

要素変形を考慮した不連続体解析による 応力伝達, 変形, 破壊強度解析

鈴木隆次¹・浜島良吉²

¹三井建設(株) 原子力部 主任研究員(〒101 東京都千代田区岩本町3-10-1)

²工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科(〒338 埼玉県浦和市下大久保255)

本研究では、岩盤を不連続体的に取り扱いかつ微小変形を仮定した静的解析の分野において、要素の変形、要素間での滑り、開口を考慮可能な新しい不連続体解析手法を提案した。本解析手法は、ハイブリッド型仮想仕事の原理を用いて定式化を行っており、解の収束性の保証がないため、最も厳しい条件である集中荷重載荷時の変形量をチェックした。その結果数%以内の誤差で解が求められることが示され、多角形要素を用いた場合でも精度の高い解が得られることを明らかにした。また光弾性実験による不連続性模擬岩盤の応力伝達の解析と、不連続面を含む石膏供試体の二軸圧縮試験に対する解析を行い、解析手法の検証を行った。

Key Words: stress, deformation, fracture, strength, rock mass, discontinuous analysis, FEM, RBSM

1. はじめに

岩盤には通常多くの節理、断層等の不連続面が存在するため、その分布状態や特性を考慮して取り扱う必要がある。しかし、十分大きな領域で岩盤をとらえれば、模擬的に等価連続体として取り扱うことも可能である。したがって岩盤に対する解析手法として、連続体的な取り扱いと不連続体的な取り扱いの二通りの立場がある。

本研究は上記のうち、不連続体的なアプローチの立場をとる。不連続体的なアプローチにはさらに(1)大変形を考慮した動的解析、(2)微小変形を仮定した静的解析の二つの立場がある¹⁾。

(1)の立場での代表的な解析手法として、岩盤を複数のブロックに分割し、個々のブロックの動的な運動を解析するDEM²⁾、RBM³⁾、DDA⁴⁾などがある。これらは主に、岩盤の動きを定性的に予測する問題に多く用いられるが、パラメータの物理的な決定法などに課題が残されており、設計的な利用に対しては実績が少ないようである。

(2)の立場での解析手法としてはジョイント要素・結合要素を用いた解析^{5)・6)}とRBSM⁷⁾がある。ジョイント要素・結合要素を用いた解析手法は最も基本的なものであり、FEMの一要素として他の二次要素と混在して用いられ、多くの実績がある。しかし不連続面の発生・進展位置をあらかじめ予測した上で用いる必要があるため、特に三次元解析に用いるには限界があ

るように思われる。RBSMは、岩盤の破壊挙動の本質は要素境界の滑りや開口にある、という考え方に基づいて提案された解析手法である。RBSMでは要素は剛体と仮定し、要素間にバネを仮定する。岩盤の挙動はこのバネにたくわえられるエネルギーを最小化することによって求められる。自由度設定位置を要素重心に置くため、要素間バネの切断が自由に行えることから、節理系岩盤の進行性破壊解析に適している。しかし要素を剛体と仮定しているため、不連続面以外で発生する岩盤そのものの破壊などを考慮できないなどの課題が残されている。

筆者らはRBSMの考え方を基礎に、T. H. H. Pian⁸⁾、鷲津⁹⁾らによって提案されたハイブリッド型仮想仕事の原理を用いて要素、要素間バネ両方の仮想仕事を考慮し、要素の変形・破壊を考慮可能である不連続体解析手法を開発してきた^{10)・11)・12)・13)・14)・15)・16)}。本報ではその基本的な考え方についてまとめる。さらに、ハイブリッド型の変分原理に基づく解析手法は、要素境界での変位の連続性が保証されていないnon-compatible modelに基づいているので、解の収束性の保証がないという問題に対するチェックを行い、最も厳しい条件である集中荷重載荷時の変位に対して、数%以内の誤差になることを示した。最後に節理系岩盤の光弾性モデル実験の解析と不連続面を含む石膏供試体による二軸圧縮試験の解析を行い、比較することによって本解析手法の応力伝達、変形、破壊強度解析に対する有効性を検証した。

2. 定式化

(1) 変分原理

多くの有限要素法のプログラムは、式(1)に示す仮想仕事の原理に基づいている。

$$\iiint_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \iiint_V \bar{F}_i \delta u_i dV - \iint_{S_n} \bar{T}_i \delta u_i dS = 0 \quad (1)$$

付帯条件は

$$2 \delta \varepsilon_{ij} = (\delta u_{i,j}) + (\delta u_{j,i}); V \text{ 内} \\ \delta u_i = 0; S_u \text{ 上}$$

である。ここに、

σ_{ij} : 応力, $\delta \varepsilon_{ij}$: 仮想ひずみ, \bar{F}_i : 物体力
 \bar{T}_i : 境界力, δu_i : 仮想変位,
 S_u : 力学的境界条件が規定される領域
 S_n : 幾何学的境界条件が規定される領域

ここで、ひずみエネルギー関数 A の存在が保証され、物体力 \bar{F}_i 、境界力 \bar{T}_i が変分の間その大きさも方向も変化しないとき、仮想仕事の原理は汎関数 Π_p の第1変分として次式となる。

$$\delta \Pi_p = 0 \quad (2)$$

ただし

$$\Pi_p = \iiint_V (A - \bar{F}_i u_i) dV - \iint_{S_n} \bar{T}_i u_i dS$$

式(2)は S_u 上の幾何学的境界条件 $u_i = \bar{u}_i$ を満足する全ての許容しうる変位関数の中で、正解が汎関数 Π_p を停留にすることを表しており、またこれが最小値であることが証明される。 Π_p は最小ポテンシャルエネルギーの原理の汎関数と呼ばれる。変位関数が最小ポテンシャルエネルギーの許容関数であるためには、

- (a) 要素領域内で連続
- (b) 隣接境界面で隣接要素の変位関数と連続
- (c) 幾何学的境界条件を満足する

となるように選ばれる必要がある。

上記(a), (b), (c)の条件を満足するように選んだモデルは、compatible modelと呼ばれている。compatible modelの場合の有限要素法では、要素数 N のときのメッシュ分割が要素数 $N+1$ のときのメッシュ分割の特別な場合となるならば、正解とcompatible modelの解の差は N の増加につれて単調に減少してゆく(鷺津 1972)。しかしこれだけでは正解への収束は保証されず、Pian (1970)によれば、要素サイズが無小となった極限において、変位関数が

- 1) 全ての剛体変位を表していること。

2) 全ての一様な応力状態(一定ひずみ条件)を表していること。

3) 要素境界で連続であること。

の3条件を満たすことが、収束のための十分条件を与える。このうち、条件1), 2)は収束のための必要条件である。条件3)を満たさないものは non-compatible modelと呼ばれ、解の収束性は保証されず、また compatible modelおよびequilibrium modelのように上解、下解公式といった誤差評価をすることができない(鷺津1972)。

平板の曲げ解析において、要素境界での変位(回転角も含めて)の連続条件を厳密に満たすことの難しさから、non-compatible modelによる解析が多くなされている。ただし、この場合でも多くのものが正解に収束することが示されている。

Pian (1970)はこうしたcompatible modelを求めることの難しさに対して、上記の条件(3)をゆるめたハイブリッド型の変分原理を提案している。

いま、要素 V_a 、 V_b を考え、これら要素境界 S_{ab} の変位を $u_i^{(a)}$ 、 $u_i^{(b)}$ とすると、前記の条件(3)は

$$u_i^{(a)} = u_i^{(b)}$$

であることを必要とする。これを境界上で厳密に満足させる代わりに、この付帯条件をLagrangeの未定乗数を用いることにより変分表示に導入すると、下記の汎関数が得られる。

$$\Pi_{PH} = \iiint_V (A - \bar{F}_i u_i) dV - \sum_{S_{ab}} \int_{S_{ab}} \lambda_i (u_i^{(a)} - u_i^{(b)}) dS - \sum_{S_n} \bar{T}_i u_i dS \quad (3)$$

ここで、汎関数 Π_{PH} の停留条件

$$\delta \Pi_{PH} = 0 \quad (4)$$

を考える。変位を受ける独立量は S_u 上で $u_i = \bar{u}_i$ という付帯条件のもとにおける $u_i^{(a)}$ 、 $u_i^{(b)}$ 、 λ_i である。

最小ポテンシャルエネルギーの汎関数が要素について考えるのに対し、ここでは全要素および、全境界について重ね合わせることになる。式(4)はハイブリッド型ポテンシャルエネルギーの原理と呼ばれる。

式(4)においてはひずみエネルギー関数の存在を仮定することになり、塑性域での存在が議論になるので、ここでは次式のようにハイブリッド型仮想仕事の原理を用いることにする。

$$\sum_{(e)} \iiint_V (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - \bar{F}_i \delta u_i) dV - \sum_{(b)} \int_{S_{ab}} \lambda_i (u_i^{(a)} - u_i^{(b)}) dS - \iint_{S_n} \bar{T}_i \delta u_i dS = 0 \quad (5)$$

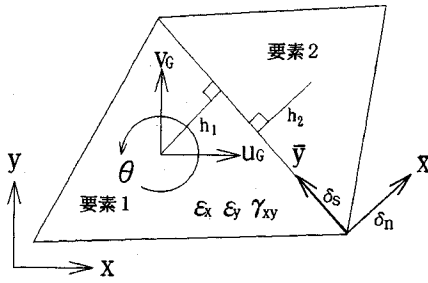


図-1 自由度の設定

この場合、応力ひずみ関係には関係なく式(5)は成立する。式(5)をガウスの発散定理を用いて変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{(e)} \iint_V (\sigma_{ij,j} + \bar{F}_i) \delta u_i dV + \iint_{S_\alpha} (\bar{T}_i - \bar{T}_i) \delta u_i dS \\ & + \sum_{(b)} \iint_{S_{ab}} \left[\left\{ \bar{T}_i^{(a)} - \lambda_i \right\} \delta u_i^{(a)} + \left\{ \bar{T}_i^{(b)} + \lambda_i \right\} \delta u_i^{(b)} \right] dS \\ & + \sum_{(b)} \iint_{S_{ab}} \delta \lambda_i \left\{ u_i^{(b)} - u_i^{(a)} \right\} dS = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

