

## 射流分岐水路の流量配分比について

正員 嶋 祐之\*  
准員 宮 永 正 照\*\*

ON THE DISCHARGE RATIO OF SUPERCRITICAL FLOW  
IN BRANCHING CHANNELS

By Sukeyuki Shima, C.E. Member and Masateru Tominaga, C.E. Assoc. Member

**Synopsis :** It has been recognized that the characteristics of supercritical flow in open channel is similar to that of compressible fluid of two dimensions. So that, the discharge ratio of supercritical flow in branching channels was theoretically obtained by studying the same problem as Prandtl-Meyer flow, and at the same time it was experimentally investigated.

The experimental results were somewhat different from the theoretical ones, but it has been concluded that this theory is of practical use in adopting a supplementary coefficient.

**要 旨** 開水路における射流の性質と二次元圧縮性流体の性質との間には、相似性のあることが認められている。そこで Prandtl-Meyer flow と同様な取り扱いから、射流分岐水路の流量配分比を解析的に求めた。一方実験によつて検討したところ、理論値と実験値とに多少の差異が認められたので、補正係数を求めて実用的に十分満足すべき結果を得た。

## 1. 緒言

分岐水路の流量配分については、流れが常流状態であると、下流側の条件、分岐部に生ずる渦などの影響を受けて、その解析が非常に困難である。しかし射流状態であると、そのような影響を受けないので、現象は比較的簡単となる。

射流の性質は物理的には気体の超音速流の性質に類似しているので、超音速流の分野で発展した解析的方法を、水理学の分野に応用することができる。すでに Knapp, Ippen, H. Rouse<sup>1)</sup> などの研究により、この分野に大きな成果がもたらされた。

ここでは二次元の圧縮性流体において、古くから知られている角をまわる流れ、すなわち Prandtl-Meyer flow と同様な取り扱いから、射流分岐水路の流量配分比を解析的に求めた。一方この結果を裏づける目的で実験を行なつたところ、理論と実験との間に多少の差異が認められた。そこで両者の差異の原因について考察するとともに、適当な補正係数を求めて、実用公式を得た。

## 2. 角をまわる流れ (Prandtl-Meyer flow)

摩擦と勾配とが釣合つているとし、鉛直方向には速度分布が一様であると考えれば、図 1 のように AOB に沿う射流は、Prandtl-Meyer flow と同様に扱うことができる<sup>2)</sup>。曲り角 O を原点として、 $r, \theta$  の極座標をとる。 $r$  および  $\theta$  方向の流速成分をそれぞれ、 $v_r, v_\theta$ 、合流速を  $q$  とすれば、 $v_r, v_\theta$  および水深  $h$  は  $\theta$  のみの関数となるので、基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{dv_r}{d\theta} - v_\theta = 0 \dots\dots\dots (1)$$

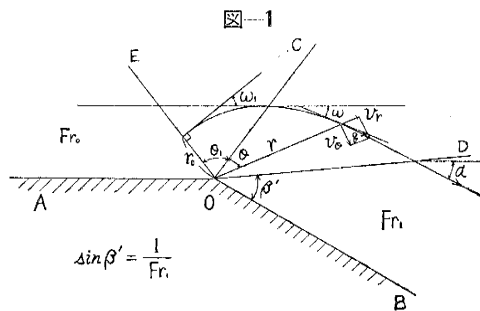
$$v_\theta \frac{dh}{d\theta} + h \left( v_r + \frac{dv_\theta}{d\theta} \right) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{v_\theta^2 + v_r^2}{2g} + h = H \dots\dots\dots (3)$$

ここに  $H$  は全水頭を示す。

(1), (2), (3) はそれぞれ渦無し条件、連続条件、Bernoulli の方程式を表わす。(3) を  $\theta$  について微分すれば

$$\frac{dh}{d\theta} = -\frac{1}{g} \left( v_\theta \frac{dv_\theta}{d\theta} + v_r \frac{dv_r}{d\theta} \right) \quad \text{変形すれば}$$



\* 東京大学助教授，工学部土木工学教室，\*\* 建設技官，建設省土木研究所，海岸研究室

$$\frac{1}{h} \frac{dh}{d\theta} = -\frac{1}{c^2} \left( v_\theta \frac{dv_\theta}{d\theta} + v_r \frac{dv_r}{d\theta} \right) \dots\dots\dots (4)$$

