

節点帯板法による薄肉構造物の自由振動解析

林 正¹ ・ 渡辺 力²

¹正会員 工博 長岡技術科学大学教授 工学部建設系 (〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

²正会員 工修 函館工業高等専門学校講師 環境都市工学科 (〒042 函館市戸倉町14-1)

節点帯板法を用いて薄肉構造物の自由振動解析を行う。本解析法では有限要素との結合も容易であり、ダイヤフラムを有限要素で、補剛材をオフセット・ビームでモデル化することで大規模な薄肉構造物を効率良く解析することができる。種々の計算例により節点帯板要素と補剛材要素の精度と収束性を調べ、実構造物への適用性を検証した結果を報告する。

Key Words : *finite node-strip method, free vibration, off-set beam, thin-walled structure*

1. まえがき

薄肉部材においては、断面変形振動が縦振動や横振動、ねじり振動に近い固有周期をもち、その動的挙動に大きな影響を及ぼす。この断面変形を考慮した薄肉はりの動的解析は、中村¹⁾により有限帯板法と同様な解析法を用いて行われている。

有限帯板法 (FSM) を用いた自由振動解析も板や補剛材、箱桁について多く行われている^{2)~4)}。しかし、有限帯板法では、中間支点のある場合や級数方向に板厚が変化する場合、他の要素と結合する場合には解析が煩雑となる。そのため、最近では Cheung と Kong⁵⁾がはり要素をいくつか用いたときの静的モードを変位関数に用いて級数方向に板厚の変化する板や連続板について、Pukett と Lang⁶⁾は Compound Strip Method を用いて連続板について自由振動解析を行っている。

一方、有限要素法 (FEM) は薄肉構造物の解析に有効な解析法であるものの、解析対象が大型になるにつれ多くの要素分割数が必要となるために、計算時間が飛躍的に増大する。そのため、Koko と Olson⁷⁾は高次の変位関数を用いた Super Element により補剛材について、Fan と Luah⁸⁾は変位関数にスプライン関数を用いた Spline Finite Element によりシェル構造や箱桁について自由振動解析を行っている。

本研究では、節点帯板法 (NSM)^{9),10)}を用いて、補剛材やダイヤフラムを考慮した薄肉構造物の自由振動解析法を提案する。節点帯板法では帯板要素に節点自由度を付加した要素を用いるので、ダイヤフ

ラムやブレース材の組込も容易で、従来の帯板法の適用性を大幅に拡張できる。また、有限要素法に比べ全体解析に必要な総自由度数が少なくなり、薄肉構造物の線形応力解析¹⁰⁾や座屈解析¹¹⁾でその実用性を検証している。

自由振動解析に用いる節点帯板要素の変位関数には文献9)~11)で用いたものと同様のものを用いる。計算効率を高めるために補剛材をオフセット・ビームで、ダイヤフラムは有限要素でモデル化する。さらに、大次元の固有値問題を効率良く計算するために、節点帯板要素を組上げたブロック要素の段階で、固有値問題の動的縮約の手法により節線自由度の縮小を行う全体解析法¹¹⁾を用いる。

数値計算を行って節点帯板要素や補剛材要素の収束性と精度を調べ、実構造物への適用性を検証した結果について報告する。

2. 運動方程式

(1) 節点帯板要素

平板の自由振動解析に用いる節点帯板要素には、図-1(a)に示す6個の節点と3本の節線を有する6節点要素と、図-1(b)に示す10個の節点と5本の節線を有する10節点要素を用いる^{9)~11)}。

並進変位の3成分 u, v, w と x, y 軸まわりの回転角 θ_x, θ_y に対する節点 n の一般化変位 d_n と、節線 i の第 m 項に関する一般化変位 d_{im} を次式で与える。

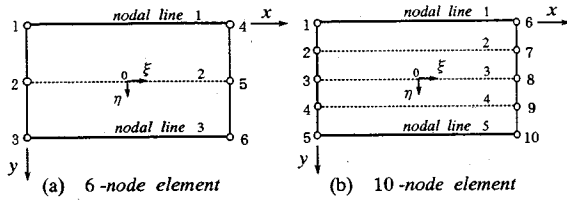


図-1 節点帯板要素

$$d_n = \{ u_n \quad v_n \quad w_n \quad \theta_{xn} \quad \theta_{yn} \}^T \quad (1)$$

$$d_{im} = \{ u_{im} \quad v_{im} \quad w_{im} \quad \theta_{xim} \quad \theta_{yim} \}^T \quad (2)$$

(m = 1, 2, 3, \dots)

