

移動荷重を受ける高次不静定構造物の解法

正員 近藤 繁 人*

SOLUTION OF STATICALLY INDETERMINATE STRUCTURES OF HIGH ORDERS LOADED WITH A MOVING LOAD

By Shigeto Kondo, C.E.Member

Synopsis : On the general method of properly selecting the main systems for the statically indeterminate space structures, I described in the transactions of J.S.C.E. No. 35 (June 1956). As its second report, I take up the problem of statically indeterminate values of relatively high orders and propose to use "the intermediate statically indeterminate values and δ -graph" in order to solve them rapidly. The results are compared with "Kaufmann's method".

要旨 最近、箱桁、格子桁、曲線橋、斜鋼索橋など、高次の不静定構造物が著しく増加してきたが、これらに移動荷重が作用した場合の応力を立体的に忠実に解析するには不静定値の迅速解法が必要になってくる。移動荷重を受ける立体不静定構造物の不静定値の適当な選び方に関する一般方針については土木学会論文集、第35号に述べたのでここでは比較的高次の不静定構造物の場合を取扱い、中間不静定値と δ -グラフの利用による迅速解法を提案し、Kaufmannの方法と比較検討した。

1. KAUFMANNの方法¹⁾

Kaufmann は仮に選んだ不静定値に対する弾性方程式 (1) を別の不静定値で表わすのに (2) 式を用いた。

$$\left. \begin{aligned} X_a \delta_{aa} + X_b \delta_{ab} + X_c \delta_{ac} + \dots &= \delta_{ai} \\ X_a \delta_{ba} + X_b \delta_{bb} + X_c \delta_{bc} + \dots &= \delta_{bi} \\ \dots & \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} X_a &= X_A + f_{ab} X_B + f_{ac} X_C + \dots \\ X_b &= \dots X_B + f_{bc} X_C + \dots \\ X_c &= \dots X_C + \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

ここで先ず

$$\left. \begin{aligned} f_{ab} &= -\frac{\delta_{ba}}{\delta_{aa}}, & f_{bc} &= -\frac{\delta_{cb}}{\delta_{bb}}, & f_{ac} &= -\frac{f_{bc} \delta_{ba} + \delta_{ca}}{\delta_{aa}} \\ f_{cd} &= -\frac{\delta_{dc}}{\delta_{cc}}, & f_{bd} &= -\frac{f_{cd} \delta_{cb} + \delta_{db}}{\delta_{bb}} \\ f_{ad} &= -\frac{f_{bd} \delta_{ba} + f_{cd} \delta_{ca} + \delta_{da}}{\delta_{aa}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

を計算して $X_A = \delta_{iA} / \delta_{AA}$, $X_B = \delta_{iB} / \delta_{BB}$ を求め、続いて (2) から X_a X_b などを求めた。

2. 方列の利用による方法²⁾

さきに著者の提案した方列を使つて (2) の f を求めると

$$\left. \begin{aligned} f_{ab} &= -\frac{\delta_{ba}}{\delta_{aa}} \\ f_{ac} &= -\frac{\begin{vmatrix} \delta_{ac} & \delta_{ab} \\ \delta_{bc} & \delta_{bb} \\ \delta_{aa} & \delta_{ab} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} \end{vmatrix}}, & f_{bc} &= -\frac{\begin{vmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ac} \\ \delta_{ba} & \delta_{bc} \\ \delta_{aa} & \delta_{ab} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} \end{vmatrix}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

* 正員 山梨大学教授，工学部土木工学教室

f が求めれば次に

$$\left. \begin{aligned} \delta_{AA} &= \delta_{aa} \\ \delta_{BB} &= f_{ab} \delta_{ab} + \delta_{bb} \\ \delta_{CC} &= f_{ac} \delta_{ac} + f_{bc} \delta_{bc} + \delta_{cc} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{iA} &= \delta_{ia} \\ \delta_{iB} &= f_{ab} \delta_{ia} + \delta_{ib} \\ \delta_{iC} &= f_{ac} \delta_{ia} + f_{bc} \delta_{ib} + \delta_{ic} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

