

主ケーブルおよびハンガーに着目した単径間吊橋の鉛直荷重に対する終局強度に関する一考察

中村俊一¹

¹正会員 Ph. D 新日本製鐵株式会社 鋼構造研究開発センター 主任研究員 (〒293 千葉県富津市新富20-1)

吊橋の撓度理論を基本として、これを主ケーブルや補剛桁を格点で分割した骨組構造の弾塑性解析に応用し、吊橋の終局強度を求める計算理論を開発した。これを用いて中規模の単径間吊橋について、主ケーブルおよびハンガーの断面積を変化させた数ケースの終局強度を計算した。その結果、個々の部材の安全率と構造全体の安全率とは必ずしも一致しないこと、主ケーブルの安全率よりハンガーの安全率を相対的に高めたシステムの方が終局耐力およびねばりを向上させ得ることを見いだした。また、鉛直地震力に対しても同様の終局耐力を求めたが、活荷重に対して安全率2.0程度以上で設計される中規模吊橋は、鉛直地震力に対してかなりの耐力を有することも見いだした。

Key Words : suspension bridges, elasto-plastic analysis, ultimate strength, safety factors, design loading

1. 緒言

風による吊橋の動的安定性についての研究は枚挙にいとまがないが、静的な鉛直荷重に対する主ケーブル、ハンガー、補剛桁および主塔で構成される吊橋全体系の終局強度についての研究はこれまでほとんど発表されていない。この理由としては、吊橋は非常に可撓性の高い構造であるため大変形・弾塑性解析による終局強度計算がこれまで容易でなかったことが考えられる。さらに、吊橋では死荷重が支配的であり、変動荷重である活荷重の占める割合が小さいため、終局強度の検討の必要性が認識されていなかったことも起因していると思われる。

しかし、主ケーブルやハンガーの安全率を合理的に設定するためには、構造物の終局耐力の把握が必要不可欠である。また、阪神・淡路大震災時には鉛直方向加速度は300galにも及び、吊橋のハンガーや主ケーブルなどの部材が塑性域に達する可能性もあり、鉛直荷重に対する終局強度の把握は重要であると考える。

このような観点により、本論文では主ケーブルおよびハンガーに着目した単径間吊橋を例にとり、鉛直荷重に対する終局強度の計算・考察を試みた。

2. 計算理論

(1) 基本式

吊橋の一般解析法として、吊橋の撓度理論を基本とし、これを主ケーブルや補剛桁を格点に分割した離散化構造に適用した行列解法が、すでに倉西¹⁾や大月²⁾により提案されている。これらの方法は、有限変形解析ではあるが、部材の塑性域までは考慮していない。筆者は、この方法を部材力・部材変位・外力の増分量に関する行列方程式に拡張し、吊橋の有限変形・弾塑性解析に適用した。今日では汎用有限要素法プログラムを用いればこの種の計算は可能であるが、実際の設計・研究においてパラメトリックな検討を行う際には、計算ケースが多くなり、本論文で開発したコンパクトな手法が有効である。

この計算理論の基本的な仮定は以下である。

- ・主ケーブルは軸力部材とし、ハンガー間では直線とする。
- ・ハンガーは軸力部材とし、その伸縮を考慮する。ただし、ハンガーの傾きによって生ずる水平力は無視する。
- ・補剛桁、主ケーブル、ハンガーの断面は一定とする。

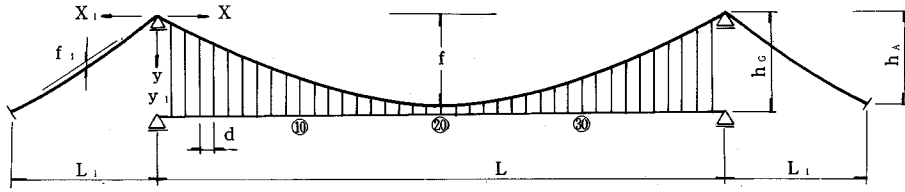


図-1 単径間吊橋の計算モデル

・荷重はすべて格点に作用させる。

この計算理論を図-1に示す単径間吊橋について以下に説明する。まず、死荷重作用時、すなわち完成時の吊橋の形状を、

$$y = -4f/L^2 x(x-L) \quad (1a)$$

$$y_i = -4f_1/L_1^2 x_1(x_1-L_1) + x(h_A/L_1) \quad (1b)$$

とする。ここで、 y :中央径間部の主ケーブル形状、 y_i :側径間の主ケーブル形状、 f :中央径間主ケーブルのサグ、 f_1 :側径間主ケーブルのサグである。吊橋は左右対称とした。なお、ここではフレキシブル主塔を仮定し、主塔上のケーブルは水平方向に可動とした。

補剛桁の格点*i*における増分量に関する3連モーメント式は、図-2を参照して、

$$\begin{aligned} d/(6E_c I_c) (\Delta m_{i-1} + 4\Delta m_i + \Delta m_{i+1}) \\ = (-\Delta z_{i-1} + 2\Delta z_i - \Delta z_{i+1})/d \quad (2) \end{aligned}$$

となる。ここで、 d :格点間隔（等間隔とした）、 E_c :補剛桁の弾性係数、 I_c :補剛桁の断面2次モーメント、 Δm_i :格点*i*における補剛桁の増分曲げモーメント、 Δz_i :格点*i*における補剛桁の増分たわみである。この式は、弾性範囲内では補剛桁のたわみ角が連続である条件から得られる。補剛桁に塑性ヒンジが発生した後は、

$$\Delta m_i = 0 \quad (3)$$

と修正すべきであるが、今回の計算ケースでは補剛桁に塑性ヒンジが発生することはなかった。

補剛桁の格点*i*における鉛直方向のつり合いより、増分式は次式となる。

$$(-\Delta m_{i-1} + 2\Delta m_i - \Delta m_{i+1})/d = \Delta P_{Ci} - \Delta S_i \quad (4)$$

ここで、 ΔP_{Ci} :*i*補剛桁の格点*i*に作用する増分鉛直

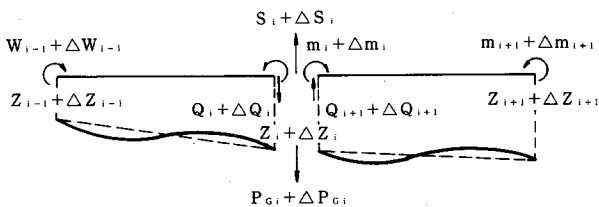


図-2 補剛桁の格点*i*における作用力

外力、 ΔS_i :ハンガー*i*の増分張力である。

中央径間部の主ケーブルの鉛直方向のつり合いより、次の増分式が得られる(図-3参照)。

$$\begin{aligned} H_T (-\Delta v_{i-1} + 2\Delta v_i - \Delta v_{i+1})/d \\ + \Delta H (-v_{i-1} + 2v_i - v_{i+1})/d \\ + \Delta H (-y_{i-1} + 2y_i - y_{i+1})/d = \Delta S_i + \Delta P_{Ci} \quad (5) \end{aligned}$$

