

マツシブな構造物の収縮応力に関する 光弾性学的基礎研究

正 員 川 本 脩 万*

FUNDAMENTAL PHOTO-ELASTIC STUDIES ON THE SHRINKAGE STRESSES IN THE MASSIVE STRUCTURE

By Toshikazu Kawamoto, C.E. Member

Synopsis: In this paper, the author studies on the applicability of photoelastic method to the problems of shrinkage in the massive concrete structures. As an example, the states of stresses caused by the shrinkage of block with the rectangular section or rectangular wall which are placed on the foundation (or rock base) are investigated experimentally, and their results are discussed in comparison with the old studies and the author's approximate theoretical results.

The experiments are practiced under the same condition as one assumed in the elastic theory which have been done up to this time, and the cases that the elastic property of foundation (or rock base) is equal to the concrete block's one are treated here. It is difficult to solve strictly the problems for the condition of shrinkage as occurred actually, but when we can consider the case which the block shrinks uniformly, the states of stress are able to be estimated with comparative facility by the applications of both of stress freezing method and cementing method.

要旨 本論文はマツシブなコンクリート構造物において生ずる収縮応力の問題に対して光弾性実験法の適用を試み、その可能性を論じたものである。一例として基礎（あるいは岩盤）上に打継がれた矩形断面ブロックあるいは壁の収縮にともなつて生ずる応力状態について基礎的な実験考察を行い、従来の研究および近似計算結果と比較検討した。

実験は従来より弾性理論解法において仮定されている状態と同じ状態のもとで行われ、また基礎（あるいは岩盤）の弾性性質が上のコンクリートブロックのものと同じである場合を取扱っている。実際に生ずるような収縮の状態に対しては問題を容易に解くことはできないが、ブロックが一樣な収縮をする場合を考えると、本法のごとく応力凍結法および接着法の両者を適当に応用することによつて、比較的簡単に応力状態を求めることができる。

I. 緒 言

岩盤と接触して置かれたコンクリート塊の収縮により生ずる応力、旧コンクリート表面上に打設される新コンクリートブロックに生ずる応力、コンクリート壁におけるキレッツ抑制接手の問題、あるいは合成桁における収縮応力等はいずれも収縮および温度応力の問題として、従来より研究されてきている。上のようなマツシブなコンクリート構造物にあらわれる収縮の影響は外荷重によつて生ずる応力と同様に重要な応力を生ずることはよく知られていることであるが、この温度変化および収縮は種々な様相や要素をもち、非常に複雑な問題を含んでいるため困難な問題とされてきた。一般に新コンクリート打設後セメントの水和熱によつて内部温度は上昇し、これが最終安定温度まで冷却するにともない収縮するが、この収縮は基礎岩盤あるいは旧コンクリートの拘束によつて収縮荷重として作用しそれらに応力を生ぜしめ、一方新コンクリートのブロックは逆に拘束応力を生ずることになる。しかしこの場合コンクリートの収縮量は構造物築造過程において変化しその量は容易につかみ得ない。またコンクリートの硬化過程における応力-ヒズミ関係（弾性性質）はきわめて複雑なものであつて、これらのことが理論的な解法を困難なものにしていると言える。したがつて従来より行われている弾性理論的な考察¹⁾においてはいずれも硬化の最初から等方等質の弾性体を仮定し、それに既知の収縮がおこるものとして計算を進めている。あるいはまた実験資料や組織的な観察によつて見出されたところの理論的推論²⁾よりコンクリートブロック

* 熊本大学助教授、工学部土木工学教室

内の拘束応力の研究を行つているものもある。

ここにおいては光弾性実験法を適用して収縮応力に関する基礎実験を行い、収縮をともなる構造物の応力状態を求めうることを明らかにするとともに、コンクリートブロックおよび基礎（あるいは岩盤）内の応力算定に対する近似計算を行つた。光弾性実験法としては応力凍結法³⁾および接着法⁴⁾を組合わせ適用した。この場合コンクリートブロックに当る模型に実験上複雑な収縮を起こさせることができず、一軸方向の様な収縮を起こさせた。また、実験を行つた状態はさきに述べたごとく、従来より弾性論的解法で行われている仮定によるものと同じである。

つぎにこの実験で得た応力分布と近似解によるものとを比較し、さらに従来の研究と対比した。最後にこの場合の模型実験に対する相似関係について考察した。なお収縮応力によつてコンクリートブロックにキレツの発生を見る場合があるが、このキレツ発生の機構についてはここでは触れず、ただ収縮応力の分布状態にのみ着目し研究を進めた。

