

地下水流の影響を受ける厚みのある凍土壁の凍結閉塞について

戸部 暢¹・加藤 哲治²

¹正会員 (株)精研 凍結本部 (〒112 東京都文京区小石川1-12-14)

²正会員 (株)精研 凍結本部 (〒112 東京都文京区小石川1-12-14)

本研究は、厚い凍土壁を地下水が貫流している場合の凍結閉塞現象を論じたもので、平板状の開口部内の凍土の成長を表わす計算式を新しく導出した。また、この場合の凍土壁の閉塞条件を明示し、凍結閉塞しない場合には、通常、2個の平衡凍土面が存在することを示した。実施工への応用として、本研究の理論を適用したものを例示した。

Key Words : freezing method, thickly formed frozen wall, ground water flow, freeze-closure

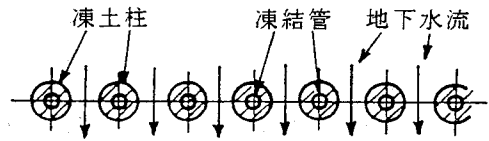
1. まえがき

地盤を凍結して、土木の補助工法として用いる地盤凍結工法^{1) 2) 3)} (以下、凍結工と言う)は、地盤に凍結管を埋設し、これを冷却して凍土を造成するが、その場合の凍結管の配列方法は、大別して単列と複列の二方式に分かれる。造成される凍土壁は、前者の場合には比較的に薄く、主に立坑の防護壁等に使用される。後者は厚いブロック状の凍土が出来るので、内部を掘削して空間を造る等の用途に使用される。両者を通じて要求されることは、耐力壁としての性能を具備していることは勿論であるが、完全な遮水性をも具備していなければならないことである。

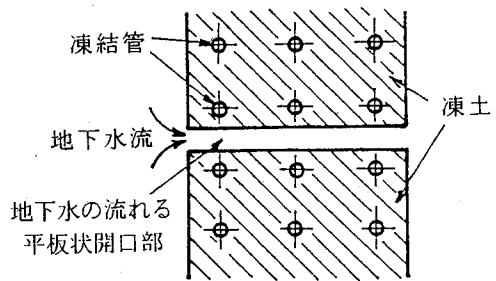
地盤中には、多少とも地下水流が存在しており、凍結工では、凍土の造成初期の段階で、その影響を受けやすいものである。それ故、凍結工の施工に当たっては、この問題を充分に考慮しておかねばならない。

図一に示す様に、凍結管列を貫流して、地下水流が存在する場合の凍結閉塞現象を論じたものには、高志⁴⁾ 始め他にも見受けられる^{5) 6)}。しかし、これらの研究は、凍結管の配列が単列の場合であり、図二に示す様に凍結管が複列で厚い凍土壁を貫流する状況について研究したものではない。

元来、凍結管の配列数が増加する程、地盤に対する冷却力が強化され、地下水流の影響が低減して凍土壁の凍



図一 凍結管の配列平面図



図二 厚みのある凍土壁の水平断面図

結閉塞が促進されるものであるが、その理論的なこととなると不明で、これについての解明が待たれていたものである。

図二に示す様なパターンが、本研究の対象となるもので、地盤中の地下水流は、断面がスリット形状の地盤

中を通過している。以下、この部分を開口部と呼ぶこととする。凍土壁が閉塞する状況を見ると、凍結管が単列の場合は、地下水流に接触する凍土面は、円柱形状であったが、本研究の場合は平板状である。

2. 開口部内地盤の熱解析

(1) 開口部内地盤の温度分布

開口部内地盤は、地下水で飽和されており、スリット状開口部の水の流れている部分(以下、水流部と呼ぶ)の幅(以下、水流幅と呼ぶ)は、 $2a$ の長さを持ち、長手方向を x 軸にとると地下水は x 軸に平行に、 V_d のダルシー流速で流れていると考える。 x 軸に垂直に、 y 軸をとり、 $y=0$ と、 $y=2a$ の面を、温度 θ_c を保持する冷却面とし、 $x=0$ を、開口部の水流入口にとり、入口水温を θ_0 とする。

$y=a$ を、境界面として、熱的条件は、上下対称であるから、この境界面には、熱の出入はない、故に、この境界面の上部は、断熱部に置換えて、熱解析を行うことができる⁷⁾。開口部地盤内の温度分布を、 $\theta(x, y)$ で表わし、 $\theta(x, y)$ を求める解析モデルを、図-3に示す。

さて、開口部内地盤の温度変化は、緩慢であり、この部分の熱解析は、定常温度分布と考えると処理しても、その誤差は、僅少と考えられるので、本研究は、この考え方で進むものとする。

また、開口部地盤内の水流方向の熱の伝達は、水流にのみ依存するものとし、地盤の熱伝導は、これを無視するものとする。この仮定は、解析の困難さを、救うことが目的であるが、水流速度が比較的大きい場合は、この仮定の採用による誤差は無視されるものと考えられる⁸⁾。

そうすると、このモデルに関して、次の微分方程式と境界条件が成立する。

微分方程式

$$\kappa_2 \frac{\partial^2 \theta(x, y)}{\partial y^2} = \nu \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x} \quad (1)$$

式(1)の微分方程式の成立範囲は、

$$0 \leq x < \infty, 0 \leq y \leq a$$

である。

境界条件として、

$$x=0; \theta(0, y) = \theta_0 \quad (\nu \neq 0) \quad (2)$$

$$y=0; \theta(x, 0) = \theta_c \quad (3)$$

$$y=a; \left. \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \right|_{y=a} = 0 \quad (4)$$

を設定する。

ここに、

$\theta(x, y)$; 開口部地盤内の温度分布 $^{\circ}\text{C}$ (K)

x ; 開口部入口よりの x 軸方向距離 m

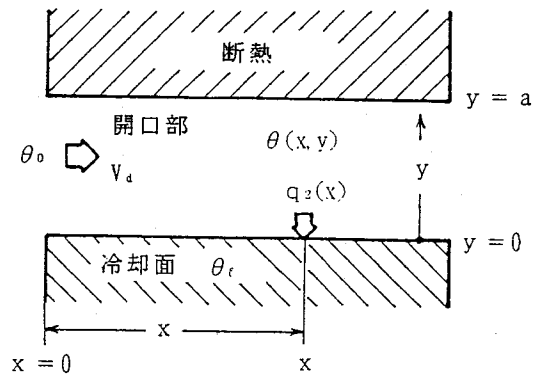


図-3 解析モデル

y ; y 軸方向距離 m

a ; 水流幅の1/2の長さ m

θ_0 ; 開口部の水流入口温度 $^{\circ}\text{C}$ (K)

θ_c ; 冷却面温度 $^{\circ}\text{C}$ (K)

κ_2 ; 開口部内地盤の熱拡散率 m^2/h ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)

C_w ; 地下水の比熱 $\text{kcal}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$ ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

ρ_w ; 地下水の単位体積重量 kg/m^3

C_2 ; 開口部内地盤の比熱 $\text{kcal}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$ ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