ここで、

$$H_T = H_w + H + \Delta H \quad (6)$$

であり、 H_w :死荷重作用時の主ケーブル水平力、 H :前計算ステップにおける作用外力による主ケーブル水平力、 ΔH :増分外力に対する主ケーブル水平力、 v_i および Δv_i :中央径間部の主ケーブルの格点*i*における前ステップの鉛直変位および増分鉛直変位、 ΔP_{Ci} :中央径間部の主ケーブルの格点*i*に作用する増分鉛直外力である。この式は、死荷重作用時および前荷重ステップ時のつり合いを考慮に入れて導いた。同様に、側径間部の主ケーブルについては、

$$\begin{aligned} H_T (-\Delta v_{i-1} + 2\Delta v_i - \Delta v_{i+1})/d_1 \\ + \Delta H (v_{i-1} - 1 + 2v_i - v_{i+1})/d_1 \\ + \Delta H (y_{i-1} - 1 + 2y_i - y_{i+1})/d_1 = \Delta P_{Ci1} \quad (7) \end{aligned}$$

となる。ここで、 v_{i1} および Δv_{i1} :側径間部の主ケーブルの格点*i*における前ステップの鉛直変位および増分鉛直変位、 ΔP_{Ci1} :側径間部の主ケーブルの格点*i*に作用する増分鉛直外力である。側径間の主ケーブルの分割数は任意に設定できるが、ここでは20分割とした。

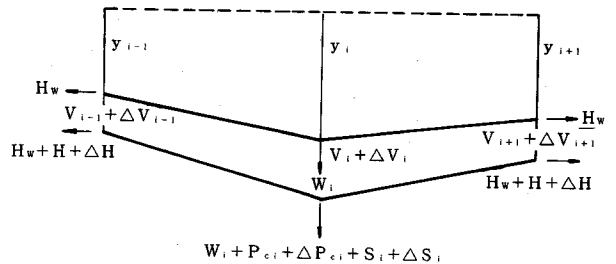


図-3 主ケーブルの格点*i*における作用力

さらに、ハンガーに関する適合条件より、次式の増分式が得られる。

$$\Delta S_i h_i / (E_{H_i} A_H) = \Delta z_i - \Delta v_i \quad (8)$$

ここで、 h_i :ハンガー*i*の長さ、 E_{H_i} :ハンガー*i*の弾性係数または接線係数、 A_H :ハンガーの断面積である。

式(2)(4)(5)(8)を、中央径間部全体についてまとめ行列表示すると、それぞれ式(9)(10)(11)(12)となる。

$$[K] \{\Delta m\} = [F] \{\Delta z\} \quad (9)$$

$$[F] \{\Delta m\} = \{\Delta P_c\} - \{\Delta S\} \quad (10)$$

$$H[F] \{\Delta v\} + \Delta H[F] \{v\} + \Delta H[F] \{y\} = \{\Delta S\} + \{\Delta P_c\} \quad (11)$$

$$[Y] \{\Delta S\} = \{\Delta z\} - \{\Delta v\} \quad (12)$$

これらの4つの行列方程式より、補剛桁の曲げモーメントは次式となる。

$$[G] \{\Delta m\} = [R] \quad (13)$$

ここで、

$$[G] = ([K] + [F][Y][F] + [F]/H_T) \quad (14)$$

$$[R] = ([F][Y] + [E]/H_T) \{P_c\} + \{P_c\}/H_T - H[F] \{v\}/H_T - H[F] \{y\} \quad (15)$$

[E]:単位行列である。 $\{\Delta m\}$ が得られると、 $\{\Delta z\}$ 、 $\{\Delta S\}$ 、 $\{\Delta v\}$ は式(9)(10)(11)より順次計算される。側径間に関しても、式(7)から同様に行列表示でき、

$$H_T [F_i] \{\Delta v_i\} + \Delta H [F_i] \{v_i\} + \Delta H [F_i] \{y_i\} = \{P_{c_i}\} \quad (16)$$

となり、 $\{\Delta v_i\}$ が得られる。

式(13)(16)には、主ケーブルの増分張力 ΔH が未知数として含まれるため、次のケーブル方程式が必要となる。

$$\Delta H (L_s + 2L_{s1}) + (L_T + 2L_{T1}) - 8(f + v_c)d/L^2 \sum \Delta v_i - 16(f + v_{c1})d_1/L_1^2 \sum \Delta v_{i1} = 0 \quad (17)$$

ここで、

$$L_s = \sum d / (A_c E_{c1}) \quad (18)$$

$$L_{s1} = \sum d_1 / (A_c E_{c11}) \quad (19)$$

$$L_T = k_T \Delta T_{EM} \quad (20)$$

$$L_{T1} = k_T \Delta T_{EM} d_1 \quad (21)$$

A_c :主ケーブル断面積、 ΔT_{EM} :増分温度、 k_T :線膨張係数、 v_c :中央径間ケーブル中央変位、 v_{c1} :側径間ケーブル中央変位である。この式は、主ケーブルの変形に関する適合条件式である。後述するように、設計荷重は対称等分布としているため、上式では活荷重による変位は放物線と仮定した。実際の ΔH を求めるには、各荷重増分ステップで最初 $\Delta H=0$ と仮定し、Newton Raphson法による繰り返し計算を用いた。すなわち、

式(17)の左辺を $g(\Delta H)$ とすると、

$$\Delta H_{NEW} = \Delta H - g(\Delta H) / g'(\Delta H) \quad (22)$$

により求められる ΔH_{NEW} と ΔH の誤差が0.5%以下になるまで繰り返した。

中央径間および側径間の主ケーブル増分張力、 ΔT_i および ΔT_{i1} は、次式より求めた。

$$\Delta T_i = \Delta H \{ (y_i + v_i + \Delta v_i - y_{i-1} - v_{i-1} - \Delta v_{i-1})^2 / d^2 + 1 \}^{0.5} \quad (23a)$$

$$\Delta T_{i1} = \Delta H \{ (y_{i1} + v_{i1} + \Delta v_{i1} - y_{i1-1} - v_{i1-1} - \Delta v_{i1-1})^2 / d_1^2 + 1 \}^{0.5} \quad (23b)$$