II. 実験的考察

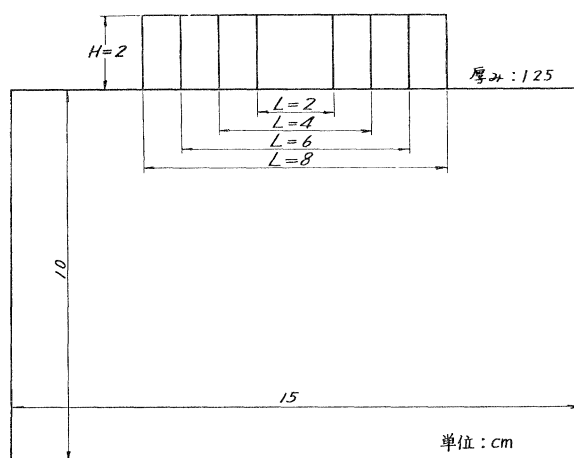
収縮をともなる構造物としてはさきに述べたごとく種々のものが考えられる。一般にコンクリートブロックの収縮をともなる拘束としては端拘束と縁拘束とが考えられ、それぞれにおいて生ずる応力状態も異なる。ここにおいては弾性理論解と比較検討するための基礎実験として基礎あるいは岩盤上に打設された矩形コンクリートブロックを取扱つたのであつて、一縁で拘束をうれる場合の一例である。以下において収縮する部分を収縮ブロック、拘束を与える方を基礎と呼ぶことにする。

収縮ブロックは収縮をおこす初めからある一定の弾性性質を有するものと仮定するが、この場合基礎の弾性性質との差異が収縮応力状態に影響をおよぼすことは明らかである。したがつて本実験においてもこの点を考慮すべきであるが、第1段階として収縮ブロックと基礎とが同一の弾性性質をもつ場合について実験を行つた。なお実験方法の性質上実験材料の熱的性質に対する相違も問題になるのであるが、ここにおいては同一材料を用いてこの影響を考えなかつた。

1. 実験模型および実験方法

まず厚さ 12.5 mm のエポキシ樹脂板を注型し、それより引張試験片を作成して凍結用恒温器中で引張応力を凍結した後、その試験片より図-1に示すごとく矩形ブロックを作成した。この場合実験は二つの系列に分けて行われた。その第一は異なつた寸法の矩形ブロックに同一量の収縮を起こさせる場合、第二は同形のブロックに異なつた量の収縮を起こさせる場合である。したがつて厚さ 12.5 mm、幅 24 mm の引張試験片に第1系列の実験ではすべて 2 kg の全引張力を与え、第2系列では全引張荷重 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg を与えて応力凍結を行い、それぞれ所要のブロック模型を切取つた。ブロック寸法は第1

図-1 模型寸法図



系列では $L/H=1, 2, 3, 4$, 第2系列では $L/H=2$ である。つぎにこれらの引張ヒズミを凍結されたブロック模型は別に同一材料で作られた基礎模型に接着される。接着剤が十分硬化し完全に接着が終つて後、再び恒温器中で凍結過程を繰返せば、さきに引張ヒズミを凍結されていたブロックは収縮を起こし、この問題に相当した現象を呈することになる。

2. 実験結果およびその考察

実験結果の一例を示せばつぎのようである。写真-1 は引張ヒズミを凍結したブロックを基礎に接着し、接着が完了した後の等色線縮写真である。各ブロック模型はおよそ4次の縞を出しており、接着後ブロックの接着面および縁にはいく分応力が接着前より変化をうけるようであるが、0.2~0.3 F.O. 程度で全体から見てあまり大きいものでない。写真-2 はブロックが収縮した後の等色線縮写真である。写真-2 は第1系列のものである。また等傾線図および主応力線図の一例を示せば図-2 および 3 のようである。これらの等色線および等傾線よりそれぞれの場合の応力分布状態を求めればつぎのようになる。

