

# 電気相似法による斜格子桁の解析

正員 山内利彦\*

## ANALYSIS FOR SKEW GRILLAGE BEAMS BY USING THE SIMILARITY BETWEEN THE ELECTRICAL AND THE MECHANICAL PROPERTIES.

By Toshihiko Yamauchi, C.E. Member

**Synopsis :** Recently, we have constructed the skew bridges on a consideration that the bridge is one part of a highway, and so the analysis for skew grillage beams is rising in importance. The numerical calculations are generally complex, and the solutions require a long time to be reached.

In this paper, the author describes the experimental analysis for skew grillage beams by using the similarity between the electrical and the mechanical properties. He assumes that the cross beams are at the right angle to the main beams, and that the members of girder are rigidly connected or pin connected at the panel points. The experimental results are compared with the numerical solutions.

### 1. 緒言

橋梁を道路の一部とみなす考え方から、斜橋の架設される機会が近年多くなり、これにともない、格子構造を床組にもつ斜格子桁の解析が重要さを増してきた。格子構造物の計算は概して面倒であり、解をうるのに多くの時間を要するものである。

著者はさき回路の相似性を利用して簡単な格子構造物の実験解析法を示した<sup>1)</sup>。この考え方を斜格子桁に応用するときには、横桁を主桁に直角においた斜格子桁は厳密解が可能であり、また、ねじりの影響を無視した場合には、横桁を主桁に対しどんな方向においても実験解析が可能で、しかもいちじるしく容易となる。

本文は、このうち、横桁と主桁とが直交する斜格子桁について取り扱ったものである。

### 2. 相似関係, 相似回路

図-1 に示すような、主桁3本、主桁間隔 2m、横桁1本、横桁は中央桁の中央で主桁と直交するスパン 10m の斜格子桁を例にとることとする。各桁の断面を 図-2 のように仮定し、さらに各主桁を 図-3 のように区分して考えることとする。

著者は、変成器と抵抗器を回路要素としたハリの曲げ回路をさきに示したが<sup>2)</sup>、再び簡単に説明しよう。

図-4 は部材 MN の相似回路である。抵抗  $R_1$  を流れる電流が部材 MN の中点の曲げモーメントを与え、また、接点 M

図-2 主桁および横桁断面図

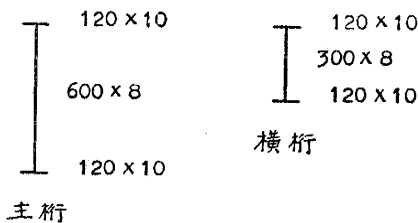


図-1 斜格子構造図

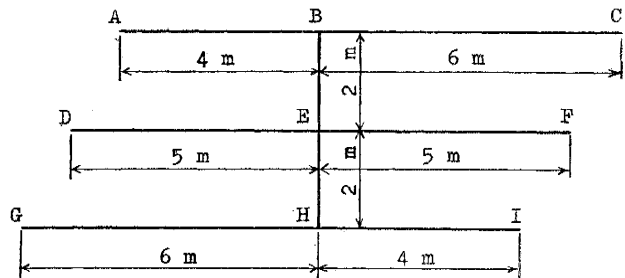
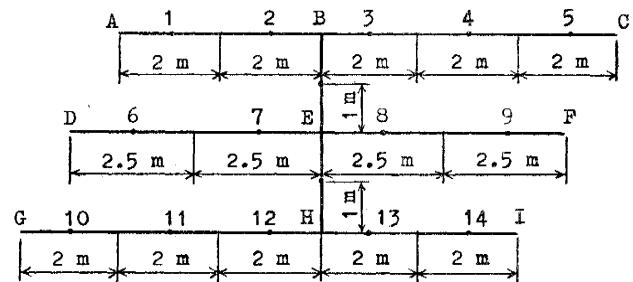


図-3 桁区分図



\* 名古屋工業大学講師, 土木工学教室

および  $N$  までの電圧が、それぞれ、点  $M$  および  $N$  のタワミ角を与える。従つて、図-3に示す各小ハリの相似回路を順次結んでいけば、図-1の相似回路がえられる。

(1) ねじりの影響を考慮する場合

点  $B, E$  および  $H$  において、横桁は主桁に剛節されているので、これらの点におけるモーメントの条件を満足するように、回路を組まなければならない。この条件は、キルヒホッフの第1法則、すなわち、

