

流量算定式の精度と測定方式の提唱

正員森日星仙國\*

## ACCURACY OF THE CALCULATING FORMULA FOR RIVER DISCHARGE AND DISPOSAL OF A STREAM-GAGING PROCEDURE

*By Nobumasa Kasugaya C.E. Member*

**Synopsis :** For purpose of studying the accuracy of the calculating formulas for the rate of discharge in natural streams, twenty data obtained in the River Tone are used. Then the author concludes that the number of verticals are six at most, which vary with the degree of unevenness of the transverse curve of the river bed, and are seasonally varied, therefore, with the hydrological conditions, i. e. precipitation, runoff, scoring, sedimentation, etc. To conclude, he proposes a stream-gaging procedure and mentions some remarks when his formulas are adopted.

**要旨** 答者の平均値法公式から誘導された自然河川での流量算定式の精度を検討するため、利根川での20コの資料を採用し、縦平均流速を測定すべき垂直線数は高々6つで十分であり、この数は河底の凹凸したがつて降雨、出水、洗掘、沈澱などの水文学的状況の季節的変動によつて左右されることを述べ、流量算定式を用いて流量測定をおこなうときの方式と諸注意について解説した。

## 1. まえがき

前論文<sup>1)2)</sup>で区間の両端において函数値が0となるような函数に適用して最も精度の高い平均值法公式を導出し、それに基づいて自然河川での流量算定式を導いた。すなわち、水面幅  $b$  にそつてるべき垂直線の本数  $n$  が 3 ~ 6 であるとき流量  $Q$  を算定する式は、

$$n=5 : Q = b \{ 0.138 (q_{0.085} + q_{0.915}) + 0.216 (q_{0.266} + q_{0.734}) + 0.244 q_{0.500} \} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$n=6 : Q = b\{0.105 (q_{0.064} + q_{0.936}) + 0.171 (q_{0.204} + q_{0.976}) - 0.206 (q_{0.395} + q_{0.605})\} \dots\dots\dots(4)$$

ここに、たとえば  $q_{0.173}$  は水面幅にそつて一方の岸より 1 割 7 分 3 厘の点での単位幅当りの流量を表わし、この値はその点での垂直線にそつての縦平均流速  $v_m$  (これは普通の場合 2 点法か平均値 3 点法で測られる<sup>2)</sup>) に水深  $h$  をかけて求められる。他も同様である。これらの式は、横断流量曲線をそれぞれ高々 7~13 次の有理整式で表わすときに誤差をともなわない。そこで、横断流量曲線は河底曲線の凹凸によってその次数が左右されるから、どの程度の河底の凹凸に対してはいずれの公式を用いれば十分であるかを利根川の 20 号の実測資料に基づいて論じ、平均値法による流量算定式を用いるときの測定技術について 1 つの方式を提唱する。

## 2. 新らしい流量算定式の精度

筆者の平均値法公式から誘導された新しい流量算定式(1)～(4)式の精度を検討するため、昭和30年2月より昭和31年2月に至る約1年間、建設省関東地方建設局利根川上流工事事務所が利根川栗橋地先の低水流量観測点において実施した流量測定の資料を使用する。全資料の中から20コを抽出しそれらについて計算をおこなつた。ただし、昭和30年8月から同年10月に至る3ヶ月間の資料がないのは、この期間は中水位または高水位で流速計による観測がおこなわれなかつたためである。各月間の抽出資料数はほぼその月における資料数に比例している。抽出された各資料につき、深浅測量は5mおきに5cm単位で測られ、垂直線は20～30mおきにえらばれ、垂直線にそつての縦平均流速の算出は垂直流速曲線法(15～20cmおきに流速を測定して垂直流速曲線を書き図上より縦平均流速を求める)によつている。流積は深浅測量の結果から算出し、流量は総和法を用いて求める。すなわち、縦平均流速を求めるべき垂直線は幅20～30mの小区間の中央にえらばれ、この小区間の面積(部分面積)にその中央での縦平均流速をかけて部分流量とし、この総和をもつて流量とする。資料には、深浅測量の結果を図示して河底曲線を表わした図面のほかに、垂直線の基準点からの距離、垂直線にそつての観測点の深さと観測流速、縦平均流速の計算値、部分面積、部分流量、全流量、水面幅、水面勾配、測定カ所での水位、

\* 中央大学助教授，工学部土木工学教室

自記水位計による水位(自記水位計は測定点より上流約 100 m の地点に設けられている), 測定年月日と測定時間, 天候と風向および風速などが記載されている。

筆者はこれらの資料をもととして次のような計算をおこなつた。まず, 与えられた資料から横断平均流速曲線を画く。次に, 筆者の誘導した流量算定式の  $n=3 \sim 5$  の 3 つの公式すなわち上の(1)~(3) 式につき, 垂直線の位置を算出し, そこでの水深を資料に付隨している図面の上から求め, また垂直線にそつての縦平均流速を横断平均流速曲線上より求める。水深は 5 cm まで読みとり縦平均流速は 1 cm/sec まで読みとる。これは与えられた資料における精度とあわせるためである。水深と縦平均流速との相乗積は単位幅当たりの流量  $q$  であるから, これを公式に入れて流量  $Q$  を計算する。流積  $A$  は上の公式中の  $q$  を  $h$  でおきかえて容易に求められる。流積  $A$  と流量  $Q$  とを資料に与えられているそれらの値と比較し, それらの誤差をそれぞれ百分率で示す。もし,  $n=5$  の場合に  $A$  と  $Q$  との誤差の絶対値のいずれか一方でも 2.0% 以内とならない場合には, さらに(4) 式を用いて  $n=6$  の場合について計算をおこなつた。 $n$  を 6 としても  $A$  と  $Q$  との誤差の絶対値のいずれかでも 2.0% を越す場合は 20 例中 1 つもなかつたので,  $n=7$  を用いる必要はなかつた。また,  $n=3$  で許容誤差以内となるときには  $n=2$  としても十分な場合がありうるわけであるが, これは省略した。更に, 計算された  $A$  と  $Q$  とより全断面平均流速  $V$  を算出し, 資料より容易に計算される全断面平均流速と比較してその誤差を百分率で求めた。表-1 はこれらの結果を示したものである。

