

相似回路によるラーメンの応力解析

正 員 山 内 利 彦*

THE EXPERIMENTAL ANALYSIS FOR RIGID FRAME STRUCTURE BY THE ANALOGOUS CIRCUIT CONSISTING OF THE RESISTORS

By Toshihiko Yamauchi, C.E. Member

Synopsis : In this paper, the author shows the method of experimental analysis for rigid frame structures. The circuit element corresponding to a member consists of three resistors only, and combines to T-shape.

In comparing this method with the previous, the expenses for circuits are very small, the experiments are so simple, and their results are good accuracy. The problems except the side sway are taken as an example.

1. は し が き

ラーメンの実験解析として、著者はさき¹⁾に、変成器と抵抗器を用いた相似回路による解法を示した。この方法は取扱いが容易で、各種構造物の解析に広く利用できる。しかし、さきの解析で用いた相似関係は、使用変成器が無損失の理想変成器とした場合に成立するものであつて、普通に使われる変成器はこの要求を満たすことができない。したがつて、できる限り良質のコアーを使用した変成器を用いて実験を行わねばならない。

一般に、このような変成器は、コアーの N_i 含有量が増加するとともに非常に高価となり、構造が複雑で、多数の変成器を使用しなければ実験の行えない場合には、回路に要する費用もまた少なくない。

本文は、上記の諸点をできる限り改良する意味から、回路に変成器を使用せず、抵抗器のみを用いてラーメンを解析する方法をのべる。

すなわち、以下にのべるように、相等しい3コの抵抗器をT字型に結合し、これによつて部材1本を表わし、さらに、これらの抵抗器を構造物の骨組にしたがつて連結すれば、これが相似回路となる。また、回路の抵抗器の結合状態から、電圧計による測定が可能であつて、この種 π -回路²⁾による実験にくらべて、一そう便利に実験を行なうことができる。したがつて、さきの解析方法にくらべると、費用、取扱い、および精度の各点についてすべて数段まさる。実例によつて、この実験方法を説明するが、本文ではとくに side sway のない場合についてのべる。

2. 相 似 関 係

相等しい抵抗値を有する3コの抵抗器を、図-1 に示すようにT字型に結合し、接点AおよびBに電流 i_{AB} および i_{BA} を流したとする。接点AおよびBまでの電圧をそれぞれ V_A, V_B とすれば、電流 I_{AB} および I_{BA} は

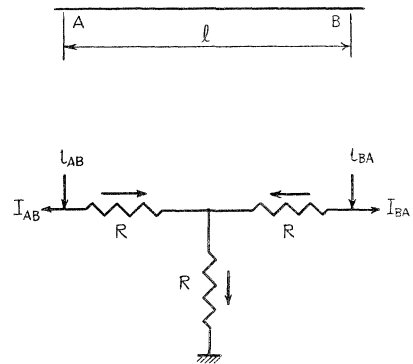
$$\left. \begin{aligned} I_{AB} &= \frac{1}{3R}(-2V_A + V_B) + i_{AB} \\ I_{BA} &= \frac{1}{3R}(-V_A - 2V_B) + i_{BA} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

部材回転角を零としたハリの撓角式は

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 2EK(2\theta_A + \theta_B) + C_{AB} \\ M_{BA} &= 2EK(\theta_A + 2\theta_B) + C_{BA} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

式(1)と式(2)をくらべる。いま、モーメント M, C と電流 I 、撓角 θ と電圧 V 、およびハリの剛度 EK と

図-1 T-回路



* 名古屋工業大学講師，工学部土木工学教室

抵抗 R の間に式 (3) で示すような関係がそれぞれあるものとする。

$$\left. \begin{aligned} M &= I \cdot S_i, C = I \cdot S_i \\ \theta &= V \cdot S_v, 1/6 EK = R \cdot S_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 S_i 、 S_v および S_r は、それぞれ、電流、電圧、および抵抗に対する scale factor である。式 (3) を式 (2) に代入すれば、式 (2) は式 (1) と符号を除く限りにおいて全く相等しくなる。