式(1),(2)を要素の全節点と全節線について集めたものをそれぞれ d_0 , d_m とすると, 次の自由振動における運動方程式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} k_{00} d_0 + m_{00} \ddot{d}_0 + \sum_n (k_{0n} d_n + m_{0n} \ddot{d}_n) &= 0 \\ k_{m0} d_0 + m_{m0} \ddot{d}_0 + \sum_n (k_{mn} d_n + m_{mn} \ddot{d}_n) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(m = 1, 2, 3, \dots)

ここに, k_{00} などは文献9)~11)と同じ節点帯板要素の剛性行列である. また, 板厚を h , 密度を ρ とすると質量マトリックス m_{00} などは次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} m_{00} &= \rho \iint \{ h [f_{01} f_{01}^T + f_{02} f_{02}^T + f_{03} f_{03}^T] \\ &\quad + h^3/12 [f_{04} f_{04}^T + f_{05} f_{05}^T] \} dx dy \\ m_{0n} &= \rho \iint X_n \{ h [f_{01} f_{11}^T + f_{02} f_{12}^T + f_{03} f_{13}^T] \\ &\quad + h^3/12 [f_{04} f_{14}^T + f_{05} f_{15}^T] \} dx dy = m_{n0}^T \\ m_{mn} &= \rho \iint X_m X_n \{ h [f_{11} f_{11}^T + f_{12} f_{12}^T + f_{13} f_{13}^T] \\ &\quad + h^3/12 [f_{14} f_{14}^T + f_{15} f_{15}^T] \} dx dy \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

上式の f_{0i} , f_{1i} は形状関数ベクトル, X_m は展開関数である^{9)~11)}.

(2) 薄肉構造物

薄肉構造物を構成する基本要素には, 節点帯板要素, 補剛材要素の他に有限要素を用いる. 節点帯板要素と補剛材要素の運動方程式を座標変換したものを幾つか用いて, ブロック要素¹⁰⁾の運動方程式を組立てる. これに動的縮小法を用いて, 節線自由度を n_c 自由度に縮小する¹¹⁾. これらを構造全体に組み上げ, 最後にダイヤフラムや対傾構などの有限要素を組み込んで次に示す構造全体の固有値問題の式が得られる.

$$[K - \omega^2 M] \bar{D} = 0 \quad (5)$$

ここに, \bar{D} は縮約後の全自由度, ω は固有円振動数である.

なお, 剛性行列の計算にあたっては, せん断成分のみ低減した次数低減積分法 (B00-S11)⁹⁾を用い,

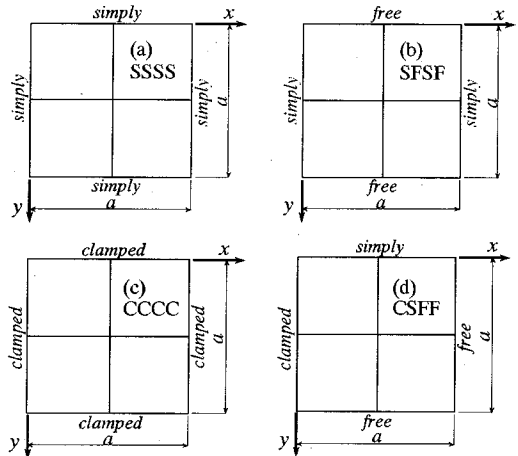


図-2 種々の境界条件の正方形板

表-1 正方形板の振動数パラメータ

B.C.	Terms	Frequency parameter λ							
		1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th
SSSS	1	19.83	49.40	52.93	81.34	99.27	130.4	177.4	179.7
	2	19.73	49.31	49.84	79.41	99.19	105.8	129.2	135.0
	3	19.73	49.31	49.31	78.85	99.19	99.19	128.6	128.6
	4	19.73	49.30	49.31	78.85	98.56	99.19	128.0	128.6
	5	19.73	49.30	49.31	78.85	98.52	99.19	128.0	128.6
	Mindlin ¹³⁾	19.73	49.30	49.30	78.84	98.51	98.51	128.0	128.0
Kirchhoff ¹⁴⁾	19.74	49.35	49.35	78.96	98.70	98.70	128.3	128.3	
SFSF	1	9.730	16.24	36.44	43.24	50.47	72.73	75.43	113.0
	2	9.620	16.12	36.32	39.37	47.23	70.55	75.32	95.13
	3	9.618	16.12	36.32	38.87	46.69	69.95	75.32	88.38
	4	9.618	16.12	36.32	38.86	46.68	69.95	75.32	87.74
	5	9.618	16.12	36.32	38.86	46.68	69.95	75.32	87.70
	Kirchhoff ¹⁴⁾	9.631	16.13	36.73	38.95	46.74	70.74	75.28	87.99
CCCC	1	37.07	74.15	95.71	123.9	133.9	176.0	233.1	269.5
	2	35.94	73.27	75.15	109.4	133.0	159.5	166.6	190.2
	3	35.94	73.28	73.28	107.8	132.6	133.3	165.2	165.2
	4	35.94	73.24	73.28	107.9	131.6	133.0	164.4	165.3
	5	35.94	73.24	73.28	107.9	131.4	133.0	164.2	165.3
	Kirchhoff ¹⁴⁾	35.99	73.41	73.41	108.3	131.6	132.2	—	—
CSFF	1	5.362	19.11	26.03	44.98	52.89	78.47	81.14	98.79
	2	5.348	19.06	24.69	43.06	52.70	66.05	77.50	86.11
	3	5.347	19.05	24.65	43.00	52.68	63.76	77.36	83.53
	4	5.345	19.05	24.64	42.99	52.68	63.65	77.34	83.42
	5	5.345	19.05	24.64	42.98	52.67	63.64	77.33	83.40
	Kirchhoff ¹⁴⁾	5.364	19.17	24.77	43.19	53.00	64.05	—	—