ρ_2 ; 開口部内地盤の単位体積重量 kg/m^3

V_d ; 開口部地盤内の水流速 m/h ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

(ダルシー流速)

$$\nu = \frac{C_w \cdot \rho_w}{C_2 \cdot \rho_2} V_d \quad \text{m}/\text{h} \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

(= $\frac{\text{単位時間に単位断面の地盤中を通過する水の熱容量}}{\text{単位体積の地盤の熱容量}}$)

式(1)の微分方程式を式(2)、式(3)、式(4)の境界条件で解けば、 $\theta(x, y)$ が求められるが、Laplace変換による演算法⁹⁾を用いて、下記の解が得られる。

$$\theta(x, y) = \theta_0 - (\theta_0 - \theta_c) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\text{erfc} \left\{ \frac{2(n+1)a-y}{\sqrt{2\kappa_2 \cdot x/\nu}} \right\} + \text{erfc} \left\{ \frac{2n \cdot a+y}{\sqrt{2\kappa_2 \cdot x/\nu}} \right\} \right] \quad (5)$$

但し、 $0 \leq x < \infty, 0 \leq y \leq a$ とする。

$\text{erfc} \cdot z$ は、余誤差関数と呼ばれるもので、

$$\text{erfc} \cdot z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\sigma^2} d\sigma$$

で定義される関数である。

(2) 冷却面の取得熱量

図-3において、点 x における冷却面($y=0$)での単位面積単位時間当たりの取得熱量を、 $q_2(x)$ $\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}$ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)で表わし、かつその正の方向を下向きに取るものとする、式(5)より

$$q_2(x) = \lambda_2 \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$= (\theta_0 - \theta_t) \frac{\lambda_2 \cdot C_x}{\sqrt{\pi} \cdot a} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[e^{-\{n \cdot C_x\}^2} - e^{-\{(n+1) C_x\}^2} \right] \quad (6)$$

$$\text{但し, } C_x = \frac{a}{\sqrt{\kappa_2 \cdot x / \nu}}$$

と求められる。

ここに、 λ_2 : 開口部内地盤の熱伝導率
kcal/mh°C ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

である。

また、 $x = 0 \sim l$ 区間の冷却面の平均取得熱量を、 $\bar{q}_2(l)$ kcal/m²h ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)とすると、 $\bar{q}_2(l)$ は、式(6)より

$$\bar{q}_2(l) = \frac{1}{l} \int_0^l q_2(x) dx$$

$$= (\theta_0 - \theta_t) \frac{2 \lambda_2 \cdot C_l}{\sqrt{\pi} \cdot a} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\left[e^{-\{n \cdot C_l\}^2} - e^{-\{(n+1) C_l\}^2} \right] + \sqrt{\pi} \cdot C_l \left[(n+1) \operatorname{erfc}\{(n+1) C_l\} - n \operatorname{erfc}\{n \cdot C_l\} \right] \right] \quad (7)$$

の形で求められる。

$$\text{但し, } C_l = \frac{a}{\sqrt{\kappa_2 \cdot l / \nu}}$$

である。

(3) 開口部内水流の平均温度

開口部内水流の x 点での平均温度を $\bar{\theta}(x)$ °C (K) で表わすと、式(5)より

$$\bar{\theta}(x) = \frac{1}{a} \int_0^a \theta(x, y) dy$$

で計算される。上記の積分は、

$$\int (\operatorname{erfc} z) dz = z \cdot \operatorname{erfc} z - \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2}$$

の積分式(積分常数は省略)を考慮すると、

$$\bar{\theta}(x) = \theta_0 - (\theta_0 - \theta_t) \frac{2}{\sqrt{\pi} \cdot C_x} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\left[e^{-\{n \cdot C_x\}^2} - e^{-\{(n+1) C_x\}^2} \right] + \sqrt{\pi} \cdot C_x \left[(n+1) \operatorname{erfc}\{(n+1) C_x\} - n \operatorname{erfc}\{n \cdot C_x\} \right] \right] \quad (8)$$

の形で求められる。

ここに、 C_x は式(6)のものと同形である。

式(8)を使用して、 $\bar{\theta}(x)/\theta_0$ の値を C_x を変数として

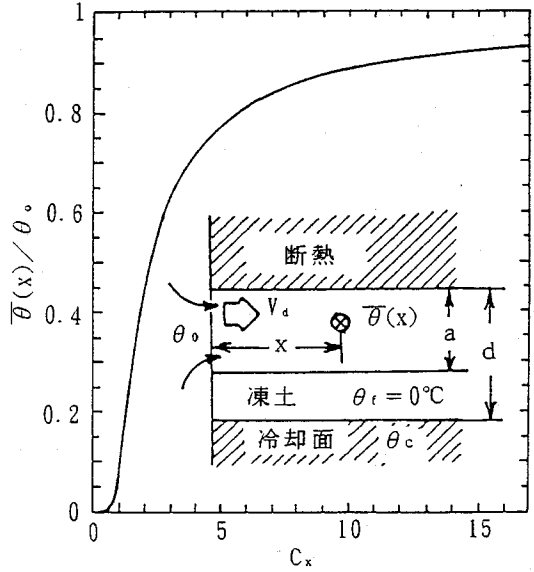


図-4 $\bar{\theta}(x)/\theta_0$ と C_x の関係

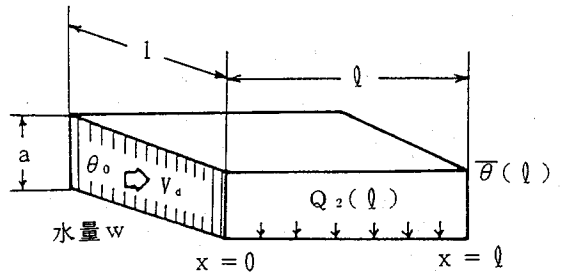


図-5 計算モデル

計算した一例を図-4に掲げる。図-4より、

$\bar{\theta}(x)/\theta_0$ の値は、 C_x の減少につれて C_x が5の近辺から、急激に減少して零に向かう様子が分かる。 $\bar{\theta}(x)/\theta_0$ の値を小さくするためには、 C_x の小さいことが必要であるが、 C_x の表式から知られる様に、水流速 V_a を小さくし、開口部の長さ x を大きくとればよい。特に、開口部の水流幅 $2a$ を小さくするのが効果のあることが分かる。

(4) 開口部内水流の冷却熱量

図-5の開口部を表わす計算モデルで、 $x = 0$ の断面を通過する水量を、 w m³/h ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)とすると

$$w = V_a \cdot a \cdot l \quad (9)$$

である。

$x = 0$ 点の入口水温を、 θ_0 °C (K)、 $x = l$ 点の水流

平均温度を、 $\bar{\theta}(\ell)^\circ\text{C(K)}$ とし、式(9)で表わされる水流が、 $x=0$ より ℓ に至る間に冷却される熱量を、 $Q_2(\ell)$ kcal/h (W)とすると、式(8)、式(9)より

$$Q_2(\ell) = (\theta_0 - \bar{\theta}(\ell)) w \cdot c_w \cdot \rho_w$$

$$= c_w \cdot \rho_w \cdot V_a (\theta_0 - \theta_t) \frac{2a}{\sqrt{\pi} \cdot C_1} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \left[e^{-\{n \cdot C_1\}^2} - e^{-\{(n+1) C_1\}^2} \right] + \sqrt{\pi} \cdot C_1 \left[(n+1) \text{erfc}\{(n+1) C_1\} - n \cdot \text{erfc}\{n \cdot C_1\} \right] \right\} \quad (10)$$