接点における電流の総和が零という式で満足される。この場合の相似回路は、図-5、図-6および図-7で示される。図-5は  $w$ -回路であり、節点の鉛直変位はこの回路によつて求められる。図-6は  $p$ -回路であり、主桁のねじりモーメントおよび横桁の曲げモーメントの値はこの回路によつて求められる。また、図-7は  $q$ -回路であつて、主桁の曲げモーメントおよび横桁のねじりモーメントの値を知ることができ

る。図-5、6および7において示される各変成器の巻線比および抵抗器の抵抗値は、表-1のようである。

(2) ねじりの影響を無視する場合

横桁と主桁とが滑節結合となつている場合には、ねじりの影響を無視することができ、上記(1)において必要であつた抵抗器  $R_{69} \sim R_{72}$  は不必要となり、取り去らねばならない。この場合の相似回路は、従つて、図-5、図-8および図-9で示される。抵抗器の抵抗値は表-1と同じである。

抵抗に対する scale factor  $S_r$  を、

$$S_r = 1/(30 EI)$$

に選べば、各抵抗器の抵抗値は表-1の右欄の数字で示される。

図-4 相似回路説明図

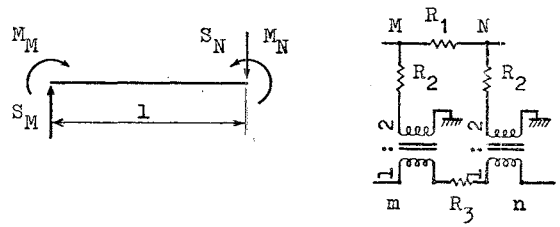


図-5 ねじりを考慮した場合の相似回路 (一次側:  $w$ -回路)

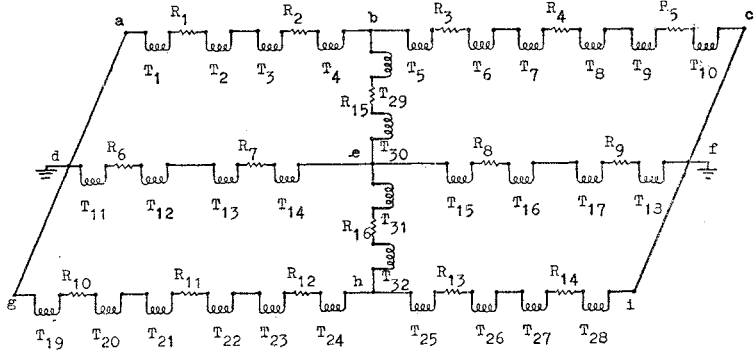


図-6 ねじりを考慮した場合の相似回路 (二次側:  $p$ -回路)

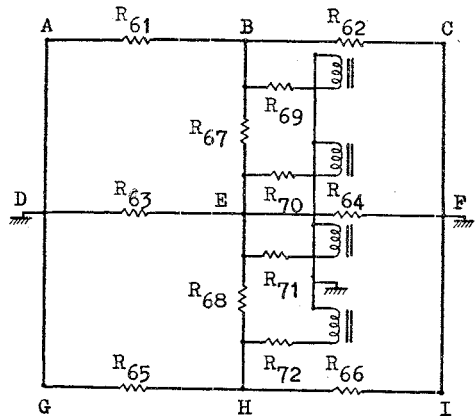


図-7 ねじりを考慮した場合の相似回路 (二次側:  $q$ -回路)

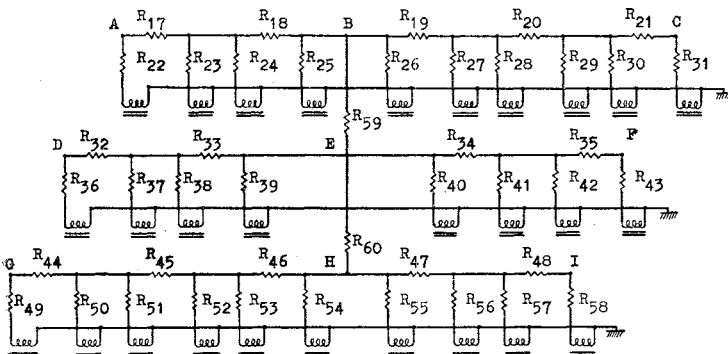
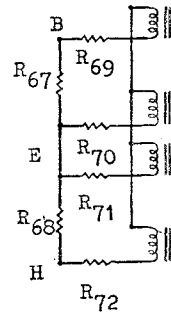