ここに  $c = \sqrt{gh}$  であり、微小攪乱波が水面を伝播する速度である。(2) と (4) から  $\frac{dh}{d\theta}$  を消去して (1) を考慮すれば

$$\left( v_r + \frac{dv_r}{d\theta} \right) \left( 1 - \frac{v_\theta^2}{c^2} \right) = 0$$

上式の解の一つは、 $v_r + \frac{dv_r}{d\theta} = 0$  の解で平行流を示す。他の解は

$$v_\theta = \pm c \dots\dots\dots (5)$$

(3) に  $v_\theta = c$  を代入して、 $v_\theta$  につき解けば

$$v_\theta^2 = \frac{2}{3} gH - \frac{1}{3} v_r^2 \dots\dots\dots (6)$$

(6) を (1) に代入すれば

$$\left( \frac{dv_r}{d\theta} \right)^2 = \frac{2}{3} gH - \frac{v_r^2}{3} \dots\dots\dots (7)$$

(7) を解けば

$$v_r = \sqrt{2gH} \sin \frac{\theta + \theta_1}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (8)$$

(8) を (6) に代入すれば

$$v_\theta = \sqrt{\frac{2gH}{3}} \cos \frac{\theta + \theta_1}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (9)$$

ここに  $\theta_1$  は積分常数であつて、もし  $\theta$  を流線と動径とが直角に交わるころからはかれば、 $\theta_1 = 0$  である。

(8), (9) を (3) に代入して  $h$  につき解けば

$$\frac{h}{H} = \frac{2}{3} \cos^2 \frac{\theta + \theta_1}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (10)$$

(10) において、 $\frac{\theta + \theta_1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{2}$  となれば  $h = 0$  となる。すなわち  $\theta + \theta_1 = 156^\circ$  流れが曲ると水深は 0 となり、流れはこれ以上曲らない。また Froude number を  $F_r$  とすれば Bernoulli の式より

$$\begin{aligned} \frac{h}{H} &= \frac{2}{2 + F_r^2} \\ \therefore \frac{2}{2 + F_r^2} &= \frac{2}{3} \cos^2 \frac{\theta + \theta_1}{\sqrt{3}} \\ \theta + \theta_1 &= \sqrt{3} \cos^{-1} \sqrt{\frac{3}{2 + F_r^2}} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

流線の方程式は

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{dr}{d\theta} = \frac{v_r}{v_\theta}$$

$\theta + \theta_1 = 0$  で  $r = r_0$  とし、(8) および (9) を上式に代入して解けば

$$r = r_0 \left\{ \cos \frac{\theta + \theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (12)$$

(12) から明らかなように、流線の形は流れの状態に無関係である。

一般に射流が角をまわるときには、AO に平行な流れが、原点 O より出る最初の Mach wave OC をとおるとき曲り始め、最後の Mach wave OD を通り、角  $\alpha$  だけ曲り切つて OB に平行な流れとなる。上述の諸式は領域 COD の内部で適用されるものである。

これらの諸式によつて、領域 COD 内の流れの状態は明らかとなつたが、OC, OD の位置には触れていなかった。平行流の Froude number を  $F_{r_0}$  とすれば、AO と OC とのなす角  $\beta$  は

$$\beta = \sin^{-1} \frac{1}{F_{r_0}} \dots\dots\dots (13)$$

一方 OD の位置が求つたとして、 $\angle COD = \tau$  とすれば、OD 上の Froude number は

$$F_r^2 = 3 \cos^{-2} \frac{\theta_1 + \tau}{\sqrt{3}} - 2$$

また  $\angle DOB = \beta'$  とすれば

$$F_r = (\sin \beta')^{-1}$$

$$\therefore \sin^{-2}\beta' = 3 \cos^{-2} \frac{\theta_1 + r}{\sqrt{3}} - 2$$

しかるに

$$\beta' = \alpha + \beta - r$$

ゆえに

$$\sin^{-2}(\alpha + \beta - r) = 3 \cos^{-2} \frac{\theta_1 + r}{\sqrt{3}} - 2 \dots \dots \dots (14)$$

(14) は  $r$  についての三角方程式であつて、これより  $r$  が定まり、従つて OD の位置が決まる。しかし (14) から  $r$  を求めることは、数値計算のときに不便であるから、別の方法を考える必要がある。

Mach wave OC, OD などは、物理面の特性曲線である。従つて流れが Mach wave を通るときの方向変化量  $\omega$  と、その Mach wave 上の Froude number との間には一定の関係がある。これは速度面における特性曲線で、次式で与えられる<sup>3),4)</sup>。

$$\omega = \sqrt{3} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{F_r^2 - 2}} - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{F_r^2 - 1}} - \omega_1 \dots \dots \dots (15)$$