で表わされる。

ここに、 C_1 は式(7)のものと同形である。

3. 開口部内地盤の凍土成長解析

(1) 開口部内地盤の凍結面の進行について

この問題の解析モデルとして、図-6に示すものを考える。

開口部は、幅 $2d$ mで、その上下面は温度 θ_0 °C (K) の冷却面を持ち、冷却面上の x 点に形成された凍土の厚みを Y m、開口部の水流幅を $2a$ m、その水流速を V_a m/h ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) (ダルシー流速) とし、 V_a は開口部内を通過する間その値に変化は生じないものと仮定する。

ここで、開口部への地下水流入温度を θ_0 °C (K)、凍結面温度を θ_t °C (K) とする。

また、 x 点位置での凍結面の取得熱量を $q_2(x)$ kcal/m²h ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) とし、冷却面の取得熱量を $q_1(x)$ kcal/m²h ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) とする。

さて、2. (1)での解析に準じて、冷却面から d の距離が、この場合の熱伝導系の対称面となっているので、図-6ではこの対称面の上部を断熱部に置きかえている。

今、凍土内の温度分布を定常状態と考え、 Y は x に比較して充分小さい値とすれば、熱流方向は x 軸に対して垂直と見なすことができるので、 $q_1(x)$ は下式で表わすことができる。

$$q_1(x) = (\theta_t - \theta_0) \frac{\lambda_1}{Y} \quad (11)$$

ここに、 λ_1 ; 開口部内の凍土の熱伝導率
kcal/mh°C ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

一方、 $q_2(x)$ は前出の式(6)で表わされる。

さて、 $q_1(x)$ と $q_2(x)$ の値の大小について比較して見ると、

$q_1(x) > q_2(x)$ のときは、開口部内 x 点の凍土は成長し、 x 点の水流幅の a は縮小に向かう。

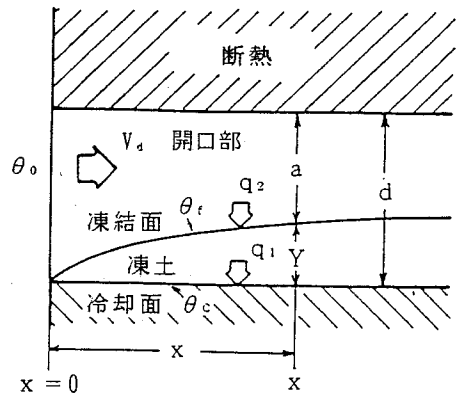


図-6 解析モデル

$q_1(x) < q_2(x)$ のときは、開口部内 x 点の凍土は減退し、 x 点の水流幅の a は拡大に向かう。

$q_1(x) = q_2(x)$ のときは、開口部内 x 点の凍土は平衡状態となり、 x 点の水流幅の a は現状を保つ。

ここで、

L ; 土の凍結潜熱 kcal/kg ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$)

ρ_1 ; 凍土の単位体積重量 kg/m^3

とすると

$q_1(x) \neq q_2(x)$ のときの開口部内凍土の成長速度 $\xi(x)$ m/h ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) は、 $q_1(x)$ と $q_2(x)$ の取得熱量差を、凍土の単位体積当たりの凍結潜熱量で割ることにより得られるから、経過時間を t h (s) にとると、式(6)、式(11)より $\xi(x)$ の値は、

$$\xi(x) = \frac{dY}{dt} = \frac{q_1(x) - q_2(x)}{L \cdot \rho_1}$$

$$= \frac{1}{L \cdot \rho_1} \left[(\theta_t - \theta_0) \frac{\lambda_1}{Y} - (\theta_0 - \theta_t) \frac{\lambda_2 \cdot C_x}{\sqrt{\pi} \cdot a} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \left[e^{-\{n \cdot C_x\}^2} - e^{-\{(n+1) C_x\}^2} \right] \right] \quad (12)$$

となる。

ここで、 a を変数にとれば、

$$Y = d - a, \quad \therefore dY/da = -1$$

となる。

ここで、

$$t = t_1 \text{ のとき } a = a_1$$

$$t = t_2 \text{ のとき } a = a_2$$

とすると、式(12)より

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = L \cdot \rho_1 \int_{a_2}^{a_1} \left[(\theta_t - \theta_0) \frac{\lambda_1}{d-a} - (\theta_0 - \theta_t) \frac{\lambda_2 \cdot C_x}{\sqrt{\pi} \cdot a} \right] \frac{da}{-1}$$

$$\cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[e^{-\{n \cdot C_x\}^2} - e^{-\{(n+1) C_x\}^2} \right]^{-1} da \quad (13)$$

となる。

式(13)は、x点において初期値 t_1 、 a_1 を与えたとき、任意時点 t_2 での水流幅の a_2 を与える計算式である。

式(13)で、右辺の被積分項の分母が正の場合は、 $a_1 > a_2$ となり、開口部内の凍土は成長過程をとる。逆に、負の場合には、 $a_1 < a_2$ となり、開口部内の凍土は解凍過程をとることになる。

今、

$$b = \frac{a}{d}, \quad P = \frac{d}{\sqrt{\kappa_2 \cdot x / \nu}}, \quad (C_x = P \cdot b)$$

とおくと、

$$da = d \cdot db$$

となる。

ここで、

$$b_1 = \frac{a_1}{d}, \quad b_2 = \frac{a_2}{d}$$

とすると、式(13)は、

$$(t_2 - t_1) = L \cdot \rho_1 \cdot d^2 \int_{b_2}^{b_1} \left[\frac{\lambda_1}{1-b} (\theta_t - \theta_c) - (\theta_o - \theta_t) \right. \\ \left. \cdot \frac{\lambda_2 \cdot P}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[e^{-\{n \cdot C_x\}^2} - e^{-\{(n+1) C_x\}^2} \right]^{-1} \right] db \quad (14)$$

となる。

(2) 開口部内地盤に平衡凍土面が形成される条件

式(14)で、 $t_2 \rightarrow \infty$ となるときは、右辺の被積分項の分母が零となる場合であって、この条件のとき開口部内

のx点の凍土は平衡状態となる。以下、このような状態の凍土面を平衡凍土面と呼ぶこととする。従って平衡凍土面が形成される条件式は、

$$\frac{\theta_t - \theta_c}{\theta_o - \theta_t} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\pi} = (1-b) P \cdot M \quad (15)$$

である。

上式で、 $\kappa_3 = \lambda_2 / (C_w \cdot \rho_w)$ で表わし、 $\kappa_2 = \lambda_2 / (C_2 \cdot \rho_2)$ を考慮すると、Pはまた、下記で表わされる数値である。

$$P = d / \sqrt{\kappa_3 \cdot x / V_d} \quad (16)$$

また、Mは、

$$M = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[e^{-\{n \cdot C_x\}^2} - e^{-\{(n+1) C_x\}^2} \right] \quad (17)$$

