, ② 1944年, ③ 1946年,
 ④ 1947年, ⑤ 1950年, ⑥ 1954年
 鎖は変動域

図-19 (a)-2 平水期平均流量と年平均流量との相関 (A川)



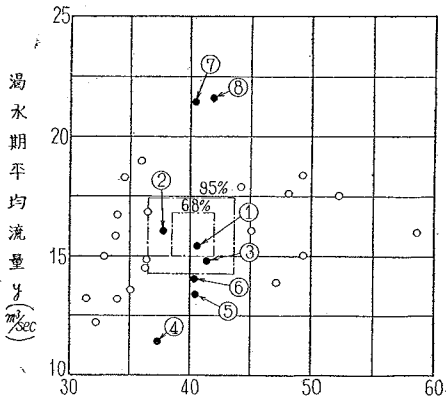
年平均流量 $X(m^3/sec)$
 ① 1927年, ② 1931年, ③ 1938年, ④ 1940年,
 ⑤ 1941年, ⑥ 1947年, ⑦ 1948年, ⑧ 1949年
 鎖線は変動域

図-19 (b)-2 平水期平均流量と年平均流量との相関 (B川)



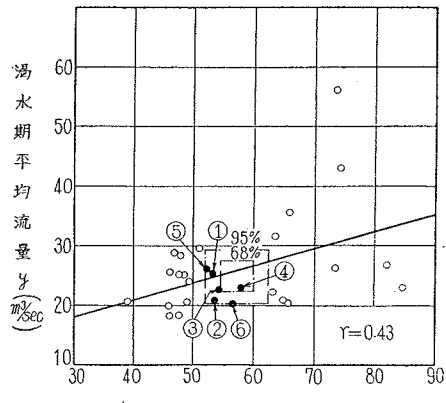
年平均流量 $X(m^3/sec)$
 ① 1935年, ② 1944年, ③ 1946年,
 ④ 1947年, ⑤ 1950年, ⑥ 1954年
 鎖線は変動域

図-19 (a)-3 渇水期平均流量と年平均流量との相関 (A川)



年平均流量 $X(m^3/sec)$
 ① 1927年, ② 1931年, ③ 1938年, ④ 1940年,
 ⑤ 1941年, ⑥ 1947年, ⑦ 1948年, ⑧ 1949年
 鎖線は変動域

図-19 (b)-3 渇水期平均流量と年平均流量との相関 (B川)



年平均流量 $X(m^3/sec)$
 ① 1935年, ② 1944年, ③ 1946年,
 ④ 1947年, ⑤ 1950年, ⑥ 1954年
 鎖線は変動域

表-10

流 量	河 川	A 川	B 川
年平均総流量の場合		1927, (1931), (1938), (1947)	(1935), (1944), (1947), (1950), (1954)
各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合		1931, (1938), (1947)	1935, (1950)
各年の6カ月流量を最大使用水量とする場合		(1928), 1931, (1935), 1937, (1938), (1943), 1944, 1947, (1950)	1935, (1937)
各年の9カ月流量を最大使用水量とする場合		1926, 1928, 1931, 1933, (1934), (1935), (1937), (1938), 1944, (1950), (1952)	(1929), 1940, (1952)

豊水および平水期の平均流量は一般に年平均流量と有意な相関関係を有することがわかる。参考のため、回帰直線を図示してある。これに反して、渇水期の平均流量は年平均流量とほとんど無相関と考えてよい。これらの図は年平均流量から各期別流量を推定するのに役立つ。

前記表-8に示す年のうち各期別流量とも図-19の検定に合格し、代表的流況と判断される年を選定すると表-10のごとくである。なお表中の()の意味は表-8の場合と同様である。

上記の方法により、代表年の具備すべきそれぞれの条件を満足するものとして、表-9および表-10を得たから、これら両表に共通に含まれる年を選択すれば表-11のごとくであり、従つて代表年としてはこれらの年のうちより最も新しい年を選定すればよいこととなる。

表-11

河川	A	B
年平均総流量の場合	1938, 1947	1935
各年の3カ月流量を最大使用水量とする場合	1931, 1938, 1947	1935
各年の6カ月流量を最大使用水量とする場合	1928, 1931, 1935, 1937, 1944, 1947	1935
各年の9カ月流量を最大使用水量とする場合	1928, 1933, 1937, 1938, 1944	1929, 1940

7. 将来の任意の年における年平均流量の予想

発電所の運営に当たつては1年ないし数年後の任意の年における年平均流量を予想することの必要な場合がある。本節では、過去の年における年平均流量の記録から、統計的外挿法により、将来のある任意の年におけるその値を予想する2つの方法を、A川を例にとり計算の順を追つて説明する。