写真-1 収縮前の等色線縞

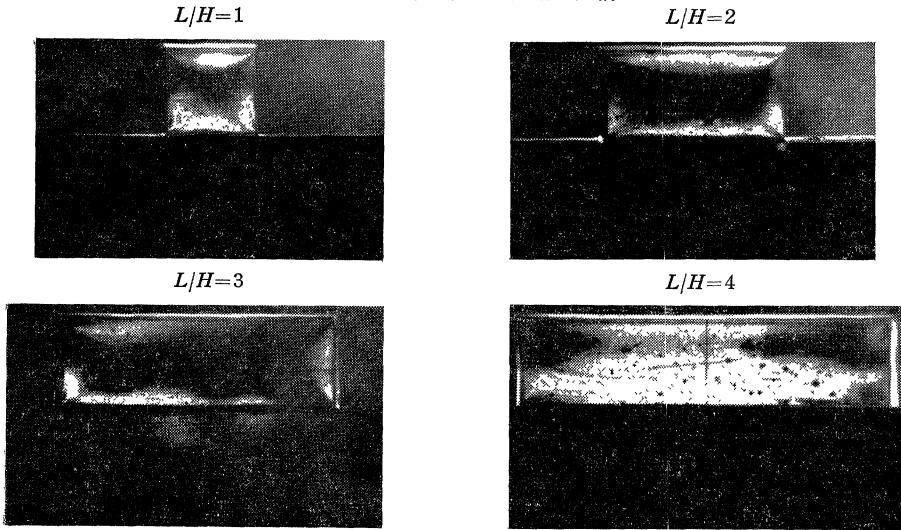


写真-2 収縮後の等色線縞

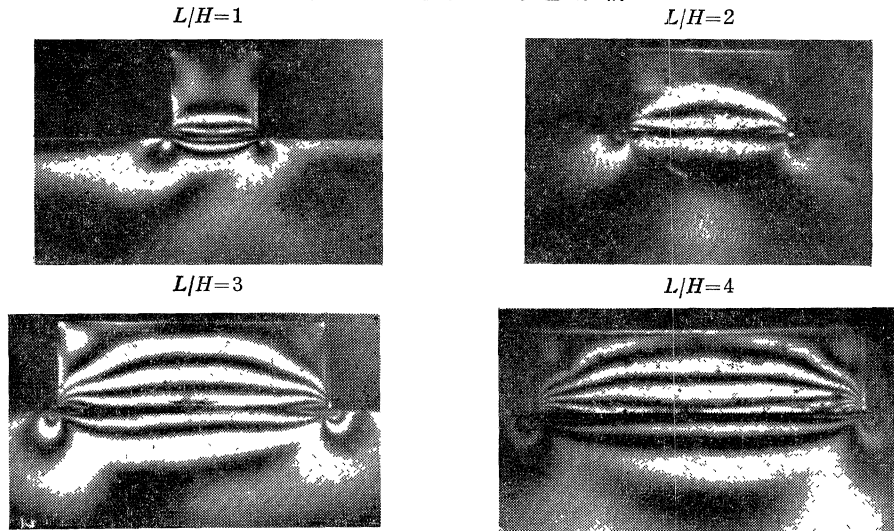
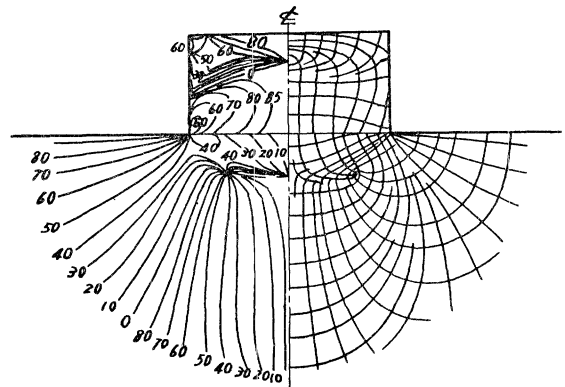


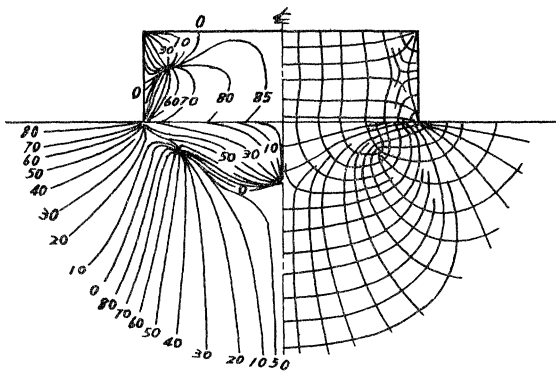
図-2 等傾線図および主応力線図 (L/H=2)



まず第1系列の実験に対して収縮ブロックの各鉛直断面における水平方向応力、鉛直方向応力およびせん断応力を図示すれば図-4のごとくであり、これらの水平断面に沿う分布を示せば図-5のようになる。これらの図に示された応力は収縮ヒズミ s_0 と弾性係数 E との積 Es_0 を単位として表わされている。また各寸法のブロックの中央鉛直断面上に作用する水平方向応力分布 σ_x に着目し、その平均応力の最大応力に対する割合とブロック長と高さの比 L/H との関係を求め図示すれば図-6のようである。同図において点線で示されているものは W. Carlson および Thomas J. Reading がコンクリート壁の収縮に対して行った実験結果⁵⁾である。

これらの実験結果よりつぎのことが明らかにされる。

図-3 等傾線図および主応力線図
($L/H=3$)



- (1) ブロックの鉛直断面における水平方向応力の分布はブロック端近傍を除いてはいずれの断面においても同じようである。とくに L/H が大きくなれば水平断面における分布は一樣になる。
- (2) $L/H=1$ および 2 では収縮ブロックの上縁の部分に圧縮応力を生ずる。この圧縮応力を生ずる範囲は L/H が小さいほど大きくなる。 L/H が 3 以上になると圧縮領域はわずかにブロック上端隅の一部のみで、収縮ブロックはほとんど引張応力をうける。