(2) 部材の弾塑性特性

主ケーブルおよびハンガーは図-4, 5に示すようなバイリニアの応力・ひずみ曲線を仮定した。したがって、応力・ひずみ曲線こう配は弾性範囲では弾性係数であり、

$$E_c = E_{cE}, \quad E_H = E_{HE} \quad (24a)$$

となる。塑性域では接線係数であり、

$$E_c = E_{cP}, \quad E_H = E_{HP} \quad (24b)$$

となる。

一方、補剛桁に関しては理想化されたバイリニア応力・ひずみ曲線から導き出される図-6に示す曲

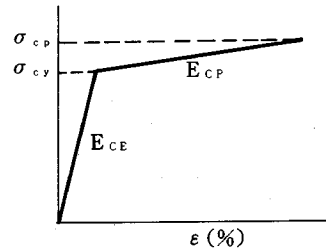


図-4 主ケーブルの応力・ひずみ曲線

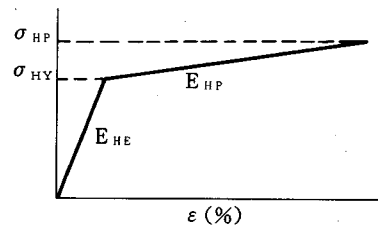


図-5 ハンガーの応力・ひずみ曲線

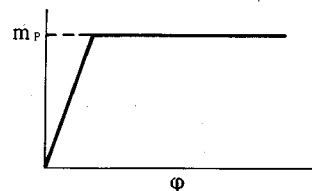


図-6 補剛桁の曲げモーメント・曲率曲線

げモーメント・曲率曲線を用いた。塑性曲げモーメント m_F は、

$$m_F = \sigma_Y Z_F \quad (25)$$

である。ここで、 σ_Y :降伏応力、 Z_F :塑性断面係数である。

吊橋全体の終局強度の推定には主塔の弾塑性挙動を含めるのが望ましいと思われるが、これは今後の課題とし、今回の検討では主ケーブルとハンガーのみに着目し、主塔の影響は考慮しなかった。

(3) 塑性化計算手順

弾性域内では逐次増分荷重を与え増分計算したが、最初の部材が塑性域に入った後は順次部材が塑性化すると共に増分計算した。構造系全体の具体的な塑性化計算は以下である。

第1ステップ：死荷重および温度荷重作用時の部材力・変位を計算する。この段階では部材はすべて弾性域内である。

第2ステップ：増分荷重を与え、増分部材力 $(\Delta T_i, \Delta T_{1i}, \Delta S_i, \Delta m_i)$ 、増分変位 $(\Delta v_i, \Delta v_{1i}, \Delta z_i)$ を計算する。部材がすべて弾性範囲内にある場合は、このステップを繰り返す。

第3ステップ：最初に塑性域に入る部材を決定するために、

$$\alpha_{T_i} = (T_Y - T_i) / \Delta T_i \quad (26a)$$

$$\alpha_{T_{1i}} = (T_{Y1} - T_{1i}) / \Delta T_{1i} \quad (26b)$$

$$\alpha_{S_i} = (S_Y - S_i) / \Delta S_i \quad (26c)$$

$$\alpha_{m_i} = (m_F - m_i) / \Delta m_i \quad (26d)$$

を計算し、これらの最小値 α_{MIN} およびその部材を見出す。ここで、 T_i, T_Y :中央径間部主ケーブル i の張力および降伏張力、 T_{1i}, T_{Y1} :側径間部主ケーブル i の張力および降伏張力、 S_i, S_Y :ハンガー i の張力および降伏張力である。

第4ステップ： α_{MIN} に対するすべての部材力・部材変位を計算する。同時に、塑性化した部材の E_C または E_H を E_{CF} または E_{HF} に修正する。補剛桁に塑性ヒンジが生じたかどうかについても確認する。

第5ステップ：主ケーブルあるいはハンガーが破断していないかを確認する。もし、そうであれば系が崩壊したとみなし計算を終了する。

第6ステップ：系が崩壊していない場合は、次の単位荷重を与え、ステップ2から5までを繰り返す。

以上説明した方法により、コンピュータプログラムを作成した。後述するが、計算結果は汎用有限要素法プログラムによりチェックした。

3. 活荷重作用時の終局強度計算

(1) 計算モデル

本章では活荷重作用時の単径間吊橋の終局強度について検討した。

計算モデルは図-1に示す単径間吊橋とし、主径間長 $L=600m$ 、側径間長 $L_1=150m$ 、主塔先端と補剛桁およびアンカレイジの高低差 $h_C=h_A=65m$ 、主ケーブルのサグ $f=60m$ 、ハンガー間隔 $d=d_1=15m$ とした。また、補剛桁は図-7に示す幅22m、高さ2.2mの箱桁とした。これらの諸元は実存する吊橋³⁾を参考にして設定した。したがって、設計荷重に対する補剛桁のたわみや主ケーブルの張力などの計算結果を既存データでチェックできるとともに、検討結果が実際の吊橋にも適用できると考えられる。

主ケーブルおよびハンガーの応力・ひずみ曲線は図-4, 5に示すようにバイリニアとした。ただし、 $\sigma_{CY}=140kgf/mm^2$ 、 $\sigma_{CF}=168kgf/mm^2$ (27a)
 $\sigma_{HY}=119kgf/mm^2$ 、 $\sigma_{HF}=145kgf/mm^2$ (27b)とした。これらのデータは、主ケーブルでは平行線ケーブルの引張試験結果を、ハンガーには鋼より線ロープの一種であるCFRCの引張試験結果を参考にして決定した。これらのケーブルは、実橋に良く使用されるものである。

補剛桁は全断面同一形状とした。また、使用鋼材材質はSS400、板厚は12mmと仮定し、

$$\sigma_Y=24kg/mm^2, I_G=0.35m^4, Z_F=0.296m^3 \quad (28)$$

とした。

荷重としては図-8に示した4種類を考慮した。ケーブルには温度 T_{EM} は $-30^\circ C$ が作用するとした。死・活荷重と組み合わせる場合、主ケーブルおよびハンガーにはマイナス温度が、補剛桁にはプラス温度がより厳しく作用するが、後述するように終局強度計算には補剛桁の影響は少ないためマイナス温度とした。中央径間および側径間とも主ケーブルの単位長あたりの死荷重 W_C, W_{C1} は主ケーブルの断面積により変化させた。補剛桁上の死荷重 W_G は $7.0t/m$ とした。検討橋梁は上下各2車線の道路橋とし、活荷重 W_L は $2.5t/m$ (TL20相当)とした。