図-8 ねじりを無視した場合の相似回路 (二次側:  $p$ -回路)



表一-1 抵抗器の抵抗値および変成器の巻線比

Resistance	Formula 1	Formula 2	Value
$R_1$	$(1^3/24 EI)(1/S_T)$	$(2^3/24 EI)(1/S_T)$	10 $\Omega$
$R_2$	"	"	10
$R_3$	"	"	10
$R_4$	"	"	10
$R_5$	"	"	10
$R_6$	"	$(2.5^3/24 EI)(1/S_T)$	19.53
$R_7$	"	"	19.53
$R_8$	"	"	19.53
$R_9$	"	"	19.53
$R_{10}$	"	$(2^3/24 EI)(1/S_T)$	10
$R_{11}$	"	"	10
$R_{12}$	"	"	10
$R_{13}$	"	"	10
$R_{14}$	"	"	10
$R_{15}$	$(1^3/24 EI)(1/S_T)$	$(2^3/24 EI')(1/S_T)$	48.53
$R_{16}$	"	"	48.53
$R_{17}$	$(1/EI)(1/S_T)$	$(2/EI)(1/S_T)$	60
$R_{18}$	"	"	60
$R_{19}$	"	"	60
$R_{20}$	"	"	60
$R_{21}$	"	"	60
$R_{22}$	$(1/12 EI)(1/S_T)$	$(2/12 EI)(1/S_T)$	5
$R_{23}$	"	"	5
$R_{24}$	"	"	5
$R_{25}$	"	"	5
$R_{26}$	"	"	5
$R_{27}$	"	"	5
$R_{28}$	"	"	5
$R_{29}$	"	"	5
$R_{30}$	"	"	5
$R_{31}$	"	"	5
$R_{32}$	$(1/EI)(1/S_T)$	$(2.5/EI)(1/S_T)$	75
$R_{33}$	"	"	75
$R_{34}$	"	"	75
$R_{35}$	"	"	75
$R_{36}$	$(1/12 EI)(1/S_T)$	$(2.5/12 EI)(1/S_T)$	6.25
$R_{37}$	"	"	6.25
$R_{38}$	"	"	6.25
$R_{39}$	"	"	6.25
$R_{40}$	"	"	6.25
$R_{41}$	"	"	6.25
$R_{42}$	"	"	6.25
$R_{43}$	"	"	6.25
$R_{44}$	$(1/EI)(1/S_T)$	$(2/EI)(1/S_T)$	60
$R_{45}$	"	"	60
$R_{46}$	"	"	60
$R_{47}$	"	"	60
$R_{48}$	"	"	60
$R_{49}$	$(1/12 EI)(1/S_T)$	$(2/12 EI)(1/S_T)$	5
$R_{50}$	"	"	5
$R_{51}$	"	"	5
$R_{52}$	"	"	5
$R_{53}$	"	"	5
$R_{54}$	"	"	5
$R_{55}$	"	"	5
$R_{56}$	"	"	5
$R_{57}$	"	"	5
$R_{58}$	"	"	5
$R_{59}$	$(1/GI_p')(1/S_T)$	$(2/GI_p')(1/S_T)$	726.502
$R_{60}$	"	"	726.502
$R_{61}$	$(1/GI_p)(1/S_T)$	$(4/GI_p)(1/S_T)$	308.404
$R_{62}$	"	$(6/GI_p)(1/S_T)$	462.605
$R_{63}$	"	$(5/GI_p)(1/S_T)$	385.505
$R_{64}$	"	"	385.505
$R_{65}$	"	$(6/GI_p)(1/S_T)$	462.605
$R_{66}$	"	$(4/GI_p)(1/S_T)$	308.404
$R_{67}$	$(1/EI')(1/S_T)$	$(2/EI')(1/S_T)$	291.184
$R_{68}$	"	"	291.184
$R_{69}$	$(1/12 EI')(1/S_T)$	$(2/12 EI')(1/S_T)$	24.265
$R_{70}$	"	"	24.265
$R_{71}$	"	"	24.265
$R_{72}$	"	"	24.265

