

境界要素法による高速移動荷重列に対する橋桁の動的応答解析の試み

白旗 弘実¹ · 三木 千壽² · 館石 和雄³

¹ 学生員 工修 東京工業大学 大学院 博士課程

² 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

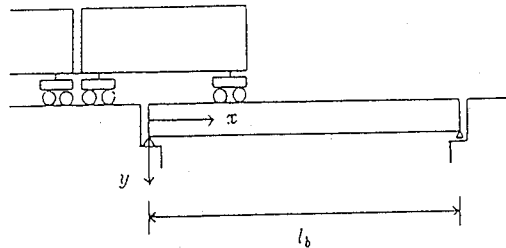
³ 正会員 工博 東京工業大学講師 工学部土木工学科 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

高速列車が橋梁を通過する際に生じる問題の1つに衝撃荷重がある。今後さらに列車を高速にする計画があるが、従来のモード法をベースにした解析法によれば、高速域で、衝撃率が極めて高くなることもある。本研究では従来あまり試みられたことのない移動荷重による橋梁の動的応答を弾性波動から検討する目的で、境界要素法を用いた解析を試みたものである。

Key Words : impact factor, modal analysis, boundary element method, superposition

1. はじめに

新幹線の高速車両の試作、磁気浮上式鉄道の開発にみられるように、列車のますますの高速運転が計画されている。このような高速化により、橋梁の動的応答が大きくなることが予想される。現状の新幹線橋梁の設計においては、列車の速度、桁の支間長、桁の基本固有振動数からなる速度パラメータを求め、それがある値より大きいとき、動的応答の数値シミュレーション解析を行うことになっている¹⁾。数値シミュレーション法としては、松浦により提案されたモード法をベースとした方法を基礎とし²⁾、これにさまざまな拡張が行われている^{3), 4), 5)}。この方法で時速 550 km/h の磁気浮上式鉄道のシミュレーションを行うと衝撃率が 10 倍ほどになるとも報告されている⁵⁾。このような高速鉄道車両と橋梁との動的応答が実際に生じるかどうかは不明であり、また現在では実験的に確認することはかなり困難である。ここでは、従来のモード重ね合わせ法とは異なるアプローチによる境界要素法を適用して高速域で列車、橋梁の動的応答の検討することを試みたものである。



- l_b 支間長
- m_{b,i_b} i_b 次の等価質量
- c_{b,i_b} i_b 次の等価減衰係数
- k_{b,i_b} i_b 次の等価ばね定数

図-1 解析対象

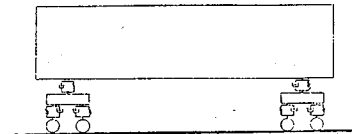


図-2 車両モデル

2. 従来の数値シミュレーション法

構造物のモデル化としては単純支持の桁橋を対象とする。橋軸方向に x 軸をとり、桁下方変位を y とする。

この変位 y は式 (1) のように表される。

$$y(t, x) = \sum_{i_b=1}^{n_b} f_{i_b}(t) h_{i_b}(x) \quad (1)$$

$$m_{b,i_b} \ddot{f}_{i_b} + c_{b,i_b} \dot{f}_{i_b} + k_{b,i_b} f_{i_b} = \sum_{i_w=1}^{n_w} P_{i_w} h_{i_b}(x_{i_w}) \quad (2)$$

ここに f_{i_b} は基準座標、 h_{i_b} は正弦波で表される基本振動形、 m_{b,i_b} は i_b 次の等価質量、 c_{b,i_b} は i_b 次の等価減衰係数、 k_{b,i_b} は i_b 次の等価ばね定数、 x_{i_w} は i_w 番目の車軸の位置、 P_{i_w} は i_w 番目の車軸の接地力、 n_b は考慮する最高振動次数、 i_b はその番号、 n_w は車輪の数、 i_w

表-1 桁の諸元

l_b (m)	m_b (t)	c_b (kg sec/cm)	k_b (kg/cm)
10	75.0	202	333000
15	112.5	202	222000
30	225.0	202	111000