ただし

$$\bar{T}_i^{(a)} = \sigma_{ij}^{(a)} n_j^{(a)}, \quad \bar{T}_i^{(b)} = \sigma_{ij}^{(b)} n_j^{(b)}, \quad n_j^{(a)} = -n_j^{(b)}$$

これより式(6)の左辺第1, 2, 3項はそれぞれ要素内、応力境界、および要素間でのつり合い式を表し、停留条件からラグランジェの未定乗数 λ_i は要素間の応力を表すことがわかる。式(6)の最後の項は要素間での変位の連続条件を表しており、結局、式(6)は次式となる。

$$\begin{aligned} & \sum_{(e)} \iiint_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV + \sum_{(b)} \iint_{S_{ab}} \lambda_i \delta (u_i^{(b)} - u_i^{(a)}) dS \\ & - \sum_{(e)} \iiint_V \bar{F}_i \delta u_i dV - \iint_{S_\alpha} \bar{T}_i \delta u_i dS = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\iint_{S_{ab}} \delta \lambda_i (u_i^{(b)} - u_i^{(a)}) dS = 0 \quad (8)$$

式(7), (8)はそれぞれ弱形式でのつり合い式、および弱形式での要素間の変形の連続条件を表すことになる。ここで変位関数を、剛体変位を分離した形で次式のように仮定する。

$$\{u\} = [S_\alpha] \{\hat{\alpha}\} + [S_\alpha] \{\alpha\} \quad (9)$$

$[S_\alpha] \{\hat{\alpha}\}$ は剛体変位を表す。

式(9)の変位関数は各要素毎に独立に与えてさしつかえなく、要素間で変位関数が連続でなくてもかまわない。変位関数として2次元場において次式の三角形要素の

定ひずみ関数を仮定する。

$$\begin{aligned} U &= a_1 x + b_1 y + c_1 \\ V &= a_2 x + b_2 y + c_2 \end{aligned} \quad (10)$$

今、図-1に示すように自由度を要素重心点の剛体変位 u_G, v_G, θ 、要素内のひずみ $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ と設定すれば、式(10)は次式となる。

$$\begin{aligned} \{U\}_{(e)} = \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y-y_G) \\ 0 & 1 & (x-x_G) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_G \\ v_G \\ \theta \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} (x-x_G) & 0 & \frac{(y-y_G)}{2} \\ 0 & (y-y_G) & \frac{(x-x_G)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \\ &= [N_u] \{u\}_{(e)} + [N_\epsilon] \{\epsilon\}_{(e)} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで式(9), (11)より

$$\begin{aligned} [S_\alpha] \{\hat{\alpha}\} &= [N_u] \{u\}_{(e)} \\ [S_\alpha] \{\alpha\} &= [N_\epsilon] \{\epsilon\}_{(e)} \end{aligned}$$

変位関数を剛体変位と定ひずみで表すことにより、要素形状には依存しないことになる。ただし、3角形の変ひずみ要素の変位関数を用いているので、多角形要素を用いた場合、要素間に不連続が生ずる可能性がある。たとえば4角形要素を考えた場合、定ひずみ要素を仮定した変位関数では要素内のひずみはx方向、y方向の直ひずみ ϵ_x, ϵ_y とせん断ひずみ γ_{xy} のみであり、要素が台形に変形するモードを有していない。これに対しては、式(8)の連続条件を満たすようにラグランジェの未定乗数 λ_i を定める必要がある。 λ_i に関しては、式(8)を満足するように定めることも可能であるが、何らかの仮定を導入する必要があり、未知数の数が増加する。そこで要素間の変形の連続条件を別な観点から定めることにする。

(2) 応力-ひずみ関係

a) 要素内の応力-ひずみ関係

要素内の応力-ひずみ関係は次式で与えられる。

$$\{\sigma_{ELM}\} = [D_{ELM}] \{\epsilon\}_{(e)} \quad (12)$$

$$\{\sigma_{ELM}\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad [D_{ELM}] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{12} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}, \quad \{\epsilon\}_{(e)} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

平面応力場では

$$k_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad k_{12} = \frac{E\nu}{1-\nu^2}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (14)$$

平面ひずみ場では

$$k_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad k_{12} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (15)$$

である。ここでE, ν はそれぞれ、ヤング係数、ポアソン比である。

b) 要素間バネの応力-ひずみ関係

停留条件から明らかなように、 λ_i は要素間に作用する応力という力学的意味を有する。そこで要素間の応力を σ_{srg} とすれば

$$\{\sigma_{srg}\} = [D_{srg}] \{\varepsilon_{srg}\} \quad (16)$$

ただし

$$\{\sigma_{srg}\} = \begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \tau \end{Bmatrix}, [D_{srg}] = \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix}, \{\varepsilon_{srg}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \gamma \end{Bmatrix}$$

ここでひずみ $\{\varepsilon_{srg}\}$ は、差分的に相対変位 δ を要素重心点間の距離で除した値で表現するものとする。図-1に示すように要素1, 2の重心から要素境界上におろした垂線の長さをそれぞれ h_1, h_2 とすれば、

$$\{\varepsilon_{srg}\} = \frac{1}{h_1+h_2} \{\delta\} = \frac{1}{h_1+h_2} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \end{Bmatrix} \quad (17)$$

δ_n, δ_s はそれぞれ、要素境界上に垂直・平行方向の相対変位成分とする。

$[D_{srg}]$ の値については後で説明する等価バネ剛性から定めることにする。

なお、実際に解析を行う際には、解析対象を表面で拘束する必要上、重心点から境界辺までの垂線長が0の要素(境界要素と呼ぶ)が必要となる。要素間バネを構成する要素のうち、一方が境界要素である場合は、式(17)において $h_1=0$ または $h_2=0$ とすればよい。

(3) 剛性マトリックス

要素間での相対変位を計算する必要から式(11)の要素の変位関数に対し、図-1に示すように2個の要素を考え要素1, 2の変位をそれぞれ $(U_1, V_1), (U_2, V_2)$ とすると

$$\{U\}_{(b)} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y-y_{01}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (x-x_{01}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -(y-y_{02}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (x-x_{02}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{01} \\ v_{01} \\ u_{02} \\ v_{02} \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} (x-x_{01}) & 0 & \frac{(y-y_{01})}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (y-y_{01}) & \frac{(x-x_{01})}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (x-x_{02}) & 0 & \frac{(y-y_{02})}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (y-y_{02}) & \frac{(x-x_{02})}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x1} \\ \varepsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \\ \varepsilon_{x2} \\ \varepsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{Bmatrix}$$

$$= [H_u] \{u\}_{(b)} + [H_\varepsilon] \{\varepsilon\}_{(b)} \quad (18)$$

下付(b)は要素境界を考えていることを表す。要素境界上の局所座標系 (\bar{x}, \bar{y}) で表した要素1, 2の変位をそれぞれ $(\bar{u}_1, \bar{v}_1), (\bar{u}_2, \bar{v}_2)$ とおく。また、相対変位は2要素の変位の差であるから

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{v}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{v}_2 \end{Bmatrix} = [M] \{\bar{U}\}_{(b)} \quad (19)$$

と表される。

$[R]$ を座標変換マトリックスとすると、全体座標系による変位と局所座標系による変位の関係は、次式で与えられる。

$$\{\bar{U}\}_{(b)} = [R] \{U\}_{(b)} \quad (20)$$

ここに

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

であり、 α はx軸と \bar{x} 軸のなす角である。

したがって要素間相対変位は、式(18), (19), (20)より、次式で表される。

$$\{\delta\} = [B_{du}] \{u\}_{(b)} + [B_{d\varepsilon}] \{\varepsilon\}_{(b)} \quad (21)$$

ここに

$$[B_{du}] = [M][R][H_u], \quad [B_{d\varepsilon}] = [M][R][H_\varepsilon]$$

である。

以上を用いて要素内および要素間バネ、外力の仮想仕事 $\delta V_{(e)}, \delta V_{(b)}, \delta W_{(e)}$ を計算し、式(5)に代入する。要素内の仮想仕事は、式(12)より

$$\begin{aligned} \sum_{(e)} \delta V_{(e)} &= \sum_{(e)} \iint \{\varepsilon^*\}_{(e)}^T \{\sigma_{ELM}\} dx dy \\ &= \sum_{(e)} \left\{ \{\varepsilon^*\}_{(e)}^T (A_{(e)} \times [D_{ELM}]) \{\varepsilon\}_{(e)} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

