

# 地下放水路の管水路状態の非定常流の数値計算

鮎川 登<sup>1</sup>・栗崎夏代子<sup>2</sup>・富田 強<sup>3</sup>・大淵真志<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科 (〒169 東京都新宿区大久保3-4-1)

<sup>2</sup>正会員 工修 電源開発株式会社 建設部

<sup>3</sup>工修 株式会社荏原製作所 システム事業部

<sup>4</sup>株式会社荏原総合研究所 流体研究所

都市河川の治水対策の一環として計画、施工されている地下放水路の管水路状態の非定常流について、支配方程式を導き、その数値計算法を示し、計算値と実験値を比較し、数値計算法の妥当性を検証した。支配方程式は立坑内の水の運動を無視する場合と考慮する場合について誘導し、地下放水路の管水路状態の非定常流の計算結果におよぼす立坑内の水の運動の影響について検討した。また、管水路状態の非定常流を開水路状態の非定常流として解析するスロットモデルを地下放水路の管水路状態の非定常流の数値計算に適用し、計算値と実験値を比較し、スロットモデルの適用性について検討した。

**Key Words :** *underground diversion channel, pipe flow, unsteady flow, slot model, numerical analysis*

## 1. 序 論

大阪府の寝屋川流域、東京都の神田川流域、埼玉県の中川流域では、都市河川の治水対策の一環として地下放水路の建設が構想され、施工されている。

地下放水路の設計や運用計画の策定にあたっては、地下放水路の流れの挙動を把握することが必要である。

地下放水路の流れとしては、開水路状態の流れ、管水路状態の流れおよび開水路状態と管水路状態を遷移する流れの3通りが考えられる。

地下放水路が地下50m程度の深いところに建設される場合には、排水施設の規模が過大にならないようにするために、地下放水路を管水路状態で運用することが考えられる。

本論文では、地下放水路の管水路状態の非定常流の数値計算法について検討する。すなわち、地下放水路の管水路状態の非定常流の支配方程式を導き、その数値計算法を示し、計算値と実験値を比較し、数値計算法の妥当性を検討する。

支配方程式は、立坑内の水の運動を無視する場合と考慮する場合について誘導し、地下放水路の管水路状態の非定常流の計算結果におよぼす立坑内の水の運動の影響について検討する。

また、管水路状態の非定常流を開水路状態の非定常流として解析するスロットモデルを地下放水路の管水路状態の非定常流の数値計算に適用し、スロットモデルによ

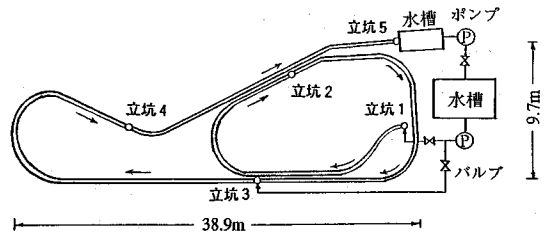


図-1 実験水路

る計算値と実験値を比較し、管水路状態の非定常流に対するスロットモデルの適用性について検討する。

## 2. 実験の概要

実験は内径20cm、長さ126.86mの塩化ビニル製の円管路に、5本の立坑を設置した、図-1に示すような水路を用いて行った。水路の平均勾配は1/5000である。立坑1～5の内径は、それぞれ、14, 60, 20, 60, 60cmであり、立坑5には断面積6m<sup>2</sup>の水槽が接続されている。実験装置を概念的に示すと、図-2のようになる。

実験は、(1)立坑1と立坑3から一定流量の水を流入させ、立坑5の水位がある値に達した時点で、立坑5から一定流量の水を排水しはじめ、流入終了後も立坑5の水位がある値に低下するまで排水する、通常の運用を想定した場合(ケースA)、(2)立坑1と立坑3から

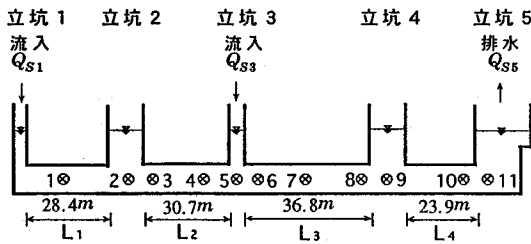


図-2 実験水路の概念図 (⊙圧力計の設置位置)