図-4 ブロック鉛直断面上の応力分布

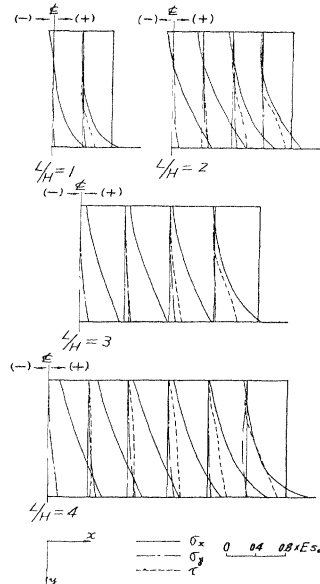


図-5 ブロック水平断面上の応力分布

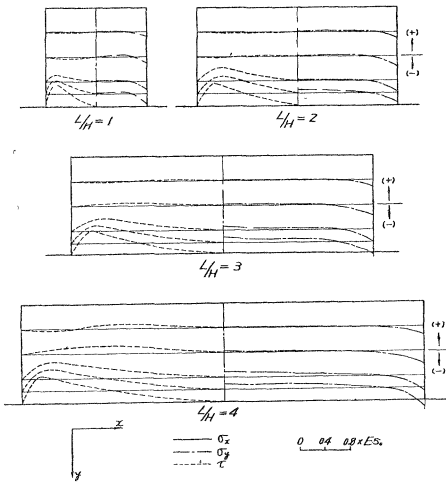
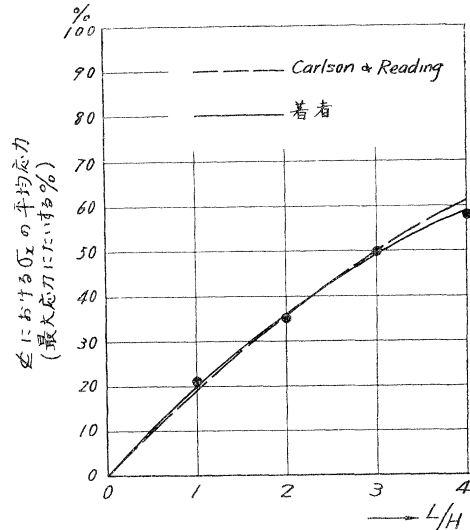


図-6 ブロック中央鉛直断面上の平均水平応力と最大応力との関係

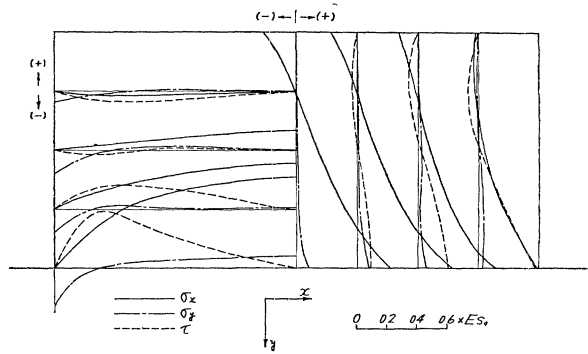


- (3) ブロック底面の引張応力は L/H の増加にしたがって大きくなり、かつ鉛直断面にわたって均一化するとともに完全拘束のときの値に近づく傾向にある。
- (4) ブロックの接触面においては端近傍にピークをもつ三角形分布のせん断応力が生ずる。しかし本実験のごとく収縮ブロックと基礎の弾性係数が等しいときは、その最大せん断応力は L/H が大きくなるにしたがってわずかに増加する傾向をもっているが、いずれもほぼ $0.4 Es_0$ (完全拘束の 40%) の値を示すことが判る。このせん断応力は接触面近傍の水平断面では同様に三角形分布を保っているが、ある程度以上の水平断面では平坦になり、さらに符号を変化する。しかしこの符号を変える水平断面の位置は L/H が大きい程ブロックの上部に昇ることが認められる。
- (5) ブロック中央鉛直断面上の水平応力の平均値と L/H との関係は Carlson および Reading の実験値とよく一致する。この曲線は $L/H \rightarrow \infty$ なるとき平均応力が最大応力の 100% になるごとく指数関数的に増加する。

(6) この曲線より $L/H=3$ なるとき平均応力が最大応力の 50% となり、水平方向応力は鉛直断面にわたつてほぼ三角形分布をすることが判る。

つぎに第 2 系列の実験結果より、収縮ブロックおよび基礎内の応力分布を求めれば 図-7 のようである。図-7 は $L/H=2$ で収縮ヒズミの量が異なる 4 つのケースの平均値を示したものであつて、これら 4 つの各ケースに対する応力分布を単位収縮量に対して求めればいずれもほとんど同じ値を与えることが判つた。したがつて同一形状のブロックの収縮に対しては、その内部に生ずる拘束応力およびブロックの収縮にもなる地盤内の応力は収縮ヒズミとほぼ直線の関係にある。

図-7



III. 理論的考察および実験結果との対比

コンクリート内の熱の状態を見積ることが困難であること、収縮量が構造物の築造過程において変化すること、応力-ヒズミ関係の複雑なこと等の理由で収縮応力の厳密な算定は困難な問題とされてきた。したがつて従来からいずれも硬化と同時に起こる収縮の過程を無視し、つぎのような仮定のもとで収縮応力の計算が行われている。