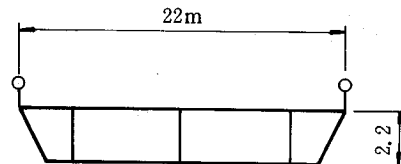


図-7 補剛桁の形状

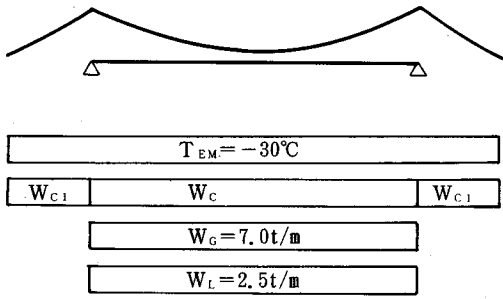


図-8 設計荷重

(2) 計算ケース

基本となる計算ケースは表-1に示す3ケースとした。主ケーブルおよびハンガーの断面積、 A_c および A_H は、死荷重・活荷重・温度荷重が作用したときの最大発生応力と引張強度の比、すなわち慣用的に用いられている部材安全率 K_0 が約2.5, 2.0, 1.5になるように設定した。中央径間および側径間とも主ケーブルの単位長あたりの死荷重 W_c 、 W_{c1} はケースA, B, Cについて各々1.5t/m, 1.2t/m, 0.9t/mとした。

一方、補剛桁の剛性 I_G は3ケースとも式(28)に示す値で同一としたが、いずれのケースとも安全率はかなり大きくなっている。これは、通常補剛桁の形状および剛性は応力ではなく耐風安定性で決まるためである。

表-1 計算ケースA, B, Cの諸元

計算ケース	A	B	C
A_c (m^2)	0.13	0.104	0.078
A_H (m^2)	0.0025	0.002	0.0015
I_G (m^4)	0.35	0.35	0.35
T_D (t)	6,979	6,737	6,487
T_L+T_{EM} (t)	1,950	1,907	1,839
T_P (t)	21,840	17,472	13,104
$K_0=(T_D+T_{EM}+T_L)/T_P$	2.45	2.02	1.57
S_D (t)	108	105	102
S_L+T_{EM} (t)	38.19	38.25	38.27
S_P (t)	362.5	290.0	217.5
$K_0=(S_D+T_{EM}+S_L)/S_P$	2.48	2.02	1.55
m_D (tm)	0	0	0
m_L+T_{EM} (tm)	372.4	438.7	542.6
m_P (tm)	7,104	7,104	7,104
$K_0=(m_D+T_{EM}+m_L)/m_P$	19.1	16.2	13.1

注：添字D+TEMは死荷重および温度荷重、Lは活荷重を示す。

図-9は、10tfの集中荷重によるケーブル張力 $T(1)$ 、ハンガー張力 $S(20)$ 、補剛桁の曲げモーメント $m(3)$ の影響線である。()内の数字は図-1中の格点番号ないしは部材番号であり、1は支点近傍、20は中央径間中央である。影響線値はいずれも最大値に対する比率で示してある。ケーブルおよびハンガーはスパン全長にわたり正值となるが、補剛桁の曲げモーメントは正負の値となる。前述したように、補剛桁は応力的には十分な余裕があるため、主ケーブルおよびハンガーに着目し、図-8に示すように活荷重は主径間全長の等分布荷重とした。

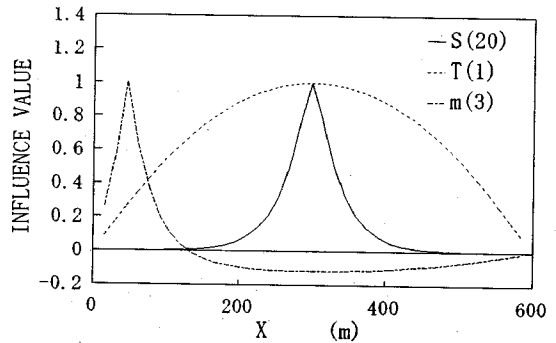


図-9 主ケーブル張力、ハンガーの張力および補剛桁曲げモーメントの影響線

(3) ケースA, B, Cの計算結果

図-10, 11, 12はケースA, B, Cの塑性化の過程を活荷重に関する荷重係数 K_L に応じて示している。系に作用する累加荷重 W はこの K_L を用いて、

$$W=W_c+W_G+W_{TEM}+K_L W_L \quad (29)$$

とあらわされる。すなわち、死荷重および温度荷重が作用している状態に、活荷重のみを増分荷重として弾塑性計算した。通常の限界状態設計では、すべての荷重に荷重係数が設定されているが、ここでは簡明化のため活荷重のみに着目した。この W により生ずる主ケーブル張力およびハンガー張力が T_P あるいは S_P に等しくなるときの崩壊とみなした。

3ケースともまずハンガーから塑性化し始め、ハンガーのほとんどが塑性化した後、側径間の主ケーブルが主塔近傍からアンカレイジに向けて順次塑性化する。ケースAでは、この途中でハンガーが破断した。ケースB, Cでは、引き続き主径間のケーブルが主塔部から径間中央に向けて塑性化するが、その途中でハンガーが破断し、この時点で吊橋は崩壊したとみなした。実際には、最初のハンガーが破断した