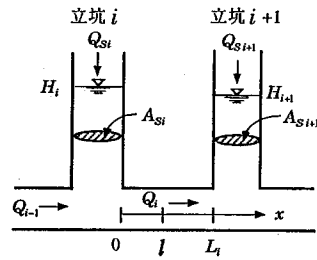


図-3 記号の説明図

一定流量の水を流入させ、立坑5の水位がある値に達した時点で、立坑5から一定流量の水を排水しはじめ、流入が継続中に排水を停止する、排水施設の事故を想定した場合(ケースB)、および(3)立坑1と立坑3の流入流量および立坑5からの排水流量を途中で変化させる場合(ケースC)の3通りの場合について行った。

実験では、立坑1と立坑3の流入流量および立坑5からの排水流量は電磁流量計で測定した。また、図-2に示した11か所に設置した圧力計により圧力を測定した。立坑内の水位は圧力から換算した。

### 3. 支配方程式の誘導

地下放水路は、図-2に示すように、立坑とトンネルで構成されている。

地下放水路の流入条件と排水条件が与えられる場合に各立坑内の水位および各トンネル部の流量と圧力を求めるための方程式を導く。

立坑内の水位は立坑部の連続方程式

$$A_{Si} \frac{dH_i}{dt} = Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i \quad (3.1)$$

により計算される。ここで、 $A_s$ は立坑の断面積、 $H$ は立坑の水位、 $Q_s$ は立坑への流入流量、 $Q$ はトンネル内の流量、 $t$ は時間であり、添字 $i$ は $A_s$ 、 $H$ 、 $Q_s$ については $i$ 番目の立坑における値を示し、 $Q$ については $i$ 番目のトンネル部における値を示す(図-3)。

式(3.1)により立坑内の水位 $H_i$ を求めるためには、トンネル内の流量 $Q_{i-1}$ および $Q_i$ を与えることが必要である。

トンネル内の流量はトンネル内の流れの連続方程式

$$\frac{\partial Q_i}{\partial x} = \frac{\partial (v_i A_i)}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

および運動方程式

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ii} \right) + \frac{\partial h_{Li}}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

により計算される。ここで、 $A$ はトンネルの断面積、 $v$ および $p$ はトンネル内の流れの流速および圧力、 $z_i$ はトンネル断面の中心の高さ、 $h_L$ はトンネル内の流れの損

失水頭、 $\alpha$ はエネルギー補正係数、 $\rho$ は水の密度、 $g$ は重力の加速度、 $x$ はトンネルの中心に沿う座標で、添字 $i$ は $i$ 番目のトンネル部における値を表わす。

連続方程式(3.2)によると、トンネルの断面積 $A_i$ が一定の場合には、トンネル内の流速 $v_i$ は $x$ に無関係で、 $t$ のみの関数になる。このことを考慮して、運動方程式(3.3)を $x$ について0から $L_i$ まで積分すると、次のようになる。

$$\frac{L_i}{g} \frac{dv_i}{dt} + \left[ \frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ii} \right]_0^{L_i} + h_{Li} = 0 \quad (3.4)$$

ここで、 $L_i$ は $i$ 番目のトンネル部の長さである。

いま、

$$\left[ \frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ii} \right]_{x=0} = H_{0i}^* \quad (3.5)$$

$$\left[ \frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ii} \right]_{x=L_i} = H_{Li}^* \quad (3.6)$$

とおくと、式(3.4)は次のようになる。

$$\frac{L_i}{g} \frac{dv_i}{dt} + H_{Li}^* - H_{0i}^* + h_{Li} = 0 \quad (3.7)$$

ここで、 $H_{0i}^*$ は $i$ 番目のトンネル部の $x=0$ (トンネルに入る直前)における全水頭、 $H_{Li}^*$ は $i$ 番目のトンネル部の $x=L_i$ (トンネルから出た直後)における全水頭である。

$i$ 番目のトンネル部の立坑 $i$ からの距離が $l$ の位置(図-3の $x=l$ の位置)における圧力水頭 $(p_i/\rho g)_{x=l}$ を求めるための式は次のようになる。

トンネル内の流れの運動方程式(3.3)を $x$ について0から $l$ まで積分すると、

$$\frac{l}{g} \frac{dv_i}{dt} + \left[ \frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ii} \right]_{x=0}^{x=l} - H_{0i}^* + (h_{Li})_{x=0-l} = 0 \quad (3.8)$$

となる。ここで、 $(h_{Li})_{x=0-l}$ は $i$ 番目のトンネル部の $x=0 \sim l$ 間における損失水頭である。

式(3.8)から次式が得られる。

$$\left( \frac{p_i}{\rho g} \right)_{x=l} = H_{0i}^* - \frac{l}{g} \frac{dv_i}{dt} - \frac{\alpha_i v_i^2}{2g} - (z_{ii})_{x=l} - (h_{Li})_{x=0-l} \quad (3.9)$$