以上より $X_A = \delta_{AA} / \delta_{iA}$ などを求めることができる。さて、高次不静定の場合はこの f の計算が面倒になるのでできるだけ f の中の δ が 0 になるように静定主系を選ぶ必要がある。そのためには、中間不静定値と δ -グラフを使えば非常に便利である。

3. δ -グラフ

不静定値 $X_k = -1$ を作用させたとき、他の不静定値 X_j の作用点が、 $X_j = -1$ の方向に移動する量を δ_{jk} とする。縦欄に j 、横欄に k を取つて $\delta_{jk} = 0$ を満足するものだけをその交欄に 0 と記入した図を δ -グラフと名付けておく。Maxwell の相反法則により δ -グラフは対称方列をなしている。

4. f -グラフ

δ -グラフが 図-1 のようになったものとするとき、式 (4)

$$\begin{aligned} f_{ab} &= 0, & f_{ac} &= 0, & f_{bc} &= 0, & f_{bd} &= 0 \\ f_{ad} &= -\delta_{ad} / \delta_{aa}, & f_{cd} &= -\delta_{cd} / \delta_{cc} \end{aligned}$$

すなわち

$$[f] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & f_{ad} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & f_{cd} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

図-1 δ -グラフ

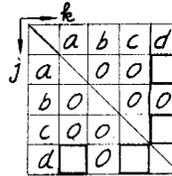
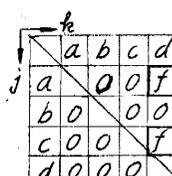


図-2 f -グラフ



となり、この方列の左下半分は全部 0 であり、右上の半分は δ -グラフの 0 と全く一致している。すなわち δ -グラフができると直ちに 図-2 の f -グラフをかくことができる。このグラフをかいた後に、0 でない f を式 (4) から計算すればよい。

5. 中間不静定値の設定

δ -グラフはできるだけ 0 が多いほど、後に計算する f の数が少なくて済み、それだけ不静定値 X の計算も簡単になる。さて最初に仮の静定主系を選ぶ時は、 δ -グラフの事までも考えがおよばないので先ず適当に最初の不静定値を定め、次にその不静定値と同じ影響を与えるような別の左右対称の不静定値の群 X_m と左右逆対称の不静定値の群 X_n を選び、 X_m と X_n を組合せると $\delta_{mn} = 0$ となる。なおその他の方法で δ を 0 にすることができるような新不静定値があるときはできるだけ、そうなるように新たな不静定値を選ぶ。ここに選んだ新不静定値を、 X_1, X_2, X_3, \dots とし

$$\left. \begin{aligned} X_a &= F_{aa} X_1 + F_{ab} X_2 + F_{ac} X_3 + \dots\dots\dots \\ X_b &= F_{ba} X_1 + F_{bb} X_2 + F_{bc} X_3 + \dots\dots\dots \\ X_c &= F_{ca} X_1 + F_{cb} X_2 + F_{cc} X_3 + \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

が成立つものとする。係数 F の方列は

$$[F] = \begin{pmatrix} F_{aa} & F_{ab} & F_{ac} & \dots\dots\dots \\ F_{ba} & F_{bb} & F_{bc} & \dots\dots\dots \\ F_{ca} & F_{cb} & F_{cc} & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{pmatrix}$$

ここに選んだ X_1, X_2, X_3, \dots を中間不静定値と名付けることにする。これは便宜上設けるものでこの大きさや、影響線などを求める必要は無い。なおこの中間不静定値は、ただ 1 回だけでなく何回もおき変えて δ を 0 にするもの数が多くなるようにした方がよい。

6. 最終不静定値

(1) 中間不静定値に対し δ - グラフをかき、すべての欄が 0 になるような不静定値が求めればこれを最終不静定値 $X_A, X_B, X_C \dots$ に書きかえる。最初の中間不静定値 $X_1, X_2, X_3 \dots$ との間に