- 1) 材料は一定の弾性性質をもつていて等方等質である。
- 2) 材料が打設され、1) のような性質をもつようになってから既知の収縮が構造物に適用される。
- 3) 解は平面応力あるいは平面ヒズミの二次元的な場合に限定される。

1. 一般式および Zienkiewicz による計算例⁶⁾

収縮応力は温度応力と基本的に同じタイプのものであるから、いま平面ヒズミの状態を考え Airy の応力関数 F を用いて一般式を誘導すればつぎのようになる。

$$\nabla^4 F = \frac{E}{1-\nu} \nabla^2 s \dots\dots\dots (1)$$

ここに $\nabla^4 \equiv \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$, $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

E : 弾性係数, ν : ポアソン比, s : 収縮ヒズミ

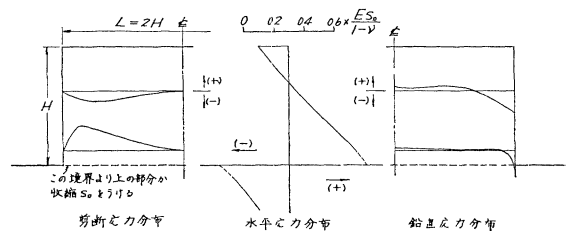
したがつて収縮ヒズミにより生ずる物体内の応力は境界条件を満たし、かつ物体内のあらゆる点で (1) 式を満足する関数 F を求めれば、次式によつて得られる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots (2)$$

一般に (1) 式の正確な解を求めることは実際によく起こるような条件では困難であつて、わずかに与えられた境界条件および収縮ヒズミの分布が特別に簡単な場合のみ可能である。したがつて (1) 式を差分方程式におきかえて得られる連立方程式から解を求めるか、relaxation method を用いる等の近似解法に頼らざるをえない。

Zienkiewicz は (1) 式に relaxation method を適用して岩盤に接触したコンクリート塊の収縮応力を計算している。この場合基礎地盤の弾性係数がその上に接触したコンクリート塊のそれと同一であり、コンクリートが均一な収縮 s_0 をうけるものと仮定している。 $L/H=2$ なる矩形ブロックに対して計算を行つた応力分布を図示すると 図-8 のようである。彼の計算結果からつぎのようなことが結論されている。中央鉛直断面上の水平応力は底面近くで完全に拘束されたときの値の 60% 近い引張応力となつているが、高さとともに漸時減少する傾向にある。高さが底幅より大きいブロックでは応力は上部において零になる傾向にあり、また非常に幅の広いブロックでは鉛直断面にわたつて均一になり、完全拘束時の値に等しくなつてくる。

図-8 Zienkiewicz による計算例



上に示した Zienkiewicz の計算結果はさきに行つた著者の実験結果とほとんど一致していることが判る。

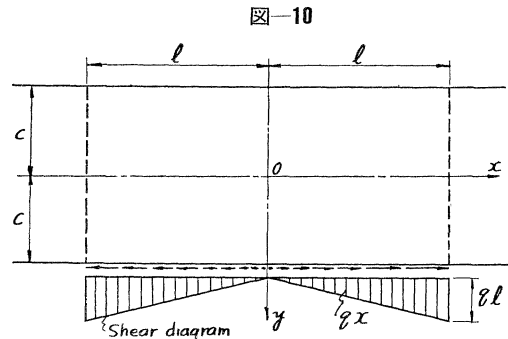
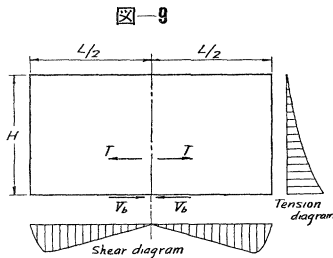
上に示した Zienkiewicz の計算結果はさきに行つた著者の実験結果とほとんど一致していることが判る。

2. 近似解法

コンクリートブロックあるいは壁が縁拘束をうけるとき収縮後の状態が 図-9 のごとくなることが従来の実験的な経験や組織的な観察の結果⁷⁾から考えられてきているが、底縁に沿うセン断応力分布のこの考えは著者の実験および Zienkiewicz の計算によつても妥当であることが示された。したがつてつぎのような近似的な解法を考えることができる。すなわちブロック底面あるいは基礎上面においてそれぞれ 三角形分布のセン断応力が作用する場合を考え、それらを別々に解くことにより応力分布をうる。まずブロックに対する解は厳密には面内荷重をうける矩形板として取扱うことによつて求められるが、その解法はかなり複雑である。本問題のごとき収縮応力に対してはブロック中央鉛直断面において最も大きい引張りが生じ、したがつて主としてその中央部にのみ着目すればつぎのごとき簡単な解法が近似的に用いられるだろう。すなわち 図-10 のように同じ高さを有する無限長のものを考え、その下面でブロックと同じ長さにとつて端にピークをもつ 三角形分布のセン断荷重が作用するものとする。いま 図-10 の座標系を用いれば応力関数は次式⁸⁾で与えられる。

$$\phi = (c_1 \cosh ny + c_2 \sinh ny + c_3 y \cosh ny + c_4 y \sinh ny) \cos nx \dots\dots\dots (3)$$