トンネル部の両端  $x=0$  および  $x=L_i$  における全水頭  $H_{0i}^*$  および  $H_{Li}^*$  の表示式は立坑内の水の運動を無視する場合と考慮する場合では異なる式になる。

### (1) 立坑内の水の運動を無視する場合

立坑内の水の運動を無視する場合には、速度水頭は 0 となり、立坑内の圧力は静水圧分布に従うことになるので、

$$H_{0i}^* = H_i, \quad H_{Li}^* = H_{i+1} \quad (3.10)$$

となる。

したがって、トンネル部の流れの運動方程式 (3.7) は次のようになる。

$$\frac{L_i}{g} \frac{dv_i}{dt} + H_{i+1} - H_i + h_{Li} = 0 \quad (3.11)$$

損失水頭  $h_{Li}$  は次式で与えられる。

$$h_{Li} = \left( f_{ei} + f_{oi} + f_i \frac{L_i}{D_i} \right) \frac{|v_i| |v_i|}{2g} \quad (3.12)$$

ここで、 $D$  はトンネルの内径、 $f_e$  は立坑からトンネルへの入口の損失係数、 $f_o$  はトンネルから立坑への出口の損失係数、 $f$  はトンネル部の流れの抵抗係数で、添字  $i$  は  $i$  番目のトンネル部における値を表わす。

$v_i = Q_i/A_i$  の関係を用いて、式 (3.11) および式 (3.12) を流量  $Q_i$  についての式に書き換えると、それぞれ、次のようになる。

$$\frac{L_i}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} + H_{i+1} - H_i + h_{Li} = 0 \quad (3.13)$$

$$h_{Li} = \left( f_{ei} + f_{oi} + f_i \frac{L_i}{D_i} \right) \frac{|Q_i| |Q_i|}{2gA_i^2} \quad (3.14)$$

トンネル部の圧力水頭を求めるための式 (3.9) は、立坑内の水の運動を無視する場合は、 $H_{0i}^* = H_i$  とし、 $v_i = Q_i/A_i$  の関係を用いると、次のようになる。

$$\left( \frac{p_i}{\rho g} \right)_{x=i} = H_i - \frac{l}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} - \frac{\alpha_i Q_i^2}{2gA_i^2} - (z_{ii})_{x=i} - (h_{Li})_{x=0-i} \quad (3.15)$$

式 (3.13) から  $dQ_i/dt$  を求め、式 (3.15) に代入すると、次式が得られる。

$$\left( \frac{p_i}{\rho g} \right)_{x=i} = H_i + \frac{l}{L_i} (H_{i+1} - H_i) - \frac{\alpha_i Q_i^2}{2gA_i^2} - (z_{ii})_{x=i} + \frac{l}{L_i} h_{Li} - (h_{Li})_{x=0-i} \quad (3.16)$$

ここで、損失水頭  $(h_{Li})_{x=0-i}$  は次式で与えられる。

$$(h_{Li})_{x=0-i} = \begin{cases} \left( f_{ei} + f_i \frac{l}{D_i} \right) \frac{Q_i^2}{2gA_i^2} : Q_i \geq 0 \\ - \left( f_{oi} + f_i \frac{l}{D_i} \right) \frac{Q_i^2}{2gA_i^2} : Q_i < 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

### (2) 立坑内の水の運動を考慮する場合

立坑内の水の運動を考慮する場合には、 $x=0$  にお

ける全水頭  $H_{0i}^*$  は、立坑内の流れの連続方程式

$$\frac{\partial (v_{Si} A_{Si})}{\partial z} = 0 \quad (3.18)$$

および運動方程式

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v_{Si}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} + \frac{p_{Si}}{\rho g} + z \right) + \frac{\partial h_{LSi}}{\partial z} = 0 \quad (3.19)$$

に基づいて求められる。ここで、 $v_s$  および  $p_s$  は立坑内の流れの流速および圧力、 $h_{LS}$  は立坑内の流れの損失水頭、 $z$  は立坑の中心に沿う鉛直上向きの座標で、添字  $i$  は  $i$  番目の立坑における値を表わす。

連続方程式 (3.18) によると、立坑の断面積  $A_{Si}$  が一定の場合には、立坑内の流速  $v_{Si}$  は  $z$  に無関係で、 $t$  だけの関数になる。このことを考慮して、運動方程式 (3.19) を  $z$  について、 $z=0$  から  $z=h_i$  まで (立坑部におけるトンネル断面の中心から立坑の水面まで) 積分すると、次のようになる。

$$\frac{h_i}{g} \frac{dv_{Si}}{dt} + \left[ \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} + \frac{p_{Si}}{\rho g} + z \right]_0^{h_i} + h_{LSi} = 0 \quad (3.20)$$