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= f_{AA} X_A + f_{AB} X_B + f_{AC} X_C + \dots \\ X_2 &= f_{BA} X_A + f_{BB} X_B + f_{BC} X_C + \dots \\ X_3 &= f_{CA} X_A + f_{CB} X_B + f_{CC} X_C + \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

が成立つものとし、この方列を

$$[f] = \begin{Bmatrix} f_{AA} & f_{AB} & f_{AC} & \dots \\ f_{BA} & f_{BB} & f_{BC} & \dots \\ f_{CA} & f_{CB} & f_{CC} & \dots \end{Bmatrix} \text{で表わすことにする。}$$

(2) 一般には、 δ - グラフの中に $\delta_{mn} \neq 0$ となるものがいくつか残ることが多い。その場合には更に最終不静定値として $X_A, X_B \dots$ を選び、

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_A + f_{AB} X_B + f_{AC} X_C + \dots \\ X_2 &= \quad \quad X_B + f_{BC} X_C + \dots \\ X_3 &= \quad \quad \quad X_C + \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

とおいて、すべての δ が 0 になるように f を決定すればよい。すなわち 図-1 から 図-2 を得た時と同様に中間不静定値に対する δ - グラフの右上半分をそのまま移記し、左下半分は全部 0 とおいて f - グラフをかき、この f の中の 0 でないものの値だけを求める。この f の計算には次の $\delta_{JK} = 0$ を作ればよい。

7. $X_A, X_B \dots$ による弾性方程式

式 (8) または (9) を (7) に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} X_a &= Z_{aa} X_A + Z_{ab} X_B + Z_{ac} X_C + \dots \\ X_b &= Z_{ba} X_A + Z_{bb} X_B + Z_{bc} X_C + \dots \\ X_c &= Z_{ca} X_A + Z_{cb} X_B + Z_{cc} X_C + \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

が得られ、係数の方列は

$$[Z] = [F] \cdot [f] \text{ で表わされ}$$

一般項は

$$Z_{qk} = \sum_{s=a}^n F_{qs} f_{sk} \dots \dots \dots (11)$$

更に式 (10) を (1) の左辺に代入すれば、 $X_A, X_B \dots$ に関する弾性方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} X_A w_{aa} + X_B w_{ab} + X_C w_{ac} + \dots &= \delta_{ai} \\ X_A w_{ba} + X_B w_{bb} + X_C w_{bc} + \dots &= \delta_{bi} \\ X_A w_{ca} + X_B w_{cb} + X_C w_{cc} + \dots &= \delta_{ci} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

ここに $[w] = [\delta] \cdot [Z]$

一般項は $w_{rk} = \sum_{q=a}^n \delta_{rq} Z_{qk} = \sum_{q=a}^n \delta_{rq} \left(\sum_{s=a}^n F_{qs} f_{sk} \right) \dots \dots \dots (13)$

8. 最終不静定値の求め方

最終不静定値 $X_A, X_B \dots$ を求めるのには、その弾性方程式 (12) の係数を対角方列に直せばよい。それには、先ず $[w]$ を対称方列にするために、その左側に $[Z]$ の共やく方列 $[Z']$ を乗ずると

$$[D] = [Z'] \cdot [w] = [Z'] \cdot [\delta] \cdot [Z]$$

となり、この対称方列 $[D]$ の一般項 JK 元素は

$$\delta_{JK} = D_{JK} = \sum_{r=a}^n Z'_{jr} w_{rk} = \sum_{r=a}^n Z_{rj} w_{rk} = \sum_{r=a}^n \left\{ \sum_{s=a}^n F_{rs} f_{sj} \right\} \left\{ \sum_{q=r}^n \delta_{rq} \left(\sum_{s=a}^n F_{qs} f_{sk} \right) \right\} \dots \dots (14)$$