なお, 筆者はかつて Gauss の平均値法公式を用いて流量算定式を導いたことがあつた<sup>3)</sup>。この公式では横断流量曲線が両岸で横軸を切るという仮定を設けていないため, 筆者の平均値法公式より誘導した流量算定式にくらべて, 同じ垂直線数に対して近似度が理論的に 2 つ低いはずである。あるいは, 同じ精度に対して前者は後者にくらべて垂直線数が 1 つ多くなるといつてもよい<sup>1)</sup>。そこで, Gauss の公式より誘導された流量算定式を上の 20 例のおおのに適用し(この計算値の掲載は省略する), 筆者の公式において必要な最小垂直線数と Gauss の公式に対して必要なそれとの差を求めた。ここに, 最小垂直線数というのは, その本数  $n$  を含めてそれ以上の本数に対しては  $A$  と  $Q$  との誤差の絶対値が同時に 2.0% 以内となるような最小の  $n$  をいうのである。 $A, Q$  の誤差の絶対値のいずれかが許容誤差 2.0% 以内でも他の誤差を越えているときの本数はもちろん採用されない。そこで, Gauss の公式による最小垂直線数  $n$  と筆者の公式による  $n$  との差を  $m$  とするとき,  $m=0 \sim 3$  ( $m$  が負となる例は 1 つもなかつた) のそれに対応する資料数は次のとおりである。

$m=0$  4 例;  $m=1$  10 例;  $m=2$  3 例;  $m=3$  3 例

ゆえに,  $m$  の平均  $\bar{m}$  は,

$$\bar{m} = (0 \times 4 + 1 \times 10 + 2 \times 3 + 3 \times 3) / 20 = 1.25 = 1$$

すなわち, 筆者の公式による方が Gauss の公式によるよりも, 最小垂直線数は 1 つだけ少ない。あるいは, 同じ垂直線数をとるとときには, 筆者の公式による方が Gauss の公式によるよりも近似度が平均して 2 つだけ高い。このことは前に述べた理論とまったく一致する。逆にいえば,  $A, Q$  に対する許容誤差を  $\pm 2.0\%$  とすることは妥当であつたことを示すものである。そこで, こんご流量測定における許容誤差は  $\pm 2.0\%$  とすることにする。

以下, 表-1 の結果について考察を加えよう。表-1 の最後に  $A, Q, V$  のそれぞれの誤差の平均が示してあるが,  $\bar{E}$  は誤差の相加平均,  $|\bar{E}|$  は誤差の絶対値の相加平均を示すものとする。

表-1

番号	測定年月日	資料			計算値			
		水頭幅( $b$ ) (m)	流積( $A$ ) ( $m^2$ )	流量( $Q$ ) ( $m^3/sec$ )	全断面平均流速 $V$ ( $m/sec$ )	$n=3$	$n=4$	$n=5$
1	30. 2. 3	245	204.5	106.4	0.520	$A$ (+9.1%)	223.1 (-5.0%)	194.2 (-0.0%)
						$Q$ (+21.7%)	129.5 (-5.8%)	100.2 (-1.6%)
						$V$ (+11.5%)	0.580 (-0.8%)	0.516 (-1.5%)
2	30. 2. 16	246	184.6	112.9	0.612	$A$ (+8.7%)	200.6 (+7.7%)	198.8 (-0.9%)
						$Q$ (+8.1%)	122.1 (+6.5%)	120.2 (+0.1%)
						$V$ (-0.5%)	0.609 (-1.1%)	0.605 (+0.8%)
3	30. 3. 8	260	254.0	139.5	0.549	$A$ (+10.7%)	281.1 (-1.3%)	250.7 (-0.3%)
						$Q$ (+10.7%)	154.4 (+1.2%)	141.2 (-1.9%)
						$V$ (±0.0%)	0.549 (+2.6%)	0.563 (-1.5%)