(1) 周期成分を調和分析法によつて求める方法

(i) 年平均流量の系列 $\{x(i)\}$ に含まれる最長主要周期を見出す。

これについては3節に記したとおりである。

(ii) 長期傾向を含む $x(i)$ の平均値 $m(i)$ を求めこれを $\{x(i)\}$ から引き去る。

一般に、最長周期年数(例えば11年)の移動平均に最小自乗法で曲線をあてはめればよい。

4節に記したとおり、調和分析法によつて周期成分を決定する場合には、本例においては記録の数が少ないので、便宜上最長主要周期成分の1/2調波(例えば22年周期成分)をもつてこれにかえる。

(iii) 系列 $\{x(i) - m(i)\}$ に含まれる潜在周期成分 $\xi(i)$ を決定する。

4.節(1)に記した調和分析法によればよい。

(iv) 原系列から $m(i)$ およびすべての有意な周期成分 $\xi(i)$ を引き去つて、もはや特異成分を含まない不規則系列 $z(i)$ を求める。この場合 $z(i)$ のコログラムは適当に定めた有意水準(例えば90%有意水準)をこえてはならない。

A川の年平均総流量に対する $z(i)$ のコログラムは図-20に示すとおりであつて、もはや有意な特異成分は認められない(他の平均流量に対するものは省略する)。

同図の鎖線は相関係数の90%信頼限界である。相関係数 r_k の信頼係数 $\alpha\%$ に対する信頼限界 (ρ_k', ρ_k'') は公知のごとく次式で与えられる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \zeta_k' &= Z_k - \frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{n-k-3}} \\ \zeta_k'' &= Z_k + \frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{n-k-3}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \zeta_k &= \frac{1}{2} \log_e \frac{1+\rho_k}{1-\rho_k} \\ Z_k &= \frac{1}{2} \log_e \frac{1+r_k}{1-r_k} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)'$$

であり、また λ_α は表-12で与えられる。

$\zeta \leftrightarrow \rho$ および $Z \leftrightarrow r$ の変換はいわゆる Z 変換表によりただちに見出される。

図-20 年平均総流量の不規則成分 $z(i)$ のコログラムおよびその90%信頼限界(A川)

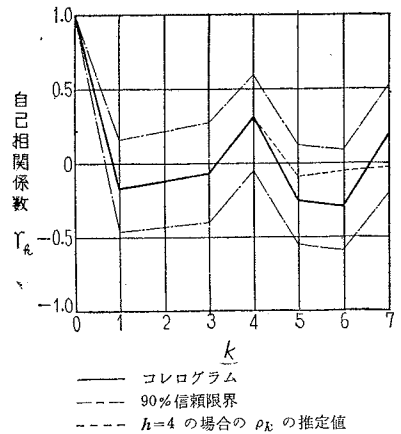


表-12

α (%)	50	90	95	99
λ_α	0.67	1.64	1.96	2.58

(v) 系列 $z(i)$ に対する外挿公式を決定する。

以上の手続きによつて導かれる特異成分を含まない系列は、連続スペクトルをもつ 離散的定常確率過程の実現値と考えられ、従つて統計的外挿公式を適用しうる^{6),9)}。以下文献 6) に従つて計算する。

経験によれば、年平均流量に対する $z(i)$ のコロログラムは、図-20 より明らかなく、いわゆる第1種持続性または輪廻的周期性を有するものと考えられる。この場合には母過程 $\{Z(i)\}$ の相関係数 $\rho_k (k=1, 2, \dots)$ は定差方程式

$$\rho_k + a_1 \rho_{k-1} + \dots + a_h \rho_{k-h} = 0 \dots\dots\dots (21)$$

を満足し、

$$Y(i) = Z(i) + a_1 Z(i-1) + \dots + a_h Z(i-h) \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる確率過程 $Y(i)$ は自己無相関であり、 $Z(i-1), Z(i-2), \dots$ とともに無相関でかつ平均値が零である。

そこで式 (21) の最初の h 個の方程式の ρ 's のかわりに $z(i)$ の相関係数 r_1, r_2, \dots, r_h (図-20 参照) を代入した連立方程式

$$\left. \begin{aligned} r_1 + a_1 &+ a_2 r_2 + \dots + a_h r_{h-1} = 0 \\ r_2 + a_1 r_1 &+ a_2 + \dots + a_h r_{h-2} = 0 \\ &\dots\dots\dots \\ r_h + a_1 r_{h-1} &+ a_2 r_{h-2} + \dots + a_h = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