ここに c_1, c_2, c_3, c_4 は積分常数で境界条件より決定さるべきものである。



一方 図-10 のセン断荷重を Fourier 級数によつて表示すればつぎのようになる。荷重分布は $x > |l|$ で $f(x) = 0$ 、 $-l \leq x \leq l$ で $f(x) = qx$ (q は定数) であるから、

$$f(x) = -\frac{2q}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (nl \cos nl - \sin nl) \sin nx \dots\dots\dots (4)$$

つぎに境界条件は*

$$\left. \begin{aligned} y=c \text{ において } \sigma_y=0, \tau_{xy}=-f(x) \\ y=-c \text{ において } \sigma_y=0, \tau_{xy}=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

であるからこれらの条件より応力関数中の常数はつぎのように求められる。

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{qc}{\pi n^3} \cdot \frac{\sinh nc}{(\sinh nc \cosh nc + nc)} (nl \cos nl - \sin nl) \\ c_2 &= \frac{qc}{\pi n^3} \cdot \frac{\cosh nc}{(\sinh nc \cosh nc - nc)} (nl \cos nl - \sin nl) \\ c_3 &= -\frac{q}{\pi n^3} \cdot \frac{\sinh nc}{(\sinh nc \cosh nc - nc)} (nl \cos nl - \sin nl) \\ c_4 &= -\frac{q}{\pi n^3} \cdot \frac{\cosh nc}{(\sinh nc \cosh nc + nc)} (nl \cos nl - \sin nl) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

したがつて (6) 式よりブロックの大きさおよび三角形セン断荷重に対して常数 $c_1 \sim c_4$ を求め、それらを応力関数に用いてブロック内の応力分布を知りうる。しかしこの場合実際にはブロックの収縮にともなう内部応力を知りたいのであつて、もしなんらかの実験で収縮ヒズミに対して $q_{max} = ql$ の値が判ればその値を用いて上のごとく計算することができる。しかして本実験のごとき収縮ブロックと基礎との弾性係数が同一の場合には L/H のいかんにかかわらず $q_{max} = 0.4 \times Es_0$ であることを考慮に入れて、 $L/H=2$ の場合に対してブロックの鉛直断面上の水平応力の計算を行えば 図-11 のようになる。ただしこの場合計算の便宜上 $n=1 \sim 5$ の5項をとつている。図-11 にはさきに行つた実験結果も同時に図示されている。この図より明らかなようにブロック両端付近を除く鉛直断面上では実験値と計算値とはかなりよく一致している。

* 実験結果では $y=c$ (ブロックと基礎との接触面) において σ_y の分布がみられるが、その値は τ_{xy} に比較して小さいから、ここでは境界条件として近似的に $\sigma_y(y=c)=0$ とし、 τ_{xy} のみが作用するものとした。

図-11 鉛直断面上水平応力分布の比較

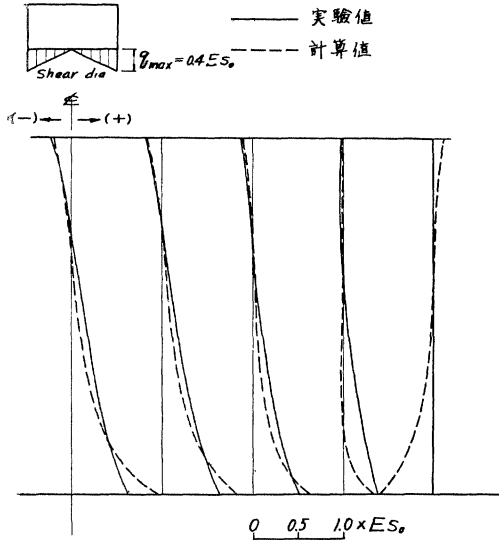
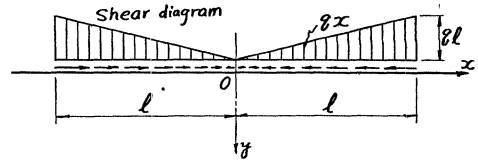