である。なお、式(15)を満足するPを P_{crit} で表わす。

式(14)を使い、計算定数として、 $\theta_t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$ (273.2K)、 $\theta_c = -20 \text{ } ^\circ\text{C}$ (253.2K)、 $d = 0.4 \text{ m}$ をとり、容積含水率 $0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の土の熱定数¹⁰⁾を用いた計算例を図-7に示す。

Pの値が P_{crit} (本計算例では、5.909の数値)を境界として、 $P < P_{crit}$ であれば曲線は、 $b = 0$ に到達して凍結閉塞を完了するが、 $P > P_{crit}$ であれば、凍結閉塞は行われずに平衡凍土面が現われる。

P_{crit} に対応するbの値を、 b_{crit} で表わすと、この値は、本計算例では、0.3152である。

4. 式(14)についての考察

式(14)を見て分かることは、式の性質を支配しているのは、被積分関数の分母である。よって、同式分母の第2項の級数から吟味してみる。

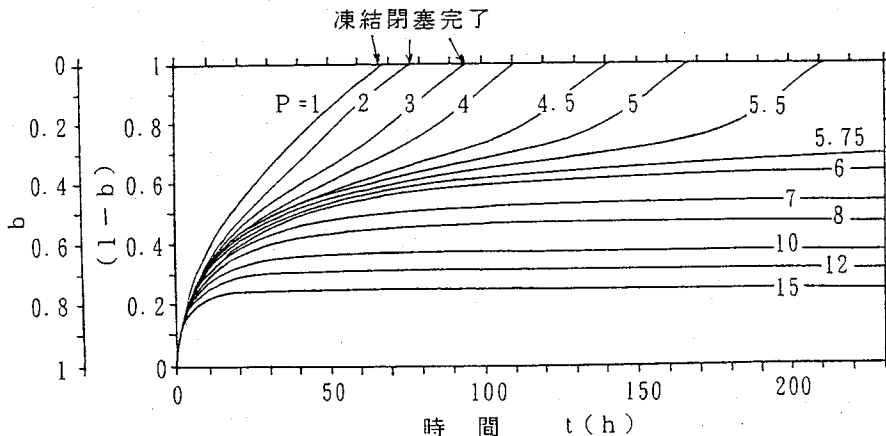


図-7 水流の存在する平板状間隙の凍結進行状況

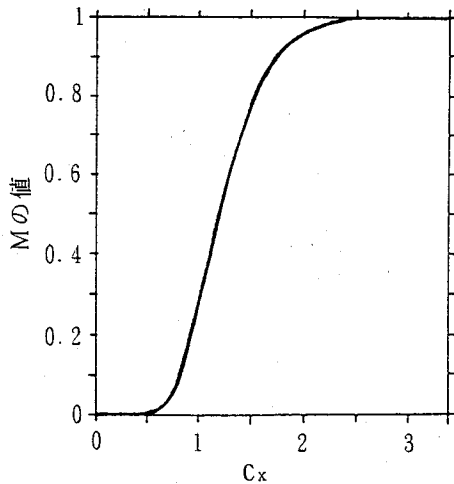


図-8 級数 M の値

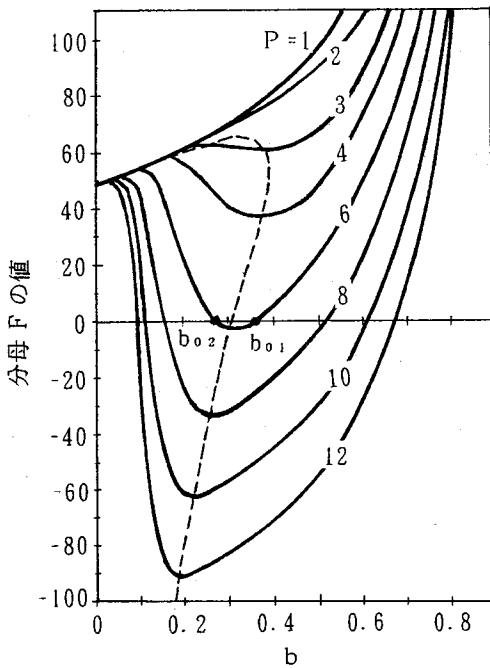


図-9 分母 F の値

(1) 級数 M の性質について

式(17)によって、表わされる級数 M は、図-8 で示す様に、グラフは S 形状で、 $C_x (= P \cdot b)$ の値が、大略 2 を境として、小さくなると、級数 M の値は、急激に減少して 0 に向うが、反対に C_x の値が、2 より大きくなると、 C_x の増加につれて、M の値は、やゝ緩慢に増加して行き、1 に収斂する性質を持っている。

表-1 計算定数 (図-9 に対するもの)

記号	計算定数	備考
θ_t	0°C (273.2K)	開口部の凍土表面温度
θ_o	16°C (289.2K)	通常の地下水温度
θ_e	-20°C (253.2K)	凍結工での標準冷却温度
λ_2	1.410 kcal/mh°C (1.640 W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)	容積含水率 0.5 m ³ /m ³ の地盤の熱伝導率の値 ¹⁰⁾
λ_1	2.415 kcal/mh°C (2.809 W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)	上記地盤の凍土の熱伝導率の値 ¹⁰⁾

(2) 被積分関数の性質について

式(14)の被積分関数、特にその分母の挙動について吟味する。式(14)の分母を、F で表わすと、

$$F = (\theta_t - \theta_o) \frac{\lambda_1}{1-b} - (\theta_o - \theta_t) \frac{\lambda_2 \cdot P}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{-\{n \cdot C_x\}^2}{e} - \frac{-\{(n+1) C_x\}^2}{e} \right] \quad (18)$$

である。

b を変数に、P をパラメーターとし、計算定数を表-1 の数値にとり、計算した結果を図-9 に示す。

図より、F は、大略 P > 3 では、下に凸の曲線群を構成し、それぞれの曲線は、F について極小点を一個持っていることが分かる。図-9 での破線は、各曲線の極小点を連ねたものである。図より、F の曲線が、F = 0 の横軸と交叉する場合には、この交点は、曲線毎に 2 個あることが分かる。

一方、数値計算の結果によれば、F = 0 の横軸に接する F 曲線は、 $P = P_{crit} = 0.5909$ のものである。

従って、

$P < P_{crit} (= 0.5909)$ の曲線群は、常に $F > 0$ である。

$P > P_{crit}$ の曲線群は、F = 0 の点を常に 2 個持つ。

$P = P_{crit}$ の曲線は、F = 0 の点を、只 1 個持つ。

さて、式(14)の積分式をみると、分母 F が正の場合には $b_1 > b_2$ で、 $(t_2 - t_1) > 0$ となる。すなわち、時間の経過につれて、b の値が減少して行く。換言すれば、凍結が進行中であることを示している。

分母 F が零となれば、被積分関数は無限大となり、 $(t_2 - t_1) \rightarrow \infty$ となる。すなわち、この b の値が平衡凍土面の位置を示すことになる。

前述の様に、このような b の値は大小 2 個あり、大きい方より、 b_{o1} 、 b_{o2} とする。今、 $b_1 > b_2 > b_{o1}$ とすると凍結が進行し、 b_2 が b_{o1} に接近すると、凍結の進行は停滞し、 b_2 は b_{o1} を越えることはない。しかし、このような状況のときに、水流速が低下して、P が減少するか、