変成器	巻線比
$T_1 \sim T_{10}$	1 : 1
$T_{11} \sim T_{18}$	1 : 0.8
$T_{19} \sim T_{32}$	1 : 1

表一-2 (1), (a) に対する実験結果

def.		resis-	voltage	current	exp.	theo.	error	
		tance					%	
$B$			34.50 V		11.50 $\frac{P}{EI}$	11.82 $\frac{P}{EI}$	2.7	
$E$			16.25		5.41	5.87 $\frac{P}{EI}$	7.8	
$H$			5.00		1.67	1.89 $\frac{P}{EI}$	11.6	
bending moment	1	60 $\Omega$	2.10	0.0350 A	0.350 P	0.375 P	6.7	
	2	60	6.70	0.1117	1.117	1.126	0.8	
	3	60	7.05	0.1175	1.175	1.219	3.6	
	4	60	3.95	0.0658	0.658	0.731	10.0	
	5	60	1.31	0.0218	0.218	0.244	10.7	
	6	75	1.12	0.0149	0.149	0.172	13.4	
	7	75	3.53	0.0471	0.471	0.517	8.9	
	8	75	3.38	0.0451	0.451	0.540	16.5	
	9	75	1.16	0.0155	0.155	0.180	13.9	
	10	60	0.168	0.0028	0.028	0.039	28.2	
	11	60	0.536	0.0089	0.089	0.117	23.9	
	12	60	1.02	0.0170	0.170	0.195	12.8	
	13	60	0.975	0.0163	0.163	0.181	10.0	
	14	60	0.304	0.0051	0.051	0.060	15.0	
$BE$		291.184	0.665	0.0023	0.023	0.001		
$EH$		291.184	3.35	0.0115	0.115	0.111	3.6	
torsional moment	$AB$		308.404	7.35	0.0238	0.238	0.229	3.9
	$BC$		462.605	7.30	0.0158	0.158	0.153	3.3
	$DE$		385.505	6.90	0.0179	0.179	0.184	2.7
	$EF$		385.505	6.90	0.0179	0.179	0.184	2.7
	$GH$		462.605	3.60	0.0078	0.078	0.084	7.1
	$HI$		308.404	3.60	0.0117	0.117	0.126	7.1
	$BE$		726.502	2.60	0.0039	0.039	0.069	45.3
	$EH$		726.502	0.424	0.0006	0.006	0.024	

表一-3 (1), (b) に対する実験結果

def.		resis-	voltage	current	exp.	theo.	error	
		tance					%	
$B$			16.25 V		5.42 $\frac{P}{EI}$	5.87 $\frac{P}{EI}$	7.7	
$E$			23.00		7.67	8.02 $\frac{P}{EI}$	4.4	
$H$			16.10		5.37	5.87 $\frac{P}{EI}$	8.5	
bending moment	1	60 $\Omega$	1.05	0.0175 A	0.175 P	0.186 P	6.1	
	2	60	3.20	0.0530	0.530	0.559	5.2	
	3	60	3.35	0.0558	0.558	0.605	7.7	
	4	60	1.90	0.0317	0.317	0.363	12.8	
	5	60	0.625	0.0104	0.104	0.121	13.9	
	6	75	1.65	0.0220	0.220	0.241	8.6	
	7	75	5.30	0.0707	0.707	0.722	2.1	
	8	75	5.35	0.0713	0.713	0.722	1.2	
	9	75	1.70	0.0227	0.227	0.241	5.8	
	10	60	0.610	0.0102	0.102	0.121	16.0	
	11	60	1.87	0.0312	0.312	0.363	14.1	
	12	60	3.35	0.0558	0.558	0.605	7.7	
	13	60	3.30	0.0550	0.550	0.559	1.6	
	14	60	1.03	0.0172	0.172	0.186	7.9	
$BB$		291.184	3.75	0.0146	0.146	0.119	22.3	
$EH$		291.184	3.75	0.0146	0.146	0.119	22.3	
torsional moment	$AB$		308.404	3.68	0.0119	0.119	0.113	5.8
	$BC$		462.605	0.076	0.0080	0.080	0.075	5.7
	$DE$		385.505	0.076	0.0002	0.002	0	
	$EF$		385.505	0	0	0	0	
	$GH$		462.605	3.70	0.0080	0.080	0.075	6.4
	$HI$		308.404	3.68	0.0119	0.119	0.113	5.8
	$BE$		726.502	1.25	0.0017	0.017	0.020	12.2
	$EH$		726.502	1.27	0.0018	0.018	0.020	10.7

