

数種の砂の動弾性常数と動内部摩擦係数

正員 大原 資 生*

DETERMINATION OF ELASTIC CONSTANTS OF SANDS ON THE VARIABLE CONFINING PRESSURES

By Sukeo Ōhara, C.E. Member.

Synopsis: The dynamic moduli of Elasticity of Sand are indispensable to the calculation of the Seismic Earth Pressure on the Quay Wall.

Thereat, the auther has measured them by the resonance method changing the Confining Pressure of Sands.

As a result, the dynamic moduli of Elasticity of Sands increase in simple proportion to the Confining Pressure.

Also, the Elastic wave velocity of ground where the sand has been taken, corresponds with the Velocity, calculated by the above Moduli.

In conclusion, the Elastic Constants of the back filling increase in proportion to the depth.

1. 緒 言

筆者は先に、この測定法とその結果の一部を発表したが¹⁾、その後、装置の欠点を改善し数種の砂について測定を行なうとともに、今回はその内部摩擦係数をも求めたので、その結果を総括して述べ、あわせて試料採取地盤の弾性波速度と比較した結果について述べる。

2. 装置および試料

装置の概略については 図-1 に示す。三軸圧縮試験用のゴムスリーブの中に詰められた径 7 cm の砂柱をそれぞれその振動板につくり、これに縦およびねじり振動を与えて、強制振動数を連続的に変化して砂柱が共振状態となつた時の周波数を測定し、これより弾性常数を知る方法で俗に共振法と呼ばれる方法である。

それぞれの振動板につけられた可動コイル C-R に発振器の出力を導くことにより、縦振動では振動板は上下に振動し、また、ねじり振動では可動コイルは回転自由な円板の腕木の先につけられているので、円板は回転振動を起こす。これらの振動がそれぞれの振動板上の砂柱に縦およびねじり振動を与える。

砂のような粒状体では、その拘束圧力の状態により、その弾性常数が変化すると云われているので、このことをたしかめるために試料内の空気を真空ポンプで排除することにより試料にかかる応力状態(側圧)を変化せしめ、その圧力値は水銀柱圧力計によつて測定した。

共振状態およびその周波数の測定には試料の上蓋上にロッシェル塩ピックアップを接触させ、その出力をブラウン管オシロの垂直変位端子に入れ、水平変位端子には標準発振器の出力を導いておく。かくして、C-R 発振器の出力の周波数を連続的に変えてゆき、垂直変位が最大となつた時、水平変位とかみ合せてリサージュの図を描かせることにより共振周波数 f_L , f_T を求めた。

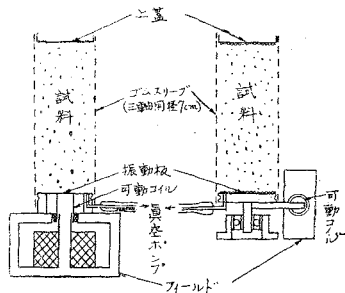
この場合、垂直変位が最大となつた時、上蓋上のピックアップを砂柱の周辺に沿つて上下させ、砂柱がその長さの 1/2 点が節となつている共振状態にあることを確かめて測定を行なつた。

なお、上蓋はその重量をできるだけ軽くして集中荷重とならないように薄いブリキ板を用いてつくつた。

また、ねじり振動では振動板および上蓋の表面にサンドペーパーを張つて砂との接触をよくした。

測定結果に対するゴムスリーブの影響は明確にはわからないが、寒天の棒をつくり、これにゴムスリーブをかけて測定を行なつた結果、試料の長さが縦振動では 13 cm 以上、ねじり振動では 6 cm 以上であればほとんど影

図-1 測定装置概略図



* 山口大学助教授，工学部土木教室

響がないという結果を得、径に比して長さがあまり短いと、 f_L, f_T にこの影響が入ることを考えて砂柱の長さは大体、径の2倍、もしくはそれ以上とした。

試料は表-1に掲げた四種で気乾の状態で測定した。

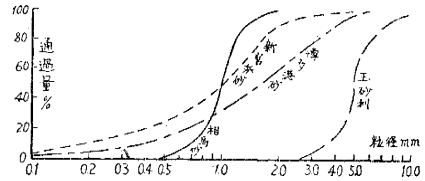
それぞれの粒度は図-2に示す。

表-1

名称	真比重	見掛比重	間ゲキ比	均等係数
新宮浜砂	2.65	1.48	0.78	5.00
博多港砂	2.64	1.52	0.74	5.00
相馬砂	2.65	1.67	0.58	1.25
室見川玉砂利	2.63	1.55	0.70	1.32