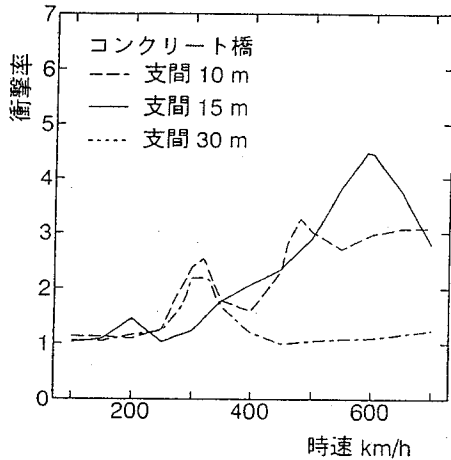


図-3 衝撃率と速度の関係

はその番号である。210 km/h の速さまでは新幹線での実測値があり²⁾、この理論に基づいた計算結果とよく一致している。

図-1 は数値計算のモデルとなる桁であり、図-2 は車両のモデルである。これは新幹線車両をモデルとしており、車両長は 25 m、台車中心間距離は 17.5 m、台車内車軸間距離は 2.5 m である。また自由度は車体重心の上下方向と回転角、台車重心の上下方向と回転角、車輪軸の上下方向で 1 車両あたり、10 となる。この図は 1 両分だけを示しているが、計算ではこれらが数両連結された荷重列である。また、表-1 はそれらの桁の諸元である。これらの値は文献²⁾の実測値にあうように選んだ。図-3 は 4 両編成の新幹線車両モデルが桁を通過したときの応答を橋長、速さを変えて求めた衝撃率のなかで、大きな値となるときの解析例である。ここでは、振動モードを 3 次まで考慮している。ある点 x における衝撃率 I は静的変位を y_s 、動変位を y_d として、次のように表される。

$$I = \frac{y_d}{y_s} \quad (3)$$

短支間のもののほうが衝撃率が高くなる傾向があり、列車の速さが 300 km/h をこえると衝撃率は急激に大きな値をとり、600 km/h にもなると、その値は 5 にもなるような大きな衝撃が発生することになる。この解析法の仮定として、桁の上下方向の変位は基本振動形と時間

の関数の積の重ね合わせで求めており、桁の内部変形は考慮されていない²⁾。ところが実際の現象としては、載荷に伴って載荷点近傍でまずびずみが発生し、それが弾性波となって伝播している。列車の速さが速くなるほどこの影響が無視できなくなると考えられる。

ここでは、実際に 5 をこえるような大きな衝撃率となるのか、あるいはそれらを制御する方法はないのか、などについて検討するための基礎的な資料を求めるために、従来とは全く異なるアプローチとして、波動伝播から橋梁の通過車両に対する動的応答を考えることにした。

3. 境界要素解析による移動荷重動的応答解析

弾性波動問題としてこの問題を解析する。そうした解析方法として、有限要素法動弾性解析⁴⁾、境界要素法があげられる。弾性波の速さは列車の速さに比べ、非常に速く数 10 倍ほどである。有限要素法を用いてこのような条件下での動的応答解析を行おうとすると、要素の縦横比が数 10 倍となる。

以上の理由から、ここでは境界要素法を用いることとした。時間域での境界積分方程式は次のように表される。

$$c_{ij} u_i = - \int_S T_{ij} * u_i dS + \int_S U_{ij} * t_i dS \quad (4)$$

$U_{ij}(x, t; y, \tau)$, $T_{ij}(x, t; y, \tau)$ は基本解であり⁶⁾、* は時間に関するたたみ込み積分である。 c_{ij} は境界のなめらかさに関する係数である。境界上の変位 u_i 、表面力 t_i を離散化する。

$$u_i(x, t) = \sum_{q=1}^Q N_q(x) \sum_m \phi^m(t) u_{i,q}^m \quad (5)$$

$$t_i(x, t) = \sum_{q=1}^Q N_q(x) \sum_m \psi^m(t) t_{i,q}^m \quad (6)$$

$\phi^m(t)$, $\psi^m(t)$ は時間に関する補関数である。 $N_q(x)$ は形状関数であり、境界は Q 個の独立した節点を持つ要素に分割されるものとする。なお変位に関する空間補間は一定とし、時間に対しては一次補間、表面力に対する空間に対しては一定、時間に対しては一定としている。

列車の通過を表現するためには各時間ごとに荷重の作用点に変化する境界条件を与えることが必要となるが、境界要素法でこの条件を満たすように計算を行うことはかなり複雑になる。そこでここでは図-4 に示すような重ね合わせによる方法をとった。時刻 t で、ある車輪が要素 j 上にあるとし、次の時刻 $t + \Delta t$ で次の要素に移動するものとする。 Δt の間は要素 j には等分布荷重が作用しているものとし、これをステップ荷重の重ね合