4	30. 3.16	262	284.1	153.1	0.539	<i>A</i>	307.9 (+8.4%)	277.0 (-2.5%)	281.5 (-1.3%)	
						<i>Q</i>	172.3 (+1.3%)	150.5 (-1.7%)	152.0 (-0.7%)	
						<i>V</i>	0.560 (+3.9%)	0.543 (+0.7%)	0.540 (+0.2%)	
						<i>A</i>	352.6 (-1.9%)	390.1 (+8.5%)	356.5 (-0.8%)	
5	30. 4.22	273	359.4	222.9	0.620	<i>Q</i>	212.1 (-4.8%)	242.7 (+8.9%)	222.8 (-0.0%)	
						<i>V</i>	0.602 (-2.9%)	0.622 (+0.3%)	0.625 (+0.8%)	
						<i>A</i>	299.6 (-0.6%)	320.9 (+3.0%)	288.9 (-7.3%)	311.2 (-0.1%)
						<i>Q</i>	191.2 (-3.7%)	197.9 (-0.4%)	189.6 (-4.5%)	201.8 (+1.6%)
6	30. 5.12	264	311.6	198.6	0.637	<i>V</i>	0.638 (+0.2%)	0.617 (-3.1%)	0.656 (+3.0%)	0.648 (+1.7%)
						<i>A</i>	237.8 (-12.6%)	309.9 (+13.9%)	255.0 (-6.3%)	267.7 (-1.7%)
						<i>Q</i>	159.8 (-7.6%)	184.7 (+6.8%)	164.4 (-4.9%)	171.7 (-0.7%)
						<i>V</i>	0.672 (+5.8%)	0.596 (-6.1%)	0.645 (+1.6%)	0.641 (+0.9%)
7	30. 6. 9	278	272.2	172.9	0.635	<i>A</i>	275.0 (-3.7%)	317.6 (+11.2%)	285.5 (-0.1%)	
						<i>Q</i>	170.9 (-1.0%)	188.8 (+9.4%)	171.5 (-0.9%)	
						<i>V</i>	0.621 (+2.8%)	0.594 (-1.7%)	0.601 (-0.5%)	
						<i>A</i>	428.5 (+0.0%)	430.3 (+0.4%)	423.5 (-1.1%)	
8	30. 7.11	278	285.7	172.6	0.604	<i>Q</i>	259.9 (+0.2%)	259.9 (+0.2%)	257.9 (-0.5%)	
						<i>V</i>	0.607 (+0.3%)	0.604 (-0.2%)	0.609 (+0.7%)	
						<i>A</i>	428.5 (+0.0%)	430.3 (+0.4%)	423.5 (-1.1%)	
						<i>Q</i>	259.9 (+0.2%)	259.9 (-0.2%)	257.9 (-0.5%)	
9	30.11.12	282	428.4	259.3	0.605	<i>V</i>	0.607 (+0.3%)	0.604 (-0.2%)	0.609 (+0.7%)	
						<i>A</i>	428.5 (-1.1%)	430.3 (+1.5%)	423.5 (-1.2%)	
						<i>Q</i>	259.9 (+0.2%)	259.9 (-0.2%)	257.9 (-0.5%)	
						<i>V</i>	0.607 (+0.3%)	0.604 (-0.2%)	0.609 (+0.7%)	
10	30.11.12	282	428.4	259.3	0.605	<i>A</i>	421.6 (-1.1%)	432.5 (+1.5%)	421.3 (-1.2%)	
						<i>Q</i>	264.9 (+0.4%)	258.4 (-2.0%)	260.3 (-1.3%)	
						<i>V</i>	0.628 (+1.5%)	0.597 (-3.6%)	0.618 (-0.0%)	
						<i>A</i>	339.8 (+0.1%)	340.3 (+0.3%)	338.2 (-0.4%)	
11	30.11.28	280	426.3	263.8	0.619	<i>Q</i>	194.6 (+2.0%)	191.1 (+0.2%)	187.8 (-1.6%)	
						<i>V</i>	0.573 (+2.0%)	0.562 (+0.0%)	0.555 (-1.2%)	
						<i>A</i>	306.5 (-2.4%)	325.1 (+3.6%)	316.6 (+0.9%)	
						<i>Q</i>	170.6 (-3.1%)	184.0 (+4.5%)	176.7 (+0.3%)	
12	30.12. 7	269	339.4	190.8	0.562	<i>V</i>	0.557 (-0.7%)	0.566 (+0.9%)	0.558 (-0.5%)	
						<i>A</i>	292.0 (+1.5%)	291.0 (+1.1%)	288.7 (+0.3%)	
						<i>Q</i>	153.8 (+0.5%)	154.6 (+1.0%)	154.8 (+1.1%)	
						<i>V</i>	0.527 (-0.9%)	0.531 (-0.2%)	0.536 (+0.8%)	
13	30.12.12	274	313.9	176.1	0.561	<i>A</i>	269.2 (+4.5%)	249.2 (-3.2%)	260.8 (+1.3%)	
						<i>Q</i>	149.5 (+6.8%)	183.9 (-4.4%)	141.5 (+1.1%)	
						<i>V</i>	0.555 (+2.0%)	0.537 (-1.3%)	0.543 (-0.2%)	
						<i>A</i>	276.2 (+4.6%)	261.1 (-1.1%)	265.4 (+0.5%)	
14	30.12.20	272	287.8	153.1	0.532	<i>Q</i>	154.7 (+5.0%)	146.6 (-0.5%)	147.5 (+0.1%)	
						<i>V</i>	0.560 (+0.4%)	0.561 (+0.5%)	0.556 (-0.4%)	
						<i>A</i>	255.7 (+1.4%)	255.4 (+1.3%)	248.1 (-1.6%)	
						<i>Q</i>	142.2 (+4.1%)	139.2 (+1.9%)	133.9 (-2.0%)	
15	31. 1.12	255	257.5	140.0	0.544	<i>V</i>	0.556 (+2.0%)	0.545 (+0.5%)	0.540 (-0.4%)	
						<i>A</i>	239.7 (+3.1%)	228.2 (-1.8%)	232.9 (+0.2%)	
						<i>Q</i>	135.7 (+7.1%)	123.3 (-2.7%)	127.9 (+0.9%)	
						<i>V</i>	0.566 (+3.9%)	0.540 (-0.9%)	0.549 (+0.7%)	
16	31. 1.21	255	264.0	147.4	0.558	<i>A</i>	255.7 (+1.4%)	255.4 (+1.3%)	248.1 (-1.6%)	
						<i>Q</i>	154.7 (+5.0%)	146.6 (-0.5%)	147.5 (+0.1%)	
						<i>V</i>	0.560 (+0.4%)	0.561 (+0.5%)	0.556 (-0.4%)	
						<i>A</i>	255.7 (+1.4%)	255.4 (+1.3%)	248.1 (-1.6%)	
17	31. 1.26	254	252.2	136.6	0.542	<i>Q</i>	142.2 (+4.1%)	139.2 (+1.9%)	133.9 (-2.0%)	
						<i>V</i>	0.556 (+2.6%)	0.545 (+0.6%)	0.540 (-0.4%)	
						<i>A</i>	239.7 (+3.1%)	228.2 (-1.8%)	232.9 (+0.2%)	
						<i>Q</i>	135.7 (+7.1%)	123.3 (-2.7%)	127.9 (+0.9%)	
18	31. 2. 4	254	232.5	126.7	0.545	<i>V</i>	0.566 (+3.9%)	0.540 (-0.9%)	0.549 (+0.7%)	