注) 博多港砂の含水比 3% のときの間ゲキ比は 0.77

図-2 試料粒度曲線



3. 計算式

この場合の砂柱の振動方程式はヤング率 E , 剛性率 G , 縦およびねじり振動に対する動内部摩擦係数を ξ_L, ξ_T とすると、

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \xi_L \frac{\partial^2 u}{\partial z^2 \cdot \partial t} \quad (\text{縦振動}) \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \xi_T \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2 \cdot \partial t} \quad (\text{ねじり振動}) \quad (2)$$

これより、両端自由の場合の解を求め f_L と E, ξ_L および f_T と G, ξ_T の関係を求めると、次の通りである。

$$4\pi^2 f_L^2 = \frac{E}{\rho} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 - \frac{\xi_L^2}{4\rho^2} \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \quad (3)$$

$$4\pi^2 f_T^2 = \frac{G}{\rho} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 - \frac{\xi_T^2}{4\rho^2} \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \quad (4)$$

ただし l ; 砂柱長, ρ ; 見掛密度

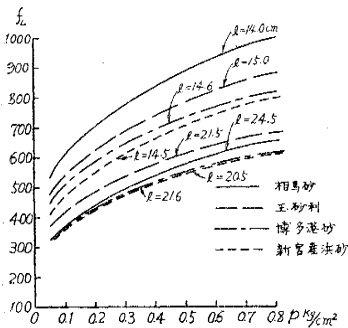
ゆえに l を変化して f_L, f_T の測定を行えば (3) 式より E, ξ_L , (4) 式より G, ξ_T を実験的に求めることができる。この場合の ρ は砂柱の重量を容積で除して求めた。

4. 測定結果

側圧は 0.05 kg/cm^2 から最大 0.8 kg/cm^2 までの範囲で大体 0.1 kg/cm^2 ごとに変化して、 f_L, f_T を測定した。

図-3 がその結果であるが、これは同一の砂柱について側圧を3回上下させてくり返し測定したときの平均値である。これより (3), (4) 式を用いて E, ξ_L, G, ξ_T を求めると図-4, 5 のようになる。

図-3 f_L の測定結果



f_T の測定結果

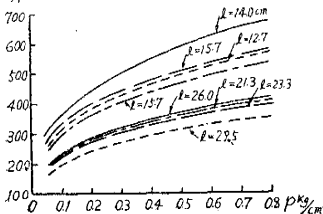


図-4 E, G と p との関係

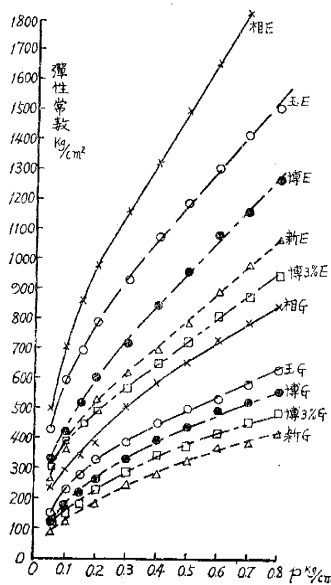
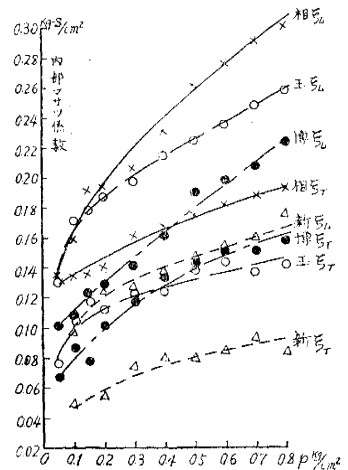


図-5 ξ_L, ξ_T と p との関係



これをみると、いずれの試料でも側圧 $0.2 \sim 0.3 \text{ kg/cm}^2$ 以上では弾性常数は側圧 p に直線的に比例して増大することが明らかである。

また、内部摩擦係数でもいく分バラツキが目立つが、同様な傾向がみられる。

図-6 は 図-4 の結果よりポアソン比 ν を求めた結果であるが、いずれの試料においても、側圧の小さいところでポアソン比は 0.5 に近く、側圧の増大と共に漸次減少して一定値になる傾向がみられる。

図-4 の側圧 p が 0.2 kg/cm^2 以上の直線部分における E および G と p との関係を数式で表わすと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{相馬砂;} & E=650+1683p, G=300+660p \\ \text{玉砂利;} & E=600+1180p, G=230+520p \\ \text{博多港砂;} & E=400+1120p, G=200+460p \\ \text{新宮浜砂;} & E=350+880p, G=130+380p \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