ここで、 $h_i$  は立坑の水面から立坑部におけるトンネル断面の中心までの深さで、

$$h_i = H_i - (z_{ii})_{x=0} \quad (3.21)$$

である。

$$\left[ \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} + \frac{p_{Si}}{\rho g} + z \right]_{z=h_i} = \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} + H_i \quad (3.22)$$

$$\left[ \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} + \frac{p_{Si}}{\rho g} + z \right]_{z=0} = H_{0i}^* \quad (3.23)$$

であるので、式 (3.20) から

$$H_{0i}^* = \frac{h_i}{g} \frac{dv_{Si}}{dt} + \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} + H_i + h_{LSi} \quad (3.24)$$

となる。

同様にして、 $x=L_i$  における全水頭  $H_{Li}^*$  は次のようになる。

$$H_{Li}^* = \frac{h_{i+1}}{g} \frac{dv_{Si+1}}{dt} + \frac{\alpha_{Si+1} v_{Si+1}^2}{2g} + H_{i+1} + h_{LSi+1} \quad (3.25)$$

ここで、

$$h_{i+1} = H_{i+1} - (z_{ii})_{x=L_i} \quad (3.26)$$

である。

式 (3.24) および式 (3.25) を式 (3.7) に代入すると、立坑内の水の運動を考慮する場合の運動方程式として次式が得られる。

$$\frac{L_i}{g} \frac{dv_i}{dt} + \frac{h_{i+1}}{g} \frac{dv_{Si+1}}{dt} - \frac{h_i}{g} \frac{dv_{Si}}{dt} + \frac{\alpha_{Si+1} v_{Si+1}^2}{2g} + H_{i+1} - \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} - H_i + h_{Li} + h_{LSi+1} - h_{LSi} = 0 \quad (3.27)$$

損失水頭  $h_{Li}$ 、 $h_{LSi}$  および  $h_{LSi+1}$  は、それぞれ、次のように与えられる。

$$h_{Li} = \left( f_{ei} + f_{oi} + f_i \frac{L_i}{D_i} \right) \frac{|v_i| |v_i|}{2g} \quad (3.28)$$

$$h_{LSi} = f_{Si} \frac{h_i - D_i/2}{D_{Si}} \frac{|v_{Si}| |v_{Si}|}{2g} \quad (3.29)$$

$$h_{LSi+1} = f_{Si+1} \frac{h_{i+1} - D_i/2}{D_{Si+1}} \frac{|v_{Si+1}| |v_{Si+1}|}{2g} \quad (3.30)$$

ここで、 $D_s$  は立坑の内径、 $f_s$  は立坑内の流れの抵抗係数である。

なお、式 (3.27) は、管水路非定常流の運動方程式を立坑  $i$  の水面からトンネル部を通して立坑  $i+1$  の水面まで積分することによっても導かれる。

立坑内の流速  $v_{Si}$  は式 (3.1) によると、

$$v_{Si} = \frac{dH_i}{dt} = \frac{Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i}{A_{Si}} \quad (3.31)$$

と表わされる。また、トンネル内の流速  $v_i$  は

$$v_i = \frac{Q_i}{A_i} \quad (3.32)$$

と表わされる。

式 (3.31) と式 (3.32) の関係を用いて式 (3.27) を流量に関する式に書き換えると、次のようになる。

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \quad \frac{L_i^*}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} - \textcircled{2} \quad \frac{h_i}{gA_{Si}} \frac{dQ_{i-1}}{dt} - \textcircled{3} \quad \frac{h_{i+1}}{gA_{Si+1}} \frac{dQ_{i+1}}{dt} - \textcircled{4} \quad \frac{h_i}{gA_{Si}} \frac{dQ_{Si}}{dt} \\ & + \textcircled{5} \quad \frac{h_{i+1}}{gA_{Si+1}} \frac{dQ_{Si+1}}{dt} + \textcircled{6} \quad H_{i+1} + \textcircled{7} \quad \frac{\alpha_{Si+1}}{2g} \left( \frac{Q_{Si+1} + Q_i - Q_{i+1}}{A_{Si+1}} \right)^2 - \textcircled{8} \quad H_i \\ & - \textcircled{9} \quad \frac{\alpha_{Si}}{2g} \left( \frac{Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i}{A_{Si}} \right)^2 + \textcircled{10} \quad h_{Li} + \textcircled{11} \quad h_{LSi+1} - \textcircled{12} \quad h_{LSi} = 0 \quad (3.33) \end{aligned}$$