19	31. 2.13	243	213.8	121.4	0.568	<b>A</b>	205.2 (-4.0%)	227.4 (+6.4%)	213.7 (-0.0%)					
						<b>Q</b>	125.4 (+3.3%)	128.0 (+5.4%)	121.5 (+0.1%)					
						<b>V</b>	0.611 (+7.6%)	0.563 (-0.9%)	0.569 (+0.2%)					
20	31. 2.22	250	218.8	127.3	0.582	<b>A</b>	214.5 (-2.0%)	225.8 (+3.2%)	216.4 (-1.1%)					
						<b>Q</b>	128.6 (+1.0%)	129.8 (+2.0%)	125.0 (-1.8%)					
						<b>V</b>	0.600 (+3.1%)	0.575 (-1.2%)	0.578 (-0.7%)					
<b>A の 誤 差 の 平 均</b>						<b>E</b>	+1.0%	+2.0%	-1.0%					
						<b> E </b>	4.3%	4.2%	1.3%					
<b>Q の 誤 差 の 平 均</b>						<b>E</b>	+2.6%	+1.1%	-0.9%					
						<b> E </b>	4.7%	3.7%	1.3%					
<b>V の 誤 差 の 平 均</b>						<b>E</b>	+2.3%	-0.9%	+0.1%					
						<b> E </b>	2.8%	1.5%	0.8%					

上の結果についての考察を次の4項にわけて述べる。

### I) $A, Q$ の誤差の絶対値がそれぞれ 2.0% 以内となる最小垂直線数の差

各資料に筆者の公式を適用するとき、 $A, Q$  の誤差がそれぞれ許容誤差以内となる最小垂直線数  $n$  を別々に求め、2つの  $n$  の差を考える。このとき、たとえば資料番号6の流積  $A$ についての場合のように、 $n=3$  で  $-0.6\%$  であったものが、 $n=4$  で  $+3.0\%$ 、 $n=5$  で  $-7.3\%$  となり、 $n=6$  で  $-0.1\%$  となるようなときには、最小垂直線数  $n$  を6としなければならないことはもちろんである。このように、偶然に一度許容誤差以内に入つていたものが、 $n$  がふえるとき許容誤差を越える例は、 $A$  に対して3例（番号 5, 6, 20）、 $Q$  に対しても3例（番号 6, 8, 9）あるに過ぎない。

さて、各資料に対して  $Q$  と  $A$  とのおのおのに対する最小垂直線数の差を  $m$  とするとき、 $m$  の種々な値に対する資料数は次のとおりである。

$$m = -2 \text{ 2例}; m = 0 \text{ 16例}; m = 1 \text{ 2例}$$

$m$  の平均  $\bar{m}$  は  $\bar{m} \neq 0$  となる。すなわち、 $A, Q$  の誤差のおのおのが許容誤差以内となるための最小垂直線数  $n$  の値には変わりがない。このことは、 $A$  に対する誤差が許容誤差以内となるような垂直線の本数  $n$  を採用すれば、その  $n$  に対して  $Q$  の誤差もまた許容誤差以内となることを示している。

横断流量曲線の次数は河底曲線の次数と横断平均流速曲線の次数との和に等しいから、 $Q$  に対して必要十分な  $n$  の値は  $A$  のそれよりも大きくなるはずである。ところが、上に示すように、それらの間にほとんど差がないということは、横断流量曲線の次数が河底曲線の次数とほとんど同じであることを示すものである。ここにあげた資料において、縦平均流速を測定すべき垂直線数は総理府令の指示<sup>4)</sup>よりも大分小さく、8~10 平均 9（垂直線間の間隔は普通 30m）であるから、上のような結果となつたのであろうが、もし垂直線数を総理府令に従つて相当密にとると、横断平均流速曲線はもつと複雑になり、横断流量曲線の次数は河底曲線の次数よりも少し大きくなると思われる。しかし、縦平均流速の大きさは水深の函数であるから、横断平均流速曲線の形状は河底曲線の形状に類似し、2つの曲線の縦距の積としての横断流量曲線の形状もまた河底曲線の形状に類似する。ゆえに、河底曲線と横断流量曲線とをそれぞれ十分近似的に表わしうる有理整式の次数の差はそれほど大きくはないのである。しかし、両曲線に対する最小垂直線数の差を 0 として、 $A$  に対して必要十分な垂直線数を用いると、精度が  $Q$  においてよくないことがありうるから、この差を 1 とし、 $A$  に対して必要十分な垂直線数より 1 つだけ大きい値をもつて、 $A$  や  $Q$  を求めるべき垂直線数とすれば安全であろう。