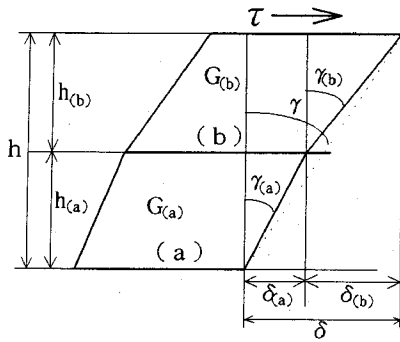


図-2 せん断による要素の変形

となる。ここに、*は“仮想”という意味を表し、 $A_{(e)}$ は要素の面積である。

要素間の仮想仕事は、式(16)、(21)より

$$\begin{aligned} \sum_{(b)} \delta V_{(b)} &= \sum_{(b)} \int \{\delta^*\}^T \{\sigma_{SPG}\} ds \\ &= \sum_{(b)} \left(\{u^*\}_{(b)}^T [k_{uu}]_{(b)} \{u\}_{(b)} + \{u^*\}_{(b)}^T [k_{ue}]_{(b)} \{\varepsilon\}_{(b)} \right. \\ &\quad \left. + \{\varepsilon^*\}_{(b)}^T [k_{eu}]_{(b)} \{u\}_{(b)} + \{\varepsilon^*\}_{(b)}^T [k_{ee}]_{(b)} \{\varepsilon\}_{(b)} \right) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} [k_{uu}]_{(b)} &= \int [B_{du}]^T [D_{SPG}] [B_{du}] ds \\ [k_{ue}]_{(b)} &= \int [B_{du}]^T [D_{SPG}] [B_{de}] ds \\ [k_{eu}]_{(b)} &= \int [B_{de}]^T [D_{SPG}] [B_{du}] ds \\ [k_{ee}]_{(b)} &= \int [B_{de}]^T [D_{SPG}] [B_{de}] ds \end{aligned}$$

外力のなす仮想仕事は、式(11)より、

$$\begin{aligned} \sum_{(e)} \delta W_{(e)} &= \sum_{(e)} \left(\iint \{U^*\}_{(e)}^T \{\bar{F}\} dx dy + \int \{U^*\}_{(e)}^T \{\bar{T}\} ds \right) \\ &= \sum_{(e)} \left(\{u^*\}_{(e)}^T \{f_u\}_{(e)} + \{\varepsilon^*\}_{(e)}^T \{f_\varepsilon\}_{(e)} \right) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \{f_u\}_{(e)} &= \iint [N_u]^T \{\bar{F}\} dx dy + \int [N_u]^T \{\bar{T}\} ds \\ \{f_\varepsilon\}_{(e)} &= \iint [N_\varepsilon]^T \{\bar{F}\} dx dy + \int [N_\varepsilon]^T \{\bar{T}\} ds \end{aligned}$$

と表される。これらを式(7)に代入し、仮想変位 $\{u^*\}$ および仮想ひずみ $\{\varepsilon^*\}$ について整理すると、 $\{u^*\}$ 、 $\{\varepsilon^*\}$ は任意であるから、以下の全体系つり合い式が得られる。

$$\begin{aligned} [K_{uu}] \{u\} + [K_{ue}] \{\varepsilon\} &= \{F_u\} \\ [K_{eu}] \{u\} + [K_{ee}] \{\varepsilon\} &= \{F_\varepsilon\} \end{aligned}$$

ここに

(1)等価バネ剛性
図-2に示すように解析対象を要素(a)、(b)に分割した場合を考え、要素(b)の上端面にせん断応力 τ が作用した場合を考える。ここではせん断場のみを考慮するが垂直応力の場合も同様である。今2つの要素(a)、(b)による変形量の和が2要素の境界にあるバネの変形量に等しい場合のバネの剛性(等価せん断バネ剛性)を考える。要素(a)、(b)の高さを $h_{(a)}$ 、 $h_{(b)}$ せん断剛性を $G_{(a)}$ 、 $G_{(b)}$ とし、せん断変位をそれぞれ $\delta_{(a)}$ 、

$$\begin{aligned} \{u\}^T &= \{\{u\}_1 \{u\}_2 \cdots \{u\}_n\} \\ \{\varepsilon\}^T &= \{\{\varepsilon\}_1 \{\varepsilon\}_2 \cdots \{\varepsilon\}_n\} \\ \{F_u\}^T &= \{\{f_u\}_1 \{f_u\}_2 \cdots \{f_u\}_n\} \\ \{F_\varepsilon\}^T &= \{\{f_\varepsilon\}_1 \{f_\varepsilon\}_2 \cdots \{f_\varepsilon\}_n\} \\ [K_{uu}] &= \sum_{(b)} [k_{uu}]_{(b)} \\ [K_{ue}] &= \sum_{(b)} [k_{ue}]_{(b)} \\ [K_{eu}] &= \sum_{(b)} [k_{eu}]_{(b)} \\ [K_{ee}] &= \sum_{(b)} [k_{ee}]_{(b)} + \sum_{(e)} (A_{(e)} \times [D_{ELM}]) \end{aligned}$$

$\{u\}$ は要素剛体変位、 $\{\varepsilon\}$ は要素内ひずみである。式(23)を解くことにより、要素内・要素間バネにおけるひずみと相対変位が求まる。

本解析手法とFEM、RBSMを比較すると、FEMでは要素内の仮想仕事のみを、またRBSMでは要素間バネの仮想仕事のみを外力のなす仮想仕事と等置するが、本解析手法では要素内・要素間の仮想仕事の和を外力のなす仮想仕事と等置することになり、解析対象全体の変形を要素間バネの変形と要素自身の変形の和として計算する。RBSM同様、要素形状の制約がなく、また自由度増加を伴わずにすべての要素境界で分離可能であるので、ジョイント要素のように挿入位置をあらかじめ予測する必要もない。さらにRBSMと異なり、FEM同様、要素の変形が考慮され、ポアソン効果など横方向変位も考慮でき、自然な変形場が得られる。

3. 要素間の変形の連続条件

本解析手法は連続体領域から不連続体領域まで一貫して解析可能な解析手法である。しかし、変分原理にハイブリッド型仮想仕事の原理を用いているので、要素間の変位の連続条件については工夫が必要である。

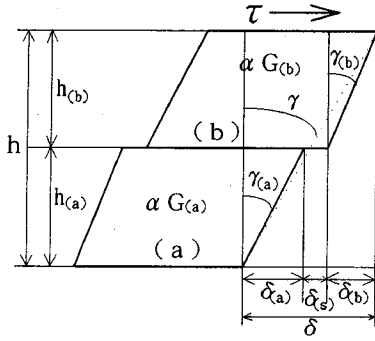


図-3 要素および要素境界のせん断変形

$\delta_{(b)}$ とする。要素(a), (b)によるせん断変位の和を δ とし、等価せん断バネ剛性を G とすれば、 $h = h_{(a)} + h_{(b)}$ であるから、

$$\tau = \frac{G_{(a)}\delta_{(a)}}{h_{(a)}} = \frac{G_{(b)}\delta_{(b)}}{h_{(b)}} = \frac{G\delta}{h} \quad (24)$$

また $\delta = \delta_{(a)} + \delta_{(b)}$ であるので、これより等価せん断バネ剛性は次式で表される。

$$G = \frac{hG_{(a)}G_{(b)}}{h_{(a)}G_{(a)} + h_{(b)}G_{(b)}} \quad (25)$$

以上の考え方より、要素間バネの弾性応力-ひずみマトリクス $[D_{SPG}]$ を表す式(16)における k_n 、 k_s は、以下のように表されることになる。

$$[D_{SPG}] = \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix}$$

$$k_n = \frac{hk_{11(a)}k_{11(b)}}{h_{(a)}k_{11(a)} + h_{(b)}k_{11(b)}} \quad (26)$$

$$k_s = \frac{hG_{(a)}G_{(b)}}{h_{(a)}G_{(a)} + h_{(b)}G_{(b)}} \quad (27)$$

ただし $k_{11(a)}$ 、 $k_{11(b)}$ はそれぞれ、要素(a), (b)の $[D_{ELM}]$ における k_{11} を示す。

(2) 要素間の変形の連続条件の考え方

ハイブリッド型仮想仕事の原理において、弱形式での要素間の変形の連続条件を表す式(8)のかわりに、次のように要素間の変形の連続条件を定める。すなわち要素内、および要素間の剛性をそれぞれ α 、 β 倍し、全変位が要素のみの変形の和に等しくなるようにする。図-3のように、要素による変形と要素間バネによる変形が同時に発生する場合を考える。前項と

同様、せん断場について検討するが、垂直応力の場合についても同様である。ここで $\delta_{(s)}$ は要素間バネのせん断変位であり、要素間バネ剛性は式(25)の等価せん断バネ剛性であるとする。今、要素(a), (b)の要素内剛性を α 倍し、要素間バネの等価バネ剛性を β 倍する。

$$\tau = \frac{\alpha G_{(a)}\delta_{(a)}}{h_{(a)}} = \frac{\alpha G_{(b)}\delta_{(b)}}{h_{(b)}} = \frac{\beta k_s \delta_{(s)}}{h} \quad (28)$$

全体の変形が図-3で示される δ と等しくなるようにすることを考える。すなわち、

$$\delta = \delta_{(a)} + \delta_{(b)} + \delta_{(s)} \quad (29)$$

ここで

$$\tau = \frac{G\delta}{h} \quad (30)$$

であるので、式(28), (29)より

$$\frac{h}{G} = \frac{h_{(a)}}{\alpha G_{(a)}} + \frac{h_{(b)}}{\alpha G_{(b)}} + \frac{h}{\beta k_s} \quad (31)$$

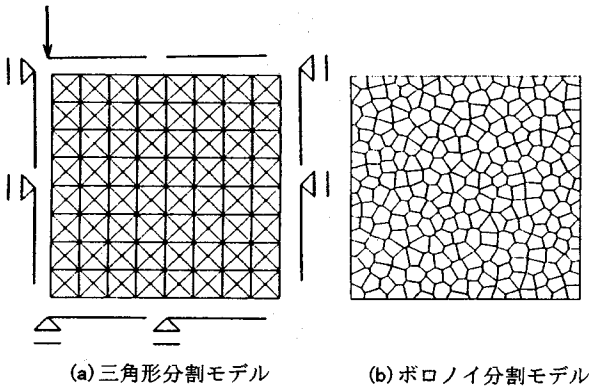
G 、 k_s に式(25), (27)を代入して整理すると、次式を得る。

$$\alpha = \frac{\beta}{\beta - 1} \quad (32)$$

(3) 剛性配分比の決定と解析精度

式(32)により要素内剛性の倍率 α は要素間剛性の倍率 β が定めれば決定できることになる。 β の決定に関しては要素内剛性に α 、要素間剛性に β を乗じた状態で、式(7)のつり合い式を解き、 β の値に関してはつり合い式を満足するものの中で、正解に最も近い変位関数が得られるように定める。