ここで、

$$L_i^* = L_i \left( 1 + \frac{A_i}{A_{Si}} \frac{h_i}{L_i} + \frac{A_i}{A_{Si+1}} \frac{h_{i+1}}{L_i} \right) \quad (3.34)$$

である。

式 (3.33) が立坑内の水の運動を考慮する場合の流量に関する運動方程式であるが、つぎに、式 (3.33) を簡略化することを考える。

立坑への流入流量  $Q_{Si}$ 、 $Q_{Si+1}$  とトンネル内の流量  $Q_{i-1}$ 、 $Q_i$  および  $Q_{i+1}$  は連続方程式により関係づけられているので、 $dQ_{Si}/dt$ 、 $dQ_{Si+1}/dt$ 、 $dQ_{i-1}/dt$ 、 $dQ_i/dt$  および  $dQ_{i+1}/dt$  の大きさは同程度であると考えられる。また、通常は、立坑の断面積  $A_{Si}$ 、 $A_{Si+1}$  とトンネルの断面積  $A_i$  の大きさは同程度であるが、立坑の水深  $h_i$ 、 $h_{i+1}$  (厳密には  $h_i + D_i/2$ 、 $h_{i+1} + D_i/2$  が立坑の水深になる) はトンネル部の長さ  $L_i$  に比し非常に小さいので、式 (3.33) の②～⑤項は①項に比し、無視できるものと考えられる。

立坑  $i$  と立坑  $i+1$  の水面の全水頭の差を水位差で近似すると、(⑥+⑦) - (⑧+⑨) ≃ ⑥ - ⑧となる。

立坑の水深  $h_i$ 、 $h_{i+1}$  はトンネル部の長さ  $L_i$  に比し非常に小さいので、立坑の摩擦損失水頭⑩、⑫項はトンネル部の損失水頭⑩項に比し、無視できるものと考えられ

る。

以上によると、式 (3.33) は次のように簡略化される。

$$\frac{L_i^*}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} + H_{i+1} - H_i + h_{Li} = 0 \quad (3.35)$$

ここで、

$$h_{Li} = \left( f_{ei} + f_{oi} + f_i \frac{L_i}{D_i} \right) \frac{|Q_i| |Q_i|}{2gA_i^2} \quad (3.36)$$

である。

なお、式 (3.35) の  $L_i^*$  は式 (3.34) で与えられるので、 $A_i \approx A_{Si}$ 、 $A_i \approx A_{Si+1}$  および  $h_i \ll L_i$ 、 $h_{i+1} \ll L_i$  の場合は、 $L_i^* \approx L_i$  となるが、そうすると、式 (3.35) は式 (3.13) と同じになり、立坑内の水の運動を無視することになる。そこで、式 (3.34) の右辺の括弧内の第 2 項と第 3 項を残すことにより立坑内の水の運動の影響を考慮することにした。このように、立坑内の水の運動の影響を考慮する場合の運動方程式 (3.33) の加速度項①～⑤項のうち②～⑤項を微小項として無視し、①項の  $L_i^*$  の表示式 (3.34) の右辺の括弧内の第 2 項と第 3 項だけを考慮することにして、式 (3.33) を式 (3.35) のように簡略化すると、立坑内の水の運動を考慮する場合のトンネル部の流れの運動方程式の数値計算が簡単になる。

以上の考察によると、立坑内の水の運動がトンネル部の流れの運動方程式におよぼす影響は  $(A/A_s)(h/L)$  のオーダーになることがわかる。通常は、立坑の断面積  $A_s$  とトンネル部の断面積  $A$  の大きさは同程度であるので、立坑内の水の運動の影響は立坑の水深  $h$  とトンネル部の長さ  $L$  の比のオーダーとなり、微小であり、その影響は二次的であると考えられる。しかし、立坑内の水の運動の影響が  $L_i^*$  で表示されるものとする、式 (3.34) により  $L_i < L_i^*$  となるので、立坑内の水の運動を無視する場合は、立坑内の水の運動を考慮する場合にくらべて、トンネル部の流量の変動の周期の計算値が小さくなり、流量変動の計算波形は実際の波形とずれることになるものと考えられる。そのため、立坑内の水の運動を無視する場合は、立坑の水位変動およびトンネル部の圧力変動の計算波形も実際の波形とずれることが推定される。