或いは θ_c が低下するとかして、F曲線が、 $F=0$ の横軸より上部に移動すると、 $F=0$ を満足する点かなくなるので、凍土は成長を再開し、 b は b_{01} を越えて減少に向かい、最終的には、 $b=0$ 、すなわち、凍結閉塞に至る。 b が減少して、 $b < b_{02}$ となれば、冷却条件が以前の状態に戻っても、既に、 b_{02} の閘門を通過しているので、その後は障害なしに凍結閉塞に向かうことができる。

文献¹¹⁾によれば、冷却面が一つで、その上部の地盤中に水流が存在する場合には、平衡凍土面は必ず存在し、その数は1個であったが本文の様に一對の冷却面で挟まれた地盤中を水が流れる場合には、平衡凍土面が存在する場合と、存在しない場合の二通りに分かれる。後者の場合は、凍結閉塞が行われるため、平衡凍土面を持たない。一方前者の場合には、通常二個の平衡凍土面を持つことが分かった。この様な、二個の平衡凍土面が存在する現象は、次の様に説明することができる。

凍土の成長により、凍結面へ供給される冷却熱量は、凍土中を通過する熱抵抗が増加するため減少して行き、ある凍土厚みを持つ凍結面位置で、冷却熱量と水流よりの加熱量とが、バランスして平衡凍土面が形成される。この位置が、凍土厚みの薄い側の平衡凍土面 b_{01} である。

さて、ここで次の様な思考実験を試みる。すなわち、凍土の厚みを b_{01} を越えて増加させてゆくのである。そうすると通過水量は、水流幅に比例して減少するので、凍結面によって冷却される水流の温度は低下していき、このことは、水流から、凍結面へ供給される加熱量が減少することを意味している。

凍土厚みが増加してゆくと、これに起因する、凍結面への冷却熱量の減少の割合は、水流から凍結面へ供給される加熱量の減少の割合よりも小さくなることが期待される。

この様にして、凍土厚みが b_{02} を越えると、凍結面での熱収支は、冷却熱量が、加熱量に打ち勝つ様になり、凍結が進行してゆくものと考えられる。

(3) 開口部内地盤の凍結閉塞可能な条件

開口部内地盤の平衡凍土面の位置は、式(15)を用いて求めるが、今、計算定数として表-1のものを使用し、 θ_c には、種々の値をとって、 $b \leftrightarrow P$ の関係を計算した例を図-10に示す。

このグラフは、 θ_c をパラメーターにとり、横軸に b の値を、縦軸に P の値をとって、平衡凍土面の位置を表わしたものである。図より、 b が1と、0点で P が無限大の値となり、パラメーターの θ_c の温度が上昇するにつれて、下に凸の曲線は下方に移動して行くことが分かる。前章3.(2)での表示と同様に、曲線の P の最低位置を示す極点位置の b の値を、 b_{crit} とし、これに対応する縦座標の P の値を P_{crit} で表す。計算モデルの P が

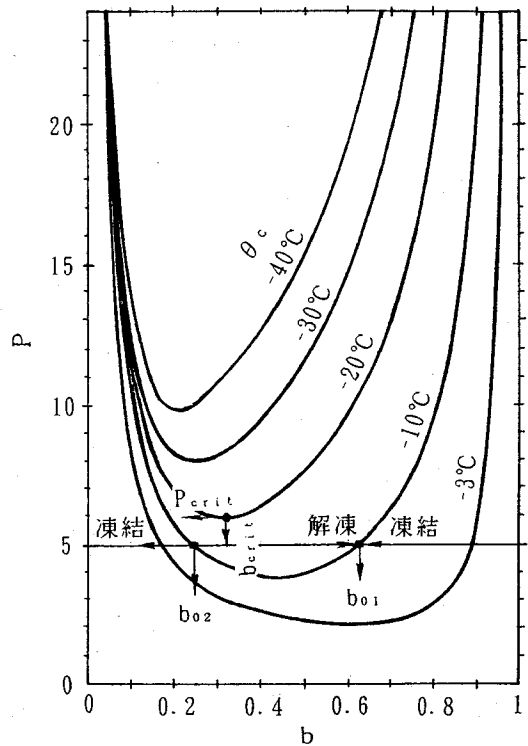


図-10 平衡凍土面の位置を求めるグラフ

P_{crit} より小さければ、平衡凍土面は存在しないが、 P が P_{crit} を越えると、平衡凍土面が現われてくる。

平衡凍土面が存在する場合でも、 θ_c を下げることによって、新しい P_{crit} が計算モデルの P を上回る様になれば、平衡凍土面は消滅し、凍結は順調に進行することになる。

次に、 b が元の θ_c に対する第2の平衡凍土面位置の b_{02} を越えた時点では、 θ_c を元の冷却面温度に戻しても、今度は閉塞完了まで何ら支障なく凍結を進行させることができる。図-10で例をあげて説明すると、 $P=5$ のモデル条件で、冷却面温度が $\theta_c = -10^\circ\text{C}$ の場合には、 b は $b_{01}=0.6205$ の位置が第1の平衡凍土面となり、凍土の成長はこの位置で停止する。

そこで、 $\theta_c = -20^\circ\text{C}$ まで下げると、 -20°C の曲線では、 $P_{crit}=5.909$ でモデルの条件値の $P=5$ では、平衡凍土面は存在しないため、凍結は閉塞完了まで進行して行くことになる。

$\theta_c = -10^\circ\text{C}$ の場合の第2平衡凍土面位置の $b_{02}=0.2332$ を越えた所で、 θ_c を $-20^\circ\text{C} \rightarrow -10^\circ\text{C}$ と元の冷却面温度に戻せば、 b が $b_{01} \rightarrow b_{02}$ の障害区間を通過しているため、今度は $\theta_c = -10^\circ\text{C}$ でも凍結は進行して凍結閉塞を成就することができる。

図-10より、 θ_c の値の異なった各曲線の P_{crit} 、

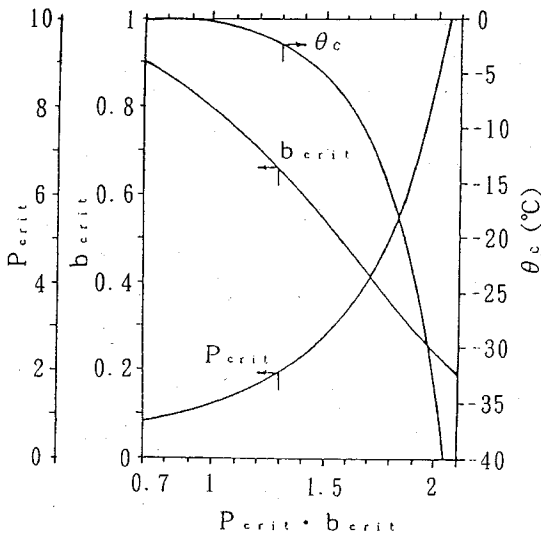


図-11 凍結閉塞 possible の限界値

b_{crit} の値が求まるが、これら相互の関係は、1個の数値が定まれば、他の数値は必然的に決定されるものである。計算定数として、表-1のものを使用したときのこれら各要素間の関係を示したものが図-11である。