本解析手法では、三角形要素のみからなるモデルに対して、要素間バネ剛性を剛とすれば、要素間の変位の連続条件が満足されるから、FEM解析による解と等しい解が得られる。したがって、ここでは三角形要素のみからなるモデルの変形を、 $\beta = 10^3$ という条件で解析した結果を基準として、連続体の変形に対する本解手法の精度について検討した。比較対象は三角形分割モデルと要素数が等しいポロノイ分割モデルとし、要素数および β を変化させて解析を行った。図-4 (a), (b)に、要素数256の三角形分割モデルとポロノイ分割モデルを示す。荷重はモデル上左端に集中荷重として載荷した。図-5に載荷点沈下量の比較結果を示す。横軸は β の値、縦軸は $\beta = 10^3$ の時の同要素数の三角形分割モデルでの解に対する誤差である。要素数を、16, 64, 256と変化させた場合でも $\beta = 10$ の場合には誤差数



(a) 三角形分割モデル (b) ボロノイ分割モデル
図-4 変形精度の解析モデル

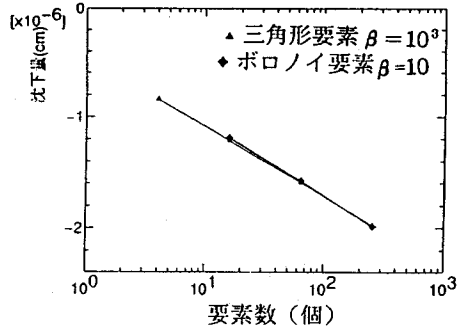


図-6 要素数に対する載荷点沈下量の変化

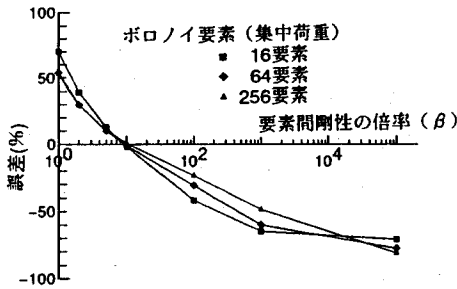


図-5 要素間剛性倍率 β と変形精度

%となることがわかる。

図-6は要素数に対する沈下量計算結果の変化を示している。ボロノイ分割モデルで $\beta=10$ とした場合と、三角形分割モデルで $\beta=10^3$ とした場合とでほぼ一致し、一様収束性が認められる。したがって本解析手法では、 $\beta=10$ とすることによって変形の誤差を理論値と数%以内の誤差に抑えることができることが示された¹⁶⁾。

この結果の一般性については議論の余地があるが、今後の検討課題とする。

(4) 要素境界に既存の不連続面をモデル化する場合

次に、あらかじめ存在する不連続面を考慮した要素間バネ剛性について検討する。図-7において、要素(a)、(b)のせん断剛性を $\alpha G_{(a)}$ 、 $\alpha G_{(b)}$ とする。今、不連続面を考慮しない場合、要素間バネのせん断剛性は βk_s 、せん断変位は $\delta_{(s)}$ である。不連続面には通常、厚さ $h_{(w)}$ 、剛性 $G_{(w)}$ がある。不連続面の存在に起因するせん断変位を $\delta_{(w)}$ とする。 $\delta_{(w)}$ をも考慮に入れた要素間バネの剛性を考え、 $k_{s(B)}$ とすれば、次式が得られる。

$$\frac{h}{k_{s(B)}} = \frac{h}{\beta k_s} + \frac{h_{(w)}}{G_{(w)}}$$

k_s に式(27)を代入すれば

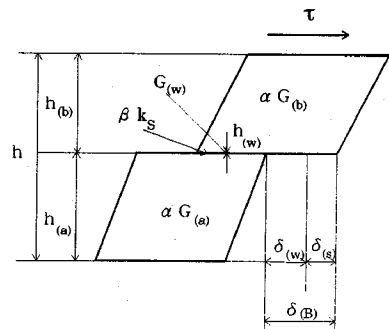


図-7 要素境界に既存の不連続面がある場合のせん断変形

$$k_{s(B)} = \frac{h}{\frac{1}{\beta} \frac{h_{(a)} G_{(a)} + h_{(b)} G_{(b)}}{G_{(a)} G_{(b)}} + \frac{h_{(w)}}{G_{(w)}}} \quad (33)$$

不連続面の厚さを $h_{(w)}$ としているが、実験等でshear bandの幅が既知であればこれを用いればよい。不連続面のせん断剛性がせん断応力-せん断変位関係で得られる場合には、 $G_{(w)} = \tau / \delta_{(w)}$ (MPa/cm)であり、 $h_{(w)} = 1$ と置けばよい。

4. 弾塑性解析

(1) 弾塑性マトリクス

塑性化後の弾塑性マトリクスは次式で与えられる¹⁷⁾。

$$[D^{\text{ep}}] = [D^e] - \frac{[D^e] \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T [D^e]}{H' + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T [D^e] \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]} \quad (34)$$

ここに、 f は降伏関数であり、また

要素間バネ： $[D^e]=[D_{SPG}]$

要素： $[D^e]=[D_{ELM}]$

である。また、 $\bar{\sigma}$ を相当応力、 $\bar{\epsilon}^p$ を相当塑性ひずみとすると、 H' はひずみ硬化率であり、

$$H' = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}^p}, \quad a = \frac{\bar{\sigma}}{\{\sigma\}^T \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]}$$

である。計算の簡便性を考慮して関連流れ則を採用した。

(2)降伏関数

a)要素の降伏関数

平面応力場での要素の降伏関数は、Drucker-Pragerの降伏関数を用いれば、次式となる¹⁸⁾。

$$f = \alpha(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y) + \tau_{xy}^2} - K = 0 \quad (35)$$

$$\alpha = \frac{\sin \phi}{\sqrt{3}}, \quad K = \frac{2C \cos \phi}{\sqrt{3}}$$

ここで C 、 ϕ はMohr-Coulombの直線式より得られる粘着力と内部摩擦角である。

平面ひずみ場における降伏関数としては、次式のMohr-Coulombの降伏関数を用いた。

$$f = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 - \cos^2 \phi \left[C - \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \tan \phi \right]^2 = 0 \quad (36)$$

b)要素間バネの降伏関数

要素境界が連続体部分であるか不連続面であるかによって、その位置の要素間バネの降伏関数が異なる。

要素間バネの応力は要素境界に垂直な応力 σ_n および平行な方向に関する応力 τ の、2つの表面力で与えられる。

連続体部分の降伏関数として、平面応力場ではDrucker-Pragerの降伏関数を用いる。ただし応力は σ_n 、 τ のみであるので、要素の降伏関数式(35)をそのまま用いることはできない。式(35)において $\sigma_x = \sigma_n$ 、 $\tau_{xy} = \tau$ とし、要素境界に平行な塑性増分ひずみ $d\epsilon_v$ を近似的に0として(RBSSMの場合と同様の取り扱い)、次式より σ_v を消去する。

$$d\epsilon_v = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_y} = 0$$

これより次式が得られる。

$$f = \frac{3}{2} \alpha \sigma_n + \sqrt{1 - 3\alpha^2} \sqrt{\frac{1}{4} \sigma_n^2 + \tau^2} - K = 0 \quad (37)$$

これは $\sigma_n - \tau$ 平面上における楕円を表す¹⁹⁾。

平面ひずみ場および不連続面における要素間バネの降伏関数としては、Mohr-Coulombの条件を用いた。

$$f = |\tau| - C + \sigma_n \tan \phi = 0 \quad (38)$$

(3)除荷の判定

塑性域にある要素・要素間バネに対して、以下の方法で除荷判定を行う。

$$\lambda < 0 : \text{除荷}$$

$$\lambda = \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T [D^e] \{d\epsilon\}}{H' + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T [D^e] \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]} \quad (39)$$

(4)要素間バネの引張り破壊

引張り破壊の判定条件は

$$\sigma_n = \sigma_t \quad (40)$$

とした。ここに、 σ_t は一軸引張り強度である。式(40)を満たす要素間バネは切断するものとする。

(5)要素間バネの再接触

引張り破壊後に要素が再び接触した場合、バネを切断したままでは要素どうしが重なり合ってしまう。したがって、再接触に伴い、バネ剛性を復活させる必要がある。再接触の判定条件は、バネひずみのうち要素境界に垂直な成分 ϵ_n の符号によって行う。

$$\epsilon_n < 0 : \text{再接触}$$

$$\epsilon_n \geq 0 : \text{引張り破壊}$$

再接触後のバネ剛性は弾性状態のものとし、降伏条件は連続体部分・不連続面ともにMohr-Coulomb条件式とし、 $C = 10^{-3}$ MPaとした。

(6)応力状態経路および解析フロー

応力状態経路は要素・要素間バネ双方について定義される。図-8に要素・要素間バネの応力状態の移動経路を示す。また、図-9に解析フローを示す。

5. 本解析手法における要素・要素間バネの相互作用

本解析手法では、材料特性の変化として要素の降伏・除荷、構造特性の変化として要素間バネの引張り破壊・降伏・除荷など、複雑な現象を取り扱う。ここでは実際の解析において、これらの現象が同時に発生するときの、要素・要素間バネの相互作用を調べた。図-10に示すモデルを引張りあるいは圧縮するときの、互いに隣接する要素1と要素間バネ1の相互作用を、