を解けば、係数 a_1, a_2, \dots, a_h が求まる。

上記の h の値が適当であれば、 $k=h+1, h+2, \dots$ に対する式 (21) の解 $\rho_{h+1}, \rho_{h+2}, \dots$ は r_{h+1}, r_{h+2}, \dots と十分よく一致するはずである (判定は普通の相関係数の信頼限界を近似的に適用できる。 h は通常 2~3 とすればよい)。もし十分よく一致しない場合には h の値を変えてやりなおせばよい。

h および a_1, a_2, \dots, a_h が以上の検定に合格すれば、外挿公式

$$\left. \begin{aligned} \zeta(n+1) &= -a_1 z(n) - a_2 z(n-1) - \dots - a_h z(n-h+1) \\ \zeta(n+2) &= -a_1 \zeta(n+1) - a_2 z(n) - \dots - a_h z(n-h+2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

(以下同様)

によつて系列 $\{z(i)\}$ の外挿値 $\zeta(n+1), \zeta(n+2), \dots$ を求める。ただし $z(n)$ は最も新しい年の記録に対応するものである。得られた推定値を周期成分の外挿値 および先に引き去つた長期傾向成分を含む平均値に加えれば求むる $x(i)$ の外挿値が見出される。

A川の年平均総流量の場合、 $h=2, 4$ および 6 としたときの係数 a 's の値は 表-13 の通りである。

表-13

h	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
2	0.198	0.163	—	—	—	—
4	0.180	0.120	0.070	- 0.280	—	—
6	0.098	0.052	0.122	- 0.189	0.223	0.345

また 図-20 の点線は A 川について、 $h=4$ として ρ_5, ρ_6, \dots を順次推定した結果を示したものであつて、いずれも 90% 信頼限界内に入つており検定に合格する。 $h=2$ および $h=6$ の場合も同様である。従つて、この場合には $h=2$ でも十分と考えられる。

(2) 周期成分を式 (5) の移動平均から求める方法

上記 (1) の方法の (iii) 以外は全く (1) と同様であるから、ここでは (iii) の周期成分に関する部分のみを記す。それ以外の部分は (1) を参照されたい。

年平均流量に式 (5) の移動平均を行つた 3 年移動平均流量を近似的に周期成分と考え、(4 節 (2) を参照) これを延長するのであるが、この方法としては

- (i) 3 年移動平均流量に含まれる長期傾向 (例えば最小自乗法で直線などを当てはめればよい) を引き去つた残差を主要周期 (コロログラムから見出す) の長さで区切り、それを重ねてとつた平均値を周期関数とする、

(ii) 3年移動平均流量を上記(1)の方法で外挿し、これを年平均流量の周期成分とみなす、の2つが考えられる。しかし、(ii)の方法は結局(1)の方法を利用することになるから(移動平均流量の外挿値の精度は一般に原系列のそれより高い)、ここでは(i)の方法によることとする。

図-21(a)の点線および鎖線はA川の各種の年平均流量の1953年までの記録を使って、上記2つの方法でそれ以降の各年の平均流量を推定した結果と実績とを比較したものである。B川について同様に計算すると図-21(b)のごとくである。

図-21(a) 年平均流量の統計的外挿値 (A川)

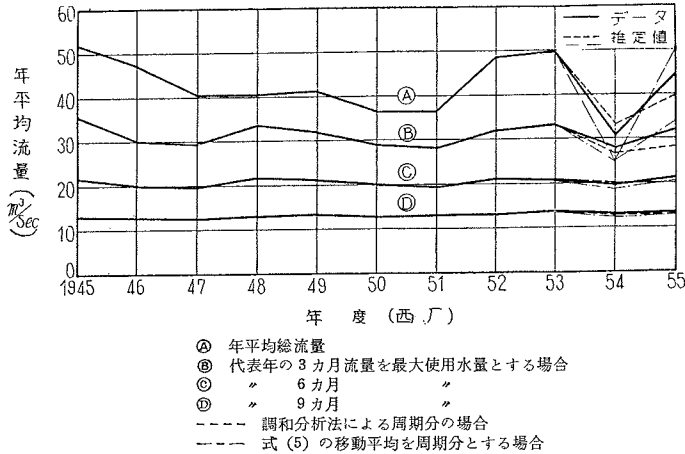
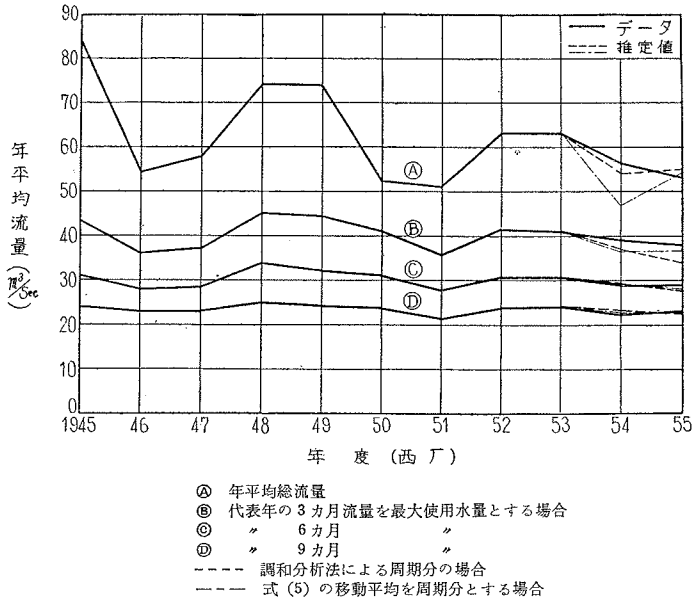