式(5)の計算には, サブスペース法を用いる.

3. 数値計算例

種々の数値計算により本解析法の精度と適用性について検証する. なお, 平板と補剛板の計算例では節線自由度の縮小は行っていない. また, 修正せ

表-2 補剛板の固有振動数

Stiffener	Terms	Frequency (Hz)							
		1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th
STRIP	1	54.08	102.8	115.5	123.4	142.9	195.1	213.0	230.9
	2	51.71	102.8	122.9	139.4	158.1	190.5	212.5	214.7
	3	51.63	102.8	122.4	136.1	154.5	185.6	204.3	212.5
	4	51.62	102.8	122.4	136.0	154.2	185.0	197.9	212.5
	5	51.62	102.8	122.4	135.9	154.1	185.0	197.7	212.5
BEAM	1	50.97	103.3	124.0	135.7	198.8	212.3	225.3	282.5
	2	50.56	103.2	123.6	130.8	159.3	185.2	212.2	216.3
	3	50.55	103.2	123.2	129.8	155.7	181.0	206.1	212.2
	4	50.54	103.2	123.2	129.8	155.3	180.5	199.4	212.2
	5	50.54	103.2	123.2	129.8	155.3	180.5	199.2	212.2
FEM	1	52.68	112.3	131.4	153.4	162.9	212.3	222.3	271.6
	2	51.96	104.0	123.8	139.9	156.1	190.1	206.3	225.2
	3	51.92	102.8	122.5	138.4	154.7	186.7	204.7	212.6
	4	51.91	102.8	122.5	138.4	154.7	186.7	204.7	211.5
	5	51.91	102.8	122.5	138.4	154.7	186.7	204.7	211.5
FEM (10×20)		51.59	102.8	122.4	135.8	154.1	185.0	197.7	211.6

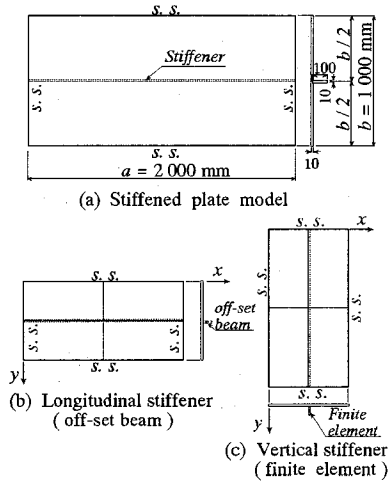


図-3 補剛板

ん断係数には、正方形板の計算例で $\pi^2/12$ を用い、その他の計算例では $5/6$ を用いている。

(1) 正方形板

節点帯板要素の収束性と精度を調べるために図-2(a)~(d)に示す4辺単純支持正方形板(SSSS)、相対する2辺が単純支持され他の2辺が自由支持の正方形板(SFSF)、4辺固定支持正方形板(CCCC)、相対する2辺が単純-自由支持され他の2辺が固定-自由支持された正方形板(CSFF)を計算する。幅厚比(a/h)を100とし、要素分割は10節点要素を用いて長手方向と幅方向にそれぞれ2分割する。なお、計算結果は次に示す振動数パラメータを用いて表す。

$$\lambda = \omega a^2 (\rho / D)^{1/2} \quad (6)$$

ここに、 D は板の曲げ剛性である。また、ポアソン比は0.3としてMindlin理論による解析解¹³⁾およびKirchhoff理論による解析解¹⁴⁾と比較する。

表-1には展開項数を1~5項まで用いたときの1~8次までの振動数パラメータを示す。4辺単純支持板(SSSS)では、級数に3~4項も用いるとほぼ収束しており、Mindlin理論により定式化した本解法では、Mindlin解に収束していることがわかる。その収束値はMindlin解に比べ、6次と8次モードで0.5~0.7%程度の誤差であるのを除き、0.1%以下と良く一致している。また、Kirchhoff解はMindlin解に比べ若干大きな値となっているが、Kirchhoff解に対する誤差もすべて1%以下となっている。