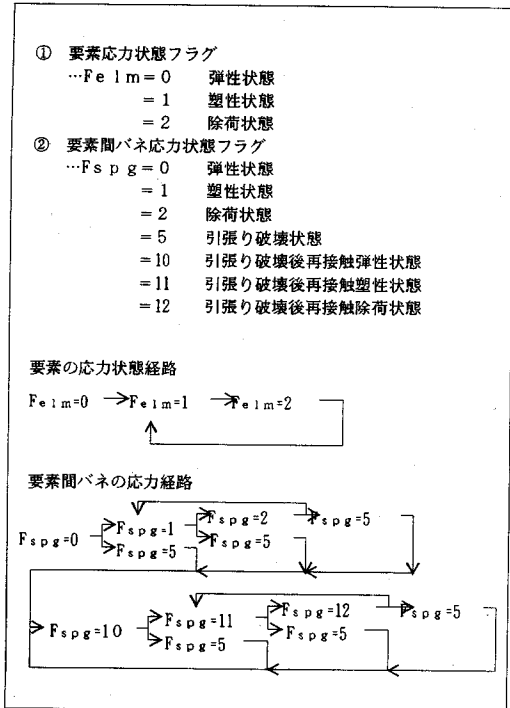


図-8 応力状態経路

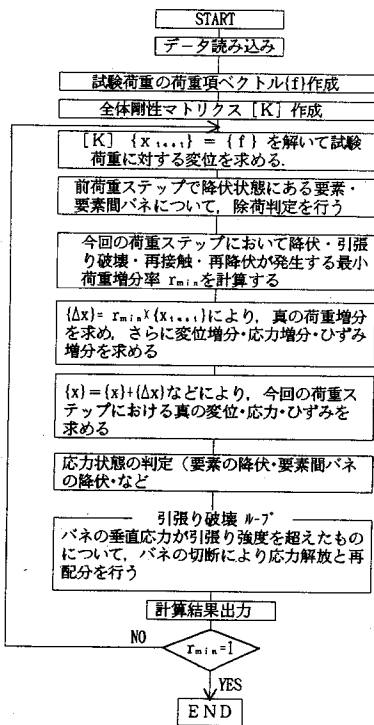


図-9 解析フロー

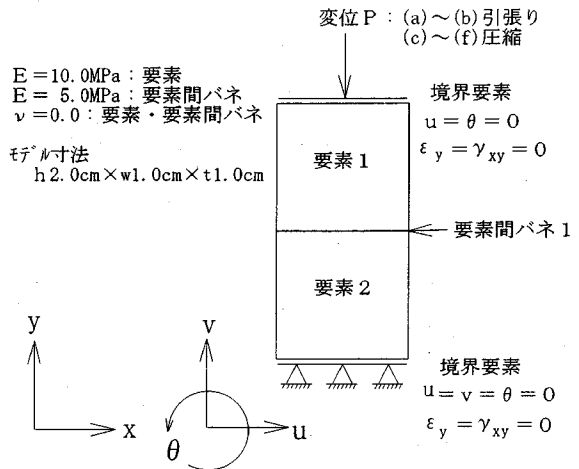


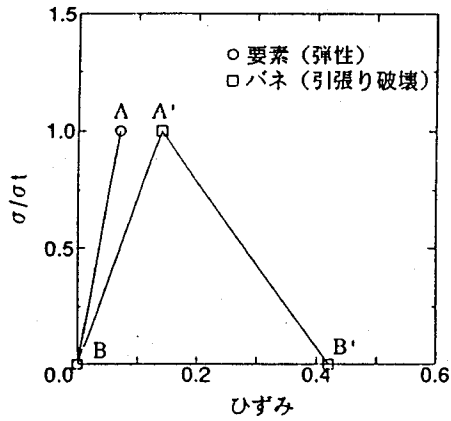
図-10 要素・要素間バネの相互作用の計算モデル

応力-ひずみ線図を用いて調べた。解析は平面応力場でを行い、要素の降伏関数は式(35)を、要素間バネは連続体部分のものとし、降伏条件式には式(37)を用いた。要素1・要素間バネ1 (以下、要素・バネと表す) について、図-11(a)~(f)の6種類の挙動について調べた。図-11(a), (b)は引張り応力場で、図-11(c)~(f)は圧縮応力場で調べた。全て引張りを正にとり、図を見やすくするため、弾性域における要素間バネの弾性係数を、要素の弾性係数の1/2とした。また、応力を一軸引張り強度 σ 、または一軸圧縮強度 σ_c で正規化して示した。また、降伏後の要素・要素間バネの相互作用を調べるため、降伏強度、ひずみ硬化率をそれぞれ適宜変化させて解析を行った。ひずみ硬化では式(34)におけるH'に正の値を用い、ひずみ軟化では負の値を用いた。図-11(a)より、要素・バネの応力がそれぞれ弾性領域のA点・A'点にあるとき、バネが引張り破壊して応力解放され、B'点に移動すると、要素の応力はB点に移動し、正しく応力解放されることがわかる。

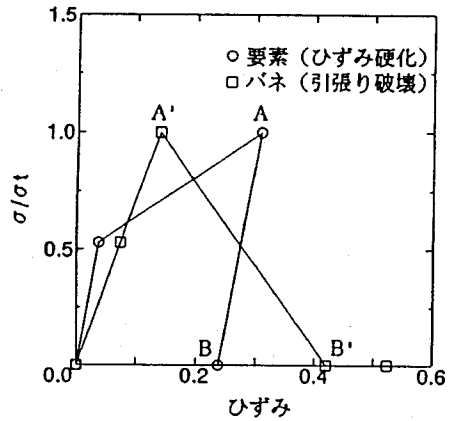
図-11(b)より、要素の応力が降伏領域でひずみ硬化状態のA点にあるとき、バネの応力はA'点にあり、つり合い状態にあることがわかる。バネが引張り破壊して応力解放されB'点に移動すると、要素は初期弾性状態と同一の剛性で除荷され、B点に移動することがわかる。

図-11(c)より、要素・バネの応力がそれぞれ弾性領域のA点・A'点にあるとき、要素が降伏してひずみ軟化してB点に移動すると、バネの応力は弾性時の経路を逆にたどって応力が解放され、B'点に移動することがわかる。

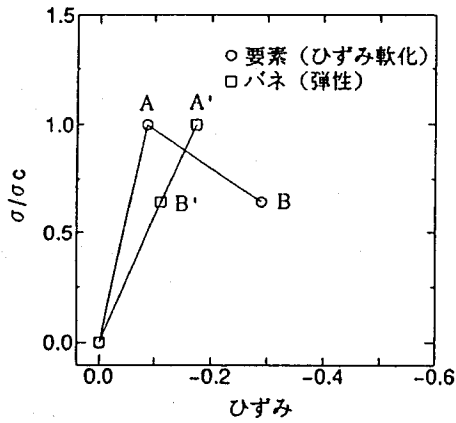
図-11(d)より、要素の応力が弾性領域のA点にあり、バネの応力が降伏領域でひずみ硬化状態のA'点にある