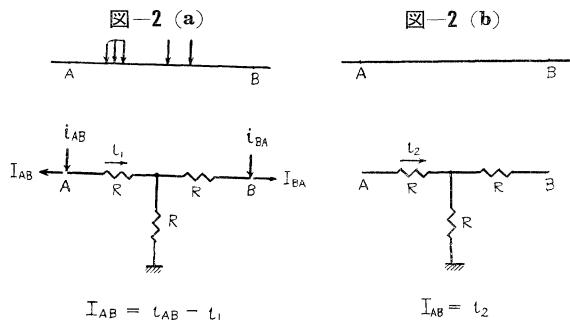
符号

式 (1) と式 (2) を全く一致させるため、符号について次のように定義をする。すなわち、接点に向つて流入する電流を正、接点から他へ流出する電流を負とする。さらに接点交互に正、負の符号をつけ、測定値にこの接点の符号を乗ずることによつて、符号をつけるときには、式 (1) と式 (2) は相等しくなり、**図-1** に示す回路がハリの回路として用いることができる。

3. T-回路に対する考察

i) end moment

図-1 からわかるように、end moment は接点を流れる電流を知ることによりもとめることができる。従つて、荷重が作用するハリは、**図-2 (a)** のように、電流 i_1 を測定して I_{AB} をもとめる。また、荷重が作用しないハリは、**図-2 (b)** のように電流 i_2 をもとめれば、これが I_{AB} を与える。測定は抵抗器の結合状態から、電圧計を用いて抵抗器の両端の電圧を測るのがよく、また、精度もよい。



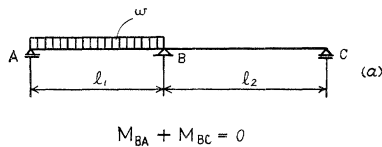
ii) 荷重

さきの実験においては、荷重はすべて集中荷重とし、回路はこの荷重に相当した電流を流すことができるように、いくつかに分けなくてはならなかつた。もちろん、ハリにかかる分布荷重は取り扱うことができなかつた。本実験は、荷重はすべて固定端モーメントとして回路の相当接点に流すのであるから、集中、分布の区別なくこれを取り扱うことができる。

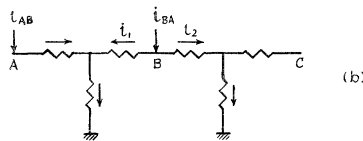
iii) 連続条件

連続バリ、または、ラーメンなどの構造物は、**図-1** に示す T-回路を、構造物の骨組にしたがつて順次結合してゆけば、その相似回路をもとめることができる。これらの相似回路の各接点においては、構造物の各接点において成立する連続の式に相当した式が成立しなくてはならない。いま、これを **図-3** に示す構造について説明しよう。**図-3 (b)** は **図-3 (a)** に対する相似回路である。 I_{BA} 、 I_{BC} はそれぞれ $(i_{BA} - i_1)$ 、 i_2 に接点 B の符号を乗ずることによつてえられる。従つて I_{BA} と I_{BC} の和は零となり連続の式が満足される。

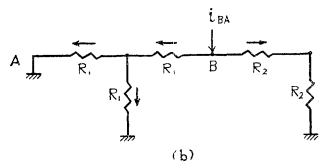
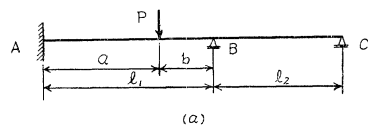
次に端における条件をみよう。端が固定ということは、その点の撓角が零ということであり、回路においては、これに相当する接点の電圧が零、すなわち、アースすることに相当する。端がヒンジのときは、接点はそのままでアースしてはならない。**図-4** に示すハリにおいては、ハリ BC に対する抵抗器のうち、右端の 1 コは除去することができる。