なお、実験ケース A-1 の場合についての計算値を用いて式 (3.33) の各項の大きさを比較した結果、式 (3.35) を導くさいの簡略化が妥当であることが示された。

トンネル部の圧力水頭を求めるための方程式 (3.9) は、立坑内の水の運動を考慮する場合は、 $H_{oi}^*$  として式 (3.24) を用い、 $v_i = Q_i/A_i$ 、 $v_{Si} = dH_i/dt$  の関係を用いると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \left( \frac{p_i}{\rho g} \right)_{x=i} &= H_i + \frac{h_i}{g} \frac{d^2 H_i}{dt^2} + \frac{\alpha_{Si}}{2g} \left( \frac{dH_i}{dt} \right)^2 - \frac{l}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} \\ &\quad - \frac{\alpha_i Q_i^2}{2gA_i^2} - (z_{ii})_{x=i} - (h_{Li})_{x=0 \sim i} \end{aligned}$$

$$+f_{Si} \frac{h_i - D_i/2}{2gD_{Si}} \left| \frac{dH_i}{dt} \right| \frac{dH_i}{dt} \quad (3.37)$$

式 (3.35) から  $dQ_i/dt$  を求め、式 (3.37) に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \left( \frac{p_i}{\rho g} \right)_{x=i} = & H_i + \frac{l}{L_i^*} (H_{i+1} - H_i) + \frac{h_i}{g} \frac{d^2 H_i}{dt^2} - \frac{\alpha_i Q_i^2}{2gA_i^2} \\ & - (z_{ii})_{x=i} + \frac{l}{L_i^*} h_{Li} - (h_{Li})_{x=0-i} + \frac{\alpha_{Si}}{2g} \left( \frac{dH_i}{dt} \right)^2 \\ & + f_{Si} \frac{h_i - D_i/2}{2gD_{Si}} \left| \frac{dH_i}{dt} \right| \frac{dH_i}{dt} \quad (3.38) \end{aligned}$$

ここで、損失水頭  $(h_{Li})_{x=0-i}$  および  $h_{Li}$  は、それぞれ、式 (3.17) および式 (3.36) で与えられる。

#### 4. 支配方程式の数値計算法

地下放水路の流入条件と排水条件が与えられる場合に各立坑内の水位および各トンネル部の流量を求めるための支配方程式は立坑部の連続方程式 (3.1) とトンネル部の運動方程式 (3.35) である。すなわち、

$$A_{Si} \frac{dH_i}{dt} = Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i \quad (4.1)$$

$$\frac{L_i^*}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} + H_{i+1} - H_i + h_{Li} = 0 \quad (4.2)$$

ここで、

$$L_i^* = L_i \left( 1 + \frac{A_i}{A_{Si}} \frac{h_i}{L_i} + \frac{A_i}{A_{Si+1}} \frac{h_{i+1}}{L_i} \right) \quad (4.3)$$

$$h_i = H_i - (z_{ii})_{x=0} \quad (4.4)$$

$$h_{Li} = \left( f_{ei} + f_{oi} + f_i \frac{L_i}{D_i} \right) \frac{|Q_i| Q_i}{2gA_i^2} \quad (4.5)$$

である。

式 (4.2) は立坑内の水の運動を考慮して導かれた運動方程式 (3.33) を簡略化した式である。式 (4.2) で、 $L_i^* = L_i$  とすると、立坑内の水の運動を無視して導かれた運動方程式 (3.13) になる。すなわち、式 (4.2) では立坑内の水の運動の影響は、式 (4.3) の右辺の括弧内の第 2 項と第 3 項によって表わされることになる。したがって、式 (4.3) の右辺の括弧内の第 2 項と第 3 項の和が 1 に比して十分に小さい場合には、立坑内の水の運動は無視できるものと考えられる。

各立坑の水位および各トンネル部の流量は、各立坑ごとに式 (4.1) をたて、また各トンネル部ごとに式 (4.2) をたてて、それらの式を連立させて解くことにより求められる。

式 (4.1) と式 (4.2) を用いて、立坑内の水位およびトンネル部の流量を求めるためには、式 (4.2) に含まれる損失水頭  $h_{Li}$  を算定することが必要である。損失水頭  $h_{Li}$  は式 (4.5) で与えられるので、トンネル部の入口の損失係数  $f_e$ 、出口の損失係数  $f_o$  および抵抗係数  $f$  を与えればよいことになる。