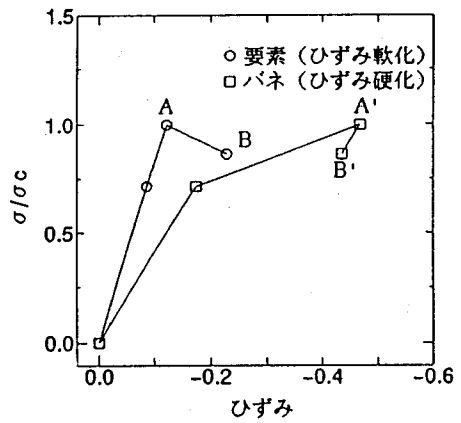
(a) 要素が弾塑性状態でバネが引張り破壊する場合



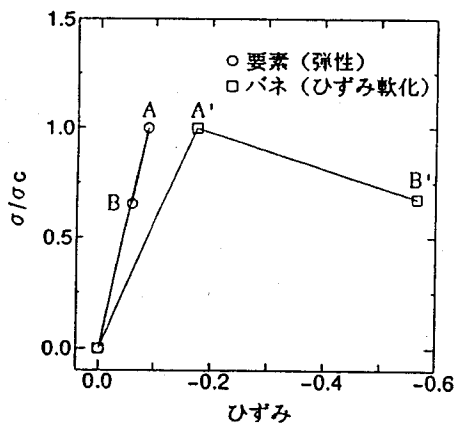
(b) 要素がひずみ硬化状態でバネが引張り破壊する場合



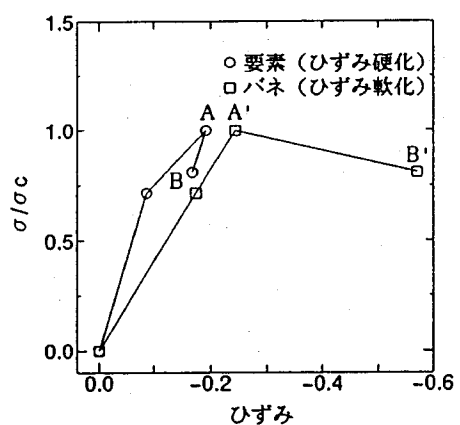
(c) バネが弾性状態で要素がひずみ軟化する場合



(d) バネがひずみ硬化状態で要素がひずみ軟化する場合

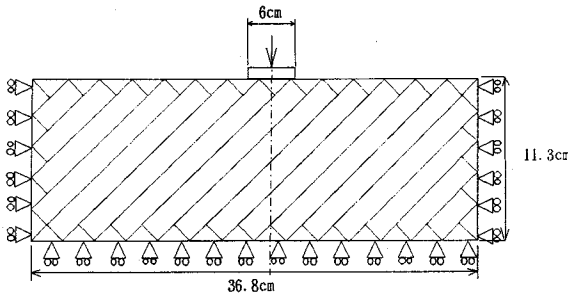


(e) 要素が弾性状態でバネがひずみ軟化する場合

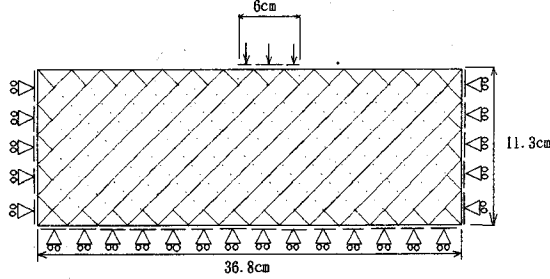


(f) 要素がひずみ硬化状態でバネがひずみ軟化する場合

図-11 弾塑性-引張り破壊時の要素・要素間バネの相互作用



(a) 光弾性実験モデル



(b) 解析モデル

図-12 節理系岩盤の光弾性モデル実験と解析

とき、要素がひずみ軟化してB点に移動するとバネは除荷され、B'点に移動することがわかる。

図-11(e)より、要素・バネの応力がそれぞれ弾性領域のA点・A'点にあるとき、バネがひずみ軟化しB'点に移動すると、要素の応力は弾性時の経路を逆にたどって応力が解放され、B点に移動することがわかる。

図-11(f)より、要素の応力が降伏領域でひずみ硬化状態のA点にあり、バネの応力が弾性領域のA'点にあるとき、バネがひずみ軟化してB'点に移動すると、要素は除荷され、B点に移動することがわかる。

以上示したように、FESMにおいては弾塑性状態と引張り破壊が混在する状態においても、要素・要素間バネが物理的に正しい挙動を示すことが明らかになった。

ここでは、再接触状態における要素・要素間バネの挙動については触れないが、これについても同様な挙動を示すことは明らかである。

6. 不連続面を有する場合の解析

前節では本解析手法において、要素と要素間バネの相互挙動が正しく表現されることが示された。本節では光弾性実験結果との比較による、不連続面におけるせん断力の伝達状態の検証を行った。また、不連続性を有する岩質材料の二軸圧縮試験結果と、本解析手法による二次元応力解析結果との比較検討を行なった。

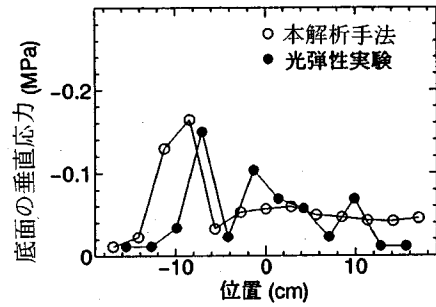


図-13 底面の垂直応力分布状態

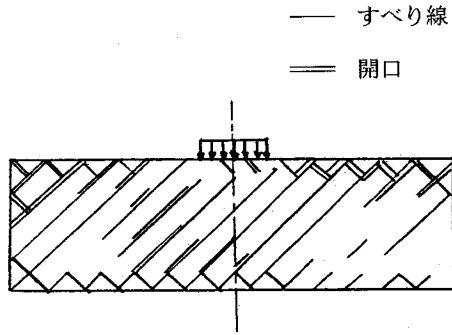
(1) 節理系岩盤の光弾性モデル実験とその解析

不連続面が存在する岩盤を模擬したモデルによる光弾性実験および本解析手法を行い、底面の反力の分布状態を比較することにより、本解析手法におけるせん断力伝達解析の妥当性を検証した。解析では、要素内は平面応力状態とし、要素間バネには式(32)の降伏関数を用いた。図-12(a)は節理角度 $\theta = 45^\circ$ の光弾性実験モデルである。板厚はすべて1 cmとし、上面中央部の幅6 cmの載荷板により、鉛直下向きの垂直応力0.287 MPaとなるまで載荷した。光弾性実験における材料物性は、ヤング率=550 MPa、ポアソン比=0.37であり、節理面のせん断剛性=28.2 MPa、内部摩擦角=15°、粘着力および引張り強度は0である。図-12(b)はメッシュ分割図である。メッシュ分割図には、節理以外の要素分割線を含んでいる。実験は節理でのすべり、亀裂の発生に着目して実施したので、解析においても要素を弾性体として扱い、要素の降伏は考慮しなかった。図-13は、解析および実験それぞれについて、底面の位置における垂直応力の分布状態を示す。横軸の0点で載荷板中心位置に一致する。低い応力レベルで若干の差が見られるが、実験値に読みとり誤差があることを考慮すると、概ね良い一致を示しているといえる。

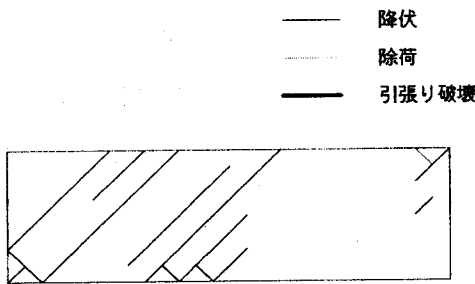
図-14(a)、(b)はそれぞれ実験および解析によって得られたすべり線図である。実験では引張り破壊による開口とすべり線が混在しているが、解析では全てすべり線である。解析では引張り強度を0にできず、正の小さな値を設定しており、その影響で引張り破壊の状態が異なると考えられるが、すべり線の状態については傾向が概ね一致しているといえる。

(2) 不連続面を含む岩質材料の二軸圧縮試験と解析

岩盤構造物内に存在する不連続面が、変形および破壊挙動にどのように影響するかを検討するため、不連続面を含む石膏供試体の二軸圧縮試験を行い、解析結

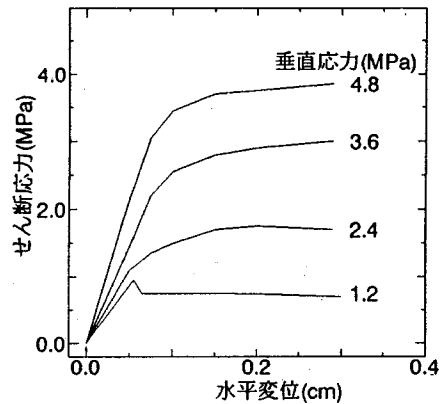


(a) 実験より得られたすべり線図

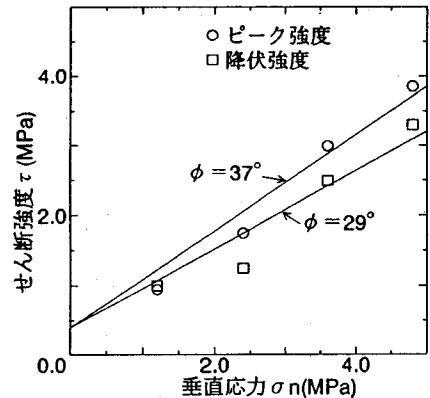


(b) 解析より得られたすべり線図

図-14 節理系岩盤の光弾性モデル実験結果と解析結果の比較



(a) 不連続面の垂直応力とせん断応力-変位関係



(b) 不連続面の内部摩擦角

図-15 岩質材料の不連続面の直接せん断試験結果

果との比較を行った。岩質材料としての石膏供試体の作成方法は、以下の通りである。

- ① 20cm×10cm×5cmの型枠に、水と石膏を1:1.6の割合で混練りし、流し込んで角柱を作成する。
- ② ダイヤモンドカッターを用いて不連続面の位置で切断する。
- ③ 切断片を再び型枠内に並べ、切断面に水と石膏を1:1の割合で混練りしたものを流し込んで接着する。

切断面の幅は0.32cmであり、ラフネスのない平滑面とした。石膏及び不連続面の物性値は、一軸圧縮試験、圧裂試験、直接せん断試験を行って調べた。図-15(a)、(b)に直接せん断試験結果を示す。表-1に物性値の一覧を示す。ここで、母材(水:石膏=1:1.6)の石膏のC・φに関しては、一軸圧縮強度($\sigma_c=14\text{MPa}$)と圧裂引張り強度($\sigma_t=2.47\text{MPa}$)の包絡線から簡便的に、次式を用いて算出した¹⁷⁾。

$$C = \frac{|\sigma_c|}{2\sqrt{m-3}}, \quad \phi = \sin^{-1}\left(\frac{m-4}{m-2}\right), \quad m = \frac{|\sigma_c|}{|\sigma_t|}$$

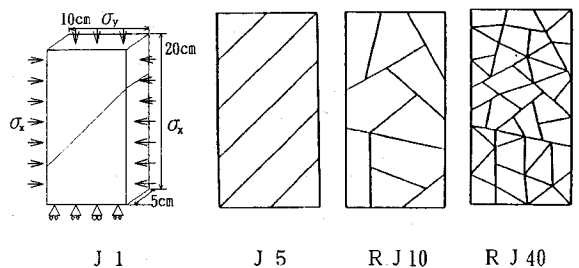


図-16 不連続面を有する岩質材料供試体

図-16に供試体の概要を示す。水平軸と45°をなす不連続面が1本および5本含まれる供試体を、それぞれJ1、J5とした。さらに不規則不連続面により10分割および40分割された供試体を、それぞれRJ10およびRJ40とした。載荷経路は、まず $\sigma_x = \sigma_y = 0.5\text{MPa}$ で拘束圧をかけた後、 σ_y を増加させた。 σ_x はプレッシャーバックにより、 σ_y は剛な載荷板によって載荷した。供試体周囲にはシリコングリースを塗布し、摩擦を軽減した。