その他の境界条件でも、安定した収束性が得られており、その収束値のKirchhoff解に対する誤差は1%以下となっている。

(2) 補剛板

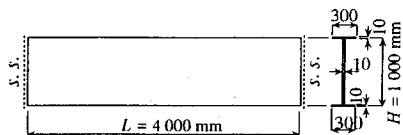
補剛材要素の収束性と解析精度を調べるために、図-3(a)に示す4辺が単純支持された補剛板($a/b=2$)を計算する。板厚を10mmとし、ヤング係数を $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比を0.3、質量密度は $8.0 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4$ とした。要素分割は10節点要素を用いて幅方向と長手方向にそれぞれ2分割し、補剛材は節点帯板要素(STRIP)、オフセット・ビーム(BEAM)、有限要素(FEM)の3通りにモデル化する。なお、STRIPでは1×2分割した6節点要素を、FEMでは1×4分割した8節点アイソパラメトリック要素を用いる。比較解には全体を10×20分割、補剛材を2×20分割に細分割したFEM解(8節点要素)¹²⁾を用いる。

表-2には、級数に1~5項用いたときの1~8次までの固有振動数を示す。補剛材を節点帯板要素でモデル化した場合(STRIP)では7次モードを除いて3項も用いるとほぼ収束しており、7次モードでは4項でほぼ収束している。このときの収束値は細分割したFEM解に比べ0.1%程度の誤差となっている。オフセット・ビームでモデル化したBEAMでも収束性はSTRIPと同程度であり、収束値はFEM解に比べ1次モードで2%程度、他のモードでは1%以下の誤差となっている。また、有限要素によりモデル化したFEMではほぼ3項ですべてのモードが収束しており、細分割したFEM解に比べ7次モードのみ3%程度の誤差で、他のモードでは1%以下の誤差となっている。

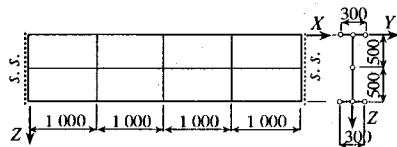
補剛材をオフセット・ビームやFEMでモデル化しても十分な解が得られる。

表-3 I形断面桁の固有振動数

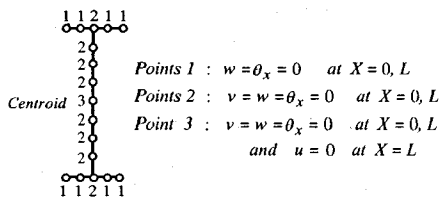
Mode No.	FEM (Hz)	NSM (Hz)	$(\lambda - \lambda) / \lambda \times 100$ (%)					
			$nc=0$	$nc=1$	$nc=3$	$nc=5$	$nc=10$	$nc=20$
1	20.314	20.311	2.15	0.04	0.03	0.03	0.00	0.00
2	31.981	31.934	5.98	0.19	0.05	0.05	0.01	0.01
3	34.384	34.401	0.44	0.44	0.11	0.11	0.06	0.03
4	41.988	41.909	8.86	0.53	0.06	0.05	0.02	0.02
5	46.029	46.025	1.91	0.20	0.19	0.18	0.07	0.07
6	54.024	53.924	39.58	0.03	0.03	0.02	0.00	0.00
7	68.373	68.262	33.65	2.87	0.06	0.06	0.06	0.06
8	85.281	85.163	18.26	5.22	0.17	0.17	0.07	0.07
9	87.890	88.010	14.94	14.44	0.72	0.23	0.22	0.04
10	88.417	88.511	33.75	14.29	0.59	0.48	0.28	0.03
11	102.10	102.34	18.03	10.57	1.52	0.22	0.19	0.08
12	104.95	104.83	38.45	12.93	0.52	0.51	0.06	0.06
13	117.40	117.72	25.28	22.82	0.05	0.05	0.05	0.00
14	127.51	127.42	21.73	15.75	0.04	0.04	0.04	0.04
15	135.11	135.49	17.93	17.93	6.33	0.25	0.19	0.18
16	141.26	141.53	25.88	24.69	2.16	1.86	0.77	0.63
17	141.47	141.87	26.08	25.58	3.00	2.84	0.90	0.43
18	144.47	144.89	27.89	26.93	8.86	0.85	0.46	0.02
19	151.68	152.08	22.68	22.68	5.07	1.32	0.43	0.12
20	153.06	153.06	26.00	25.74	10.97	2.13	0.00	0.00
21	155.14	155.54	48.93	33.51	13.55	1.41	0.43	0.18
22	156.37	156.49	55.94	48.02	17.52	2.11	2.11	0.42
23	162.24	162.66	57.43	50.02	14.70	2.08	0.33	0.16
24	177.29	177.71	45.33	44.11	8.00	0.05	0.05	0.00
25	177.46	177.83	46.39	45.22	8.15	1.07	1.00	0.12
26	181.65	182.02	63.88	43.02	8.53	2.50	0.08	0.08
27	182.65	186.18	64.12	41.98	24.37	3.07	0.21	0.21
28	195.87	196.29	66.50	51.97	29.83	3.24	0.34	0.30
29	202.13	202.50	66.91	50.83	31.55	5.67	0.07	0.07
30	212.84	214.20	58.87	52.58	26.23	8.10	0.59	0.30
DOF	16590	2550	510	514	522	530	550	590