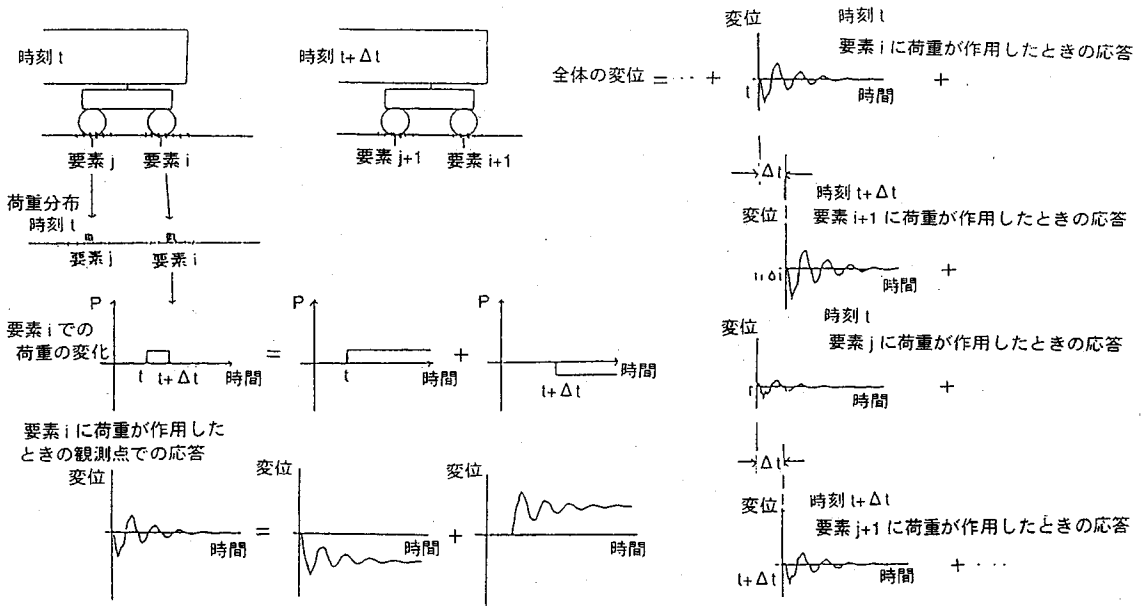


図-4 列車の通過の表現

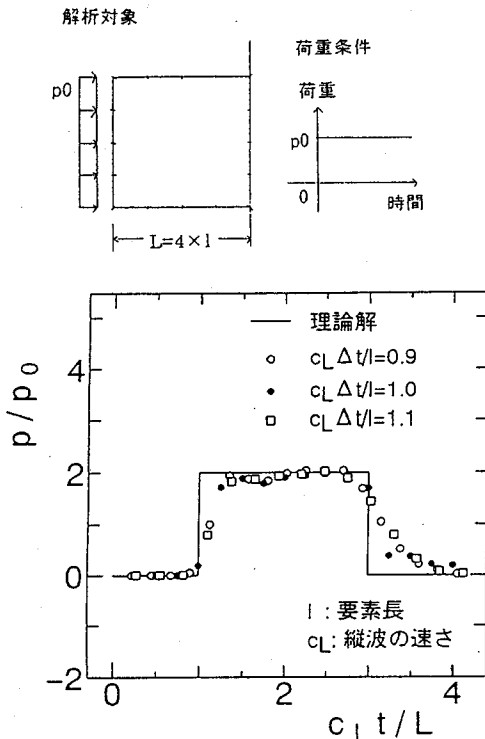


図-5 棒の縦振動の反力変化

t 以降荷重したときの応答から時刻 $t + \Delta t$ 以降荷重したときの応答をひくことにより求めた。そのステップ荷重の大きさはここでは等荷重分布列としている。また車軸間の距離などは先に述べたものと同じである。動的解析法の解の挙動、安定性に影響を与えるものとして時間きざみ幅、補間法などがある。厳密な証明はなされていないが時間きざみ幅 Δt は要素長 l を波速 c_L で割ったもの、がよいとされている。波面の前面となるところでは基本解に特異性が生じるが、これが数値積分点近傍になると計算の精度がよくなることも原因の一つと考えられている。図-5は棒の縦振動解析で、時間きざみ幅 Δt をかえながら行ったものであり、この時間きざみ幅つまり $c_L \Delta t/l = 1.0$ とするのがよいことがわかる。