図-12

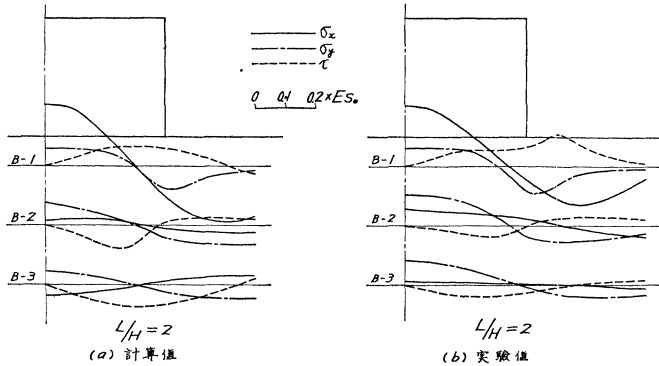


つぎに基礎内の応力状態は 図-12 のごとく基礎上面に
対称な三角形せん断荷重が作用する場合を解いて近似
的に求めることができる。この場合も応力関数は(3)と
同様であつて常数 c_1, c_2, c_3, c_4 はつぎのような境界条件
より定められる。いま 図-12 の荷重分布を $f(x)$ とすれ
ばさきと同様に(4)式のごとく Fourier 級数で表示さ
れる。境界条件としては $x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty$ において $\sigma_x = \sigma_y$
 $= \tau_{xy} = 0, y = 0$ において $\sigma_y = 0, \tau_{xy} = -f(x)$ で与えら
れるから、常数はつぎのようになる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} c_1 = c_2 = 0 \\ c_3 = -c_4 = \frac{2q}{\pi n^3} (\sin nl - nl \cos nl) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

この場合も $L/H=2$ に対して $q_{max}=0.4 E s_0$ として計算を行い、その結果を示せば 図-13(a) のようになる。
図-13(b) は比較のために図示した実験値であるが、両者はかなりよく類似した応力分布を与えていることが判
る。また実験値で計算値と趣きを異にするところは B-1 におけるせん断応力の分布であつて、実験値ではプロ
ック端より少し外側にピークを示す。このことは接触面上ブロック端における応力集中の影響によるものと思われ
る。

図-13 基礎の水平断面における応力分布の比較



以上のごとく近似計算はブロック端近傍を除いてかなり 実験結果と一致した結果を与え、本問題のごとき一縁
で拘束をうける矩形ブロックの収縮応力の近似的な算定に容易に用いられよう。

IV. 相似関係

さきにも述べたごとく本問題に対しては応力関数を用いれば次式のごとく適合条件式がえられる。

$$\Delta^2 F = \frac{E}{1-\nu} \nu^2 s \quad (\text{平面ヒズミ状態})$$

また平面ヒズミ状態における釣合方程式は指数表示でつぎのように与えられる⁹⁾。

$$\mu \nu^2 u_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial x_i} + B_i = - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial s}{\partial x_i} \dots\dots\dots (8)$$

ここに u_i : 軸方向の変位, e : 単位体積膨張, B_i : 物体力, λ, μ : 弾性常数である。なお平面応力状態として取扱
うときにはヒズミの式において $(1-\nu)$ を 1 にすることにより各式が得られる。したがつてここにおいては平面ヒ
ズミに対するものについて述べれば十分であり、以下平面ヒズミの場合を取扱うことにする。また物体力は存在
しないものとする。

(8) 式より実物と模型とはそれぞれつぎの釣合方程式を満足しなければならない。

$$\text{実物に対して } \mu \nu^2 u_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial x_i} = - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial s}{\partial x_i} \dots\dots\dots(9-a)$$

$$\text{模型に対して } \mu' \nu'^2 u_i' + (\lambda' + \mu') \frac{\partial e'}{\partial x_i'} = - \frac{E'}{1-2\nu'} \cdot \frac{\partial s'}{\partial x_i'} \dots\dots\dots(9-b)$$

$x_i' = \alpha x_i$, $u_i' = \beta u_i$, $s' = r s$ と置けば (9-b) 式はつぎのように書ける。

$$\frac{\beta}{\alpha^2} \mu' \nu'^2 u_i + \frac{\beta}{\alpha^2} (\lambda' + \mu') = - \frac{r E'}{\alpha(1-2\nu')} \cdot \frac{\partial s}{\partial x_i} \dots\dots\dots(10)$$

(9-a) 式および (10) 式の係数を等置すると

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha^2} \mu', \quad (\lambda + \mu) = \frac{\beta}{\alpha^2} (\lambda' + \mu'), \quad \frac{E}{1-2\nu} = \frac{r E'}{\alpha(1-2\nu')} \dots\dots\dots(11)$$

しかるに $\alpha = x_i'/x_i$, $\beta = u_i'/u_i$ を上式に代入すると

$$\frac{\mu u_i}{x_i^2} = \frac{\mu' u_i'}{x_i'^2}, \quad \frac{\lambda u_i}{x_i^2} = \frac{\lambda' u_i'}{x_i'^2} \dots\dots\dots(12)$$

したがって (12) 式より弾性常数の間につぎの関係をうる。

$$\frac{\mu'}{\mu} = \frac{\lambda'}{\lambda} \dots\dots\dots(13)$$

さらに, $\lambda = E\nu/(1+\nu)(1-2\nu)$, $\mu = E/2(1+\nu)$ であるから (11) 式の第3式より

$$r = \frac{s'}{s} = \frac{\alpha E}{(1-2\nu)} \cdot \frac{(1-2\nu')}{E'}$$

また

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{E'\nu'}{(1+\nu')(1-2\nu')} \cdot \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E\nu}$$

$$\frac{\mu'}{\mu} = \frac{E'}{2(1+\nu')} \cdot \frac{2(1+\nu)}{E}$$

となるから, (13) 式が成立するためにはもし $\nu' = \nu$ であれば,

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{E'}{E} \dots\dots\dots(14)$$