$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$



$$I_{BA} + I_{BC} = (I_{BA} - I_1) - I_2 = 0$$



4. π -回路との比較

相等しい3コの抵抗器を用いて部材を表わす方法は、以上のものであるが、いま1つの方法として π -回路をあげることができる。すなわち、図-5に示すように、抵抗器を π 字型に結合したものであつて、J.W. Bray²⁾はこの回路を用いて実験解析を行なつている。彼は直流によつて実験を行ない、電流計を回路に直列に挿入し、接点を流れる電流をこのメーターの指針から直接にえようとしたが、 π -回路においては、電流計挿入による抵抗の補正ができないので、この誤差を無視して実験を行なわねばならない。また、電圧計による実験は非常に困難である。

T-回路は、交流、直流いずれを電源としてもよく、また、電流計による抵抗補正も可能であるが、交流電源を用い、真空管電圧計によつて抵抗の両端の電圧を測定する方法は、最も簡単であつて、本文で取り扱つた実例はすべてこれによつたものである。

5. 実験に対する考察

end moment は、ハりに作用する荷重を、ハリの固定端モーメントに相当する電流として、相当接点に流し、各接点を流れる電流の測定からもとめるのであるが、回路各接点に付ける符号、および実験の方法について2,3のべよう。

上記2.において、接点に付ける符号は、正負交互にこれを付けることをのべた。これによると、接点のうちどれか1つ符号が決らないことには、正しく符号をつけることができない。そこで、ハリの固定端モーメントが、ハリの左端で負、右端で正という性質を利用し、ハリの各支点につけられた符号とこれとが丁度一致するように荷重を2分してハりに作用させる。換言すれば、2スパン連続して荷重をハりに作用させないようにすれば、上記の定義にむじゆんするところなく、各接点に符号を付けることができる。

図-6は、等分布荷重をうける3スパン連続バリである。これを例にとつて説明しよう。図-6(a)の状態では支点に符号をつけることはできない。したがつて、図-6(b)、および図-6(c)のように2分し、それぞれについて符号をつける。bおよびcにおける値を合計すれば、これがaの解となる。

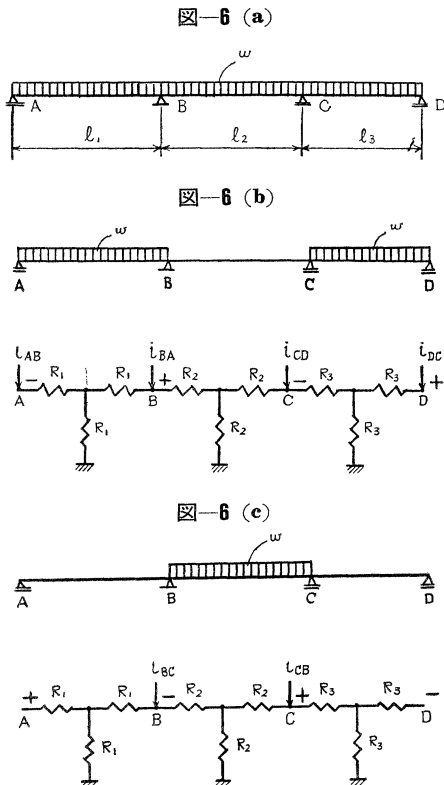
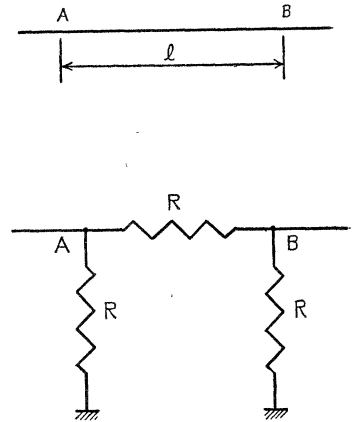