要素長は伝播する波の波長の約 4 分の 1 以下にとることが必要といわれている⁷⁾。よって入射波長がどのくらいになるかを考えなければならないが、一般にコンクリートスラブなどの構造物に剛性球を落下させたときの衝撃荷重の継続時間は $60 \mu\text{sec}$ 程度であるといわれている⁸⁾、⁹⁾。衝撃力の継続時間を入射波動の周期の半分と考えると、コンクリート中の弾性波速度も考慮して波長を計算すると 36cm になる。この約 4 分の 1 の値として 1 要素長を 10cm とした。

4. 解析結果

(1) 単位ステップ応答

図-6に要素分割を示す。長さ 5m のコンクリート桁

わせとして近似した。これは表面力に関する補間を要素一定としたからである。それでその間の応答を、それらのステップ荷重による応答の重ね合わせ、つまり、時刻

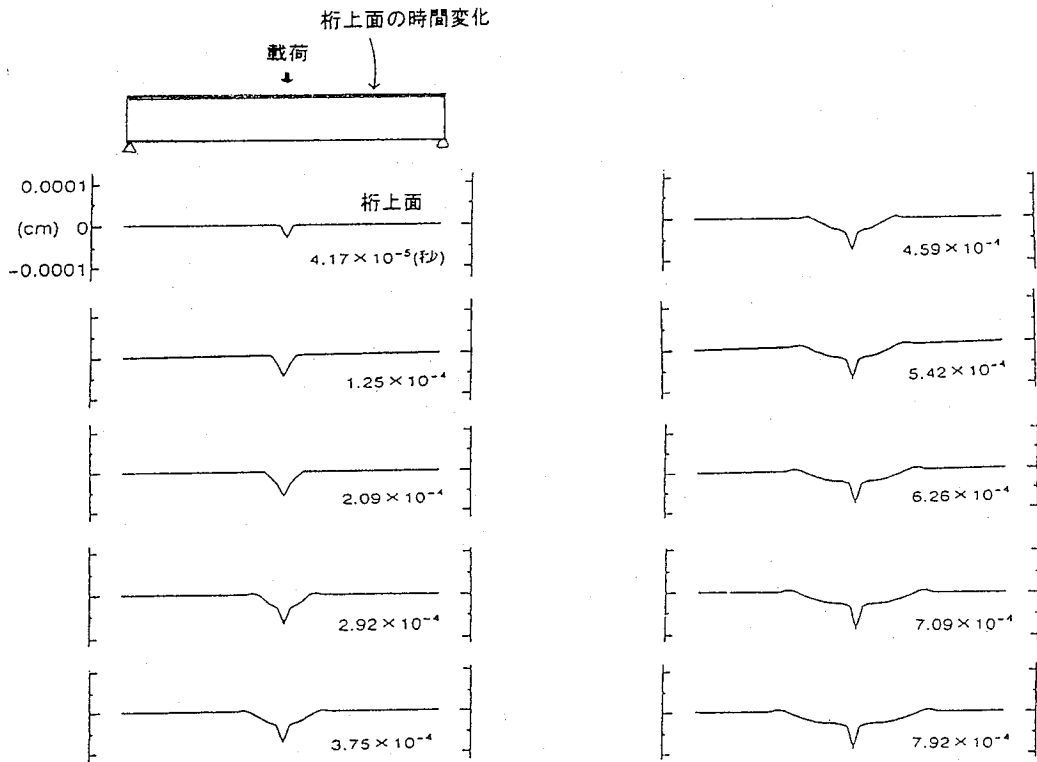


図-7 桁上面の載荷直後の変形の時間変化

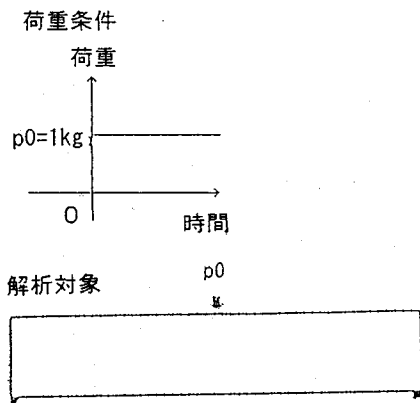


図-6 要素分割と荷重条件

を対象として動的解析を行った。長さ 5m とした理由は計算機の容量による。図-7 は桁の中央に単位ステップ荷重を載荷したときの桁上面の鉛直方向の変位の時間変化を示したものである。時間とともに変形が広がっていくのがわかる。また、載荷点の変位はまわりの変位と比較して、大きいものである。これは桁を従来のような 1次元変位場ではなく、2次元変位場として計算したからである。図-8 はその後の桁の全体の変形を示したものである。図で 2.76×10^{-2} 秒後あたりの変形がもつ