図-11を利用すれば、 θ_c 、 P_{crit} 、 b_{crit} 、 $P_{crit} \cdot b_{crit}$ の関係が即座に読みとれて便利である。

以上述べた様に、凍土壁が凍結閉塞不能の場合には、2個の平衡凍土面を持つことが分かったが、このことは、文献²⁾の中で“不完全密閉型の凍土壁の凍結閉塞”の場合にも同様の現象が見られるのは、興味深いことである。

5. 実施工への応用例

ここでは、前章までに展開した理論を活用して、実施工の事象を検討する。

シールドの急曲線部防護工としてのG現場(曲率15R)凍結工の施工例について適用計算を行うに当たって、この凍結工の概略図を図-12に示す。施工場所は、対象地盤が砂礫層であり、その中に地下水流速の大きな層があり、凍土の造成中に、この部分の凍結が阻害されて、凍結の閉塞が完成しなかった。そこで、この対策として、地下水流の上流側凍土壁の外側に、粘土溶液を穿孔注入した。また、注入孔には、増打凍結管を埋設し、地下水流速の低減と、冷却力の強化を計った。これらの対策により、最終的には連続した凍土壁を造ることができたが、凍結の閉塞が難行したのは曲線部のほぼ中央付近で、この部分にあるNo.944測温管の(GL-10m)の測温点が0°C

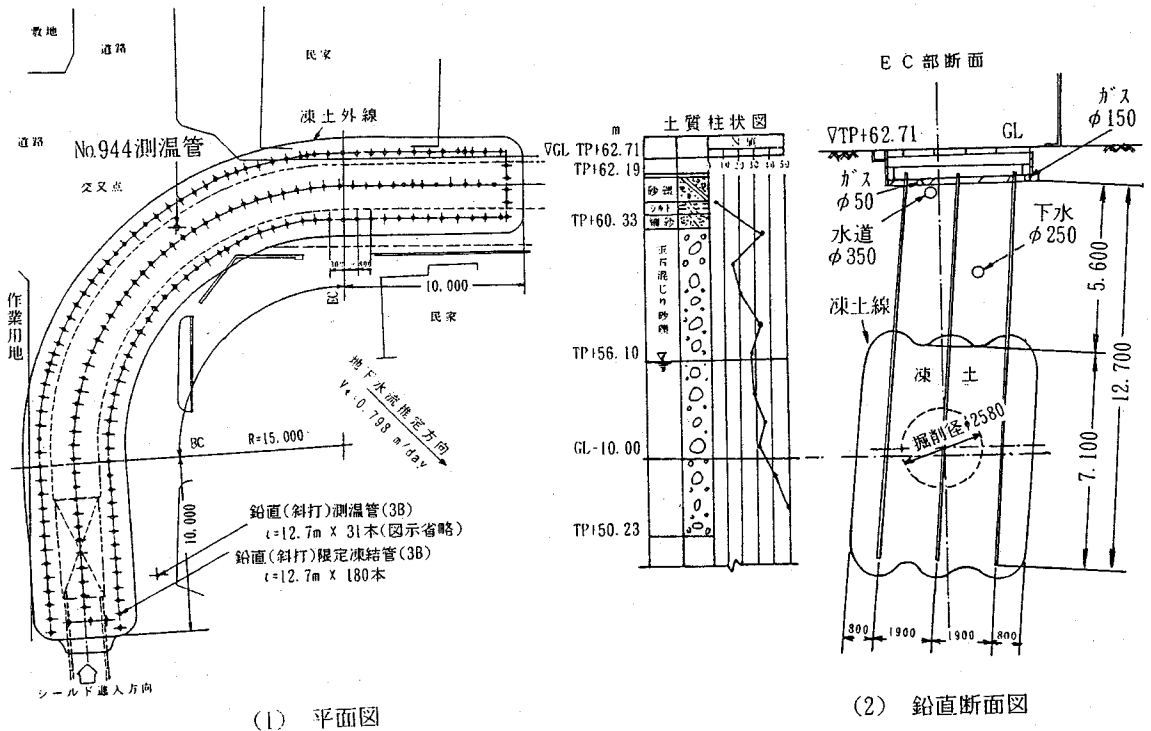


図-12 G現場曲線部凍結工

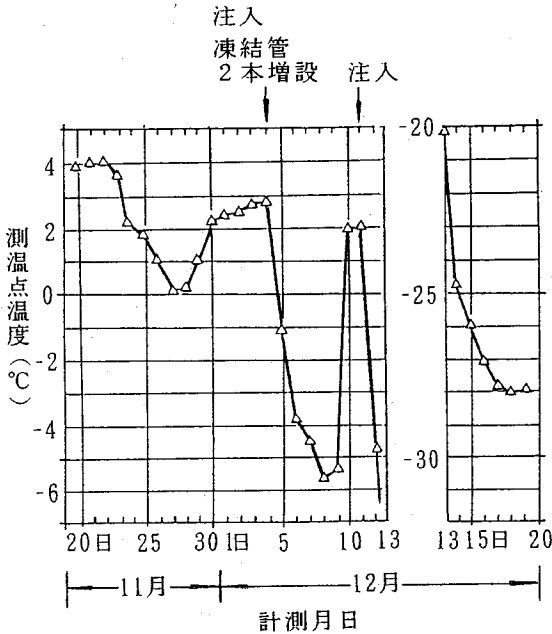


図-13 No.944 測温管の(GL-10m)の測温点の温度経過

以上の温度で停滞して、容易に下がる気配を示さなかった。この状況を図-13で示す。

該点の温度は、12月1日の時点で、+2.4°C近辺で停滞しており、この様子では、凍結閉塞は望めないと判断して、12月4日の時点で、この測温管付近に粘土溶液を注入すると共に、増打凍結管2本を増設した。その結果、該点の温度が急激に低下し始めて、-5.7°Cまで下がったが、12月10日には、再び+2°Cまで温度上昇したため、12月11日に再度注入を実施した。これらの処置により、その後の温度経過は順調に下降を辿り、12月13日には-20°Cに、12月18日には-28°Cを計測した。

これらの測温状況から、“水みち”が完全に閉塞したものと推定できた。

以下、この現場に適用した計算を2例掲げる。

(1) 開口部地盤の温度による、水流部の地下水流速及び透水係数の推定

図-13で、No.944測温管の(GL-10m)の測温点が+2.7°Cで停滞していた12月4日の時点で、本研究の解析結果を適用して検討する。

この場合の解析モデルとして、図-14に示すものを考える。

現場の条件に適合する様に、計算定数を表-2の数値に選ぶが、測温点の温度は開口部を流れる水流の平均温

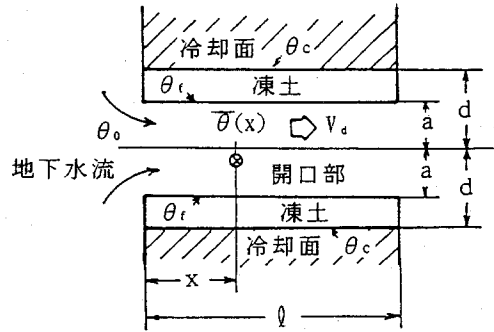


図-14 解析モデル

表-2 計算定数 (図-14に対するもの)