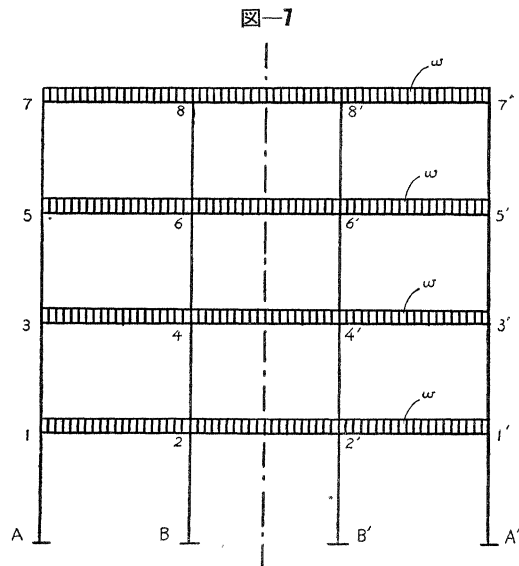
図-5 π -回路



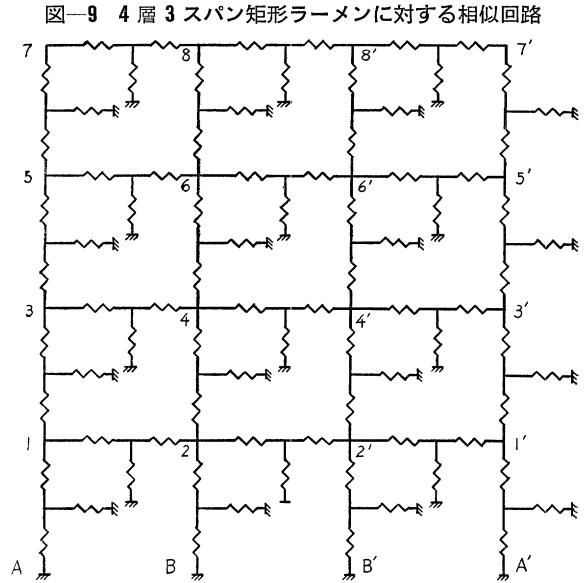
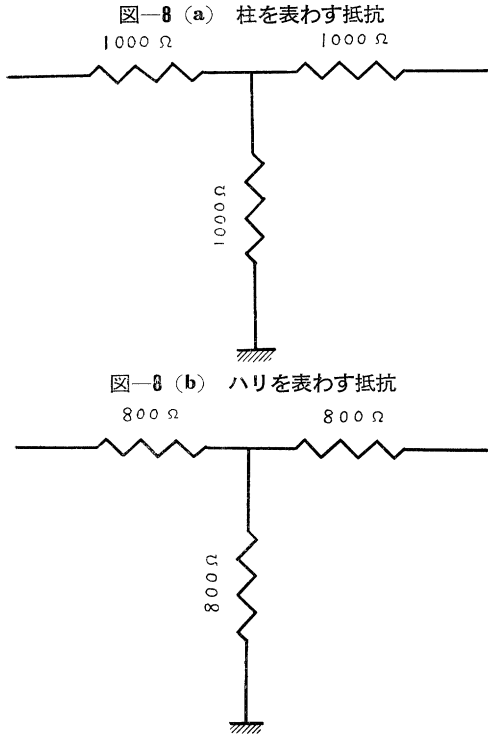
6. 実験例