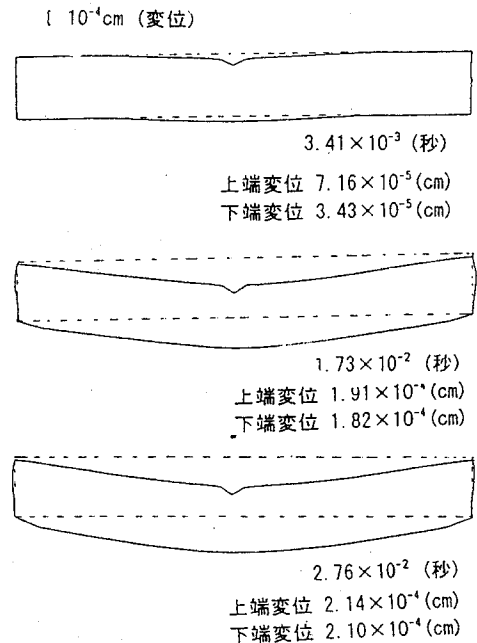


図-8 桁全体の変形

とも変位が大きいときである。単位衝撃の計算で、時間ステップが大きくなると、数値積分誤差の伝播により、

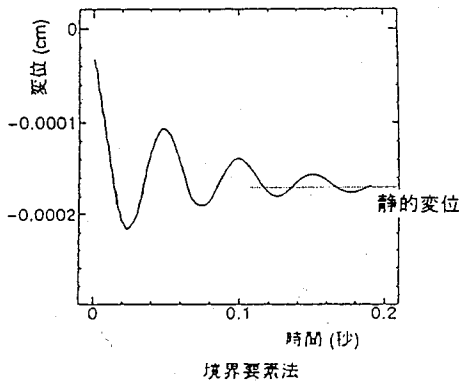


図-9 単位ステップ応答

解が数値的不安定現象をおこす。これを防ぐために、離散化を施した式に粘性項 $\sum D \Delta u^m$ を加えた。ここで Δu^m は $u^m - u^{m-1}$ 、 D は減衰を表すマトリックスである。この不安定現象をおさえるのに減衰を 5% ほどにしている。この粘性項については後に考察を加える。

(2) 減衰に関する検討

図-9 は桁の中央の応答を示したものである。この結果を桁をバネとダンパでつながれた質点系と考えたときの減衰定数にすると約 0.10 であり、桁の減衰はかなり大きいものとなっている。松浦の数値計算では桁の減衰定数の値は 0.02 から 0.06 までが用いられている²⁾。この 0.10 という値は大きいものであるが、支間 9m のコンクリート橋で 0.13 という実測値の例もあり²⁾、非現実的な値ではない。この減衰定数は離散化をした式に加えた粘性項と桁の剛性により定めることができる。以下ではこの粘性項の係数を「粘性係数」、桁の減衰定数を「減衰定数」と表現する。図-10 は粘性は同じ値にして、桁の剛性（桁高）をかえて行った計算の結果である。これらを見ると減衰定数にするとすべてほぼ同じ値である。なお、変位の平衡点は静弾性問題の解から求められる値と同じである。

図-11 は桁の剛性を同じ値にして、粘性のみをかえて計算したものである。粘性係数が 3% のときは途中から不安定現象がおこる。粘性係数が小さいときは不安定現象もはやくからおこりはじめるが、その値を大きくすると不安定現象がおきる時刻があとになり、その発散の度合も少なくなる。桁は粘性係数が 3%、5% のときを比較すると、3% のときのほうが若干大きいけどほとんど同じであり、減衰定数もほぼ同じである。しかし粘性係数がさらに大きくなり 8% にもなると、減衰が大きくなる。さらにこのときは桁の応答が粘性係数が 5% のときのような滑らかさではない。