表-1 岩質材料の物性値

水：石膏	E(MPa)	ν	C(MPa)
1：1.6	1160.0	0.25	4.3
1：1	1020.0	0.25	0.4
	歪み硬化率	σ_s (MPa)	ϕ ($^{\circ}$)
1：1.6	0.0	2.47	27
1：1	0.0	0.2	37
不連続面のせん断剛性 ($\sigma_n=4.8$ MPaで決定)		42 MPa/cm	
不連続面の摩擦角 ϕ		ピーク強度から：37 $^{\circ}$ 初期降伏強度から：29 $^{\circ}$	

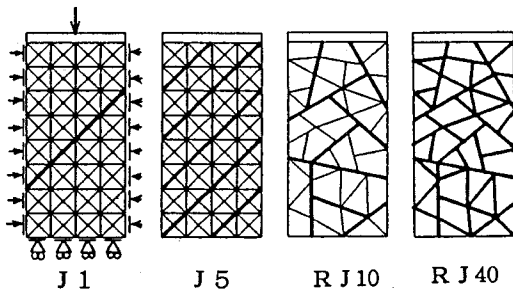


図-17 不連続面を含む岩質材料の解析モデル

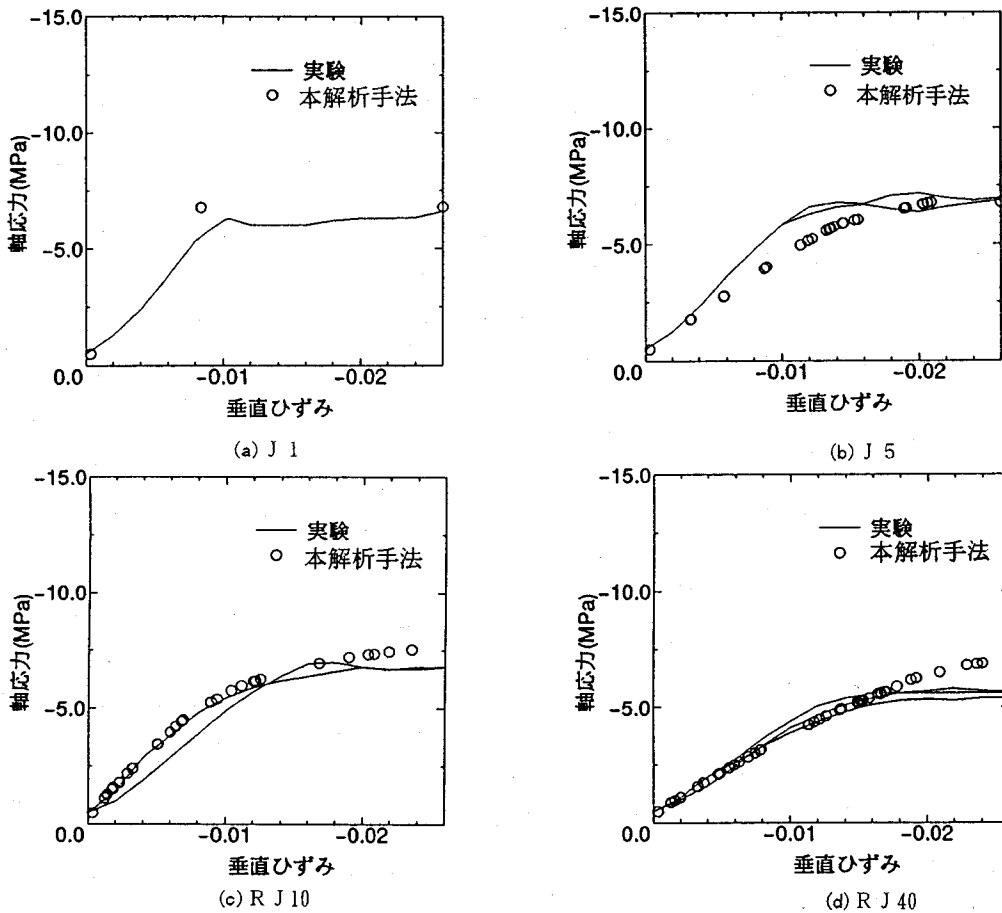


図-18 二軸圧縮試験と本解析手法による応力-ひずみ線図の比較($\phi=37^{\circ}$)

図-17に、解析モデルを示す。メッシュ分割は、不連続面の位置を考慮して行った。図中の太線は不連続面を示し、細線はメッシュ分割線を示す。モデルの左右両端と下端に、境界要素を付加して拘束を与えた。拘束は二軸圧縮試験と同様の条件とした。物性値は表-1に示す値を用いた。 ϕ はピークせん断強度から求め

た値、 $\phi=37^{\circ}$ を用いた。

図-18(a)~(d)に、二軸圧縮試験およびFESM解析より得られた応力-ひずみ線図を示す。応力は載荷板下面の全要素間バネの垂直応力の平均値を用い、ひずみは載荷板重心点の変位をモデルの高さ20cmで除して求めた。J1供試体とJ5供試体の実験結果を比較す

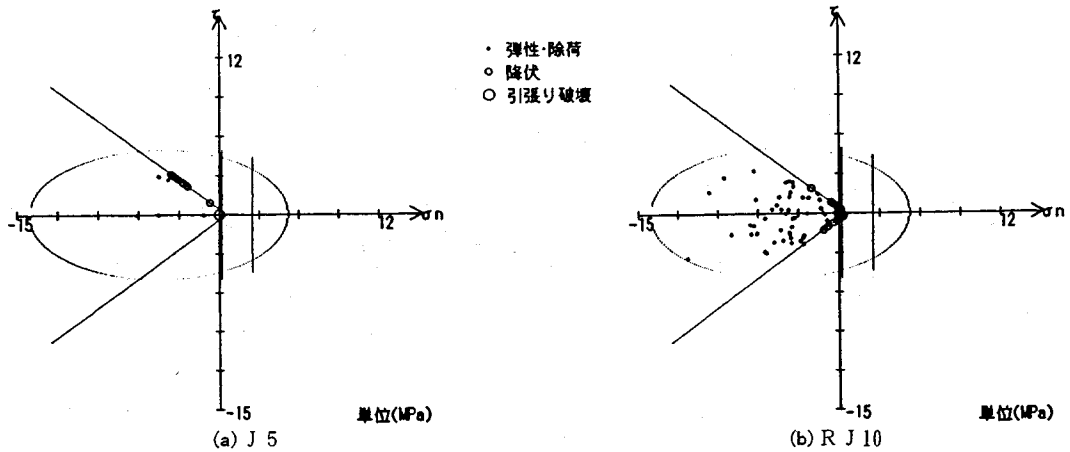


図-19 本解析手法による不連続面の応力状態($\epsilon_y = -0.015$)

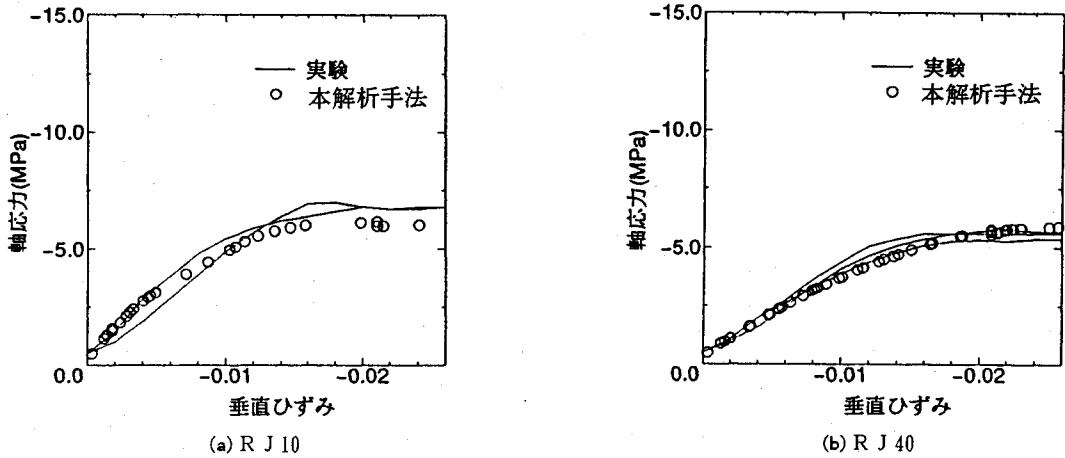


図-20 二軸圧縮試験と本解析手法による応力-ひずみ線図の比較($\phi = 29^\circ$)

ると、ピーク強度は不連続面数に影響されないが、初期弾性係数は不連続面数の増加によって、幾分低下する傾向がみられる。また、不連続面が不規則に分布するR J 10・R J 40供試体では、初期弾性係数、ピーク強度ともに、不連続面数の増加にともなって低下することがわかる。

実験と解析結果を比較すると、J 1 供試体では、初期弾性係数、ピーク強度ともに概ね一致しているが、J 5 供試体では初期弾性係数が、解析結果の方がかなり小さな値となっている。解析では側面の摩擦を完全に0としているが、実験では完全に除去することは困難であり、その効果によって初期弾性係数が高めの値になるのではないかと推定される。R J 10・R J 40供試体では、初期弾性係数はよく一致するが、ピーク強度は解析の方が15%程度高めの値となっている。以下に、その原因を検討する。図-19(a), (b)は本解析手