図-21(b) 年平均流量の統計的外挿値 (B川)



流量予想の正確を期することは至難であるが、これにより大略の傾向を知ることができる。一般に河川の流況のごとき水文量には完全に予想できない不規則成分が含まれているから、ある程度の誤差はやむを得ない。

なお、3年移動平均流量の予想値から各年の平均流量の予想値を計算することもできるが、この場合にも予想の精度は上記の場合とほぼ同程度のものであろう。この計算例については8節を参照されたい。

8. 冬季渇水期の平均流量の短期予報

調整および貯水池の操作に当たっては、来るべき渇水期の流量を予知することが必要となる。本節では、前年までの冬季平均流量とその年までの秋季平均流量との記録から、来たるべき冬季渇水期の平均流量を、2重時系列に対する統計的外挿法によつて短期予報する2つの方法をA川を例にとり計算の順を追つて説明する。季節の分

け方は流況に応じて適当に定める。

(1) 各年の冬季渇水期の平均流量を直接推定する場合

第 i 年度の秋季および冬季平均流量の記録をそれぞれ $x_a(i)$ および $x_w(i)$ とする。

(i) 系列 $x_a(i)$ および $x_w(i)$ に対してそれぞれ 3 節および 4 節に記した方法を適用して長期傾向を含む平均値および有意な周期(特異)成分を見出し、それらを原系列から引き去つて平均値が零の不規則成分 $z_a(i)$ および $z_w(i)$ を求める。

9 および 10 月の平均流量を $x_a(i)$, 12, 1 および 2 月の平均流量を $x_w(i)$ として, $x_a(i)$ について計算を行うと

$$\bar{x}_a = 34.5; A_{22} = 0.82, B_{22} = -1.45; A_{11} = -2.26, B_{11} = -1.62$$

$$A_{11/2} = 0.91, B_{11/2} = 0.40; A_{11/3} = -0.76, B_{11/3} = -0.45$$

また $x_w(i)$ については

$$\bar{x}_w = 14.0; A_{26} = 0.77, B_{26} = -0.15$$

$$A_{13} = -0.20, B_{13} = -0.86$$

をうる。

図-22 (a) 冬季平均流量の不規則成分 $z_w(i)$ のコレログラムとその 90% 信頼限界 (A川)

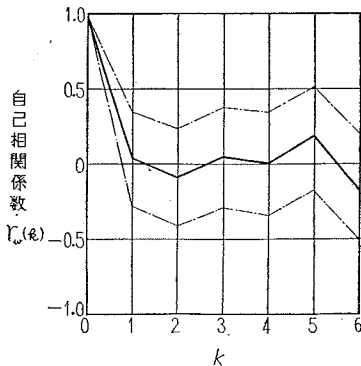


図-22 (b) 秋季平均流量の不規則成分 $z_a(i)$ のコレログラムとその 90% 信頼限界 (A川)

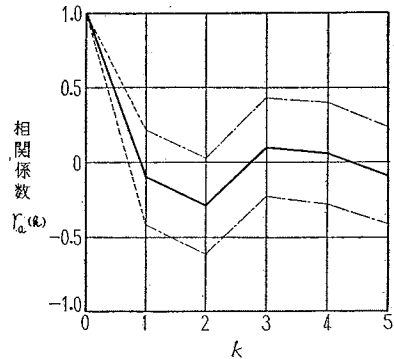
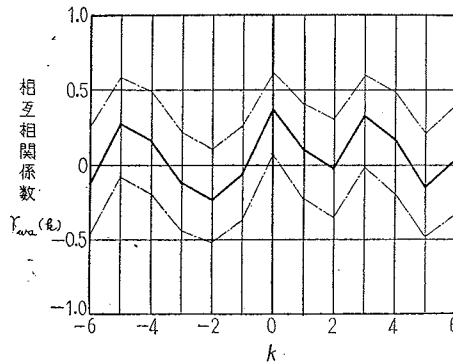


図-22 (c) 冬季平均流量の不規則成分 $z_w(i)$ と秋季平均流量の不規則成分 $z_a(i)$ との相互相関係数およびその 90% 信頼限界 (A川)