この数値計算の安定性を増すために導入した粘性係

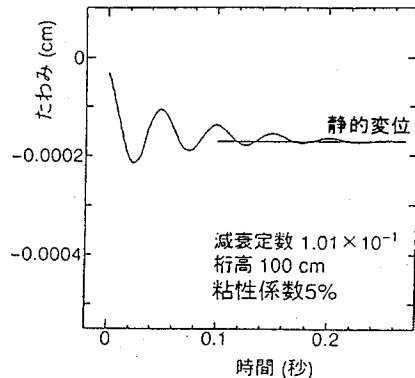
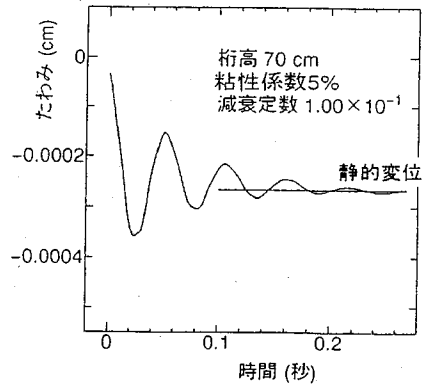
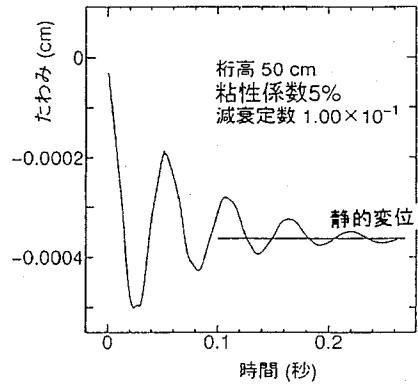


図-10 剛性をかえたときの桁中央部のステップ応答比較

数と構造物の減衰定数との関係については明確な理由づけができておらず、今後の検討課題と考えている。粘性係数 5% のときが不安定にならずに、また滑らかな応答が得られるので以降の計算ではその値とした。

(3) 列車通過時の応答

図-12 は支間 5m のコンクリート桁橋を 4 両編成の新幹線車両モデルと同じ軸配置を有する荷重列を通過させたときの速度と衝撃率の関係を示したもの

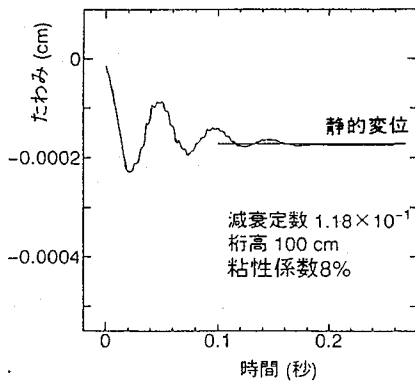
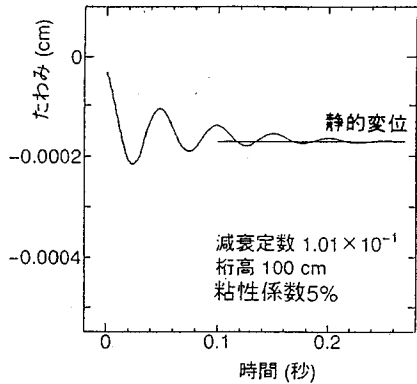
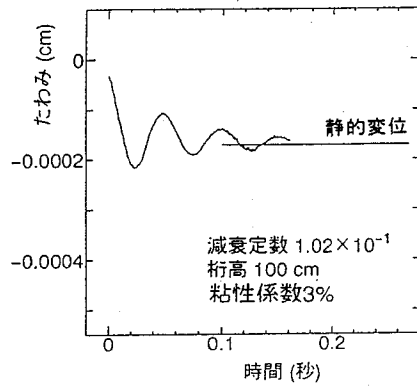


図-11 粘性をかえたときの桁中央部のステップ応答比較

である。この際、列車は等荷重の移動進行荷重列として計算を行っている。モード法において桁の減衰定数を0.02,0.05,0.10と変化させてある。桁の減衰定数にはばらつきがあり、従来の研究においてもこれらの値が用いられる。表-2はその諸元である。時速200kmあたりに小さく、時速450kmあたりにはやや大きく、そして時速650kmあたりに大きく応答倍率のピークがみられる。先のステップ応答にもみられたが境界要素法から得られた値は、桁の減衰定数が0.10に相当するほど大