実-4 (2), (a) に対する実験結果

		resistance	voltage	current	exp.	theo.	error %
def.	B		40.00V		$13.33 \frac{P}{EI}$	$16.70 \frac{P}{EI}$	20.2
	E		16.00		5.33	5.42	1.7
	H		4.10		1.37	2.50	45.2
bending moment	1	60Ω	2.60	0.0433A	0.433P	0.522P	17.0
	2	60	7.80	0.1300	1.300	1.566	17.0
	3	60	8.60	0.1433	1.433	1.740	17.6
	4	60	4.90	0.0817	0.817	1.044	21.8
	5	60	1.60	0.0267	0.267	0.348	23.4
	6	75	1.12	0.0149	0.149	0.163	8.2
	7	75	3.61	0.0481	0.481	0.488	1.3
	8	75	3.60	0.0480	0.480	0.488	1.6
	9	75	1.16	0.0155	0.155	0.163	4.9
	10	60	0.155	0.0026	0.026	0.052	50.4
	11	60	0.490	0.0082	0.082	0.156	47.7
	12	60	0.890	0.0148	0.148	0.260	43.0
	13	60	0.850	0.0142	0.142	0.234	39.5
	14	60	0.265	0.0044	0.044	0.078	43.3
BE	291.184	3.58	0.0123	0.123	0.130	5.5	
EH	291.184	3.53	0.0121	0.121	0.130	6.8	

表-5 (2), (b) に対する実験結果

		resistance	voltage	current	exp.	theo.	error %
def.	B		15.2V		$5.07 \frac{P}{EI}$	$5.42 \frac{P}{EI}$	6.5
	E		26.5		8.83	9.07	2.6
	H		15.1		5.03	5.42	7.2
bending moment	1	60Ω	0.95	0.0158A	0.158P	0.169P	6.6
	2	60	2.91	0.0485	0.485	0.508	4.5
	3	60	3.30	0.0550	0.550	0.565	2.6
	4	60	1.75	0.0292	0.292	0.339	13.9
	5	60	0.585	0.0098	0.098	0.113	13.6
	6	75	1.88	0.0251	0.251	0.272	7.9
	7	75	5.95	0.0793	0.793	0.817	2.8
	8	75	5.92	0.0789	0.789	0.817	3.3
	9	75	1.85	0.0247	0.247	0.272	9.4
	10	60	0.575	0.0096	0.096	0.113	15.1
	11	60	1.72	0.0287	0.287	0.339	15.4
	12	60	3.31	0.0552	0.552	0.565	2.3
	13	60	3.00	0.0500	0.500	0.508	1.6
	14	60	0.93	0.0155	0.155	0.169	8.5
BE	291.184	7.80	0.0268	0.268	0.282	5.1	
EI	291.184	7.50	0.0258	0.258	0.282	8.7	

3. 実験

(1), (2) いずれの場合に対しても, 集中荷重が格点 B および E に作用する場合を取り扱う。写真-1 は (1) の場合に対する実験回路全体を示すものである。名称は次のとおりである。

- 1: スタビライザー
- 2: 真空管電圧計
- 3: スライダック
- 4: 主桁 ABC を表わす変成器
- 5: " DEF "
- 6: " GHI "
- 7: 横桁 BEH "
- 8: 抵抗  $R_{ii}$  を表わし, 点 10 の曲げモーメントはこの抵抗器を流れる電流によつてえられる。

電流に対する scale factor  $S_i$  を,  

$$S_i = P / (0.1)$$

に選び, 荷重点に相当する回路接点に電流を流したときえられる結果は, 表-2 ないし表-5 のようである。

ここに併記した計算値は Relaxation 法により解いたものである。また, 最後の欄に (実験値-理論値)/理論値を示す。さきに著者の実験したトラスの場合にくらべて, 誤差は大きくなっている。曲げの場合には一般に誤差は大きくでてくるようで, ラーメン<sup>3)</sup>, ランガーガーダー<sup>4)</sup> あるいは直格子桁<sup>5)</sup> の解析において, すべて同様な結果が得られている。