$\omega_1$  は積分定数で、 $\theta_1$  と同様に  $\omega$  を OE から はかれば O となる。

(15) を利用すれば、次のように簡単に OD の位置をきめることができる。流れは OC から OD に達するまでに、方向を  $\alpha$  だけ変える。従つて (15) の  $\omega$  に ( $-\alpha$ ) を代入すれば、OD 上の Froude number が求められる。この Froude number を (11) に代入すれば  $r$  がきまる。

表-5

表-1		表-2		表-3		表-4		表-5		
$\theta = \sqrt{3} \cos^{-1} \sqrt{\frac{3}{2+F_r^2}}$		(12) の計算		$\frac{h}{H} = \frac{2}{3} \cos^2 \frac{\theta}{\sqrt{3}}$		$\sin \beta = \frac{1}{F_r}$		$\omega = \sqrt{3} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{F_r^2 - 2}} - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{F_r^2 - 1}}$		
$F_r$	$\theta$	$\theta$	$\cos^2 \frac{\theta}{\sqrt{3}}$	$\cos^{-3} \frac{\theta}{\sqrt{3}}$	$\theta$	$\frac{h}{H}$	$F_r$	$\beta$	$F_r$	$\omega$
1.0	0° 0'	0°	1.0	1.0	0	0.6 667	1.0	90° 0'	1.0	65° 53'
1.1	25 40	10	0.9 848	1.015	10	0.6 599	1.1	65 40	1.1	64 42
1.2	36 2	15	0.9 638	1.038	15	0.6 505	1.2	56 30	1.2	63 7
1.3	44 23	20	0.9 409	1.063	20	0.6 400	1.3	50 40	1.3	61 18
1.4	51 6	25	0.9 084	1.101	25	0.6 253	1.4	45 30	1.4	59 12
1.5	56 52	30	0.8 702	1.149	30	0.6 076	1.5	41 50	1.5	57 3
1.6	62 1	35	0.8 266	1.210	35	0.5 892	1.6	38 40	1.6	55 12
1.7	66 34	40	0.7 784	1.285	40	0.5 641	1.7	36 0	1.7	53 18
1.8	70 43	45	0.7 271	1.375	45	0.5 391	1.8	33 50	1.8	51 26
1.9	74 29	50	0.6 715	1.489	50	0.5 112	1.9	31 50	1.9	49 42
2.0	77 56	55	0.6 141	1.628	55	0.4 813	2.0	30 0	2.0	48 0
2.1	81 7	60	0.5 570	1.795	60	0.4 513	2.1	28 30	2.1	46 30
2.2	84 2	65	0.5 032	1.987	65	0.4 219	2.2	27 0	2.2	44 46
2.3	86 37	70	0.4 416	2.264	70	0.3 866	2.3	25 50	2.3	43 27
2.4	89 17	75	0.3 853	2.595	75	0.3 530	2.4	24 40	2.4	41 58
2.5	91 40	80	0.3 319	3.013	80	0.3 196	2.5	23 30	2.5	40 39
2.6	93 50	85	0.2 806	3.564	85	0.2 857	2.6	22 40	2.6	39 26
2.7	95 55	90	0.2 341	4.272	90	0.2 532	2.7	21 40	2.7	38 12
2.8	97 53	95	0.1 920	5.208	95	0.2 209	2.8	21 0	2.8	37 7
2.9	99 39	100	0.1 521	6.575	100	0.1 899	2.9	20 10	2.9	36 0
3.0	101 22	105	0.1 194	8.375	105	0.1 617	3.0	19 30	3.0	35 4
3.1	102 58	110	0.0 888	11.26	110	0.1 327	3.1	18 50	3.1	34 3
3.2	104 32	115	0.0 653	15.31	115	0.1 082	3.2	18 20	3.2	33 10
3.3	105 54	120	0.0 442	22.62	120	0.0 834	3.3	17 40	3.3	32 17
3.4	107 18	125	0.0 295	38.89	125	0.0 636	3.4	17 10	3.4	31 29
3.5	108 34	130	0.0 171	58.48	130	0.0 443	3.5	16 40	3.5	30 39
		135	0.0 097	103.1	135	0.0 303	3.6	16 10	3.5	29 56
		140	0.0 041	243.9	140	0.0 171	3.7	15 40	3.7	29 9
		145	0.0 014	714.3	145	0.0 085	3.8	15 20	3.8	28 33
		150	0.0 002	5 000.0	150	0.0 023				
		155								