5. 室内実験に対する考察

装置を簡単にするため、拘束応力状態を変えるに試料内部を負圧とする方法を用いたため、大気圧以上の応力状態での弾性常数の変化は測定できなかったが、側圧 $0.05 \sim 0.8 \text{ kg/cm}^2$ の範囲では砂のような粒状体の弾性常数は、その応力状態によつて異なり、ことに側圧 0.2 kg/cm^2 以上では側圧に比例して直線的に増大すると云う結果を得た。このことは Boussinesqu によつて考えられた砂の応力-ヒズミの関係²⁾ に一致する。

また ϵ_L, ϵ_T の値は $10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ kg-s/cm}^2$ 程度で、側圧との関係は E, G の場合と大体と同じで、側圧が大となれば ϵ_L, ϵ_T も大となる。

このような測定では、長さを多く変化しての測定結果より最小自乗法を用いて最確値を求めることが望ましいのであるが、装置の関係上余り長い砂柱をつくることができなかった。本結果は長さ約 20 cm 、および 15 cm の二つの場合の測定によつて求めたものである。

この測定時に砂の間ゲキ比が変わると、その弾性常数が変わることを知つたので、測定は砂の間ゲキ比がほぼ表-1にかかげる程度で行なつた。

また含水比については装置が試料内を負圧とするため、試料の含水比を広範囲に変えての測定はできないが、ただ博多港砂について含水比 3% としたときの E, G を求めたので、これを 図-4 に一緒に図示したが、その値は乾燥時より小さくなつてゐる。しかし、この時の間ゲキ比は 0.77 で乾燥時より大きい。

本実験結果による間ゲキ比と E および G との関係は 図-7 のようで間ゲキ比の小さい砂ほど、 E, G の値が大きくなつてゐることがわかる。図中間ゲキ比 0.77 の点は含水比 3% の博多港砂の値で、これが他の点から非常にはずれた値となつていないこと、および後述の現地実験結果とを考えると、砂の E, G の値はほぼ間ゲキ比によつて定まり、含水比には余り影響されないのではないかと思われるが、この点については今後研究して結論を出したい。

6. 現地実験との比較

上記室内実験による測定結果と現地盤との対応を知るために試料採取地の一つである博多港埋立地* で埋立後余り荒らされていない場所を選んで、コンクリートブロックの落下による起震で地盤の弾性波速度を求めた。現地は昭和 27 年にしゅんせつを行つた地盤で旧海底は地表下 7.0 m で岸壁より約 40 m の距離に岸壁に平行に測線を設けた。測線長は 22 m で可動線輪型振動計 2 コを使用し記録は電磁オシロにより行なつた。

なお、この地盤の現場乾燥密度**は地表下約 30 cm のところで平均 1.56 g/cm^3 、含水比は平均 8.6% であつた。この砂の真比重 2.64 を用いてこの場合の間ゲキ比を求めると 0.69 で室内実験の場合よりやや小さい。

起震に用いたブロックは径 15 cm 、長さ 30 cm の丸棒でこれを人力によつて持上げて落下した。

地盤に落下したとき、すなわち発震時刻をオシロに同時記録するには、外部からの振動を避けるため、実験を深夜に行なうので操作が簡単でしかも確実であることを前提として二、三の方法を考え、そのおのおのについてブロック落下点に近接して振動計をおき、時間の遅れ、確実度等を試験した結果、図-8 のような接点をブロックに取りつけ、落下の衝撃により②の金属片が①の金属片からはずれて電流が切れると云う方法を採用した。

この方法による時間の遅れはゴムヒモの張力を金属片②を支え得る程度にゆるくし、ブロック落下高が 1 m 以

図-6 ν と p との関係

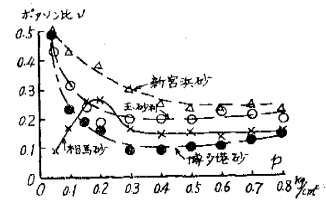
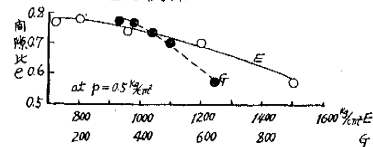


図-7 間ゲキ比 e と E および G ($p=0.5 \text{ kg/cm}^2$ における) との関係



* 試料採取地盤の中、現地実験のできる唯一の地盤である。 ** J.I.S A 1214 による

図-8 発震時刻用電気接点略図

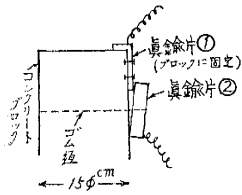


図-9 振動記録

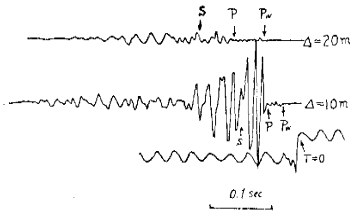
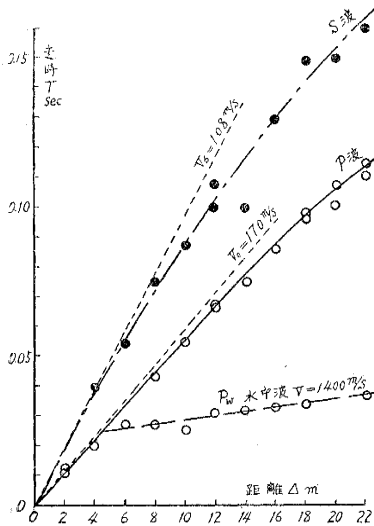