(a) I-beam model



(b) Element subdivision



(c) Boundary conditions

図-4 I形断面桁

(3) I形断面桁

全体解析法の精度と動的縮約の効率性を調べるために、図-4(a)に示す支間4mの単純支持されたI形断面桁を高次モードまで解析する。板厚はすべて10mmとし、材料定数は補剛板の解析例と同じとする。比較解には、断面内に上下フランジを各6分割、ウェブを10分割し、長手方向に40分割したFEM解を用いる。

NSMの要素分割は、図-4(b)に示すように桁を4つのブロックに分割し、各ブロック内では上下フランジに6節点要素を各2要素、ウェブに10節点要素を2要素を用いる。これより、構造全体を24要素、85節点でモデル化する。級数はすべてのブロックで5項を用いて、各ブロックの節線自由度(17節線×5項×6成分=510自由度)を $nc=0\sim 20$ 自由度に縮小する。なお、立体解析では式(1),(2)の他に要素面内の回転自由度 θ_z, θ_{zim} を用いている¹⁰⁾。また、図-4(c)に示す境界条件を用いた。

表-3は節線自由度の縮小を行わずに計算したときの1~30次までの固有振動数、および各ブロックの節線自由度を nc 自由度に縮小したときの固有振動数の相対誤差(節線自由度の縮小を行わない場合に対する)を示したものである。節線自由度の縮小を行わない場合には、細分割したFEM解と良く一致しており、27次モードで2%程度の誤差である他はすべてのモードで1%以下の誤差となっている。

また、全節線自由度の縮小を行ったとき($nc=0$,

Guyanの静的縮約)には、低次モードの誤差は数%であるものの6次以上のモードでは10%以上の誤差が生じており、 $nc=5$ とすると15次までの誤差は1%以下に、 $nc=10$ では22次モードを除いて1%以下になっている。したがって、誤差を1%以下にするためには、 nc の数を必要とする次数の1/3程度にとればよいことが分かる。なお、全自由度数は $nc=0$ のときに約1/5、 $nc=20$ のときに1/4以下に縮小されている。本計算例での計算時間は、節線自由度の縮約を行わないときに対して、 $nc=0$ のときに約1/15、 $nc=20$ のときに約1/5に短縮されている。

図-5にモード図を示す。1次モードでは弱軸まわりの曲げ振動、22次モードで強軸まわりの曲げ振動、27次モードで縦振動が卓越している。その他のモードでは断面変形を伴った複雑な連成振動モードが多くなっている。