### II) $A, Q$ の誤差の絶対値がともに 2.0% 以内となる最小垂直線数

表-1において、 $A, Q$  の誤差が同時に許容誤差以内となる最小垂直線数  $n$  に対する資料は次のとおりである。

$$n=3 \text{ 4例}; n=4 \text{ 3例}; n=5 \text{ 11例}; n=6 \text{ 2例}$$

すなわち、 $n=5$  までで 18 例 (90%) が入り  $n=6$  までで全資料が入る。ゆえに、河底曲線および横断流量曲線は高々 13 次の有理整式で十分近似的に表わされ、余程特殊な場合を除き、それらは高々 11 次として十分であることがわかる。

利根川栗橋地先の測定カ所は水面幅が普通の水位において 250~300 m に達し、河底は相当凹凸の激しい曲線を呈している。このような場合ですら、垂直線の本数  $n$  は高々 6 つで十分である。図-1~4 はそれぞれ  $n=3$ ~6 の場合の代表的な河底曲線の形状を示したものである。これらの図から次のことが観察される。すなわち、 $n=3$

図-1

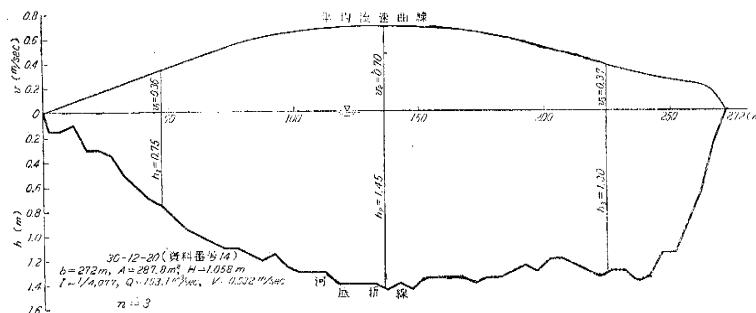


図-2

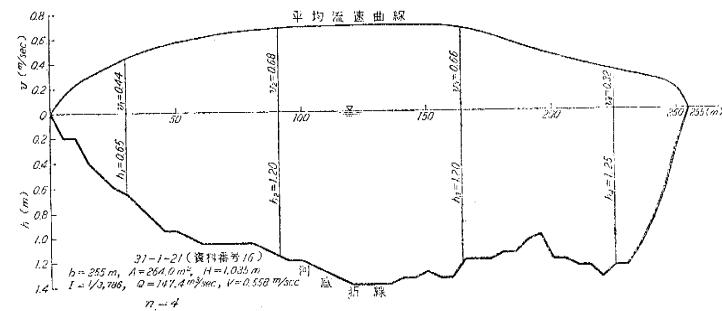


図-3

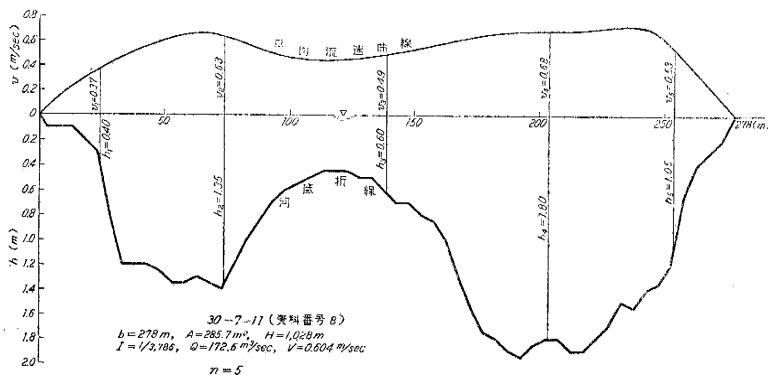
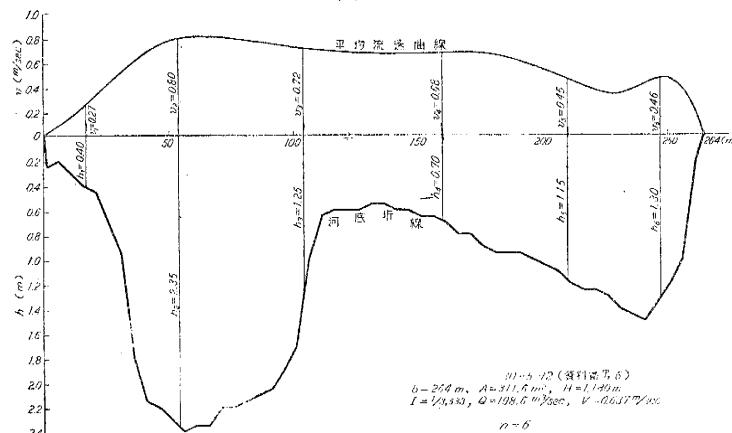