で表わされる。

今 JK の全部について

$$D_{JK}=0, \quad \text{但し } J \neq K \dots\dots\dots (15)$$

とおけば方程式 (12) の係数は対角行列となり, X_K の係数は

$$\delta_{KK}=D_{KK}=D_{JK} \left\{ J=K = \sum_{r=a}^n \sum_{s=a}^n F_{rs} f_{sk} \right\} \left\{ \sum_{q=a}^n \delta_{rq} \left(\sum_{s=a}^n F_{qs} f_{sk} \right) \right\} \dots\dots\dots (16)$$

また方程式 (12) の右辺は

$$\delta_{iK} = \sum_{r=a}^n Z_{kr}' \delta_{ri} = \sum_{r=a}^n Z_{rk} \delta_{ri} = \sum_{r=a}^n \left(\sum_{s=a}^n F_{rs} f_{sk} \right) \delta_{ri} \dots\dots\dots (17)$$

$$\therefore X_K = \frac{\delta_{iK}}{\delta_{KK}} \dots\dots\dots (18)$$

9. 計算例

図-3 のような主桁 4 本中間横桁 4 本の格子桁を例に取り, 主桁と横桁は単純支持によつて連結されていて, 鉛直荷重のみを伝達するものとすれば, 8 次の不静定構造物になる。(端横桁は各独立した 2 次不静定になっているので, これを除いて考えることにする)。

(1) 先ず 図-3 に対し, 図-4 を最初の静定主系に選ばばすべての不静定値に対し $\delta_{jk} \neq 0$ である。

(2) 第 1 次中間不静定値を 図-5 のように選ばば,

$$\left. \begin{aligned} X_a &= Y_1 + Y_2, & X_e &= Y_5 + Y_6 \\ X_b &= Y_1 - Y_2, & X_f &= Y_5 - Y_6 \\ X_c &= Y_3 + Y_4, & X_g &= Y_7 + Y_8 \\ X_d &= Y_3 - Y_4, & X_h &= Y_7 - Y_8 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

図-4 最初の静定主系

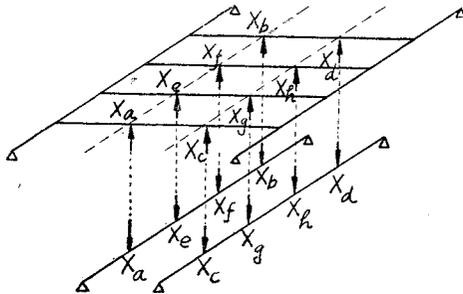


図-3 8 次不静定の格子桁

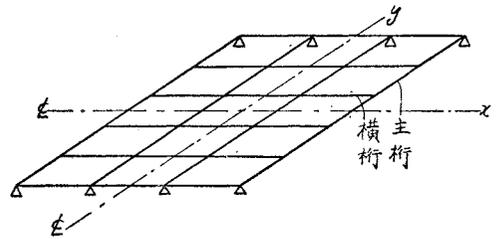
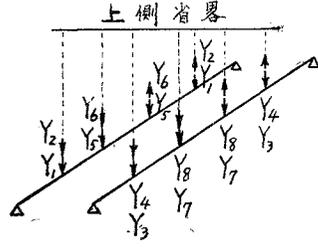


図-5 第 2 回目の静定主系



となり Y_1, Y_3, Y_5, Y_7 はいずれも x 軸に対称の変形を生じ, Y_2, Y_4, Y_6, Y_8 はいずれも x 軸に対し逆対称の変形を生ずるので $Y = -1$ による δ -グラフをかけば 図-7 の上図のようになる。

(3) Y の順序をかえると 図-7 の下図のようになる。

(4) Y_1, Y_3, Y_5, Y_7 の群と, Y_2, Y_4, Y_6, Y_8 の群を別々に組合せて, できるだけ δ が 0 になるように第 2 次中間不静定値 X_1, X_2, X_3, \dots を選ぶ。すなわち Y_1, Y_3, Y_5, Y_7 は x 軸に対称の状態を保たせながら 図-6 のように