(4) 補剛箱桁

節点帯板法の実用性を調べるために、図-6に示

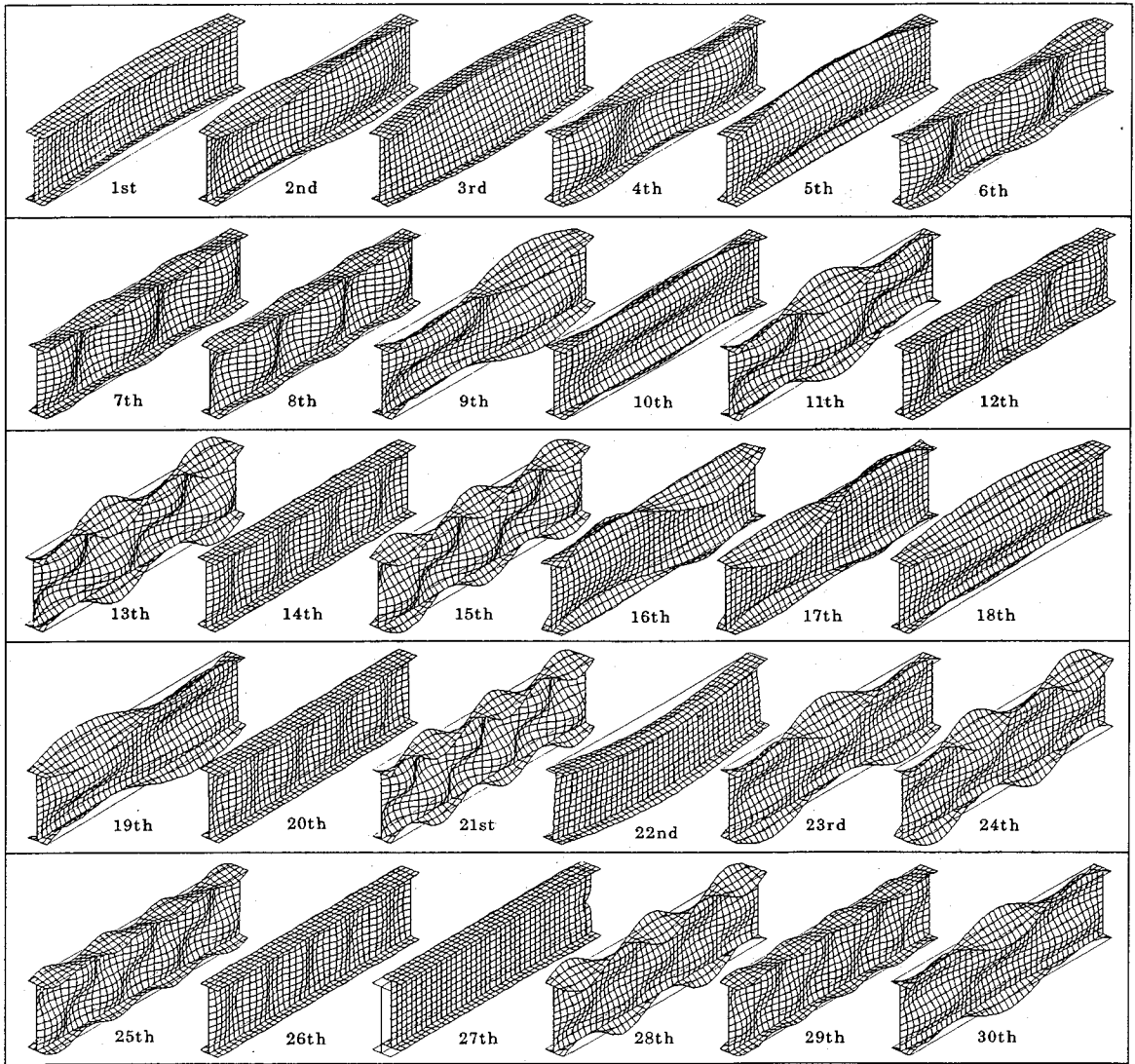
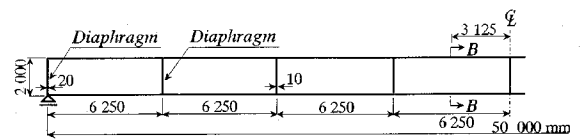


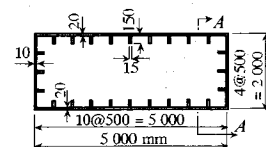
図-5 I形断面桁の振動モード

す支間 50m の単純支持された補剛扁平 1 室箱桁を計算する。上下フランジには等間隔に 9 本の縦補剛材を、ウェブには等間隔に 3 本の補剛材を、また長手方向に 8 等分割した位置にダイヤフラムを有する。材料定数は補剛板の解析例と同じで、板厚は上下フランジを 20mm、ウェブを 10mm、支点上のダイヤフラムを 20mm、中間ダイヤフラムを 10mm とした。

箱桁を 8 つのブロックに分けて、各ブロック内では、10 節点要素を上下フランジに各 2 要素、ウェブに 1 要素を用いて、構造全体を 48 要素、216 節点でモデル化する。また、ダイヤフラムは 8 節点アイソパラメトリック有限要素を用いて 2×4 に分割し、補剛材にはオフセット・ビームを用いる。級数



(a) Section A-A



(b) Section B-B

図-6 補剛箱桁

表-4 補剛箱桁の固有振動数

Model	Frequency (Hz)				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
Model-A	1.013	1.982	2.143	2.181	2.243
Model-B	2.577	3.382	3.441	3.538	3.665
Model-C	2.695	6.944	8.096	8.406	8.438