以上によつて、 $\angle AOB$  のまわりの流れの状態は全く明らかとなつたが、数値計算に当つては (10), (11), (13) (15) などの関係を示す数表が必要である。表-1 から表-5 までは、数値計算用の表である。

3. 流量配分比

図-2のごとく分岐点に射流が到達すれば、Mach wave OCを通過後曲り始め、一部は主水路へ、他の一部は分岐水路に入る。この二つの流れの境界をなす線は流線 O'E である。従つて流線 O'E が求められれば、流量配分を決めることができる。

Mach wave OC は側壁に当つて反射し、反射波 CC' を生ずる。それゆゑ C' が O' の下流側にあれば、流線 O'E をきめる上に、側壁 FG はなんらの影響も持たない。すなわち前章で述べた Prandtl-Meyer flow として流線 O'E をきめればよい。以下にのべる方法は、このような考え方が成立する範囲のみに応用される。

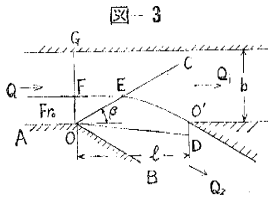
流量配分比の計算に當つては、二つの場合に分けて考える必要がある。

- (a) Mach wave OD が分岐水路に入る場合
- (b) Mach wave OD が主水路にある場合

ここに OD は流れが曲り切つたときの Mach wave である。

- (a) Mach wave OD が分岐水路にある場合

図-3において、流量配分比を  $\frac{Q_2}{Q}$  で表わし、水路の断面が矩形であるとすれば



$$\frac{Q_2}{Q} = \frac{\overline{OF}}{\overline{OG}} = \frac{\overline{OF}}{b} \dots\dots\dots (16)$$

$$\overline{OF} = \overline{OE} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \overline{OE} \sin \beta = \frac{\overline{OE}}{Fr_0} \dots\dots\dots (17)$$

ここに  $Fr_0$  は平行流の Froude number である。流線の式は前章で求めたように

$$r = r_0 \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (12)$$

従つて

$$l = r_0 \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \right\}^{-3}$$

$$\overline{OE} = r_0 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3}$$

両式より  $r_0$  を消去して、 $\overline{OE}$  につき解けば、

$$\overline{OE} = l \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (18)$$

(18) を (17) に代入すれば

$$\overline{OF} = \frac{l}{Fr_0} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (19)$$

(19) を (16) に代入すれば

$$\frac{Q_2}{Q} = \frac{l}{b Fr_0} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (20)$$

$\theta_1$  および  $\beta$  は  $Fr_0$  が与えられれば表-1 および表-4 より定まる。従つて  $\frac{Q_2}{Q}$  は幾何学的な形が与えられれば、 $Fr_0$  のみの関数である。また分岐水路のを示す  $l, b$  などは (20) の中に入っているが、 $\alpha$  は入っていない。すなわちこの場合には  $Q_2/Q$  は分岐角に無関係である。

- (b) Mach wave OD が主水路にある場合

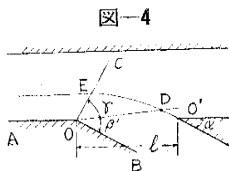


図-4 において (a) の場合と同様に

$$\overline{OD} = r_0 \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \right\}^{-3}$$

$$\overline{OE} = r_0 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3}$$

$$\therefore \overline{OE} = \overline{OD} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3}$$

$$\frac{Q_2}{Q} = \frac{\overline{OD}}{bF_{r0}} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + r}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (21)$$

一方 図-4 において、幾何学的条件より

$$\overline{OD} = l \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta'} \dots\dots\dots (22)$$

(22) を (21) に代入すれば

$$\frac{Q_2}{Q} = \frac{l}{bF_{r0}} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta'} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + r}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (23)$$

(23) において、 $\theta_1$ 、 $\beta'$ 、 $r$  などは前述のように  $F_{r0}$  によつてきまる。従つて  $Q_2/Q$  は  $l$ 、 $b$ 、 $\alpha$  などが与えられれば  $F_{r0}$  のみの関数である。

次に水路の幾何学的形状および平行流の Froude number に対し、(20)、(23) のうちどちらを使用すべきかを判定せねばならない。図-5 のごとく、OD と OC とが一致した場合を考えればよい。すなわち与えられた分岐角に対し、丁度 D と O' とが一致するときの平行流の Froude number を求めれば、その値が両式の限界点を示すことになる。

$$G(F_r) = \sqrt{3} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{F_r^2 - 1}} - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{F_r^2 - 1}}$$