例-1 4層3スパン矩形ラーメン

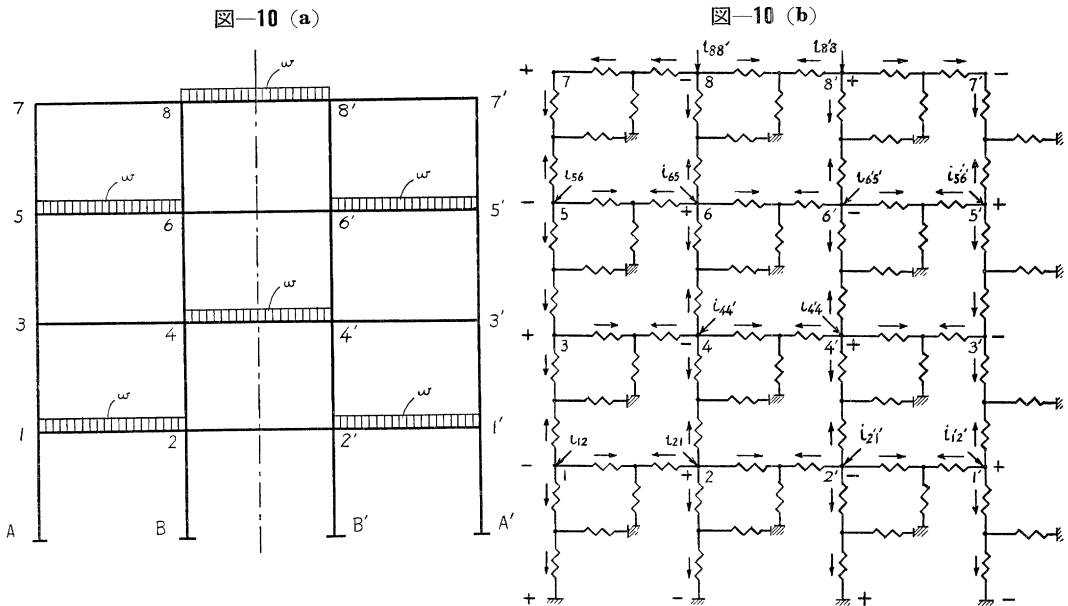
図-7は、各層に等分布荷重をうける4層3スパン短形ラーメンを示す。各柱および各ハリの剛比をそれぞれ1および1.25とする。いま、柱に対する抵抗Rを1000 Ω にすれば、ハリ



に対する抵抗 R は 800Ω となる。従つて、柱、およびはり各1部材に対する相似回路は、それぞれ、図-8 (a) および 図-8 (b) で表わされる。これらの回路を 図-7 のラーメンの骨組にしたがつて結合すれば、図-7 の相似回路として 図-9 がえられる。



荷重を2分して 図-10, および 図-11 とする。いま、図-10 の場合についてのべる。荷重、すなわち、ハリの固定端モーメント(= $wl^2/12$)に相当する電流は、図-10 (b)の接点 1,2,4,5,6,8,1',2',4',5',6',8' の12点に同じだけ流さなくてはならない。このため、図-12 に示すように電源から各接点にいたる間に2コの抵抗を挿入する。1コは接点に流す電流を正しく読むための固定抵抗であり、他の1コは挿入電流を調節するための可変抵抗である。この可変抵抗は、回路の抵抗にくらべて大きくすると、各接点へ所定の電流を流すための調節が容易



になる。真空管電圧計によつて、各抵抗の両端の電圧を測り、接点を流れる電流を知れば、これが図-10に対する解となる。

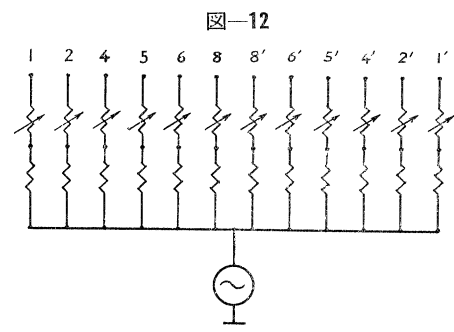
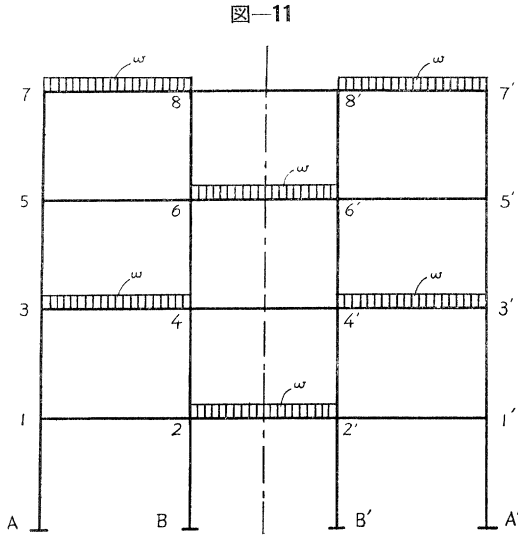