(ii) $z_w(i)$ および $z_a(i)$ の自己相関係数をそれぞれ $r_w(k)$ および $r_a(k)$ とし, $z_w(i+k)$ の $z_a(i)$ に対する相互相関係数を $r_{wa}(k)$ とする。 $r_w(k), r_a(k)$ および $r_{wa}(k)$ を示せば 図-22 (a), (b) および (c) のごとくである。図の鎖線は 90% 信頼限界を示す。

(iii) $z_w(i)$ および $z_a(i)$ の母過程を $Z_w(i)$ および $Z_a(i)$ とするとき, 文献 6) および 9) を拡張して

$$V(i) = Z_w(i) + c_1 Z_w(i-1) + \dots + c_f Z_w(i-f) + d_0 Z_a(i) + d_1 Z_a(i-1) + \dots + d_g Z_a(i-g) \dots (25)$$

で与えられる $V(i)$ は平均値零の自己無相関な過程で、 $Z_w(i-1), Z_w(i-2), \dots$ および $Z_a(i), Z_a(i-1), \dots$ とも無相関であると仮定する。これは外挿公式 (28) が成立するための条件であつて、これより次の定差方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} &\rho_w(k) + c_1 \rho_w(k-1) + \dots + c_f \rho_w(k-f) \\ &\quad + d'_0 \rho_{wa}(k) + d'_1 \rho_{wa}(k-1) + \dots + d'_g \rho_{wa}(k-g) = 0 \\ &\rho_{wa}(k-1) + c_1 \rho_{wa}(k-2) + \dots + c_f \rho_{wa}(k-1-f) \\ &\quad + d'_0 \rho_a(k-1) + d'_1 \rho_a(k-2) + \dots + d'_g \rho_a(k-1-g) = 0 \\ &\quad k=1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

ただし ρ 's は r 's に対応する母相関係数であり、また

$$d'_j = \frac{D(Z_a)}{D(Z_w)} \cdot d_j, \quad j=0, 1, \dots, g \dots \dots \dots (27)$$

とする。

(iv) これらの条件が成立すれば、 Z_w および Z_a の標本値 $z_w(i-1), z_w(i-2), \dots; z_a(i), z_a(i-1), \dots$ が与えられた場合の $Z_w(i)$ の条件付きの期待値 $\zeta_w(i)$ は

$$\zeta_w(i) = -c_1 z_w(i-1) - \dots - c_f z_w(i-f) - d_0 z_a(i) - d_1 z_a(i-1) - \dots - d_g z_a(i-g) \dots \dots \dots (28)$$

で与えられる。係数 c 's および (d') 's の推定値は、式 (26) の ρ 's に標本相関係数 r 's を、また式 (27) の $D(Z_a), D(Z_w)$ に標本分散の平方根を代入して求める。式 (28) が求むる外挿公式である。

$f=2, g=5$ と仮定すれば¹¹⁾

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.24, \quad c_2 = 0.195, \\ d'_0 &= -0.071, \quad d'_1 = -0.066, \quad d'_2 = -0.067, \quad d'_3 = -0.092, \\ d'_4 &= -0.063, \quad d'_5 = -0.021 \end{aligned}$$

図-23 (a) 冬季平均流量の推定値と実績との比較 (A川)

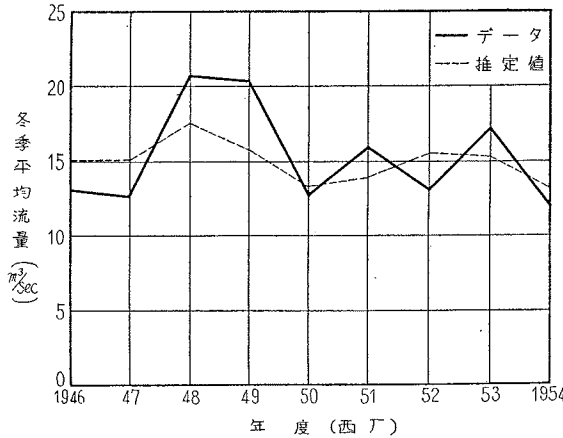
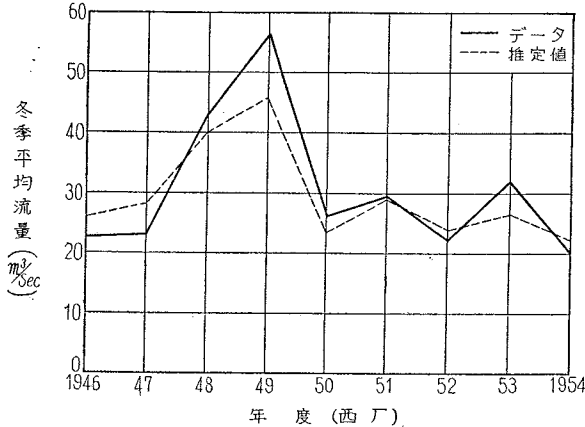