地下放水路の立坑部の流れは分流したり、合流したりする流れになるが、そのような流れの損失係数を算定する式として Gardel の式<sup>1)</sup>があるので、Gardel の式を適用して  $f_e$  および  $f_o$  の値を算定することができる。あるいは屈折角が 90° の屈折管の損失係数が 1.0 と与えられているので<sup>2)</sup>、これを参考にして  $f_e$  および  $f_o$  とともに 1.0 程度の値を与えることも考えられる。

トンネル内の流れは非定常であるが、抵抗係数  $f$  は定常流の算定式が適用できるものとして、定常流の算定式 (流れが層流の場合は理論式、乱流の場合は Colebrook の式) を用いて算定する。すなわち、

$$\text{層流: } f = \frac{64}{Re} \quad (4.6)$$

$$\text{乱流: } \frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 0.87 \ln \left( \frac{k_s}{D} + \frac{18.7}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (4.7)$$

ここで、 $Re = vD/\nu$  は Reynolds 数、 $v$  は平均流速、 $D$  はトンネルの内径、 $\nu$  は水の動粘性係数、 $k_s$  は相当粗度である。

連続方程式 (4.1) および運動方程式 (4.2) はともに 1 階の常微分方程式であるので、Runge-Kutta 法により数値解を求めることができる。

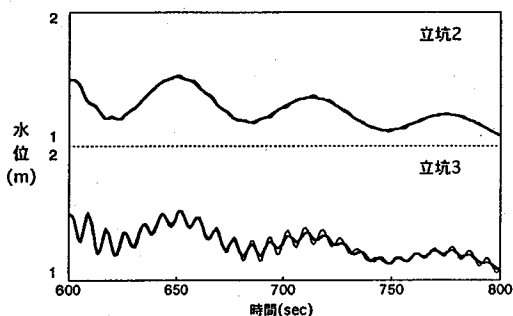
トンネル部の圧力水頭は式 (3.38) により求められる。式 (3.38) に含まれる微分項を差分で近似すると、立坑の水位  $H_i$ 、 $H_{i+1}$  およびトンネル部の流量  $Q_i$  は立坑部の連続方程式 (4.1) およびトンネル部の運動方程式 (4.2) を解くことにより求められるので、式 (3.38) によりトンネル部の圧力水頭  $(p_i/\rho g)_{x=i}$  を求めることができる。

#### 5. 計算値と実験値の比較

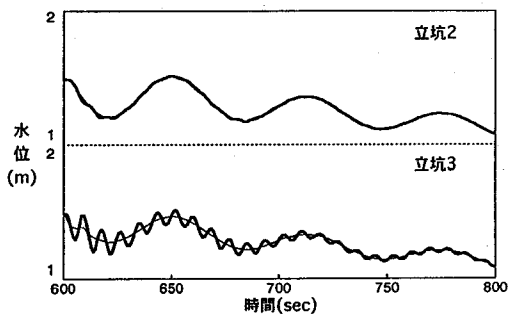
地下放水路の管水路状態の流れの数値計算を連続方程式 (4.1) および運動方程式 (4.2) を用いて行い、各立坑の水位を求め、実験値と比較する。なお、運動方程式として式 (4.2) の代りに、式 (3.33) および式 (3.13) を用いても計算を行い、計算値と実験値を比較し、運動方程式の妥当性を検討する。

まず、予備的な計算を行い、トンネル部の流れの抵抗係数  $f$  および入口と出口の損失係数  $f_e$  と  $f_o$  の算定法、および式 (4.1)、(4.2) の数値計算の時間間隔  $\Delta t$  のとり方について検討した。

その結果、抵抗係数については、式 (4.6) と式 (4.7) によりほぼ妥当な値が得られることが示された。ただし、相当粗度  $k_s$  を塩化ビニルの標準的な値とされている 0.001 mm とすると、式 (4.6) と式 (4.7) の交点の Reynolds の数はほぼ 1000 となるので、抵抗係数は  $Re \leq 1000$  のときは式 (4.6)、 $Re > 1000$  のときは式 (4.7) により算定することにした。なお、 $Re < 0.1$  のときは  $f = 640$  とした。



(a) 計算時間間隔  $\Delta t = 1 \text{ sec}$  の場合



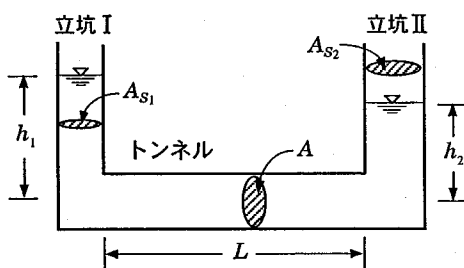
(b) 計算時間間隔  $\Delta t = 3 \text{ sec}$  の場合