図-4



は両岸より水深が漸次深くなつて流れの中央部に最大水深があるような場合、 $n=4$  は一方の岸の近傍に深みが発達しつつある場合、 $n=5$  は中央に洲が発達してこの両側に 2 つの深部ができている場合、 $n=6$  はこれ以上に河底が複雑な場合である。他の資料も大体このような河底状態に支配されて  $n$  が決まる。8~10 月は中水位または高水位で流速計による観測がおこなわれなかつたことは前に述べた。いま、この期間を境として、高水位が通過した後の河底状態は 11~12 月の資料（番号 9~14）が示すように  $n=3$  である（番号 13 だけは  $n=5$  であるが、この資料でも  $n=3$  における誤差の絶対値はあまり大きくなない）。次に、1 月の資料（番号 15~17）では  $n=4$ （番号 15 だけは  $n=5$ ）となり、2~4 月の資料（番号 18~20 および番号 1~5）では  $n=5$ （番号 3 だけは  $n=4$ ），更に 5~6 月の資料 6 および 7 で初めて  $n=6$  に達する（7 月における番号 8 では  $n=5$ ）。このような 1 年間での  $n$  の変動は明らかに河底の沈澱、洗掘の模様を明瞭に物語っている。すなわち、夏季の出水によつて河底の洲は削られて、河底は最も簡単な放物線状を呈する。この状態は資料によると 11 月から 12 月までつづく。以後月日が経過するにつれ河底は流水による洗掘、沈澱の作用をうけ、一部に凹部か凸部ができる（資料では 1 月頃），それが発達して洲と深部とに明確にわかれ（資料では 2 月から 4 月頃まで），更にこの状態はますます発達して最も複雑な河底を呈するに至る。資料では 5~7 月にこの状態が現われている。そして夏季の出水によつて複雑な河底は再び滑らかな河底に還元され、以後の循環をくりかえすのである。

このように、最小垂直線数  $n$  は河底曲線の次数によつて左右され、河底曲線の次数は多分に季節的な変動をうけるのである。上に述べた結果は利根川についてのものであつて、降雨、出水、沈澱、洗掘というような水文学的な状況を異にする河川ではまた違つた結果がでてくるであろう。しかし、利根川のように水面幅も広く河底の凹凸が複雑な場合でも垂直線数  $n$  は高々 6 本であるから、水面幅が普通程度で河底の凹凸が激しくない中小河川では、 $n$  の値は大分小さくなり、 $n=3$  で十分な場合も少なくないと思われる。

**表-1**において計算値  $A, Q$  を求めるために用いられる水深  $h$  の値は、5 m おきに深浅測量を実施したときの実測値を図上で互に直線で結びつけていわゆる河底折線を画き、そのグラフの上から読みとつたものである（図-1~4 参照）。もし、各測定点の近傍を通る滑らかな曲線で河底を表わすとすれば、近似度はもつとよくなるであろう。しかし、定められた垂直線に沿つての水深を測るときは最大 5 cm の誤差はあると考えられるので、計算には 5 cm 単位の値を採用した。

### III) $V$ の誤差の絶対値が 2.0% 以内となる最小垂直線数

$A, Q$  をいずれも筆者の流量算定式より求めた値であるとするとき、 $V = Q/A$  より計算される全断面平均流速  $V$  の誤差が許容誤差以内となるような最小垂直線数  $n$  の種々な値に対する資料数は次のとおりである。

$n=3$  7 例； $n=4$  8 例； $n=5$  4 例； $n=6$  1 例

すなわち、 $n=4$  まで 15 例 (75%) が入り、 $n=6$  までとらなければならないものは僅か 1 例(番号 6)に過ぎない。このことは、 $A, Q$  の誤差が同時に許容誤差以内となる上の場合にくらべて、大分精度が改善されていることを示している。このような結果をもたらす原因は、平均値法による流量算定式を用いるときの  $A, Q$  の値と総和法によるこれらの値との差は同符号となる傾向があるからである。こころみに、 $n=3\sim 5$  のおのおのに対する 20 例から、 $A, Q$  の誤差の符号が同一となる資料数を拾うと次のとおりである。

$n=3$  17 例； $n=4$  17 例； $n=5$  18 例

このように、ほとんど全部の資料において  $A, Q$  の誤差が同符号となる事実は、従来の総和法による計算過程を考えればうなずけよう。

そこで、20 例の誤差の絶対値の平均  $|\bar{E}|$  が 2.0% 以内となる  $n$  の値は、 $A, Q$  についてはいずれも 5 であるが、 $V$  については 4 である（表-1 の最下行を参照）。すなわち、 $A, Q$  の誤差を問題とせず、 $V$  の誤差を問題とするならば、垂直線数は平均して 1 つだけ減ることとなる。

更に、 $A, Q$  の誤差が同時に許容誤差以内となつてゐるにもかかわらず、 $V$  の誤差が許容誤差を越える場合は僅かに次の 3 例である。

番号 3 ( $n=4$ )  $A=-1.3\%$ ,  $Q=+1.2\%$ ,  $V=+2.6\%$

番号 11 ( $n=4$ )  $A=+1.5\%$ ,  $Q=-2.0\%$ ,  $V=-3.6\%$

番号 20 ( $n=3$ )  $A=-2.0\%$ ,  $Q=+1.0\%$ ,  $V=+3.1\%$

これに反して、 $A, Q$  の誤差の少なくとも一方が許容誤差を越えていて、 $V$  の誤差が許容誤差以内となる例はきわめて多く、 $n=3\sim 5$  について分類すれば次のとおりである。カッコ中は  $A, Q$  の誤差の少なくとも一方が許容誤差を越える資料数である。

$n=3$  7 例 (15 例) ;  $n=4$  11 例 (13 例) ;  $n=5$  1 例 (2 例)