図-23 (b) 冬季平均流量の推定値と実績との比較 (B川)



これらの係数を採用して推定したA川の冬季平均流量と実績とを比較すると 図-23 (a) のごとくなる。B川について同様に計算すると 図-23 (b) のごとくである。

なお、図-22 (a) のごとく $z_w(i)$ はほとんど自己無相関であるから係数 c 's は全部省略し、 c_w は z_a のみで定まると仮定しても 図-23 の結果とほぼ同程度の精度がえられる。

(2) 冬季移動平均流量の推定値から各年の冬季渇水期平均流量を予想する場合

秋季および冬季平均流量に式 (5) で示される移動平均法を適用して得られるそれぞれの移動平均流量の記録に対し、上記の推定法を適用して順次次年の冬季移動平均流量の推定値を求める。

第 i 年度の冬季移動平均流量の実績および推定値をそれぞれ $w(i)$ および $W(i)$ とし、冬季平均流量の実績を $z_w(i)$ とすると、第 $i+1$ 年度の冬季平均流量の推定値 $c_w(i+1)$ を

$$c_w(i+1) = 4W(i) - z_w(i-1) - 2z_w(i)$$

によつて求めることができる。

この方法をA川およびB川の例に適用した結果、まず冬季移動平均流量の推定値(図-24 (a),(b) はそれぞれの推定値と実績とを示す)を得、次にこの推定値を用いて上式から冬季平均流量を推定することができる。図-25 (a),(b) はこの推定値と実績とを图示したものである。

図-24 (a) 冬季移動平均流量の推定値と実績との比較 (A川)
K=2 に対する移動平均法を適用

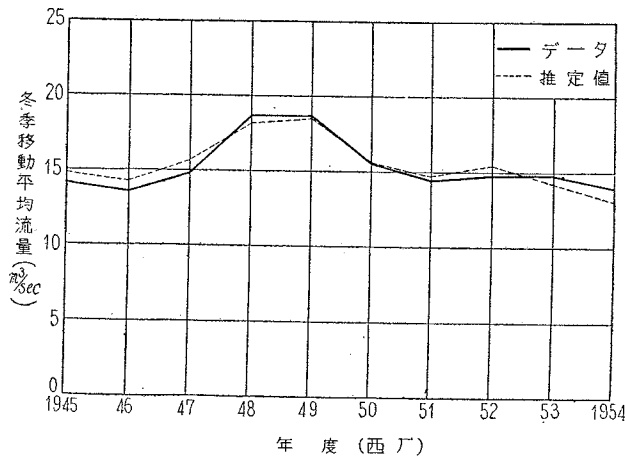
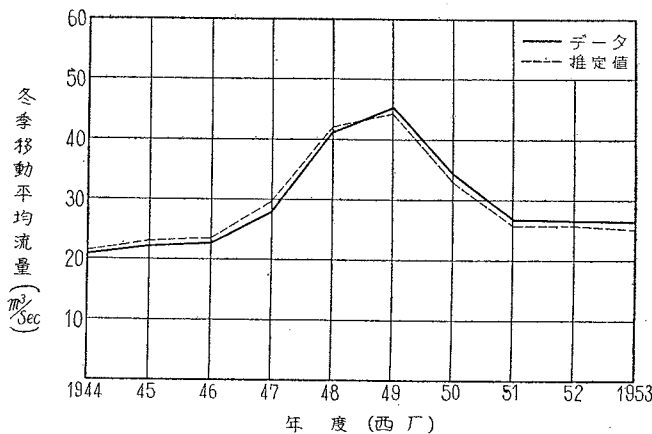