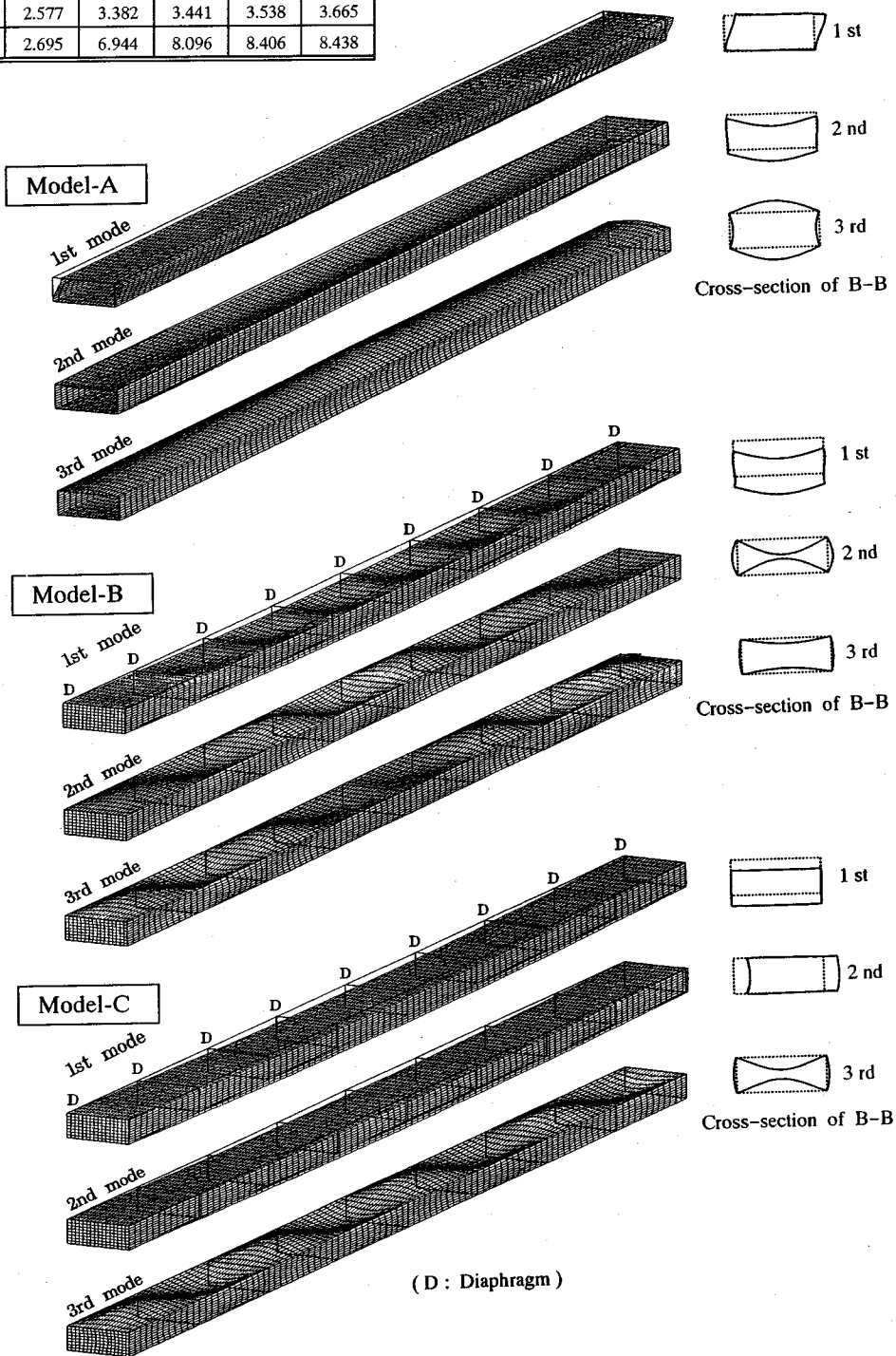


図-7 補剛箱桁の振動モード

にはすべてのブロックで3項を用い、各ブロックの節線自由度数(432自由度)および1枚のダイヤフラムの内部自由度数(78自由度)は10自由度に縮小した。なお、境界条件は下フランジのみを線支持としている。

比較のために、ダイヤフラムと補剛材を省いたモデルを Model-A、Model-A にダイヤフラムのみ取り付け付けたモデルを Model-B、ダイヤフラムと補剛材を取り付けたモデルを Model-C とする。