記号	計算定数	備考
$\bar{\theta}(x)$	+2.7°C (275.9K)	測温点の温度 (水流の平均温度)
d	0.4m	凍結管埋設ピッチの1/2の値
l	3.8m	外側凍結管列間隔の数値
x	1.4m	測温点の開口部入口からの距離
C_w	1kcal/kg°C (4187J•kg ⁻¹ •K ⁻¹)	地下水の比熱の値
ρ_w	1000kg/m ³	地下水の単位体積重量の値
θ_0	16°C (289.2K)	地下水の開口部入口温度
θ_c	0°C (273.2K)	開口部の凍土表面温度
λ_2	1.410 kcal/mh°C (1.640 W•m ⁻¹ •K ⁻¹)	容積含水率0.5m ³ /m ³ の地盤の熱伝導率の値 ¹⁰⁾
λ_1	2.415 kcal/mh°C (2.809 W•m ⁻¹ •K ⁻¹)	上記地盤の凍土の熱伝導率の値 ¹⁰⁾

度とみなすことにする。

これより、

$$\kappa_3 = \frac{\lambda_2}{C_w \cdot \rho_w} = 0.00141 \text{ m}^2/\text{h} \quad (3.917 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$$

$$\frac{\bar{\theta}(x)}{\theta_0} = \frac{2.7}{16} = 0.1688$$

さて、図-4より、上記の数値に対応して

$$C_x = P \cdot b = 1.26$$

の値が求められる。

$P \cdot b$ は、また、式(16)より

$$P \cdot b = a \sqrt{V_0 / (\kappa_3 \cdot x)} \quad (19)$$

となる。

次に、この開口部が凍結閉塞しない条件を検討する。
 この場合には、開口部内には平衡凍土面が形成されるが、今 $P, b \rightarrow P_{crit}, b_{crit}$ と仮定すれば、図-11を利用することができる。

$P_{crit} \cdot b_{crit} = 1.26$ として、図-11より P_{crit} 及び b_{crit} の値は、

$$P_{crit} = 1.84, \quad b_{crit} = 0.678$$

とそれぞれ求めることができる。

これより、限界水流幅 a_{crit} m は、

$$a_{crit} = d \cdot b_{crit} = 0.4 \times 0.678 \\ = 0.2712 \quad (2a = 0.5424\text{m})$$

一方、式(19)を参考にすると、 V_d の値は、

$$V_d = \left(\frac{P_{crit} \cdot b_{crit}}{a_{crit}} \right)^2 \cdot \kappa_3 \cdot x \\ = \left(\frac{1.26}{0.2712} \right)^2 \times 0.00141 \times 1.4 \\ = 0.04261 \text{ m/h} \quad (1.184 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) \\ \text{(ダルシー流速値)}$$

n_e を開口部内の地盤の間隙率 m^3/m^3 とし、水流部を流れる水の実流速値を、 V_t m/h (m/s) とすると、地盤は、地下水で、飽和されているので、 V_t の値は、

$$V_t = \frac{V_d}{n_e} \quad (20)$$

となるので、この場合の実流速値は、

$$V_t = \frac{0.04261}{0.5} \\ = 0.08522 \text{ m/h} \quad (2.367 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) \\ = 2.045 \text{ m/day} \\ \text{(実流速値)}$$

(但し、 V_t は、自然地盤の地下水流速値ではなく、開口部内の水流速値であることに注意)

ここで、開口部の水流の入口、出口にかかる、地下水の水頭高の差 ΔP m の値を

$$\Delta P = 0.1429\text{m}$$

にとると、【補遺、参照】

ダルシーの法則より、開口部内地盤の透水係数 K の値は、

$$K = V_d \frac{q}{\Delta P} = 0.04261 \times \frac{3.8}{0.1429} \\ = 1.133 \text{ m/h} \quad (3.147 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) \\ = 0.03147 \text{ cm/s}$$

と求められるが、着工前の現場の土質調査資料によれば、当該地層の透水係数の値は、 $K = 0.118 \text{ cm/s}$ となっており、計算値は、この値の1/4程度となっている。

この理由として考えられることは、計算時に、 P は

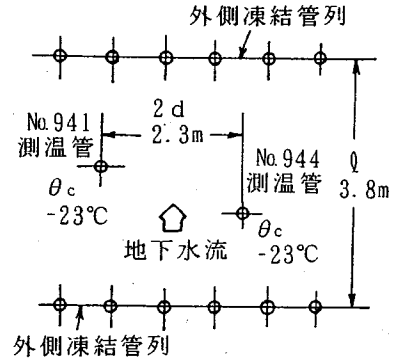


図-15 計算モデル

表-3 計算定数 (図-15に対するもの)

記号	計算定数	備考
q	3.8m	外側凍結管列間隔の数値
d	1.15m (2.3m/2の数値)	測温管埋設間隔の1/2の値
n_e	$0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$	地盤の間隙率の値 (=地盤の容積含水率の値)
λ_2	$1.410 \text{ kcal}/\text{mh}^\circ\text{C}$ ($1.640 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	容積含水率 $0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の 地盤の熱伝導率の値 ¹⁾⁰
λ_1	$2.415 \text{ kcal}/\text{mh}^\circ\text{C}$ ($2.809 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	上記地盤の凍土の熱伝導率の値 ¹⁾⁰
θ_c	-23°C (250.2 K)	No.941及びNo.944測温管の (GL-10m)の測点温度
θ_0	16°C (289.2 K)	自然地盤の地下水温度
θ_f	0°C (273.2 K)	開口部内の凍土の表面温度
C_w	$1 \text{ kcal}/\text{kg}^\circ\text{C}$ ($4187 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	地下水の比熱の値
ρ_w	$1000 \text{ kg}/\text{m}^3$	地下水の単位体積重量の値

P_{crit} の値とみなしているが、実際の P は、 $P > P_{crit}$ であるから、 $(P_{crit}/P)^2$ に比例して、計算値は実際の K 及び V_t より小さく計算される可能性があることと、施工時に地盤中には、粘土溶液の注入が行われたので、透水係数が改善されていること等があげられる。

(2) 凍土壁中の隠れた“水みち”の存在の検証

通常、凍結工での凍土の管理は、2~3mの距離間隔を置いた凍土中の点の温度計測によっている。そのため、「計測点の間に隠れた“水みち”が存在しているのではないか」との疑念が当然起こってくる。

前項の凍結工の施工現場の凍土壁で、最後まで、閉塞が停滞していた No.944 測温管の付近をとりあげて、隠れた“水みち”の存在の可能性を検討する。

凍土壁の中で、No.944 測温管の近くにあるのは、No.941 測温管であるが、問題の流水層(GL-10m)にある測温点間の距離は2.3mであった。また、測温点の温度は、共に-23°Cを保持していた。そこで、この様なデータを元にして、両測温点間に“水みち”と呼ばれる開口部が存在できるか否かを検討する。(図-15参照)

さて、開口部内に平衡凍土面が現われる限界条件は、式(15)で表わされることは既に述べた通りである。そこで、図-15を参考にして、計算定数を表-3に示す様に定める。