でなければならない。このような場合には実物と模型との間に完全な相似性が存在し, その場合の収縮ヒズミの間の関係は次式で与えられる。

$$r = \frac{E}{E'} \alpha \dots\dots\dots(15)$$

つぎに応力の比率について考える。応力—ヒズミ関係式を指数表示すればこの場合つぎのようになる。

$$\text{実物に対して, } \sigma_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} + \frac{Es}{1-2\nu} \dots\dots\dots(16-a)$$

ここに $i=j$ のとき $\delta_{ij}=1$, $i \neq j$ のとき $\delta_{ij}=0$,

$$\text{模型に対して, } \sigma_{ij}' = \lambda' e' \delta_{ij}' + 2\mu' e_{ij}' + \frac{E's'}{1-2\nu'} \dots\dots\dots(16-b)$$

ここに $i=j$ のとき $\delta_{ij}'=1$, $i \neq j$ のとき $\delta_{ij}'=0$,

なお (16) 式で $i=j$ のとき σ_{ij} および σ_{ij}' は直応力 σ_x および σ_x' 等を, $i \neq j$ のときは σ_{ij} および σ_{ij}' は τ_{xy} および τ_{xy}' 等を表わすことは明らかである。(16-a) 式と (16-b) 式との比をとれば,

$$\frac{\sigma_{ij}'}{\sigma_{ij}} = \frac{\lambda' e' \delta_{ij}' + 2\mu' e_{ij}' + E's'/(1-2\nu')}{\lambda e \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} + Es/(1-2\nu)}$$

もし $\nu' = \nu$ ならば $\lambda'/\lambda = \mu'/\mu = E'/E$ であるから, この関係および $x_i' = \alpha x_i$, $u_i' = \beta u_i$, $s' = r s$ なる関係を上式に用いればつぎのようになる。

$$\frac{\sigma_{ij}'}{\sigma_{ij}} = \frac{\lambda(E'/E)(\beta/\alpha)e \delta_{ij} + 2\mu(E'/E)(\beta/\alpha)e_{ij} + \alpha Es/(1-2\nu)}{\lambda e \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} + Es/(1-2\nu)}$$

結局模型と実物との応力の比率は次式で与えられる。

$$\frac{\sigma_{ij}'}{\sigma_{ij}} = (\beta/\alpha)(E'/E) - \frac{(\beta E' - \alpha^2 E)s}{\sigma_{ij}} \dots\dots\dots(17)$$

ゆえに模型実験において得られた応力値より次式を用いて実物に対する応力値をうることができる。

$$\sigma_{ij} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{E}{E'} \cdot \sigma_{ij}' + \frac{1}{\beta} (\beta E' - \alpha^2 E) s' \dots\dots\dots(18)$$

V. 結 語

以上で旧コンクリートあるいは基礎岩盤上に打設された新コンクリートブロックあるいは壁の収縮にともなつて生ずる応力状態に関し基礎的な実験と近似的な計算を行つた。さきにも述べたように実際構造物コンクリートの収縮は非常に複雑であり、簡単な計算では容易に収縮応力を算定することができず、従来より考えられている弾性理論による解法においても、一様な収縮をうけると仮定した場合でなおかつ差分法、relaxation method等の計算技術を用い、手数のかかる計算を行わねばならない。この点に対して光弾性実験法のうち凍結法および接着法を適用することによつて比較的簡単に実験結果が得られることが判つた。本論文においては収縮ブロックが最も単純な矩形形状をなし、かつ基礎と同一の弾性性質を有し、一様な収縮をうける場合のみを取扱つたのであるが、収縮ブロックの形状の異なる場合、収縮ヒズミが簡単な分布をする場合、収縮ブロックと基礎との弾性性質が異なる場合等についても研究を進めたいと思つている。なおこのような実験方法は合成桁の収縮応力にも応用できるものと思ひ実験を行つているので、あらためて報告するとともに今後種々の構造物に適用を試みたいと思つている。

終りに本研究を行うに当り種々御教授いただいた京都大学工学研究所 丹羽義次博士に感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) O.C. Zienkiewicz: "The Computation of Shrinkage and Thermal Stresses in Massive Structure", Proceedings of the I.C.E. Jan. 1955 p.88
- 2) R.E. Copeland, "Shrinkage and Temperature Stresses in Masonry", Journal of the A.C.I., Feb. 1957, No.8, Vol. 28, p.769
- 3) 例えば、応力測定技術研究会編 "応力測定法", p. 620~653
- 4) 河田幸三: "三次元及び二次元光弾性応力解析における接着実験法について", 科研報告, 第30輯, 第5号
- 5) 前出 2)
- 6) 前出 1)
- 7) 前出 2)
- 8) Timoshenko and Goodier, "Theory of Elasticity", p.46
- 9) 例えば D.H. Pletta and D. Fredrick "Experimental Analysis", Proceedings of A.S.C.E., July, 1953.

(昭.33.7.24)