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= X_1 + X_3, & Y_5 &= X_5 + X_7 \\ Y_3 &= X_1 - X_3, & Y_7 &= X_5 - X_7 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

を満足するようにし, また Y_2, Y_4, Y_6, Y_8 は x 軸に対し逆対称の関係を保たせながら 図-6 のように

図-6 第 3 回目の静定主系

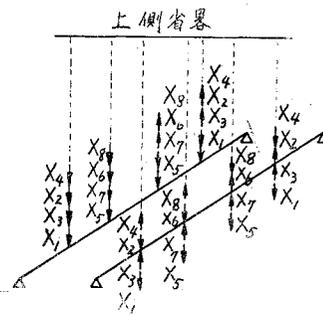


図-7 Y による δ -グラフ

| | | | | | | | | |
|---|----|---|---|---|---|---|---|---|
| | -h | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

j 列の順序を変更す
れば下のようになる

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 3 | 5 | 7 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| 1 | 1 | | | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | | 1 | | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | | | 1 | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | | | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | | |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 1 | | |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | 1 | |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | 1 |

$$\left. \begin{aligned} Y_2 &= X_2 + X_4, & Y_6 &= X_6 + X_8 \\ Y_4 &= X_2 - X_4, & Y_8 &= X_6 - X_8 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)'$$

を満足するようにすれば,

$$\left. \begin{aligned} X_a &= X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \\ X_b &= X_1 - X_2 + X_3 - X_4 \\ X_c &= X_1 + X_2 - X_3 - X_4 \\ X_d &= X_1 - X_2 - X_3 + X_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

となり、 X_1, X_5, X_2, X_6 は y 軸に対して対称、 X_3, X_7, X_4, X_8 は y 軸に対して逆対称となるので δ -グラフは 図-8 の上図のようになる。これを番号順に並べ変えると 図-8 の下図のようになって $\delta=0$ の数が非常に多くなる。

図-8 X_1, X_2, \dots によるグラフ

| | | | | | | | | | |
|-----|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| | | k | | | | | | | |
| | | 1 | 3 | 5 | 7 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| j | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

j の順序を変更すれば下のようになる

| | | | | | | | | | |
|-----|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| | | k | | | | | | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| j | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

図-9 f -グラフ

| | | | | | | | | | |
|-----|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| | | k | | | | | | | |
| | | A | B | C | D | E | F | G | H |
| j | A | 1 | 0 | 0 | 0 | f | 0 | 0 | 0 |
| | B | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | f | 0 | 0 |
| | C | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | f | 0 |
| | D | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | f |
| | E | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | G | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | H | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

(5) 更に残りの δ を 0 にするように工夫することもできるが、ここでは中間不静定値はこれで止めて、最終不静定値 X_A, X_B, \dots を使うこととし、式(9)の f のうち、0 でないものをさがすために、 δ -グラフを利用して f -グラフをかく。すなわち 図-8 の下図の右上半分をそのまま移記し、左下半分を全部0とすれば 図-9 のような f -グラフが得られる。この f -グラフから式(9)を書き直せば非常に簡単になつて

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_A + f_{AE} X_E \\ X_2 &= X_B + f_{BF} X_F \\ X_3 &= X_C + f_{CG} X_G \\ X_4 &= X_D + f_{DH} X_H \\ X_5 &= X_E \\ X_6 &= X_F \\ X_7 &= X_G \\ X_8 &= X_H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

式(21)及び(22)の X の係数の方列を作れば

$$\left[F \right] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left[f \right] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & f_{AE} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & f_{BF} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & f_{CG} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & f_{DH} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ここで f を求めるために (15) 式を作れば

$$\left. \begin{aligned} J &= A \\ K &= E \end{aligned} \right\} \text{と} \text{お} \text{い} \text{て}$$

$$f_{AE} = - \frac{\delta_{ea} + \delta_{fa} + \delta_{ga} + \delta_{ha}}{\delta_{aa} + \delta_{ba} + \delta_{ca} + \delta_{da}}$$