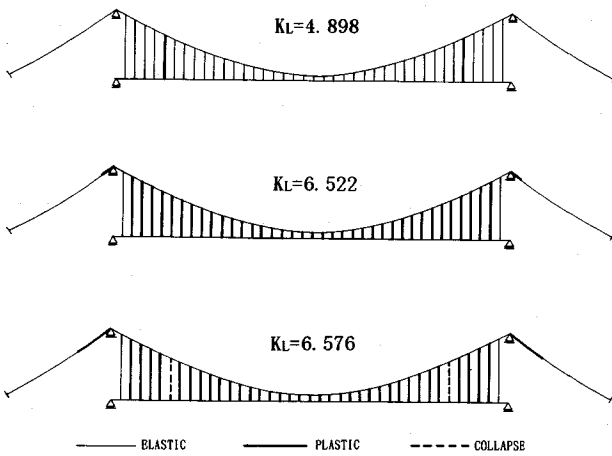


図-10 ケースAの塑性化過程

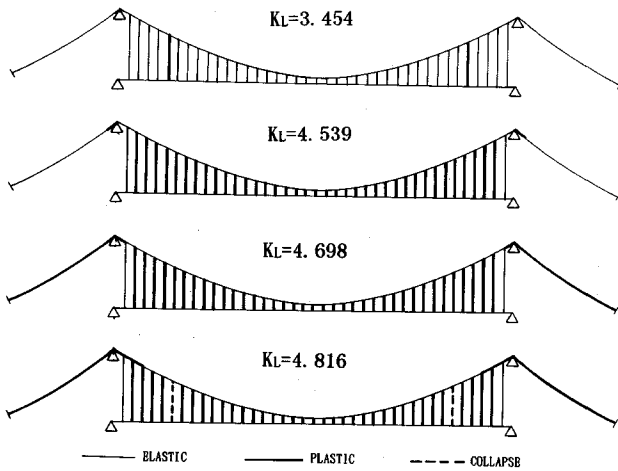


図-11 ケースBの塑性化過程

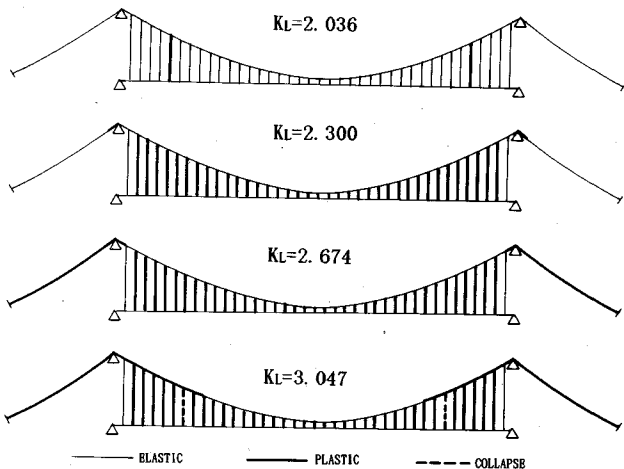


図-12 ケースCの塑性化過程

後は、隣接するハンガーに荷重が再分配され、次々に破断すると予想されるが、本解析ではそこまで追求しなかった。なお、3ケースとも補剛桁には塑性ヒンジは発生しなかった。また、主塔頂部の水平変位は3ケースとも最終時点で60-70cm程度と変形は小さく、今回の検討においては主塔への付加曲げモーメントの影響は大きくないと考えられる。

図-13は、これら3ケースの中央径間中央部の補剛桁の鉛直たわみ $z(20)$ と荷重係数 K_L の関係である。ケースAではほぼ線形関係を示すが、ケースCでは K_L の最終部分でたわみが非線形的に増大している。ケースCでは中央径間部の主ケーブルにも塑性化が進行しているため、たわみが非線形的に増大したと考えられる。初期こう配は、ケースA, B, Cの順に大きくなっているが、これはケーブル断面積が小さくなるほどたわみやすくなることを示している。なお、 K_L が0で $z(20)$ が負になるのは、ケーブルに作用する温度荷重の影響である。

図-14は、補剛桁の曲げモーメント $m(3)$ の変化を示している。3ケースとも曲げモーメントは格点3で最大となる。この図から、当初線形増加するが、最終状態に近くなると非線形に増大していることが理解される。また、ケースCの曲げモーメントの非線形増加の割合が大きいことがわかる。

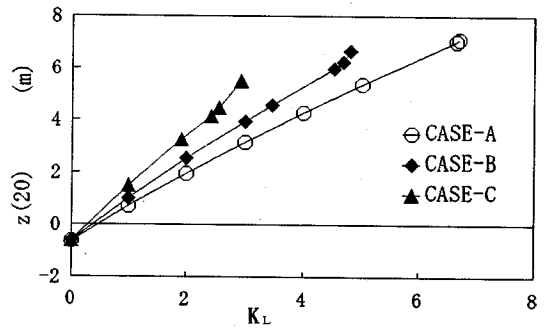


図-13 $z(20)-K_L$

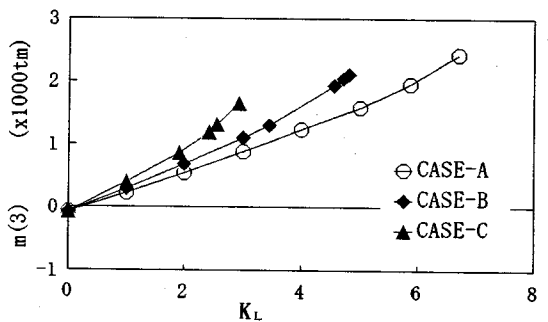


図-14 $m(3)-K_L$

図-15は、破断したハンガーの張力変化 $S(6\sigma r7)$ を示している。ケースA,Bでは主塔から6番目、ケースCでは7番目のハンガーが破断した。ハンガー張力は線形的に増加し、3ケースとも一直線上にあることがわかる。

図-16は、中央径間の主ケーブルの主塔近傍の張力 $T(1)$ の変化を示す。この図からも、ケースCに若干の非線形性が現れていることがわかる。

図-17, 18, 19, 20は、ケースBにおける中央径間上の補剛桁のたわみ z 、補剛桁の曲げモーメント m 、ハンガーの張力 S 、主ケーブルの張力 T の-span方向の変化を、3つの荷重係数について示している。 z は-span方向に放物線形状となる。曲げモーメントは主塔近傍にピークがあるが、中央部はほぼ一定である。ハンガー張力は支点近傍を除いてほぼ一定である。主ケーブル張力は支点近傍で最大となる放物線形状である。これらはいずれも通常の吊橋でみられる性状と一致している。

崩壊時に、ケースAでは中央径間の主ケーブルがすべて弾性域内にあり、ケースCでは1/3程度が塑性化している。この理由は、図-13からわかるように、ケースCでの鉛直たわみの増加こう配が大きい、すなわち主ケーブルの剛性が相対的に小さいためと考えられる。