図-24 (b) 冬季移動平均流量の推定値と実績との比較 (B川)
K=2 に対する移動平均法を適用



この方法による冬季平均流量の推定値の精度も (1) のそれとほぼ同程度と考えられる。

以上2つの方法(図-23 および 図-25)を比較すれば、周期分の評価に差があるため一見異なった結果を示している。

従つてこの2つの方法を混用すれば、その結果より一層正確な冬季流量の推定が可能となる場合が多い。

図-25 (a) 冬季平均流量の推定値と実績との比較 (A川)
 $K=2$ に対する移動平均法を適用

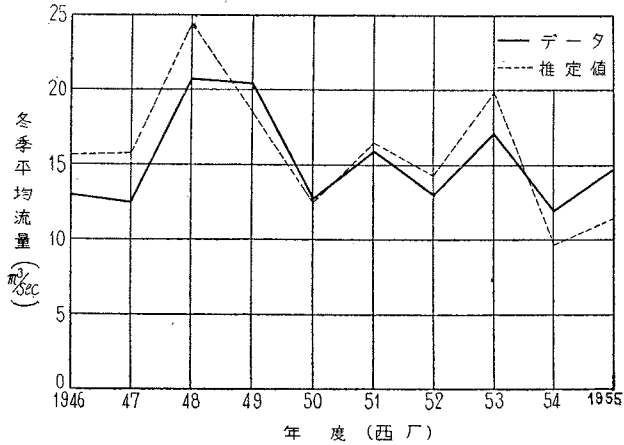
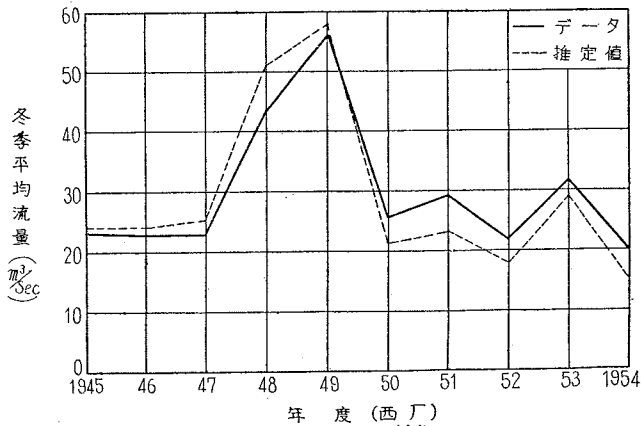


図-25 (b) 冬季平均流量の推定値と実績との比較 (B川)
 $K=2$ に対する移動平均法を適用



なお、7 節 に示すごとく周期成分を $K=2$ に対する移動平均流量で近似した簡便法によつても計算することができる。この場合にも推定の精度は上記の場合と同程度のものであろう。この計算例については 7 節 を参照されたい。

9. 結 言

近来、推測統計学の進展に伴ない、これを発電用河川流量の分野に導入するため、主として H. Wold⁹⁾ および小河原氏の著書⁹⁾より、系列相関係数、移動平均、ペリオドグラム法、周期成分の発見および分離などの基本式並びに外挿公式を引用し、これを拡張応用して発電用河川流量の研究を行つた。

発電計画に際し、将来長期にわたり平均的に期待される流量を推定するには、単に過去に得られたすべての記録の平均値をとるべきではなく、理論的根拠の明確な解析による統計的な考察が必要である。

河川の流況曲線または日流量は不規則性が特に乏しいため、長期の流量記録が得られないわが国の現状においては取り扱いが困難であるから、本文においては手軽で実際のな時系列解析法を適用するに便宜な発電用年平均流量をパラメータとして考察することとし、まず、移動平均法を適用して不規則成分の影響を緩和した後、コレログラムまたはペリオドグラムを使用し、流量に含まれる主要変動周期の有無を検討する。また、異常年を見出すためには相関図を利用する。主要変動周期が検出されたならば、調和分析法または移動平均法により周期成分を見出し、年平均流量から周期成分および直流分を引き去つた残差が正規分布に従うものとみなして、その母平均の推定を行い、これに直流分を加え合わせるか、または年平均流量の主要周期間にわたる移動平均を求め、長期傾向を考慮した上、将来長期にわたり平均的に成り立つ年平均流量を推定する。

年間の日負荷曲線との組み合わせの研究のため、将来長期にわたり平均的に期待される年間の日流量図が必要な

場合には、日流量図を直接新たに作製することは困難であるから、代表的出水を示す年で代用することとし、主要周期を考慮して年平均流量、年流況曲線および年平均流量と豊水、平水および渇水期流量との相関より代表年を選定する。

発電所の運営に当たり、将来の任意の年の年平均流量を予想するには、周期成分および長期傾向を含む直流分を引き去った残差系列に統計的外挿公式を適用し、これに周期成分および直流分を加えて予想値を算定する。また、調整または貯水池の操作に必要な来たるべき渇水期の流量を予知するには、秋季流量および冬季流量からそれぞれの周期成分および直流分を引き去った残差を2重時系列とし、変形した外挿公式を適用して冬季残差系列を推定し、これに周期成分および直流分を加えて予想値を見出す。

備 考

従来、わが国において水力の常時出力は、各年の渇水量（年間 355 日を下らない流量）の算術平均値または各年の月別流況曲線の縦軸平均から最低 10 日（または 5 日）平均値を求め、その最小値を渇水量とし、これより算出されていることは公知の通りである。

一般に特に渇水期においては、各年の平均値のまわりの日流量記録のばらつきよりも平均値自身の年々のばらつきの方が大きく現われる。

従つて、この方法では各年の渇水量の変動の範囲、頻度などが考えられていないのみならず、単に算術平均値を基準とするところに問題がある。

アメリカにおいて一部行われているごとく、数 10 年間の最渇水を示す critical year のものを基準とするならば問題はないが、平均値であるから、わが国の現状においてはこれより渇水した年には系統の出力が低下して、しばしば電力の供給に不足を来すこととなり、また、豊水した年には供給力に余裕を生ずることとなる。