式(15)の関係を、上記の θ_0 、 θ_c で計算した結果が図-11で準備されているので、これを利用して $\theta_c = -23^\circ\text{C}$ に相当する P_{crit} 、 b_{crit} 等の値は、

$$P_{crit} = 6.55$$

$$b_{crit} = 0.290, (P_{crit} \cdot b_{crit} = 1.90)$$

と求められる。これより、

$$a_{crit} = d \cdot b_{crit} = 0.3335 \text{ m}$$

$$\therefore 2a_{crit} = 0.667 \text{ m}$$

式(16)より、 $P_{crit} = d\sqrt{V_d / (\kappa_3 \cdot \psi)}$ であるが、

$$\kappa_3 = \lambda_0 / (C_w \cdot \rho_w)$$

$$= 0.00141 \text{ m}^2/\text{h} (3.92 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$$

を考慮すると、

$$V_d = (6.55/1.15)^2 \times 0.00141 \times 3.8$$

$$= 0.1738 \text{ m/h} (4.828 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

(ダルシー流速値)

式(20)より、

$$V_s = \frac{V_d}{n_s}$$

$$= 0.1738/0.5$$

$$= 0.3476 \text{ m/h} [8.342 \text{ m/day}]$$

$$(9.656 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

(実流速値)

ここで、水頭高の差 ΔP を、前項(1)の場合と同様の値とし、 $\Delta P = 0.1429 \text{ m}$ にとると、

$$K = V_d \cdot \psi / \Delta P = 0.1738 \times 3.8 / 0.1429$$

$$= 4.621 \text{ m/h} [0.1283 \text{ cm/s}]$$

$$(1.284 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

すなわち、上記のKが限界の透水係数となっている。地盤の透水係数がこの値を越えると、凍結閉塞が成就しないことになる。

土質調査資料によると、当該地盤の透水係数の値は、0.118 cm/s(4.248 m/h)で、同程度の数値であるから、凍土壁の凍結閉塞の条件を充分満しているとは言いがたい。

従って、対象土層中には、粘土溶液注入を実施して、

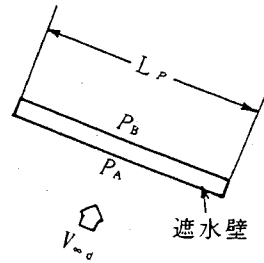


図-16 説明図

透水係数を低下させる配慮が必要と考えられる。

6. まとめ

以上の研究の成果は、次の様にまとめられる。

1. 水流の存在する地盤中の平板状開口部内の温度分布を表わす式として、式(5)を新しく導出した。
2. 上記の式(5)を使用して、開口部地盤内の凍土の成長過程を示す計算式として、式(14)を導出した。
3. 開口部内地盤に平衡凍土面が形成されるとき条件式として、式(15)を導出した。式(15)を吟味することによって、地下水流の影響下にある厚みのある凍土壁が閉塞しない条件を明らかにした。

4. 上記の凍土壁が凍結閉塞しない場合には、通常2個の平衡凍土面が存在することを示した。(図-9)

5. 施工への応用計算(二例)を例示した。

凍結工の施工で、凍土壁の凍結閉塞がいつまでも完了しないということは、施工の失敗を意味するものであって、凍結工に携わる者としては、この問題については重大な関心をよせている。今後共、理論と実際の両面より究明を重ねて行きたいものと考えられる。

【補遺】

文献⁴⁾によれば、水頭高の差 ΔP は下式によって求められる。(図-16、参照)

$$\Delta P = P_A - P_B = \frac{L_p}{K} V_{wd} \quad (21)$$

ここに、

P_A, P_B ; 遮水壁の上下流位置のそれぞれの水頭高 m

L_p ; 地下水の流れに直角方向の壁長 m

K ; 地盤の透水係数 m/h ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

V_{wd} ; 遮水壁のない場合の地下水流速 m/h ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) (ダルシー流速)

G現場の曲線部凍土壁に適用すれば、

$$L_p = 36.5 \text{ m}$$

$$K = 4.248 \text{ m/h} [0.118 \text{ cm/s}] (1.18 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$n_e = 0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ (地盤は地下水で飽和されているものとする)}$$

$$V_{\infty t} = 0.798 \text{ m/day (実流速値)}$$

(施工前の地下水流測定結果による)

$$= 0.03325 \text{ m/h} (9.236 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

よって,

$$V_{\infty d} = V_{\infty t} \cdot n_e = 0.01663 \text{ m/h (ダルシー流速値)} \\ (4.618 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

であるから,

$$\Delta P = \frac{36.5}{4.248} \times 0.01663 = 0.1429 \text{ m}$$

の値が求められる。

参考文献

- 1) 高志勤, 和田正八郎: 土壤凍結工法(I), 冷凍, 第36巻, 第408号, pp. 5, 冷凍協会, 1961.
- 2) 生頼孝博: 地盤凍結, 冷凍空調便覧[IV], 5版, pp. 382, 冷凍協会, 1993.
- 3) YA. ドルマノ, NG. トルハツク(原田千三訳): 凍結工法, pp. 103, 鹿島出版会, 1973.
- 4) 高志勤: 凍結管列の凍結結合に対する地下水流の影響について, 土木学会論文報告集, 第161号, pp. 51, 1969.
- 5) Kh. R. KHAKIMOV: *ARTIFICIAL FREEZING OF SOILS*, Theory and Practice, pp. 105~114, 1957, translated into English by Israel Program for Scientific translations Jerusalem 1966.
- 6) Hadi T. Hashemi and Cedimir M. Sliepcevic: Effect of Seepage Stream on Artificial Soil Freezing, *Journal of The Soil Mechanics and Foundation Division*, V-99-SM-3, pp. 267~289 MARCH 1973.
- 7) Giedt, W. H. (横堀ほか訳): 基礎伝熱工学, pp. 260, 丸善, 1960.
- 8) Giedt, W. H. (横堀ほか訳): 基礎伝熱工学, pp. 120, 丸善, 1960.
- 9) 武田晋一郎: 演算子法演習, pp. 88~, 培風館, 1967.
- 10) (社) 日本建設機械化協会編「地盤凍結工法」, pp. 45, 同協会発行, 1982.
- 11) 戸部 暢: 地盤凍結工法における地下水流の影響について, 冷凍第51巻, 第585号, pp. 23, 冷凍協会, 1976.
- 12) 戸部 暢: 密閉型の凍結工法施工時における凍土壁の閉塞とその判定について, 土木学会論文集, 第406号, III-11, pp. 141, 1989.

(1995. 9. 20受付)

ON THE CLOSURE OF A THICKLY FORMED FROZEN WALL UNDER THE INFLUENCE OF GROUND WATER FLOW

Noburu TOBE and Tetsuji KATOH

The freeze-closure phenomenon, under the ground water flowing the space between thickly formed frozen walls, is studied and the formula, represented frozen soil rate, is conducted.

The closure condition of each frozen wall is clarified by numerical analysis.

The existence of two equilibrium frozen fronts is indicated if the freeze-closure condition is not satisfied.

An example of this theory applied to real work is showed in this paper.