図-10、図-11 に対する実験結果を示せば、表-1、表-2 のようである。表-1、2 の各値を合計したものが表-3 であつて、これが図-7 に示すラーメンの実験結果である。

表-1

(単位: $10^{-2} \cdot w l^2$)

M_{A1}	+ 1.719	M_{68}	- 1.725	$M_{A'1'}$	- 1.700	$M_{6'8'}$	+ 1.719
M_{1A}	+ 3.438	M_{86}	+ 2.075	$M_{1'A'}$	- 3.438	$M_{8'6'}$	- 2.075
M_{13}	+ 2.550	M_{12}	- 6.021	$M_{1'3'}$	- 2.500	$M_{1'2'}$	+ 6.036
M_{31}	- 0.050	M_{21}	+ 6.568	$M_{3'1'}$	+ 0.050	$M_{2'1'}$	- 6.568
M_{35}	+ 0.166	M_{34}	- 0.117	$M_{3'5'}$	- 0.168	$M_{3'4'}$	+ 0.117
M_{53}	+ 2.925	M_{43}	+ 2.938	$M_{5'3'}$	- 2.938	$M_{4'3'}$	- 2.938
M_{57}	+ 2.825	M_{56}	- 5.865	$M_{5'7'}$	- 2.850	$M_{5'6'}$	+ 5.865
M_{75}	- 0.050	M_{65}	+ 6.115	$M_{7'5'}$	+ 0.050	$M_{6'5'}$	- 6.146
M_{B2}	- 1.550	M_{78}	+ 0.063	$M_{B'2'}$	+ 1.550	$M_{7'8'}$	- 0.063
M_{2B}	- 3.150	M_{87}	+ 3.688	$M_{2'2'}$	+ 3.150	$M_{8'7'}$	- 3.672
M_{24}	- 1.469	$M_{22'}$	- 1.953	$M_{2'4'}$	+ 1.475	$M_{2'2'}$	+ 1.938
M_{42}	+ 1.781	$M_{44'}$	- 6.271	$M_{4'2'}$	- 1.775	$M_{4'4'}$	+ 6.271
M_{46}	+ 1.488	$M_{66'}$	- 2.305	$M_{4'6'}$	- 1.488	$M_{6'6'}$	+ 2.313
M_{64}	- 2.000	$M_{88'}$	- 5.911	$M_{6'4'}$	+ 2.025	$M_{8'8'}$	+ 5.911

表-2

(単位: $10^{-2} \cdot w l^2$)

M_{A1}	- 0.540	M_{68}	+ 1.197	$M_{A'1'}$	+ 0.540	$M_{6'8'}$	- 1.197
M_{1A}	- 1.081	M_{86}	- 2.886	$M_{1'A'}$	+ 1.081	$M_{8'6'}$	+ 2.886
M_{13}	+ 0.749	M_{12}	+ 0.353	$M_{1'3'}$	- 0.725	$M_{1'2'}$	- 0.375
M_{31}	+ 3.144	M_{21}	+ 2.686	$M_{3'1'}$	- 3.107	$M_{2'1'}$	- 2.610
M_{35}	+ 2.628	M_{34}	- 5.954	$M_{3'5'}$	- 2.628	$M_{3'4'}$	+ 5.939
M_{53}	- 0.215	M_{43}	+ 6.276	$M_{5'3'}$	+ 0.231	$M_{4'3'}$	- 6.230
M_{57}	+ 0.620	M_{56}	- 0.391	$M_{5'7'}$	- 0.626	$M_{5'6'}$	+ 0.388
M_{75}	+ 4.360	M_{65}	+ 3.009	$M_{7'5'}$	- 4.446	$M_{6'5'}$	- 3.009
M_{B2}	+ 1.382	M_{78}	- 4.496	$M_{B'2'}$	- 1.382	$M_{7'8'}$	+ 4.496
M_{2B}	+ 2.763	M_{87}	+ 5.908	$M_{2'2'}$	- 2.763	$M_{8'7'}$	- 5.916
M_{24}	+ 1.007	$M_{22'}$	- 6.599	$M_{2'4'}$	- 1.007	$M_{2'2'}$	+ 6.599
M_{42}	- 2.112	$M_{44'}$	- 2.218	$M_{4'2'}$	+ 2.112	$M_{4'4'}$	+ 2.211
M_{46}	- 1.781	$M_{66'}$	- 6.123	$M_{4'6'}$	+ 1.781	$M_{6'6'}$	+ 6.107
M_{64}	+ 1.781	$M_{88'}$	- 2.840	$M_{6'4'}$	- 1.781	$M_{8'8'}$	+ 2.840