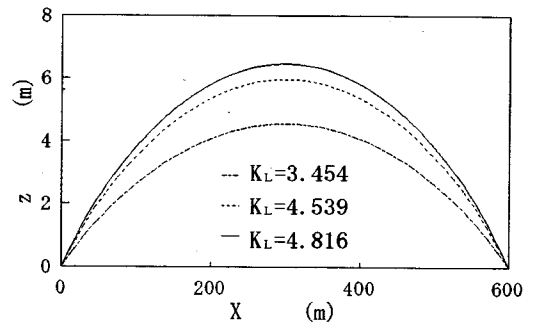


図-17 z-X

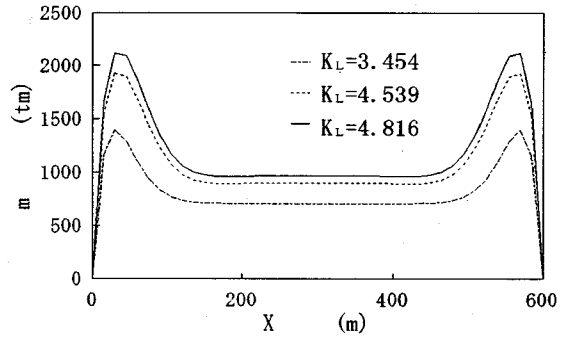


図-18 m-X

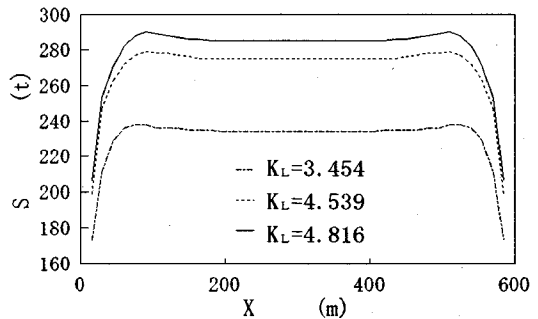


図-19 S-X

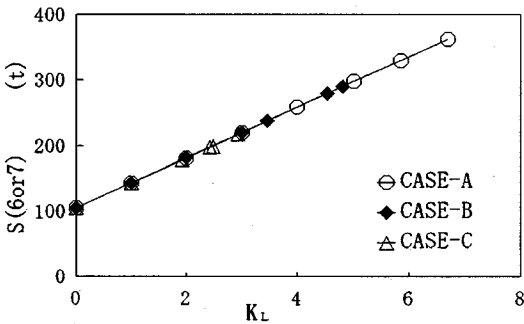


図-15 S(6 $\sigma r7$)- K_L

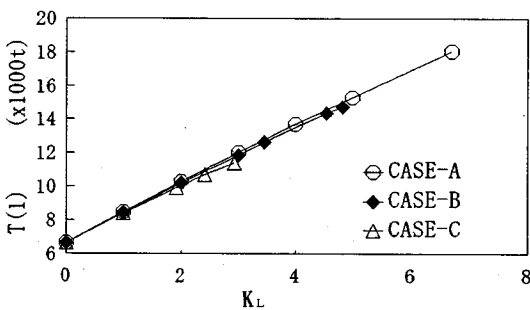


図-16 T(1)- K_L

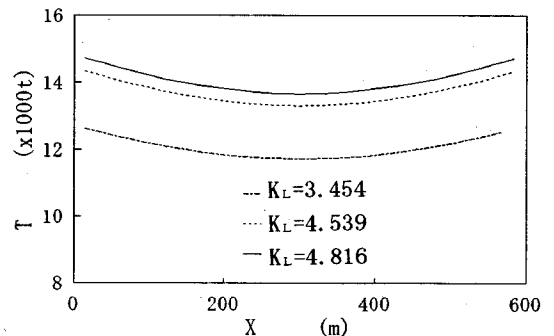


図-20 T-X

(4) 計算結果の検証

前述した計算理論およびそれに基づくコンピュータプログラムを検証するために、汎用有限要素法プログラムMARCでケースBを同一条件により再計算した。その結果、MARCによる計算においても前項で得られたものと同一の崩壊過程が得られた。すなわち、主塔から5番めのハンガーから塑性化が始まり、ハンガーが全て塑性化した後、側径間の主ケーブルが塑性化し、次に中央径間の主ケーブルが塑性化し始め、最終的には6番めのハンガーが破断した。また、表-2からわかるように、両者の K_L の値はきわめて良く一致した。

表-2 FEMで求めた K_L 値(ケースB)

	K_L	K_L (FEM)
ハンガーが塑性化し始めたとき	3.454	3.44
側径間主ケーブルが塑性化し始めたとき	4.539	4.69
主径間主ケーブルが塑性化し始めたとき	4.698	4.72
ハンガーが破断したとき	4.816	4.82

K_L : 前項で得た K_L 値

K_L (FEM) : FEMで計算した K_L 値

(5) ケースD, Eの計算結果

ケースA, B, Cでは主ケーブルおよびハンガーの部材安全率を同一にしたが、ここではハンガーの部材安全率を主ケーブルより相対的に高めた2つのケースD, Eについて計算した。

表-3に示すように、ケースD, Eとも主ケーブルの断面積はケースBと同じとし、ハンガーの断面積をケースBより大きく、ケースDは 0.0025m^2 、ケースEは 0.003m^2 とした。このため主ケーブルの部材安全率は2.02であるが、ハンガーの部材安全率はケースDで2.53、ケースEが3.04である。

表-3 計算ケースD, Eの諸元

計算ケース	D	E
A_c (m^2)	0.104	0.104
A_H (m^2)	0.0025	0.003
I_G (m^4)	0.35	0.35
K_o (主ケーブル)	2.02	2.02
K_o (ハンガー)	2.53	3.04

図-21, 22はケースD, Eの塑性化の過程を示しているが、これらの結果はケースA, B, Cとは異なった様子を示している。ケースDでは、塑性化は側径間の主ケーブルから始まり、つづいて中央径間の主ケーブルが塑性化し始め、途中からハンガーも同時に順次塑性化する。そして、すべての部材が塑性化した後、最後に主塔から6番目のハンガーが破断する。

ケースEでは、塑性化は側径間の主ケーブルから始まり、つづいて中央径間の主ケーブル、そしてハンガーが塑性化し、塔付近のハンガーを除く全ての部材が塑性化した後、最後に側径間主ケーブルの主塔近傍が破断する。

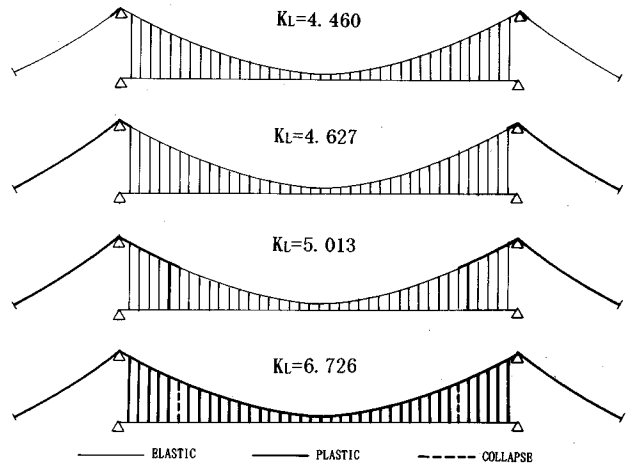


図-21 ケースDの塑性化過程

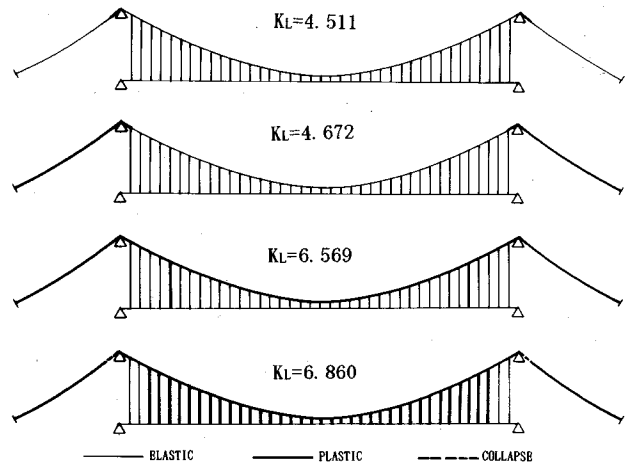


図-22 ケースEの塑性化過程

図-23はケースDの補剛桁の中央部鉛直たわみ $z(20)$ をケースBと比較したものである。ケースDの $z(20)$ は、ケースBの最終値を越えた後、より急こう配で増大していることがわかる。