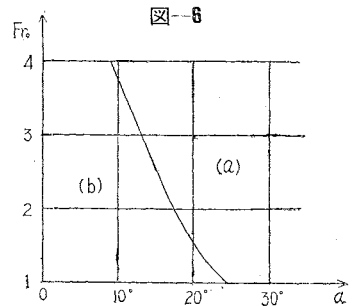
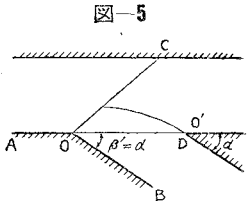
とおけば、(15) から

$$\omega = G(F_r) - \omega_1$$

図-5 の場合は、 $\omega = -\alpha$ 、 $\beta = \alpha$  であるから

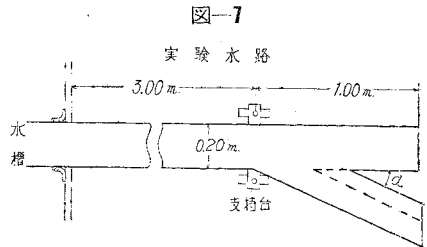
$$\alpha = G(F_r) - G\left(\frac{1}{\sin \alpha}\right) \dots\dots\dots (24)$$

(24) において、 $\alpha$  を与えて  $F_{r0}$  を求めれば、両式の適用限界を明らかにすることができる。(24) を図示すると 図-6 のごとくなる。図-6 によると、 $\alpha$  が大体  $24^\circ$  より大きい場合には常に (21) によることになるが、 $\alpha$  がそれより小さい場合には、平行流の Froude number により (21) による場合と (23) による場合とに分れる。



4. 実験および実験結果

図-7 は実験水路を示す。水路は木製で全長 4 m、幅 20 cm であり流れを等流状態で分岐させるように、入口より分岐点までの長さを 3 m にとつてある。支持台に設置したジャッキにより水路の勾配を変化させ、 $F_{r0}$  を 1~3.5 の範囲で測定した。また 表-6 に示すごとく分岐水路への流入部分の長さ  $l$  および分岐角  $\alpha$  を 4 通りづつ変えて、都合 16 通りの水路につき実験し、流量配分比と平行流の Froude number との関係を求めた。



また各水路について、 $F_{r0}$  を与えて  $\frac{Q_2}{Q}$  を計算した。表-7、表-8 はこの結果を示すものである。図-6 によれば、 $\alpha = 30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  の場合はいずれも領域 (a) に属する。従つて  $\frac{Q_2}{Q}$  は分岐角に

$$\frac{Q_2}{Q} = \frac{l}{b \cdot F_r} \cdot \cos^3 \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \cdot \cos^{-3} \frac{\theta_1}{\sqrt{3}}$$

$l = 40 \text{ cm} \quad b = 20 \text{ cm}$

表-6

$\alpha = 15^\circ$		$\alpha = 30^\circ$		$\alpha = 45^\circ$		$\alpha = 60^\circ$	
$l$	$l/b$	$l$	$l/b$	$l$	$l/b$	$l$	$l/b$
cm		cm		cm		cm	
60	3	40	2	40	2	40	2
45	2.25	30	1.5	30	1.5	30	1.5
30	1.5	20	1	20	1	20	1
15	0.75	10	0.5	10	0.5	10	0.5

表-7

$F_r$	$\beta$	$\theta_1$	$\cos^3 \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}}$	$\cos^3 \frac{\theta_1}{\sqrt{3}}$	$\frac{l}{b \cdot F_r}$	$\frac{Q_2}{Q}$
1.2	$56^\circ 30'$	$36^\circ 40'$	0.2055	0.7999	1.670	0.428
1.4	$45^\circ 30'$	$51^\circ 10'$	0.1771	0.6594	1.430	0.384
1.6	$38^\circ 40'$	$62^\circ 0'$	0.1488	0.5362	1.250	0.347
1.8	$33^\circ 50'$	$70^\circ 50'$	0.1212	0.4319	1.113	0.319
2.0	$30^\circ 0'$	$78^\circ 0'$	0.09925	0.3535	1.000	0.281
2.2	$27^\circ 0'$	$84^\circ 2'$	0.08333	0.2906	0.9090	0.261
2.4	$24^\circ 40'$	$89^\circ 17'$	0.06887	0.2400	0.8335	0.239
2.6	$22^\circ 40'$	$93^\circ 50'$	0.05783	0.2004	0.7690	0.222
2.8	$21^\circ 0'$	$97^\circ 53'$	0.04859	0.1682	0.7140	0.206
3.0	$19^\circ 30'$	$101^\circ 22'$	0.04135	0.1425	0.6665	0.194
3.2	$18^\circ 20'$	$104^\circ 32'$	0.03487	0.1211	0.6250	0.180
3.4	$17^\circ 10'$	$107^\circ 18'$	0.03022	0.1040	0.5880	0.171