4. 実験結果に対する考察および結言

(1), (2) 各場合に対する実験結果は以上のものである。誤差の百分率よりみると, 一般に, (2) にくらべて (1) の場合の測定結果の方が良好であり, また, 荷重点の近くにおいて測定された値は比較的結果がよい。さらに, 値の大きなところでは, さほど誤差の百分率も大きくならないが, その値が小さいところではやや大きくなる。

図-9 おじりを無視した場合の相似回路 (二次側: q-回路)

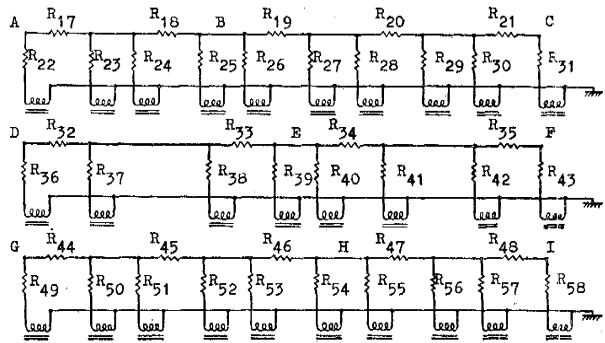
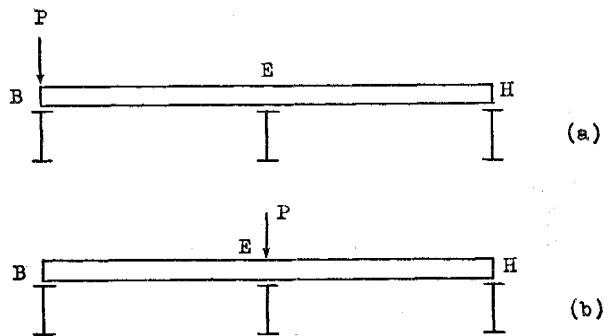


図-10 載荷状態



載荷状態 (2), (a) における点 10 ないし点 14 の曲げモーメントの値は、これを明瞭に示している。

計器の読みによる誤差もかなり大きなものである。目盛板の左端近くでは、目盛りが非常にこまかいので、この傾向が大きい。次に、変成器による誤差についてのべよう。使用変成器は、その1次、2次巻線比を1%の歩みで任意の値がとりうるようになってきている。しかし、この巻線比が1.0ないし0.8程度であれば、比較的良好的な状態で使用できるが、小さくなるに従って、無負荷状態での変成器の端子電圧、励磁電流曲線はいちじるしく傾斜をゆるくし、誤差を大きくする。従って、ここで取り扱った例では、図一

3 に示すように区分して回路を組み、実験を行つたわけである。もちろん、良質の変成器を使用することができ、曲げモーメントも桁の midpoint 以外には必要でないときは、桁1本について2コの変成器があれば十分である。

この実験でわかるように、曲げモーメントの誤差が多少大きいとはいえ、まず、近似値としては充分満足できるものと信ずる。従つてこの実験値を、Relaxation 法によつて格子桁を解析する場合の第1近似値とする場合には、収斂の程度は非常に速く、変位、廻転角の正解値をすみやかに知ることができるわけである。トラスの場合の誤差は最大5%であつたが、曲げの回路を用いた場合に誤差の大きくなることは当然のことであり、この誤差がたとえあるとしても、上記のように実験と解析を併用することによりこれを解くことは力学的に有意義であると思ふ。著者はつづいて横桁を2本および3本おいた場合の実験をおこなつてゐるが、この結果については次回にしたい。

本研究は昭和32年度文部省科学研究費各個研究による研究の一部であり、ここに関係方面および御指導を賜つた京都大学教授成岡昌夫博士に謝意を表す。

#### 参 考 文 献

- 1) 山内：電気相似法による2,3の問題の実験解析，土木学会論文集，38号，p.13  
T. Yamauchi: "On the experimental analysis for the grillage beam by the electric analogy" Proceedings of the 6th national congress for Applied Mechanics, p.p. 95~98
- 2) 山内：ラーメンの相似回路，土木学会論文集，36号，p.1
- 3) \* : 2) に同じ
- 4) \* : 1) に同じ
- 5) \* : 1) に同じ

(昭.32.10.31)