図-24はケースDの支点近傍の主ケーブル張力 $T(1)$ をケースBと比較したものである。これもケースBの最終値を越えた後、さらに増大している。

ケースBでは主ケーブルの塑性化が終わらない前にハンガーが破断したが、ケースDではハンガー断面積を増したため主ケーブルが全て塑性化した後に崩壊した。一方、ケースEではハンガー断面積をさらに増したため、最終崩壊状態で主塔付近のハンガーが塑性化しなかった。一般的には、すべての部材が塑性化した状態で構造系が崩壊するのが効率良い構造物と考えられる。したがって、構造系および荷重に応じて適切な部材安全率を選択することが、構造物を合理的に設計するために重要である。

(6) 設計安全率についての考察

ケースA, B, C, D, Eについて、最終の荷重係数および最終鉛直荷重のまとめを表-4に示す。ここで、

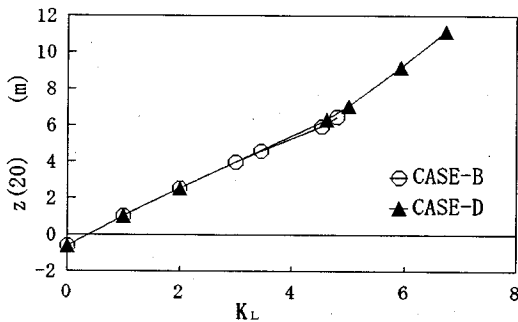


図-23 $z(20)$ - K_L

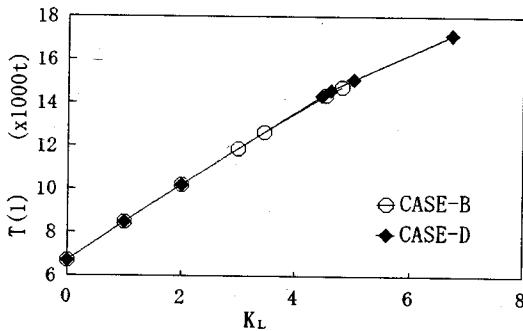


図-24 $T(1)$ - K_L

$$W_{U0} = K_0 (W_C + W_G + W_{TEM} + W_L) \quad (30)$$

$$W_{UL} = W_C + W_G + W_{TEM} + K_{L2} W_L \quad (31)$$

である。式(30)は慣用的な部材安全率 K_0 に基づく最終鉛直荷重であり、死荷重と活荷重が同じ比率で線形増加し、主ケーブルおよびハンガーが同時に終局状態になると仮定されて設定されている。一方、式(31)は活荷重のみが増加し、しかも弾塑性解析による値である。ここで、 K_{L2} は終局時の K_L である。ケースA, B, Cについて W_{U0} と W_{UL} を比較すると、荷重の作用位置の違いや、弾塑性解析による値は大変形の影響を受けることにより、 W_{UL} の方が W_{U0} より小さくなっている。すなわち、個々の部材の安全率が必ずしも構造系全体の安全率と等しくないこと、および慣用的な部材安全率に基づく設計が弾塑性解析値より危険側の評価を与える可能性があることを示している。

ケースD, Eの K_{L2} はケースBの K_{L2} の40%以上になっており、かつ W_{UL} も大幅に向上している。弾塑性解析では、あるハンガーが塑性化すると荷重の再分配が生じ、他のハンガーや主ケーブルに荷重が流れる。ケースDでは、ケースBに比較してハンガーの断面積を増したため、この荷重の再分配が効率良く行われ、主ケーブルがすべて塑性域に達するまで崩壊しなかった。すなわち、構造系全体が効率良く終局耐力の向上に寄与したと言える。

図-10, 11, 12, 21, 22では、最上段の図は最初の部材が塑性化したときの K_L を、最下段の図は部材が破断したときの K_L を示している。最初の部材が塑性化したときの K_{L1} と、最終時の K_{L2} の比をみると、ケースBでは1.394であるが、ケースDでは1.508となり、ねばりも向上していることがわかる。

一般に、ハンガーの総重量は主ケーブル総重量に比べて小さいため、ハンガーの断面積を若干大きくして構造系の安全性を高めることは、経済的となる場合もあり得ると思われる。

表-4 終局荷重のまとめ

計算ケース	A	B	C	D	E
K_0 (主ケーブル)	2.45	2.02	1.57	2.02	2.02
K_0 (ハンガー)	2.48	2.02	1.55	2.53	3.04
K_{L1}	4.898	3.454	2.036	4.460	4.511
K_{L2}	6.576	4.816	3.047	6.726	6.860
K_{L1}/K_{L2}	1.342	1.394	1.496	1.508	1.521
W_{U0} (t/m)	27.11	21.61	16.22	-	-
W_{UL} (t/m)	24.94	20.24	15.52	25.02	25.35

注) K_{L1} : 塑性開始時の K_L , K_{L2} : 最終時の K_L

4. 鉛直地震力作用時の終局強度計算

本章では、単径間吊橋に鉛直地震力が作用したときの終局強度を計算する。地震力 W_E は補剛桁および主ケーブルの死荷重に鉛直震度 K_E をかけたものとする。すなわち、橋全体の累加鉛直荷重 W_{UE} は、

$$W_{UE} = (1+K_E)W_c + (1+K_E)W_o \quad (32)$$

となる。第1項は主ケーブル、第2項は補剛桁の荷重を示している。したがって、活荷重作用時とは異なり、完成系には補剛桁のみならず主ケーブルにも直接鉛直力が作用することになる。ただし、温度荷重は考慮しなかった。図-25に載荷荷重を示す。