表-3
(単位: $10^{-2} \cdot w l^2$)

	exp.	theo.		exp.	theo.
M_{A1}	+ 1 179	+ 1 162	$M_{A'1'}$	- 1 160	- 1,162
M_{1A}	+ 2 357	+ 2 324	$M_{1'A'}$	- 2,357	- 2 324
M_{13}	+ 3 299	+ 3 318	$M_{1'3'}$	- 3,225	- 3 318
M_{31}	+ 3 094	+ 3 149	$M_{3'1'}$	- 3,057	- 3 149
M_{35}	+ 2,794	+ 2 860	$M_{3'5'}$	- 2 896	- 2,860
M_{53}	+ 2 710	+ 2 740	$M_{5'3'}$	- 2 707	- 2,740
M_{57}	+ 3,445	+ 3 507	$M_{5'7'}$	- 3 476	- 3,507
M_{75}	+ 4 310	+ 4 394	$M_{7'5'}$	- 4 396	- 4 394
M_{B2}	- 0 168	- 0 171	$M_{B'2'}$	+ 0 168	+ 0 171
M_{2B}	- 0 387	- 0 342	$M_{2'B'}$	+ 0 387	+ 0,342
M_{24}	- 0 462	- 0 470	$M_{2'4'}$	+ 0,468	+ 0,470
M_{42}	- 0 331	- 0 428	$M_{4'2'}$	+ 0,337	+ 0 428
M_{46}	- 0 293	- 0 333	$M_{4'6'}$	+ 0 293	+ 0 333
M_{64}	- 0 219	- 0,282	$M_{6'4'}$	+ 0 244	+ 0 282
M_{68}	- 0,528	- 0,523	$M_{6'8'}$	+ 0 522	+ 0 523
M_{86}	- 0,811	- 0,815	$M_{8'6'}$	+ 0,811	+ 0,815
M_{12}	- 5 668	- 5,642	$M_{1'2'}$	+ 5,661	+ 5,642
M_{21}	+ 9 254	+ 9 359	$M_{2'1'}$	- 9,178	- 9,359
M_{34}	- 6 071	- 6,010	$M_{3'4'}$	+ 6,056	+ 6 010
M_{43}	+ 9 214	+ 9,255	$M_{4'3'}$	- 9,168	- 9,255
M_{56}	- 6,256	- 6,246	$M_{5'6'}$	+ 6,253	+ 6 246
M_{65}	+ 9 124	+ 9 233	$M_{6'5'}$	- 9,155	- 9 233
M_{78}	- 4,433	- 4,394	$M_{7'8'}$	+ 4,433	+ 4,394
M_{87}	+ 9,596	+ 9,610	$M_{8'7'}$	- 9,588	- 9,610
$M_{22'}$	- 8,552	- 8 547	$M_{2'2}$	+ 8,537	+ 8,547
$M_{44'}$	- 8 489	- 8,494	$M_{4'4}$	+ 8,482	+ 8,494
$M_{66'}$	- 8 428	- 8 429	$M_{6'6}$	+ 8,420	+ 8,429
$M_{88'}$	- 8 751	- 8,795	$M_{8'8}$	+ 8 751	+ 8,795