表-8

$$\frac{Q_2}{Q} = \frac{l}{bF_{r0}} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta'} \cdot \cos^3 \frac{\theta_1 + \tau}{\sqrt{3}} \cdot \cos^{-3} \frac{\theta_1}{\sqrt{3}}$$

$\alpha = 15^\circ, \quad l = 60 \text{ cm}, \quad b = 20 \text{ cm}$

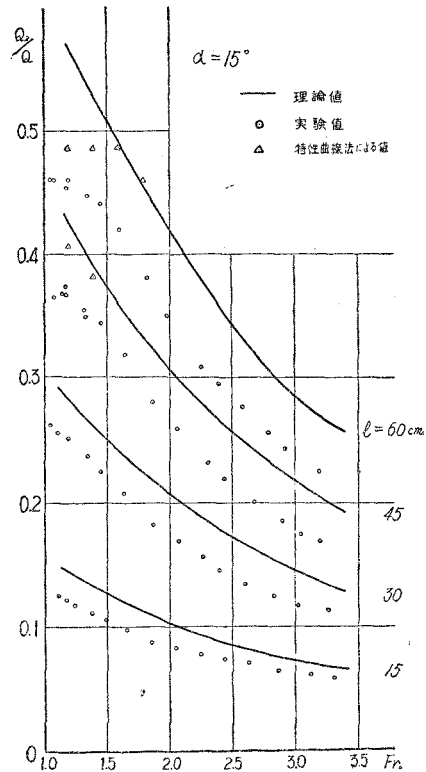
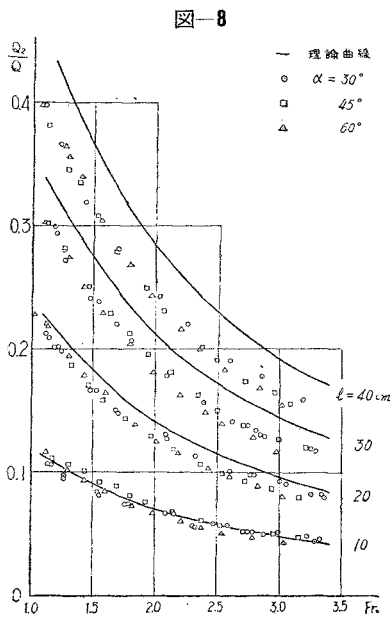
$F_{r0}$	$\beta$	$\theta_1$	$\omega_1$	$F_r$	$\tau$	$\beta'$
1.2	56° 26'	36° 2'	63° 7'	1.99	41° 16'	30° 11'
1.4	45 30	51 6	59 12	2.24	33 58	26 32
1.6	38 40	62 1	55 12	2.54	30 31	23 10
1.8	33 50	70 43	51 26	2.87	28 24	20 25
2.0	30 0	77 56	48 0	3.22	26 51	18 12
2.2	27 0	84 2	44 54	3.60	25 46	16 12

$F_{r0}$	$\frac{\sin 15^\circ}{\sin \beta'}$	$\frac{l}{b \cdot F_{r0}}$	$\cos^3 \frac{\theta_1 + \tau}{\sqrt{3}}$	$\cos^3 \frac{\theta_1}{\sqrt{3}}$	$\frac{Q_2}{Q}$
1.2	0.5147	2.5	0.3582	0.8166	0.564
1.4	0.5793	2.141	0.2806	0.6594	0.528
1.6	0.6578	1.875	0.2134	0.5338	0.493
1.8	0.7420	1.668	0.1590	0.4335	0.454
2.0	0.8287	1.5	0.1205	0.3544	0.423
2.2	0.9287	1.363	0.0900	0.2909	0.391