図-26はケースBに対する鉛直地震力による塑性化の過程を示している。活荷重作用時の塑性化過程(図-11)と比べると、ハンガーから塑性化が始まり、つづいて側径間の主ケーブル、そして中央径間の主ケーブルが塑性化し、最終的にはハンガーが破断して崩壊するのは同様である。しかし、最終状態で中央径間の主ケーブルが塑性化している部分が多くなっている。これは、主ケーブル死荷重に関する鉛直地震力が主ケーブルに直接作用するため、相対的にハンガーの軸力が軽減されるためである。

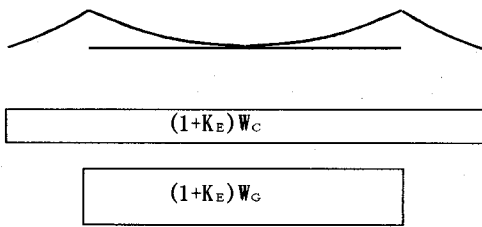


図-25 荷重図

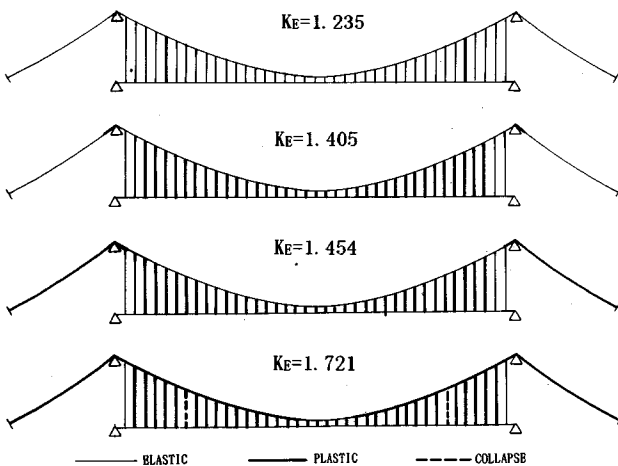


図-26 ケースBの塑性化過程(地震時)

図-27は補剛桁の中央部鉛直たわみ $z(20)$ と支点近傍の主ケーブル張力 $T(1)$ の変化を示している。たわみ $z(20)$ について活荷重に対する結果(図-13)と比較すると、傾向的には大差ない。しかし、たわみの絶対値がかなり大きくなっている。これは温度荷重を考慮していないこと、および主ケーブルの塑性化が進み、変形がより大きくなったためである。

図-26に示すように、最初に部材が塑性化する鉛直震度 K_E は1.235であり、また最終状態では1.721となっている。したがって、活荷重に対して部材安全率2.0程度以上で設計されている通常の中規模吊橋は、鉛直地震力に対してかなりの終局耐力を有するといえる。ただし、長大吊橋になればなるほど死荷重の比率が高まり、地震力が増大するため、安全性については今後さらに検討しなければならない。

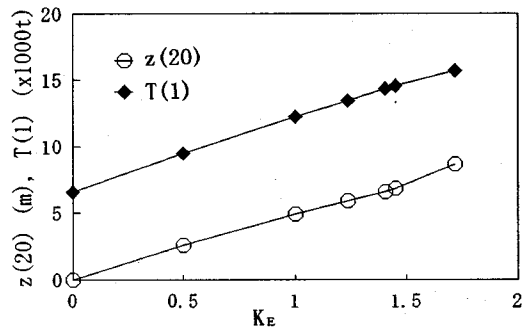


図-27 $z(20)-K_E, T(1)-K_E$

5. 結言

本研究により以下の結論が得られた。

- 1) 吊橋の撓度理論を基本として、これを主ケーブルや補剛桁を格点で分割した骨組構造の弾塑性解析に応用し、吊橋の鉛直荷重に対する終局強度を求める行列による計算理論を開発した。
- 2) この理論に基づくコンピュータープログラムを作成し、これを用いて中規模の単径間吊橋について、主ケーブルおよびハンガーの部材安全率を同一とした3ケースの終局強度を計算した。その結果、個々の部材の安全率と構造全体の安全率とは必ずしも一致しないこと、および慣用的な部材安全率に基づく設計が弾塑性解析値より危険側の評価を与える可能性があることを見出した。
- 3) 主ケーブルとハンガーの部材安全率を変えた2ケースについても同様の計算をした。その結果、ハンガーの安全率を主ケーブルより相対的に高めたシステムの方が、系全体の終局耐力およびねばりを向上させ得ることを見出した。一般に、ハンガーの総重量

は主ケーブル総重量に比べて小さいため、ハンガーの断面積を若干大きくして構造系の安全性を高めることが、経済的となる場合もあり得ると思われた。4) 同一の吊橋モデルを用いて、鉛直地震力に対しても同様の計算をした。これより、活荷重に対して安全率2.0程度以上で設計されている通常の中規模吊橋は、鉛直地震力に対してかなりの終局耐力を有することも見い出した。

なお、今回の鉛直荷重に対する終局強度に関する検討では、対象を中規模の単径間吊橋に限定している。したがって、汎用性のある吊橋部材の安全率の設定手法を確立するために、種々のスパンや構造形態についての検討を続けるつもりである。将来、明石海峡大橋を越える超長大吊橋を建設する構想があり、主ケーブルおよびハンガーの安全率をいかに設定するかが、建設費とも関係し重要な課題となっている。本論文が、この問題の解決に多少なりとも役立てば光栄である。

謝辞：3.(4)に述べた計算理論および計算プログラムのFEMによる検証に際しては、大神勝城氏および江越政利氏の協力を得ました。また、論文を最終的にまとめるにあたっては査読者の方々のご意見が大変参考になりました。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 倉西茂：行列による吊橋の解析，土木学会論文集，第81号，pp1-9, 1962.
- 2) 大月哲：吊橋設計理論の数値解析に関する研究，東京大学学位論文。
- 3) 桜井紀朗，山田勝彦，谷中幸和，福井幸夫：大島大橋上部工の設計と施工，土木学会論文集，第391号/VI-8，pp15-23, 1988.4.

(1995. 11. 2 受付)

A STUDY ON THE ULTIMATE STRENGTH OF THE MAIN-CABLE AND HANGER SYSTEM OF SIMPLE-SPAN SUSPENSION BRIDGES DUE TO THE VERTICAL LOADS

Shunichi NAKAMURA

A new theory, which is based on the deflection theory and is applied to elasto-plastic analysis of suspension bridges, has been developed. It was found from the calculated results on ultimate strength of the main-cable and hanger system of simple-span suspension bridges that the safety factor of the individual members is not the same as that of the whole system, and that the system which has hangers with higher safety factors than that of maincables could improve the ultimate strength of the whole system. It is also found that the system designed by the live loads with the safety factors of 2.0 would have sufficient resistance towards large earthquakes.