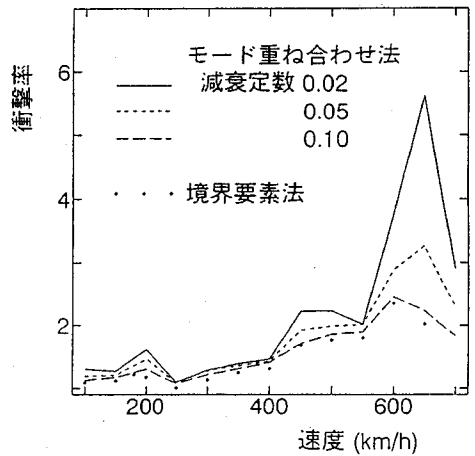


図-12 境界要素法で行った列車速度と衝撃率の関係

表-2 桁の諸元

ζ	m_b (t)	c_b (kg sec/cm)	k_b (kg/cm)
0.02	37.5	202	666000
0.05	37.5	505	666000
0.10	37.5	1010	666000

きいもので、モード重ね合わせ法における桁の減衰定数0.10の場合とほぼ同じ結果が得られる。

時速300km,500km,600kmの場合、4両編成の列車が支間5mのコンクリート桁橋を通過したときの桁中央部上端のたわみの変動を図-13に示す。時速300kmの場合、応答はそれほど大きいものではない。8つのピークとなる部分があるが、これは台車が通過したときである。同一車両中の台車間は15mあり、橋長5mより長く、自由振動の部分が間に存在する。最大変位は3両目の通過時に生じる。境界要素法からえられた衝撃率の値は1.18、モード重ね合わせ法で減衰定数が0.02のとき1.28,0.05のとき1.27,0.10のとき1.21である。列車通過時の応答波形からもそれほどかわりがないことがわかる。それに対し、時速500kmの場合、波形が300kmに比べかなり異なっている。2,3,4の車両が通過するときに大きな変位がみられる。衝撃率は境界要素法で1.76である。モード法で減衰定数が0.10のとき1.86である。時速600kmの場合、桁の振動は列車の進行とともに増大し、最大変位は最後の4両目の車両が通過するときに生じる。変位は境界要素法で計算したもののほうが小さいが、衝撃率にすると2.54であり、またそれに対してモード重ね合わせ法で桁の減衰を0.10にしたときは2.64と、若干小さくなっている。