無関係となる。なお表-7の値は  $l=40 \text{ cm}$  の場合であるが、 $l=30 \text{ cm}, 20 \text{ cm}, 10 \text{ cm}$  などの場合は、表中の配分比の  $3/4, 1/2, 1/4$  の値となる。 $\alpha=15^\circ$  の場合は、 $F_{r0} \leq 2.4$  の範囲では領域 (b) にするので、(23) によって計算した。表-8の配分比は  $l=60 \text{ cm}$  の場合であり、 $l=45 \text{ cm}, 30 \text{ cm}, 15 \text{ cm}$  などの場合は、前と同様に求められる。 $F_{r0} \geq 2.4$  では領域 (a) に属し、表-7の値から計算できるので、この表-8では計算していない。

図-8、図-9は実験値と理論値とを比較したもので、横軸に平行流の Froude number, 縦軸に全流量と分岐水路に流れる流量との比をとつてある。これらの図によると一般に実験値は理論値より多少小さくなつてゐる。

図-9



5. 実験結果の検討および補正係数

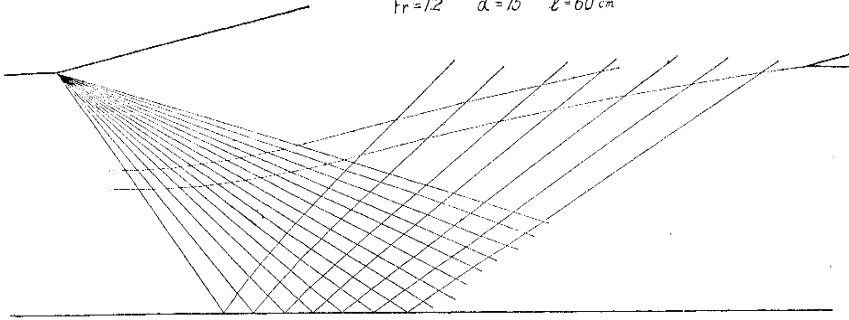
先に指摘したように、領域 (9) の場合に  $\frac{Q_2}{Q}$  は  $\alpha$  に無関係となる。図-8によれば、実験値は理論値に比して小さくなつてゐるが、大体  $\alpha$  に無関係であることがみられ、この点では理論と一致している。

図-9をみると、 $l=60 \text{ cm}, 45 \text{ cm}$  の場合には、 $F_{r0}$  が小さいところでは、 $\frac{Q_2}{Q}$  の理論値は  $F_{r0}$  が小さくなると大きくなるが、実験値は  $F_{r0}$  が小さくなつてもほとんど大きくなりえない。一般に曲り角から出た Mach wave は側壁では反射して反射波を生ずるが、この反射波は流れを主水路の方に曲げる影響を持つてゐる。それゆゑ反射波の影響を受けると流量配分比は先の理論で計算したものより小さくなる。従つて上にのべた現象は、反射波の影響によるものと考えられるが、この点を確かめるために、特性曲線法によつて計算した値を図-9に示してあ

る。これらの計算値は実験値より大きい。このような現象が、反射波の影響であることを明らかに示している。図-10 は特性曲線による解の一例である。図-9 の  $l=30\text{ cm}$ ,  $15\text{ cm}$  の場合および図-8 では、反射波の影響

図-10

$Fr = 1/2 \quad \alpha = 15^\circ \quad l = 60\text{ cm}$



は見られず、 $Fr_0$  の小さいところでも、 $Fr_0$  が小さくなるにつれて、実験値は大きくなっている。このような結果からみると、 $l/b$  が 2 より小さい場合には、反射波の影響はほとんどないとみられるが、 $l/b$  が 2 より大きくなるにつれて、だいに反射波の影響する領域が大きくなる。 $l/b=3$  の場合には、 $Fr_0 < 1.6$  の範囲では反射波を無視することはできない。このような場合には、特性曲線法によつて計算しなければならない。

以上のべたように、 $l/b < 2$  の領域では、Prandtl-Meyer flow としての取あつかいが可能であると考えられるが、実験値は一般に理論値よりかなり小さい。この理論は、流速分布が一樣であること、摩擦と勾配との影響が丁度釣合っていることなどを仮定している。また基本方程式では、遠心力の影響を考慮していない。従つて実際の流れは、Prandtl-Meyer flow とかなり違つたもので、ここにこのような誤差のでてくる原因があると考えられる。しかし誤差の要因はかなり複雑であるから、解析的な取りあつかいによつて、理論値と実験値とを一致させることは非常にむずかしい。それゆゑここでは実用的見地から、補正係数  $\eta$  を考え、これら複雑な誤差の要因をこの中に含ませ、実験値から  $\eta$  の値を求めてみる。

(20) および (23) を書き直すと

$$\frac{Q_2 b}{Q l} = \frac{1}{Fr_0} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (25)$$

$$\frac{Q_2 b}{Q l} = \frac{1}{Fr_0} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta'} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \gamma}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (26)$$