法より得られたJ 5 供試体とR J 40供試体における、垂直ひずみ $= -0.015$ のときの要素間バネの応力状態を示す。図中の縦線は連続体部および不連続面の引張り破壊条件であり、楕円および斜線は降伏条件である。J 5 供試体において、不連続面上で降伏状態の要素間バネは大部分が $\sigma_n \geq 2.5$ MPaの応力レベルであるのに対し、R J 40供試体では大部分が $\sigma_n \leq 2.5$ MPaであることがわかる。

解析では不連続面の ϕ を、垂直応力 σ_n に無関係に 37° としているが、降伏条件式(32)に $\sigma_n = 2.4$ MPaを代入して得られるせん断強度 $\tau = 2.2$ MPaは、直接せん断試験結果における $\sigma_n = 2.4$ MPaのときの実際のピーク強度 $\tau = 1.75$ MPaより約25%大きい。 $\sigma_n \leq 2.5$ MPaでは図-15より、 $\phi = 29^\circ$ を用いるのが適当と考えられる。

図-20(a), (b)に $\phi = 29^\circ$ とした場合のR J 10およびR J 40に対する解析結果を示す。弾性係数、ピーク

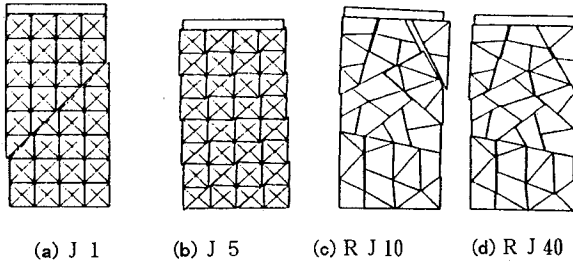


図-21 本解析手法による変形図

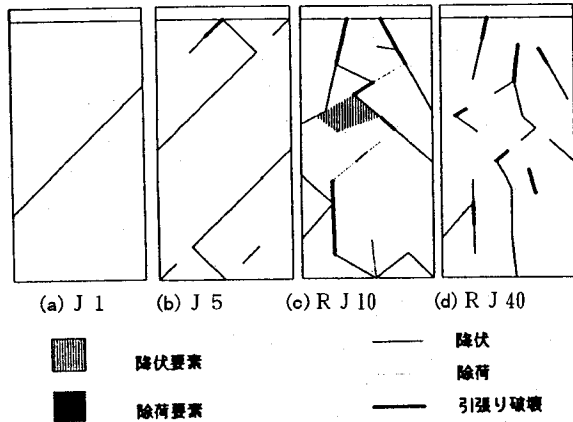


図-22 本解析手法による破壊進展図

強度とも実験結果とよく一致する。図-21, 22に変形図および破壊進展図を示す。RJ10については要素の降伏もみられることから、図-23に要素内の応力状態を示す。

以上、本解析手法による解析結果は、実験結果を精度よく再現可能であることが示された。

7. まとめ

(1)本解析手法は、要素の変形を考慮した不連続体解析手法であり、修正仮想変位法により定式化したものである。変位関数として2次元場における三角形要素の定ひずみ関数を用いているので、要素間剛性を剛とすれば定ひずみ三角形要素の有限要素解に一致する。しかし、この変位関数のままで多角形要素に適用する場合、要素の変形モードを十分含んでいない。これに対して等価剛性の概念を用いて、要素内剛性と要素間剛性の調節をすることにより、変形に対する誤差を解消することを試みた。最も厳しいと思われる集中荷重を含むチェック計算から、要素間剛性倍率 $\beta=10$ 、要素内

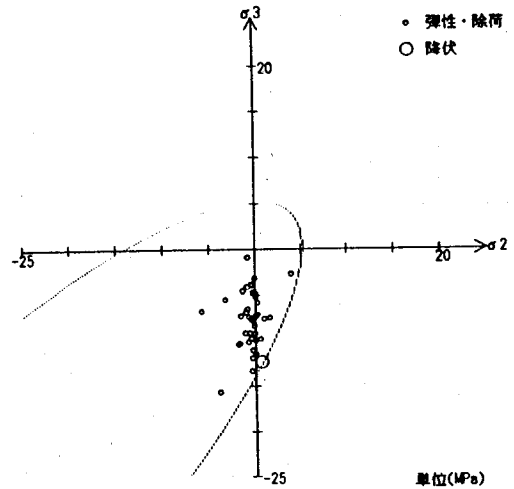


図-23 本解析手法によるRJ10モデルの要素内応力状態 ($\epsilon_v = -0.015$)

剛性倍率 $\alpha=1.11$ とすれば誤差を数%以内に納めることができることを確認した。ここで α 、 β は $\alpha=1+1/(\beta-1)$ の関係にある。

(2)基本的なモデルにより、要素及び要素間バネの相互作用についてプログラムのチェックを行った。これにより、ひずみ硬化、ひずみ軟化、引張り破壊に対し、正しく機能していることを確認した。

(3)不連続性岩盤モデルに対する実験結果との比較を行い、応力伝達、変形、破壊強度等に関してもよい対応を示すことを確認した。

本解析手法は、連続体から不連続体までを含めて、応力、変形、破壊挙動の解析に適用可能であり、要素には有限要素法で用いられる構成則をそのまま使用できることから、岩盤解析により広く応用可能と思われる。

謝辞：本研究を行うに当たり、多大なご協力をいただきました。非線形解析研究所 山田俊雄氏、埼玉大学工学部大学院生 齊藤尚人氏および長島正成氏に、感謝の意を表するものであります。

参考文献

- 1) (社)地盤工学会岩の力学委員会:不連続性岩盤と構造物に関する研究報告書,(社)地盤工学会, pp.181-182, 1995.
- 2) Cundall, P. A. : Formulation of Three-dimensional Distinct Element Model-Part I. A Scheme to Detect and Represent Contacts in System Composed of Many Polyhedral Blocks, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 25, No. 3, pp.107-116, 1988.
- 3) Dowding, C. H., Belytschoko, T. B. and Yen, H. J. : Dynamic Computational Analysis of Openings in Jointed Rock, *J. Geotechnical Engineering*, ASCE, 109(12), pp. 1551-1556, 1983.
- 4) Shi, G. h. and Goodman, R. E. : Discontinuous deformation analysis, Proc. 25th U. S. Symp. on Rock Mechanics, pp. 269-277, 1984.
- 5) Goodman, R. E., Tylor, R. and Brekke, T. L. : A model for the mechanics of jointed rock, *J. Soil Mechs. and Found. Eng. Div.*, ASCE, SM3, 94, pp. 637-659, 1968.
- 6) Ngo, D. and Scordelis, A. C. : Finite element analysis of reinforced concrete beams, *Journal of American Concrete Institute*, Vol. 64, No. 3, pp. 152-163, 1967.
- 7) 川井忠彦:離散化極限解析法概論, 培風館, 1990.
- 8) Pian, T. H. H. : Basis of Finite Element Methods for Solid Continua, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 1, pp. 3-28, 1969.
- 9) 鷲津久一郎:弾性学の変分原理概論, コンピュータによる構造工学講座II-3-A, 日本鋼構造協会編, 培風館, 1972.
- 10) 浜島良吉:修正仮想変位法および修正仮想応力法に基づく要素内変形を考慮した不連続体解析, 第42回応用力学連合講演会講演予稿集, pp. 263-264, 1993.
- 11) 鈴木隆次, 浜島良吉:要素変形を考慮した不連続体解析による脆性材料の変形強度解析, 第25回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp. 36-40, 1993.
- 12) 中井仁彦, 浜島良吉:3次元不連続性岩盤の熱, 浸透, 応力の連成解析, 第28回土質工学研究発表会, pp. 1417-1418, 1993.
- 13) 鈴木隆次, 浜島良吉, 中井仁彦:要素変形を考慮した不連続体解析による岩質材料のひずみ軟化解析, 第9回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp. 55-59, 1994.
- 14) 鈴木隆次, 浜島良吉, 中井仁彦, 中島正博:結晶構造の引張り破壊挙動, 第9回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp. 19-24, 1994.
- 15) Hamajima, R., Suzuki, T., Nakai, Y. and Han, S. : Analysis for discontinuous medium considering elemental deformation, Proc. of the Eighth Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics, pp. 821-826, 1994.
- 16) 浜島良吉, 中井仁彦, 鈴木隆次, 長島正成:要素変形を考慮した不連続体解析の精度について, 第26回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp. 460-464, 1995.
- 17) 山田嘉昭:塑性・粘弾性, コンピュータによる構造工学講座II-2-A, 日本鋼構造協会編, 培風館, 1972.
- 18) Wai-Fah Chen: *Constitutive equations for engineering materials* Vol. 2 plasticity and modeling, ELSEVIER, 1994.
- 19) 浜島良吉, 川井忠彦, 山下清明, 草深守人, 山田俊雄:亀裂および節理系岩盤の進行性破壊の解析に関する研究, 応用地質, 第28巻, 第3号, pp. 15-24, 1987.

(1995. 6. 13受付)

ANALYSIS OF STRESS TRANSFER, DEFORMATION AND FRACTURE STRENGTH BY FESM, AN ANALYSIS METHOD FOR DISCONTINUOUS MEDIUM

Takatsugu SUZUKI and Ryokichi HAMAJIMA

Rock mass contains many discontinuities such as joints and faults. In this paper, the effectiveness of FESM, which is an analysis method of discontinuous medium considering elemental deformations and also slips and openings at interface boundaries, was verified by means of the stress transfer in a photo-elastic experiment of discontinuous rock mass models, and by means of the deformation and fracture strength in bi-axial compressive tests of plaster samples including joints. This paper clarifies that the use of a equivalent rigidity for interface boundaries results in highly precise solutions for an analysis using polygonal shaped elements.