表-4 には各モデルにおける1~5次モードに対する固有振動数を、図-7 には各モデルの構造全体とB-B断面のモード図を示す。ダイヤフラムや補剛材のない Model-A では、2次モードで断面変形をともなった弱軸まわりの曲げ振動、1次と3次モードでは断面変形のみ振動モードとなっている。これらにダイヤフラムを取り付けることで (Model-B)、第1モードは弱軸まわりの曲げ振動、第2モードは断面変形のみモードに変化しており、どの次数でもダイヤフラムを節としたモード形状となっている。さらに、ダイヤフラムと補剛材を取り付けることで (Model-C)、第1モードは断面変形をともなわない弱軸まわりの曲げ振動、第2モードでは断面変形をほとんど生じない強軸まわりの曲げ振動へと変化している。

Model-A にダイヤフラムを取り付けることで、固有振動数は、弱軸回りの曲げ振動で約1.3倍 (Model-B 1次と Model-A 2次)、断面変形のみ振動で約1.6倍 (Model-B 2次と Model-A 3次) に、さらに補剛材を取り付けると、弱軸回りの曲げ振動で約1.4倍 (Model-C 1次と Model-A 2次)、断面変形のみ振動で約3.8倍 (Model-C 3次と Model-A 3次) となっている。

4. 結 論

節点帯板法による自由振動解析法を種々の数値計算例により検証した結果より次のようなことがいえる。

- (1) 節点帯板法は薄肉構造物の自由振動解析に有効な解析法で、精度の良い固有振動数と固有振動モードが得られる。
- (2) 本解析法では有限要素との結合も容易であり、補剛材をオフセット・ビームで、ダイヤフラムを有限要素でモデル化することで十分な解析精度が得られる。
- (3) 節線自由度を縮小する全体解析法により大規

模な薄肉構造物の固有値問題を効率良く解析できる。

参考文献

- 1) 中村秀治：断面変形を考慮した薄肉はりの振動解析、土木学会論文集, No.223, pp.11-22, 1974.
- 2) Cheung, Y.K.: *Finite Strip Method in Structural Analysis*, Pergamon Press, pp.116-149, 1976.
- 3) Chen, C.J., Liu, W. and Chern, S.M.: Vibration analysis of stiffened plates, *Computers & Structures*, Vol.50, pp.471-480, 1994.
- 4) Özakça, M., Hinton, E. and Rao, N.V.R.: Free vibration analysis and shape optimization of prismatic folded plates and shells with circular curved planform, *Int. J. Num. Meth.*, Vol.37, pp.1713-1739, 1994.
- 5) Cheung, Y.K. and Kong, J.: The application of a new finite strip to the free vibration of rectangular plates of varying complexity, *J. Sound and Vibration*, Vol.181, pp.341-353, 1995.
- 6) Puckett, J.A. and Lang, G.J.: Compound strip method for free vibration analysis of continuous plates, *J. Engng. Mech.*, ASCE, Vol.112, pp.1375-1389, 1986.
- 7) Koko, T.S. and Olson, M.D.: Vibration analysis of stiffened plates by super elements, *J. Sound and Vibration*, Vol.158, pp.149-167, 1992.
- 8) Fan, S.C. and Luah, M.H.: Free vibration analysis of arbitrary thin shell structures by using spline finite element, *J. Sound and Vibration*, Vol.179, pp.763-776, 1995.
- 9) 林 正, 坂口隆紀: Mindlin 節点帯板要素による厚板と薄板の曲げ解析, 土木学会論文集, No.459/I-22, PP.93-101, 1993.
- 10) 林 正, 渡辺 力: 節点帯板法による薄肉構造物の立体解析, 構造工学論文集, Vol.41A, pp.435-442, 1995.
- 11) 林 正, 渡辺 力: 節点帯板法による薄肉構造物の座屈解析, 土木学会論文集, No.525/I-33, PP.17-26, 1995.
- 12) NISA II ユーザーズ・マニュアル version 93.0: Engineering Mechanics Research Corporation, 1994.
- 13) Dawe, D.J.: Finite strip models for vibration of Mindlin plates, *J. Sound and Vibration*, Vol.59, pp.441-452, 1978.
- 14) Leissa, A.W.: The free vibration of rectangular plates, *J. Sound and Vibration*, Vol.31, pp.257-293, 1973.

(1995.12. 7 受付)

FREE VIBRATION ANALYSIS OF THIN-WALLED STRUCTURES BY FINITE NODE-STRIP METHOD

Masa HAYASHI and Chikara WATANABE

Finite node-strip method is proposed for the free vibration analysis of long thin-walled structures with stiffeners and diaphragms. A node-strip element has nodal points as well as nodal lines of ordinary finite strip elements, so that it is easily to connect the element with finite elements. As a result, the versatility and capability of the strip method are particularly enhanced. Furthermore, the elements of stiffeners are formulated as off-set beams with the displacement functions of the node-strip element, and diaphragms are modelled with finite elements. The accuracy and efficiency of the present method is shown by several examples.