常時出力を算定するに際しては、理論的根拠の明白な方法によるべきであり、これには、まず各年の最渇水量を任意標本とする母集団の分布関数 $F(x)$ を推定し、渇水確率（最渇水量の非超過確率）を想定し、これに基づき、渇水年において供給力の不足に対する電力需給の方策と勘案し、その頻度を考慮して常時出力を経済的に決すべきである。

くわしくは、文献 1) を参照されたい。

参 考 文 献 そ の 他

- 1) 大久保，西原：水力発電所の常時出力，電力経済研究所所報，第 1 号，117 ページ，1954 年 8 月
- 2) 大久保，西原：大電力系統における計画発電力の算定法，電力経済研究所所報，第 2 号，98 ページ，1955 年 5 月
- 3) 大久保，西原：水火力を併用する大電力系統に接続された新鋭火力の平均発電所熱効率および発電費，電力経済研究所所報，第 3 号 96 ページ，1956 年 2 月
- 4) 大久保，西原：水火力を併用する大電力系統に接続された新鋭火力の深夜の可能な最低出力運転と年平均発電所熱効率との関係，電力，第 40 巻第 8 号
- 5) 係数 $a's$ は

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \cos(2\pi/k_0) & 2 \cos(4\pi/k_0) & \cdots & 2 \cos(2s\pi/k_0) \\ 1 & 2 \cos(2\pi/k_1) & 2 \cos(4\pi/k_1) & \cdots & 2 \cos(2s\pi/k_1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 2 \cos(2\pi/k_s) & 2 \cos(4\pi/k_s) & \cdots & 2 \cos(2s\pi/k_s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_s \end{pmatrix}$$

を解くことにより求められる。ただし $k_i \neq k_j$ ($i \neq j$) にて、かつ、 C_0, C_1, \dots, C_s は同一定数とならないものとする。

またこの移動平均による k 年周期成分 $\xi_k = A_k \cos(2\pi/k)i + B_k \sin(2\pi/k)i$ の振幅変化率 C は

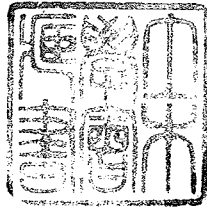
$$\begin{vmatrix} 1 & \cos(2\pi/k) & \cos(4\pi/k) & \cdots & \cos(2s\pi/k) & C \\ 1 & \cos(2\pi/k_0) & \cos(4\pi/k_0) & \cdots & \cos(2s\pi/k_0) & C_0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & \cos(2\pi/k_s) & \cos(4\pi/k_s) & \cdots & \cos(2s\pi/k_s) & C_s \end{vmatrix} = 0$$

を解くことにより求まる。

- 6) 小河原正巳：時系列論とその応用，応用統計学，克誠堂，昭和 24 年
- 7) 理論的には $x(i)$ は確率過程 $X(i)$ の標本と考えられるが、この $X(i)$ は母平均 $\mu(i)$ ($m(i)$ の母過程)，特異過程 $\xi(i)$ (決定論的過程であるから母過程は周期成分と同一記号で表わす) および $N(0, \sigma^2)$ を主成分関数とする定常正規過程 $Z(i)$ ($z(i)$ の母過程) の三者の和からなるものと考えられる。
- 8) 厳密な意味で $z(i)$ が独立な正規母集団から任意に抽出された標本であるとは結論できないが、 $z(i)$ の標

本自己相関係数に対して母相関係数 $\rho=0$ なる双変正規母集団から得られた標本であるか否かの仮説を検定し、その意味で“不規則な変動をする成分”と称したのである。以下簡単のため $z(i)$ を単に不規則成分と称することとする。

- 9) H. Wold : A Study in the Analysis of Stationary Time Series, 1953
- 10) この問題については別途発表する。
- 11) f, g は普通 2~3 程度である。この適不適は相関係数の信頼限界 (7 節参照) を近似的に適用すればよからう。本例の $f=2, g=5$ ということには特別の意味はない。
- 12) 大久保達郎：大電力系統における新設水力の運営，電気公論，昭和33年10月



昭和 34 年 3 月 15 日 印刷

昭和 34 年 3 月 20 日 発行

土木学会論文集第 61 号・別冊(3-1) 定価 150 円 (〒 10 円)

著 者 京都市左京区吉田本町 京都大学工学部電気工学科 大久保・西原・相馬
 編 集 者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土 木 学 会 国分正胤
 印 刷 者 東京都港区赤坂溜池5 株式会社 技 報 堂 大沼正吉

発 行 所 社 団 法 人 土 木 学 会

東京都新宿区四谷一丁目 電話 (35) 5130・5138・5139 振替東京 16828 番