同様にして

$$f_{BF} = - \frac{\delta_{ea} - \delta_{fa} + \delta_{ga} - \delta_{ha}}{\delta_{aa} - \delta_{ba} + \delta_{ca} - \delta_{da}}$$

$$\left. \begin{aligned} f_{CG} &= -\frac{\delta_{ea} + \delta_{fa} - \delta_{ga} - \delta_{ha}}{\delta_{aa} + \delta_{ba} - \delta_{ca} - \delta_{da}} \\ f_{DH} &= -\frac{\delta_{ea} - \delta_{fa} - \delta_{ga} + \delta_{ha}}{\delta_{aa} - \delta_{ba} - \delta_{ca} + \delta_{da}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

以上の f はすべて $X_a = -1$ 荷重に対する変位を求めるだけで計算される。

f が求めれば $X_A = \delta_{iA} / \delta_{AA}$ 等で表わされ、 $X_a, X_b, X_c, \dots\dots\dots$ などは (21) 式から求められる。

10. KAUFMANN の方法との比較

Kaufmann の方法の欠点は

(1) 式 (3) の計算において最初に求めた f_{ab} を次の f_{bc}, f_{ac} の計算の時使い、更に f_{cd} の計算の時は f_{ab}, f_{bc}, f_{ac} のすべてを使わなければならないので、同時に手分けをして計算するわけに行かない。

(2) f の誤差は直ちに次に影響して来るので一つ間違えば、その後全部をやり直さなければならない。

(3) $X_K = -1$ 荷重とは

$$X_a = -f_{ak}, X_b = -f_{bk}, X_c = -f_{ck}, \dots\dots\dots X_k = -1$$

のことで、これ等全部を乗せた時の δ の計算は、荷重の数が多いので非常に面倒になる。

(4) 不静定次数が高くなると f の数が多くなる。

これに対し本方法は次のような長所を持っている。

(1) 式 (4) の計算においてすべての f が他の f と無関係になつているので、各独立して計算ができる。

(2) f の一つの誤算は、唯それだけに止まり、他に影響しない。

(3) f の計算に使う δ はいずれも唯 1 個の荷重に対する変位であるから計算が簡単である。

(4) $\delta = 0$ になるように中間不静定値を選べば、 $f = 0$ になるものが多くなり、不静定次数が高い場合でも計算は大して面倒にはならない。

11. 結 び

(1) 中間不静定値は何回変えてもよるしい (できるだけ δ -グラフの 0 が多くなるようにする。)

(2) 中間不静定値は δ -グラフを作るために一応利用するだけでその大きさを実際に用いる必要は無い。

(3) 平面構造物だけでなく立体構造物にも適用できる。又、ラーメン、アーチ、トラスすべてに適用できる。(格子桁だけでなく数多くの主トラスと対傾構とを格子桁式に組んだトラスにも適用される。)

(4) 前後左右の対称軸を持っているものに利用すると大変便利である。

(5) 式 (2) を使用する点は Kaufmann の方法と同じであるから、中間不静定値と δ -グラフを利用する本方法は、Kaufmann の方法の拡張と言うこともできる。

参 考 文 献

1) Kaufmann: "Statik der Tragwerke" Handbibliothek für Bauingenieure

2) 近藤繁人: 立体構造物の静定主系の選び方について, 土木学会論文集第35号

(昭.32.7.30)

昭和33年5月1日印刷
昭和33年5月10日発行

土木学会論文集第55号

定価 120 円 (〒 20 円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷1丁目 中 川 一 美
印刷所 東京都港区赤坂溜池5番地 株式会社 技 報 堂

発 行 所 社 団法人 土 木 学 会

東京都新宿区四谷1丁目 電話 (35) 5130・5138・5139 振替東京 16828 番