上に示したように、 $n=4$  では 13 例中実に 11 例が改善されている。

#### IV) $V$ と $Q$ との精度の比較

いま、流積として深浅測量の結果より求められた資料の値を用い(これを仮りに  $A_0$  とする)、流量として上の  $A_0$  と全断面平均流速  $V$ (この  $V$  は流量算定式よりえられた  $A, Q$  を用い、 $V = Q/A$  より計算された値)との積で求めるとき、(これを仮りに  $Q_0$  とする)、 $Q_0 = A_0 V$  の誤差と流量算定式より直接求められた  $Q$  の誤差とについて考える。深浅測量は流量測定に先だつて普通 5 m おきに実施されているから、流積  $A_0$  には誤差がないと仮定する。そうすれば、 $Q_0$  の誤差は  $V$  の誤差に等しい。したがつて、 $Q_0$  と  $Q$  につきおののおのの誤差を比較するには、 $V$  と  $Q$  について比較すればよいこととなる。さて、 $V$  の誤差の絶対値が  $Q$  のそれより小さい場合を改善と称し、その逆を改悪と称して、表-1 の  $n=3\sim 5$  のおののおのについて分類すれば、表-2 の結果がえられる。

表-2

	$n=3$			$n=4$			$n=5$		
	改善 (12例)	改悪 (8例)	合計 (20例)	改善 (17例)	改悪 (3例)	合計 (20例)	改善 (13例)	改悪 (7例)	合計 (20例)
$Q$ の誤差の平均	$\bar{E}$	+3.9%	+0.6%	+2.6%	+1.3%	-0.4%	+1.1%	-1.4%	-0.9%
	$ \bar{E} $	7.1%	1.1%	4.7%	5.9%	1.2%	3.7%	1.9%	0.2%
$V$ の誤差の平均	$\bar{E}$	+2.0%	+2.8%	+2.3%	-0.8%	-1.4%	-0.9%	+0.2%	+0.3%
	$ \bar{E} $	2.7%	3.0%	2.8%	1.2%	3.1%	1.5%	0.9%	0.6%

表-2 から明らかなように、改善数は改悪数よりはるかに多く、 $n=4$  においては、 $Q$  の誤差の絶対値が平均して許容誤差以内に入らない場合でも  $V$  の誤差の絶対値は平均して許容誤差以内に入る。

さて、流量算定式によつて  $A, Q$  を求めることができるとから、深浅測量による流積の決定は必要ないようである。しかし、河底曲線の決定は洗掘、沈澱などによる河床の変化について研究するため必要であるから、深浅測量は流量測定に先だつておこなわれるのが普通である。そこで、正確な流積  $A_0$  は深浅測量によつてあらかじめ定められているものとし、流量算定式による計算値  $A$  は、 $A_0$  に対する誤差が許容誤差以内であるかどうかを検討し、垂直線数  $n$  が十分であるかどうかを判定する基準に用いられる。流量としては、直接に流量算定式より計算された値  $Q$  をもつて求める流量としないで、 $V = Q/A$  より計算された  $V$  を用い、 $Q_0 = A_0 V$  より算出した  $Q_0$  を採用すれば精度を上げることができる。

そこで、このような方法を採用すれば、あらかじめ深浅測量をおこなわず、したがつて流量算定式より直接計算された  $A, Q$  の値をもつてそれぞれ求める流積および流量とする方法にくらべて、垂直線数を 1 つ下げることができる。前に述べたように、流量  $Q$  に対して必要十分な垂直線数は、流量測定に先だつておこなわれる深浅測量の結果からえられる  $n$  より 1 つ大きくするのが安全であつた。ゆえに、ここに述べた方法を採用すれば、必要十分な垂直線数は深浅測量の結果からえられる  $n$  そのままを用いてよいわけである。しかし、 $n+1$  本の垂直線を採用して十分に安全を期するのが得策であろう。

### 3. 流量測定の方式

前節に考察したところから、筆者の流量算定式を用いて実際に流量測定をおこなうにあたつては次の注意と方式とが望ましい。

(1) 流量測定カ所は、特にそれより上流側に長い一様な直線水路をもち、水門、堰あるいは水制などによる過度な乱れをうけないような場所およびその下流側にある支川の合流点や堰堤などによる背水の影響をうけない場所に設定しなければならない。また、できれば下流側適当な距離に支配断面を有し、すべての水位を通じて支配状況が同じであつて、特に河底曲線はなるべく滑らかで巨石や水草がなく、かつ洗掘や沈澱によつて河床の変化しないことが望ましい。これらのこととは水位流量関係が 1 つの曲線に乗るために必要な条件で、もし必要ならば人工的支配断面をつくり、かつ、河底の沈木、岩盤などをとり除くことがおこなわれる<sup>5)</sup>。

(2) 筆者の流量算定式を用いるときに必要なことは河底曲線が自然のままのものであるということである。砂利掘り跡はもちろんのこと河底の一部に床固めを施工してあるような所は測定カ所として不適当である。H.v. Sanden がその著 “Praktische Analysis” において “自然現象は飛躍せず”<sup>6)</sup> と述べた言葉は、平均値法を十分正確に自然現象に当てはめうることを保証するものであると同時にその適用を限定するものともみられよう。

(3) 流量測定に先だつて深浅測量をおこなう。水面幅はできればスタジア測量などを用いて相当くわしく測定する。200~300 m の水面幅の大河川でも 10 cm 単位まで求めることは可能である。深浅測量はほぼ 5 m おきに実施し、基準点からの距離を記帳し、水深は 5 cm 単位まで読みとる。

(4) 深浅測量の結果を方眼紙上に図示して、図上から、流積を計算する。次に、河底折線の形状から流量算定式を用いるときの最小垂直線数  $n$  の値を予想し、この  $n$  に対する垂直線の位置を図面上に定めてそれぞれの水深を読みとり、これを公式に入れて計算した流積の誤差が許容誤差 ( $\pm 2.0\%$ ) 以内であるかどうかを調べる。もし  $n$  の値が不足ならばそれを上げて計算し必要十分な  $n$  の値を定める。そして実測に際しては十分に安全なよう、これよりも 1つ大きい値をもつて垂直線数  $n$  とするのが得策である。