そこで  $\frac{Q_2 b}{Q l}$  と  $Fr_0$  とによつて実験値を整理して理論値と比較すると、図-11 および図-12 のごとくなる。

図-11

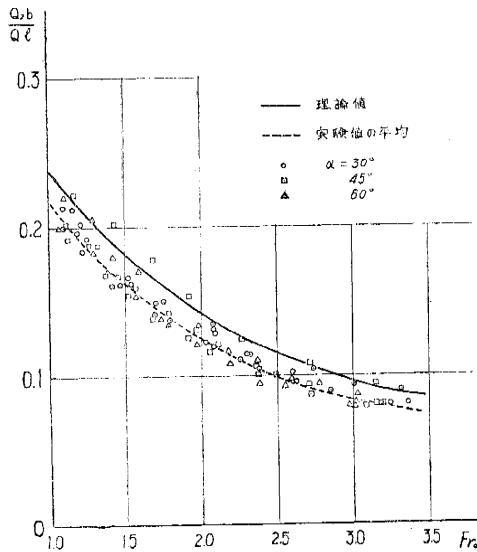


図-12

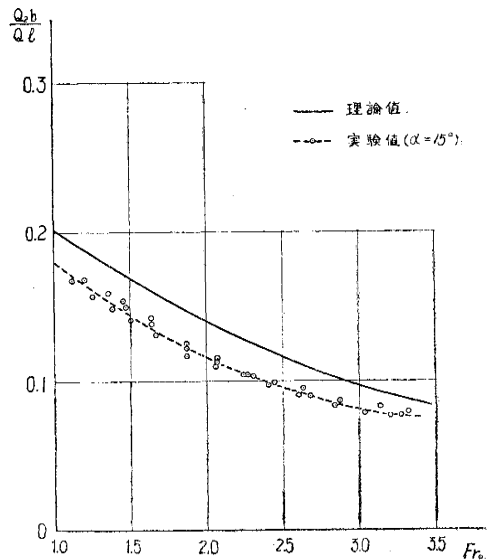


図-11 では実験値に多少のばらつきが認められるが、平均して理論値と比較すると

$$\eta = 0.9 \sim 0.85$$

となる。図-12 では

$$\eta = 0.85 \sim 0.80$$

すなわち流量配分比は次の二式

$$\frac{Q_2}{Q} = \eta \cdot \frac{l}{bF_{r0}} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (27)$$

ここに  $\eta = 0.9 \sim 0.85$

$$\frac{Q_2}{Q} = \eta \cdot \frac{l}{bF_{r0}} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta'} \left\{ \cos \frac{\theta_1 + \gamma}{\sqrt{3}} \right\}^3 \left\{ \cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right\}^{-3} \dots\dots\dots (28)$$

ここに  $\eta = 0.85 \sim 0.80$

によつて計算すれば、実用的に充分満足すべき値が得られる。

## 6. 結 論

本論文では、射流分岐水路の流量配分比を Prandtl-Meyer flow と同様な取りあつかいから、解析的に求める方法を示すとともに、実験によつてこの方法を検討した。しかし理論的にも実験的にもなお検討の余地が多いと考えられるが、一応以上のべたことをまとめる次の通りである。

- (1) 射流分岐水路の流量配分比は、(20) および (23) によつて計算される。両式の適用限界は 図-6 による。
- (2)  $l/b \leq 2$  の水路では、配分比が反射波の影響を受けることはほとんどないが、 $l/b$  が 2 より大きくなるにつれて、反射波の影響する領域はしだいに大きくなる。 $l/b = 3$  の水路では、 $F_{r0} < 1.6$  の場合にはこの理論を適用することはできない。
- (3) 実験値は理論値より多少小さくなることが認められたので、補正係数によつて理論値と実験値との一致をはかった。補正係数の値は次のとおりである。

(20) による場合  $0.90 \sim 0.85$

(23) による場合  $0.85 \sim 0.80$

なお本研究に当つては、東京大学本間教授および名古屋大学内田教授より御指導を戴き、さらに建設省狩野技官の熱心な協力を受けた。ここに各位に対し厚く御礼を申し上げる次第である。

## 参 考 文 献

- 1) High-velocity flow in open channel (a symposium) Proc. of A.S.C.E. 1949
- 2) 藤本：応用流体力学
- 3) 1) に同じ
- 4) 本間 仁：水理学

(昭.33.3.10)