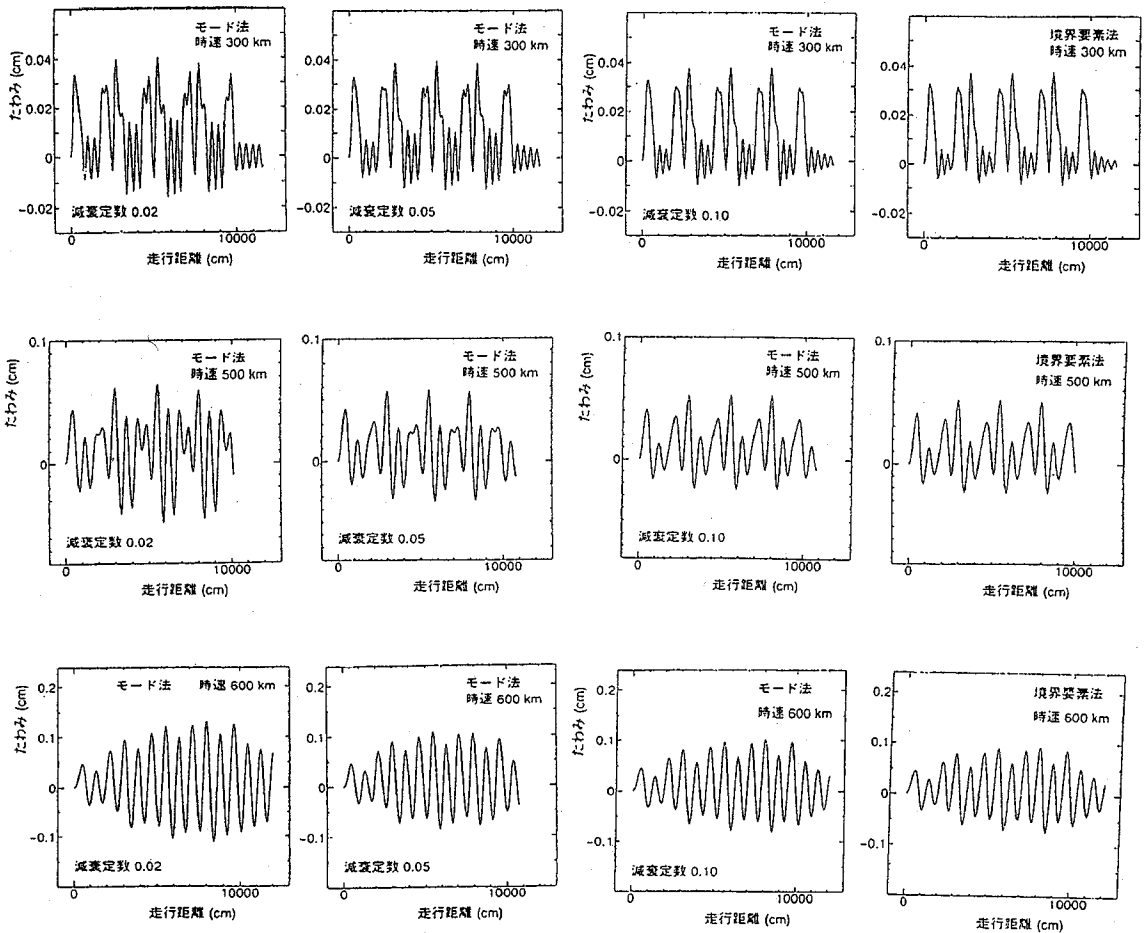


図-13 移動走行荷重列車通過時の桁スパン中央のたわみと第一荷重の走行距離との関係

5. おわりに

本研究では、桁に荷重が作用したことにより生じる、波動伝播から振動までの現象を解析することを目的とし、境界要素法で列車の通過による橋梁の動的応答を計算する方法を提案した。そして本手法と従来方法であるモード重ね合わせ法との比較を行った。応答としては、境界要素法で得られる結果は、設計には通常用いられる範囲より大きい値だが、モード重ね合わせ法において桁の減衰定数を 0.10 としたとき、ある速度帯において本手法による結果の方が若干衝撃率が小さくなることもあったが、ほぼ近い結果が得られることがわかった。本解析により、載荷直後に変形が波として伝播する様子や、載荷点近傍での変形の集中など、桁の過渡的現象を見ることができるようになった。また、境界要素法での数値安定性に関し、粘性項をとりいれ、その係数をかえることにより、その影響を調べた。その粘性の値と

桁の減衰特性の関係を調べることは今後の課題である。列車通過の表し方に関しても、十分小さい時間きざみ幅をとってはいるが、方形荷重で表すことが誤差の生じる原因となりうるのでさらに適切な表現方法を考える必要がある。

参考文献

- 1) 鉄道構造物設計標準・同解説、コンクリート構造物、pp.27-31, 1992.
- 2) 松浦 章夫：高速鉄道における橋桁の動的応答に関する研究、鉄道技術研究報告、No.1074 1978.
- 3) 涌井 一、小林 隆：高速鉄道におけるトラス部材の衝撃係数に関する理論的研究、鉄道技術研究報告、No.1220 1982.
- 4) 涌井 一、松本 信之、田辺 誠：鉄道車両と構造物の動的相互作用解析法に関する研究、鉄道総研報告、No.4. Vol.7.1993.
- 5) 涌井 一、鳥取 誠一、松本 信之、奥田 広之、渡辺 忠朋：側壁ビーム方式ガイドウェイの構造と動的応答特性、鉄道総研報告、No.1 Vol.5 1991.
- 6) A.C.Ering and E.S.Suhubi: "Elastodynamics Vol 2,"

Academic Press 1975.

- 7) 小林 昭一: 積分方程式法(境界要素法)の発展, 土木学会論文集, 第 350 号/I-2, 1984.
- 8) 岩崎 正二, 能町 純雄, 木田 哲量, 宮本 裕: 和文変換による格子平板の衝撃応答解析, 構造工学論文集, Vol.37A 1991.

- 9) 橋梁振動研究会編: 橋梁振動の計測と解析, 技報堂出版, 1993.

(1995.3.29 受付)

A STUDY ON DYNAMIC RESPONSE OF BRIDGE CAUSED BY LOADS IN LINE AT HIGH SPEED BY BOUNDARY ELEMENT METHOD

Hiromi SHIRAHATA, Chitoshi MIKI and Kazuo TATEISHI

High speed train imposes severe impact force on bridges. The magnitude of impact load has been analysed by modal superposition method, which indicates that extremely high impact force occurs when the speed of train gets over 300 km/hr. However, it isn't obvious whether this analysis method can apply properly in such case. In this study, boundary element method analyses were applied in order to investigate the dynamic behavior of bridge while high speed train runs above it.