図-10 走時曲線



かし、静止土圧係数は土の性質はもち論、地盤の生成の過程によっても異なると考えられるので、ここでは一応 $\tau a z$ と考えた。

7. 結 語

以上、室内実験によつて四種の砂の弾性常数を測定した結果、砂の弾性常数はその拘束圧力にほぼ直線的に比例して増大するということがわかつた。この拘束圧力を地盤の自重と考えると、砂の弾性常数は地盤の深さによりほぼ直線的に増大すると推定される。

このことを確かめるために試料採取地盤の一つについて弾性波速度の測定を行なつたところ前述の推定を比較的よく裏づけ得る結果を得たので、ここに報告する。なお、現地実験結果より、直接その地盤の弾性常数を求めたいと考えているので、現地実験と室内実験との比較について今後とも、充分研究してみたいと思つている。

この実験は筆者が松尾教授とともに行なつている地震時土圧に関する研究のために行なつたもので、御指導、御批判いただいた松尾教授、水野教授に感謝するとともに深夜、現地実験を手伝つてくれた九大助手、松尾博君、ならびに運輸省博多港工事事務所の方々に厚く謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 土と基礎：5巻 1号
- 2) 最上武雄：土質力学（岩波全書）
- 3) 藤原尊礼：物理探鉱法

(昭.32.10.25)

* 記録紙速度 20~30 cm/s 程度で試験し時間の遅れは見出せなかつた。 ** 各 Δ における平均値 *** 厳密には $v^0 \sqrt{1+kz}$ の形となるが z を 0 より 7 m までと限定し近似的に $v_0 + kz$ を解き得る。

上であればほとんどない。* なお振動計は2コであるので、両者の間隔 10 m として測線上を同時に 2 m ずつ移動させて起震をくり返して測定を行なつた。このため走時曲線に幾分のバラツキがあると考え実験を数回くり返した。

この際の記録の代表的なものを示すと 図-9 のとおりである。この記録よりそれぞれの波の走時を求めたのが 図-10 である。Pw は P と $\Delta=4$ m 付近より分かれた枝線となつており、その速度は約 1400 m/s 程度であるので、これは地下水中を伝わつた波と推定される。その深さを求めると約 1.7 m となり、実験時の岸壁前面の潮位（地表下 2.05 m）とほぼ一致する。測線長が短かいため P 波の振幅もかなり大き

く、S 波と重なつて S 波の到着が幾分不明瞭となるため、S 波の走時にバラツキが目立つが、P 波、S 波ともにその走時曲線はいずれも Δ 軸について凸になる傾向が見られる。これは実験前に予想したことで、いまこの地盤の弾性波速度が $V = V_0 + kz$ というように深さ z とともに直線的に変ると考えると、その場合の走時 T は次式^{*)} で表わせるためと考える。

$$T = \frac{2}{k} \sinh^{-1} \frac{k \Delta}{2 V_0} \dots \dots \dots (6)$$

(6) 式の地表付近の弾性波速度 V_0 は $\Delta=0$ における走時曲線の勾配の逆数として求められる。

図-10 において V_0 を求め、(6) 式より k^{**} を計算すると、この地盤の波速 V と深さ z との関係は次のようになる。

P 波について $V = 170 + 16.1 z$ (m/s)

S 波について $V = 108 + 10.9 z$ (m/s)

一方、室内実験結果 (5) 式より一応、側圧 p を地盤の自重による鉛直荷重 $\tau a z$ とし、Lame の常数 λ, μ を計算し、波速と深さとの関係を定めると近似的^{***)} に

P 波について $V = 170 + 23.0 z$ (m/s)

S 波について $V = 116 + 13.4 z$ (m/s)

となる。両者を比較するに、地表速度 V_0 の値はかなりよく一致したが、 k は余りよい一致をみなかつた。この原因については明確にはわからないが、側圧 p を $\tau a z$ としたことに問題があると考えられる。例えば側圧 p は地盤中の三主応力の平均値に相当すると考え、その際の静止土圧係数を 0.5 程度とすると、 p 波は $V = 170 + 15.2 z$ 、S 波は $V = 116 + 8.9 z$ となり現地実験値にかなり近い値となる。し