例-2 柱端ヒンジ, 1層4スパン矩形ラーメン

図-13は、柱端にヒンジを有する1層4スパン矩形ラーメンである。剛比は柱がすべて1に対してはりはすべて0.75とする。この場合も前と同様に、図-14、図-15のように2分して実験を行なう。ただ異なる点は、柱端がヒンジのため、柱を表わす抵抗は3コ使用する必要はなく、図-14、(b)、図-15、(b)で示すように簡単となる。実験結果は表-4のようである。

図-13

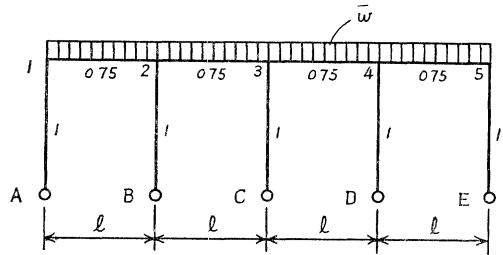


図-14 (a)

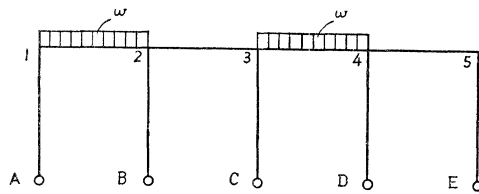


図-14 (b)

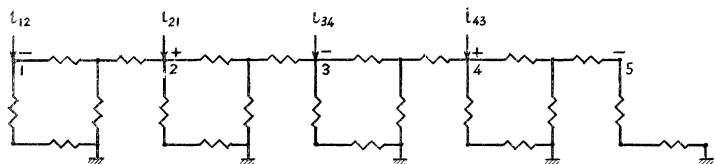


表-4

(単位 $10^{-2} \cdot w l^2$)

	exp.	theo.
M_{1A}	+4.28	+4 35
M_{12}	-4 44	-4,35
M_{21}	+9,76	+9,78
M_{2B}	-0,70	-0,72
M_{23}	-9,10	-9,06
M_{32}	+7 93	+7,97
M_{3C}	-0 07	0
M_{34}	-7 98	-7,97
M_{43}	+9,17	+9 06
M_{4D}	+0,74	+0 72
M_{45}	-9 73	-9,78
M_{54}	+4,38	+4 35
M_{5E}	-4,43	-4,35

図-15 (a)

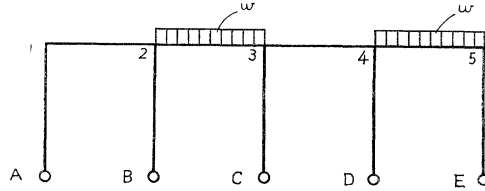
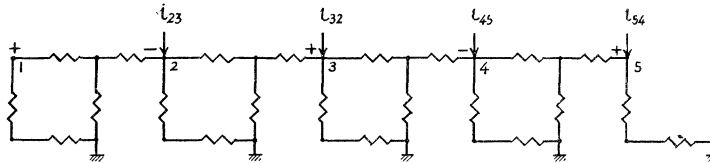


図-15 (b)



7. むすび

抵抗器のみを用いた相似回路によつてラーメンを解析する方法は、以上のものである。これをさきの実験と比較すれば、本回路はさきの回路にくらべてさらに簡単となり、回路中に誤差の原因となる要素を全く含まないので、挿入抵抗をできるだけ正確にとることによつて、実験の精度を高くあげることができる。またハリに作用する分布荷重を困難なく処理できること、および end moment に符号をつけることのできることは、この相似法の大きな特色である。

本実験に使用した抵抗器は、すべて市販の捲線抵抗器である。従つて回路に要した費用は極めて僅少である。

本文は特に side sway のない場合に限つてまとめたものであり、次回に、接点の横移動のある問題を発表するつもりである。

最後に、本実験を行なうにあたり、御指導を賜つた京都大学教授成岡昌夫博士に感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 山内利彦: ラーメンの相似回路, 土木学会論文集第 35 号
- 2) J.W. Bray: An Electrical Analyser for Rigid Frame Works, The Structural Engineer, Aug., 1957, pp. 297-311.

(昭. 33. 7. 6)