(5)  $n$  の値が定まれば、垂直線の位置とその水深がわかるから縦平均流速を算出するのにどの算定式を用いたらよいかをあらかじめ定めることができる。縦平均流速算定式には平均値 3 点法、2 点法、1 点法、Wilm の測棒法などがある<sup>2)</sup>。流れの中央部では単位幅当りの流量  $q$  に乘じる定係数の値が大きく、垂直線が岸に近いほどこの値は小さいから、中央部での測定の精度は岸に近い所でのそれより重んじて平均値 3 点法を用いればよいであろう。岸にごく近い所では 1 点法か測棒法で十分である。どの方法を用いたらよいかは垂直線の位置だけでなく水深によつても左右される。E.C. Murphy の実験<sup>7)</sup>によると、水面下および河底上 15 cm の範囲内での流速を流速計によつて十分正確に測定することはできないことが示された。この制限を少し緩めて 10 cm とすると、上の各方法が適用されるための最小水深は平均値 3 点法で 90 cm、2 点法で 50 cm、1 点法で 25 cm となる。

(6) 各垂直線に対して使用すべき縦平均流速算定式を定めれば、流速測定を実施する。深浅測量と流速測定との間に時間の経過があるから水位は変動するが、河底曲線がその間に変化することは考えられないから、上に定めた  $n$  の値に変わりはない。そこで、各垂直線下の水深を改めて測定し、流速計を挿入すべき観測点の位置を定め、最下点より順次流速計を上げながら流速測定をおこなう。1 点での観測時間は水位の変動が流量に許容誤差以上の誤差を生ぜしめない範囲で長くとり、脈動の影響を僅小にする。少なくとも 5 分とするのがよい。流速が相当に大きくて流速計が流され正しい位置が判定できないときには Shenehon の補正計算<sup>8)</sup>が有効となることがある。しかし、これは実際に用いるには相当な経験と技術が必要である。

(7) 水位は深浅測量や流速測定の開始時と終了時およびその中間において、測定カ所のごく近傍の量水標によつて正確に読みとる。なるべく相当な距離を隔てた 2 つの量水標の水位を同時に読みとるようにする。これは水位流量関係を水面勾配によつて補正するために必要な資料を提供する。深浅測量時と流速測定時との間で水位の違いがあれば、水位差に深浅測量時の水面幅をかけた値だけ補正して、流速測定時の流積  $A_0$  とする。

(8) 各垂直線にそつての水深と縦平均流速とが測定できれば、流量算定式にこれらを代入して  $A_0$  および  $Q$  を計算する。このとき、 $A_0$  の  $A_0$  に対する誤差は許容誤差以内となるはずである。

(9) 流積としては深浅測量の結果より求めた  $A_0$  を採用する。流量としては  $V = Q/A$  より計算された全断面平均流速  $V$  を用いて  $Q_0 = A_0 V$  より算出した  $Q_0$  を採用する。

以上が筆者の提案する流量測定法で、要するに、全観測点数を極力下げ、水位の変動による誤差の介入が許容誤差以内となる範囲内で各観測点での流速測定時間を長くして脈動による誤差を最小にし、けつきよく流量測定の精度を改善しようとするものである。この方法は明らかに測定と計算とに必要な時間・労力・費用を節約するが、観測点は著しく少なくなるから、水位の変動と流れの脈動という時間的要素や上の経済的要素を問題外とすれば、各観測点での測定の精度（正しい位置への計器の挿入と流速測定の精度）をできるだけ上げることが要望される。この課題に対しては、流速計の性能・選定・検定、観測施設の整備など、こんご各方面での研究がまたれる。

#### 4. 結 語

(1) 筆者の誘導した流量算定式を利根川の 20 号の資料に適用して、河底曲線が複雑な場合にも垂直線の本数  $n$  は高々 6 つで十分であり、普通には高々 5 つで十分満足すべき結果がえられる。この  $n$  の値は河底曲線の凹凸によつて左右され、したがつて降雨、出水、洗掘、沈澱などの水文学的状況によつて季節的に変動する。

(2) 上の結果から、流量算定式を用いての測定方式とそれに付随する諸注意について解説した。

#### 参 考 文 献

- 1) 春日屋伸昌：新らしい平均値法公式およびそれに基づく流量算定式の説明、土木学会論文集、第 55 号、1958、p. 1~p. 9.
- 2) 春日屋伸昌：縦平均流速算定式の精度について、土木学会論文集、第 54 号、1958 p. 26~p. 34.
- 3) 春日屋伸昌：平均値法による流量算定式について、土木学会誌、第 38 卷、第 7 号、1953、p. 17~p. 21.
- 4) 総理府令第 75 号：水位及び流量調査作業規程準則、官報、第 8332 号（昭和 29 年 10 月 9 日号）。
- 5) Addison, H.: Hydraulic measurements, 1949, p. 214. 6) 小倉金之助、近藤 鶴：ザンデン実用解析学、1948、p. 171.
- 7) Murphy, E.C.: Accuracy of stream measurements, U.S. Geol. Survey Water Supply Paper, No. 95, 1904, p. 92.
- 8) Corbett, D.M. and others: Stream-gaging procedure, U.S. Geol. Survey Water Supply Paper, No. 888, 1945, p. 44~p. 51. (昭.32.6.25)