図—4 計算時間間隔が数値計算結果におよぼす影響の検討例 (—計算値, —実験値)

トンネルの入口と出口の損失係数については, Gardel の式を用いる場合と  $f_e = f_o = \text{const.}$  とする場合について検討した. その結果, Gardel の式を用いる場合と  $f_e = f_o = 1.0 \sim 2.0$  とする場合は, ともに立坑の水位の計算値と実験値はほぼ一致することが示された. しかし, Gardel の式を用いる場合は立坑 3 の水位の計算値に, 実験値にはみられない小刻みな振動が現われる場合があったので, ここでは,  $f_e = f_o = 1.0$  とすることにした.

連続方程式 (4.1) および運動方程式 (4.2) の数値計算は Runge-Kutta 法により行うが, そのさいの計算時間間隔  $\Delta t$  のとり方は数値計算の安定性と計算精度の面から制約を受ける. Runge-Kutta 法の安定性の検討は解析的に行うのは困難であったので, ここでは,  $\Delta t$  の値を種々に変えて計算を行い, 数値的に検討した. その結果, この場合は, 計算時間間隔  $\Delta t$  を約 3 sec 以下にしないと数値解が得られないことが示された.

計算精度の面からの計算時間間隔  $\Delta t$  のとり方に対する制約については,  $\Delta t$  として立坑の水位変動に含まれる振動成分のうちの最小周期の 1/8 程度の値をとれば, 立坑の水位変動を精度よく計算できるものと考えた. 実験によると, 立坑 2 と 4 の水位変動に現われる振動成分の周期は約 60 sec であり, 立坑 3 の水位変動に現われる振動成分の周期は約 60 sec と約 8.4 sec であったの



図—5 U字管振動の説明図

で,  $\Delta t$  は 1.0 sec とすることにした.

なお, 約 60 sec の周期の水位変動は地下放水路全体としての U 字管振動によるものと考えられる. また, 立坑 3 の水位変動に現れる周期の短い振動成分は隣接する立坑間の U 字管振動によるものと考えられる. 立坑 3 の水位変動に周期の短い振動成分が現われるのは, 立坑 3 の断面積が小さいためである.

実験ケース A-1 について,  $\Delta t$  を 0.1, 1.0, 2.0 および 3.0 sec として計算した結果によると, 立坑 2, 4 および 5 の水位はいずれの場合も計算値と実験値はほぼ一致した. しかし, 図—4 に示すように, 立坑 3 の水位は  $\Delta t$  を 0.1 および 1.0 sec とした場合は計算値と実験値はほぼ一致したが,  $\Delta t$  を 2.0 および 3.0 sec とした場合は計算値には周期 8.4 sec の振動は現われずに, 計算値は実験値よりなだらかな変化を示した.

なお, 立坑の水位変動に含まれる振動の最小周期は隣接する 2 本の立坑間の振動を単一の U 字管振動と考え (図—5), エネルギー損失と立坑内の速度水頭を無視することにより導かれる, 振動周期  $T$  を与える次式により目安を得ることができる.

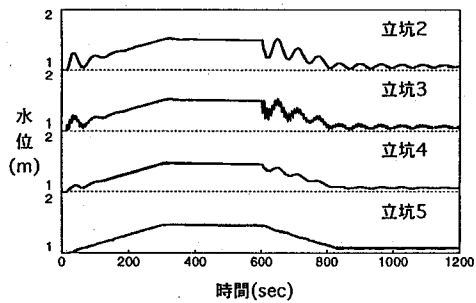
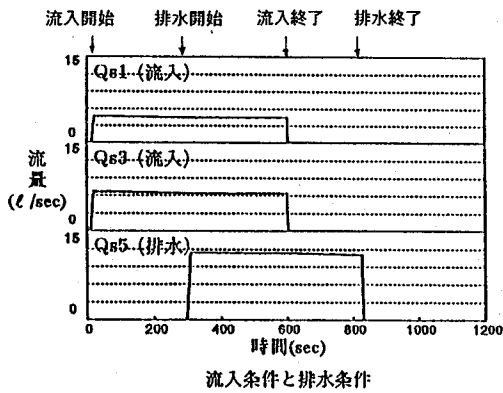
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L^* A_{S1} A_{S2}}{g A_i (A_{S1} + A_{S2})}} \quad (5.1)$$

$$L^* = L \left( 1 + \frac{h_1 A_i}{L A_{S1}} + \frac{h_2 A_i}{L A_{S2}} \right) \quad (5.2)$$

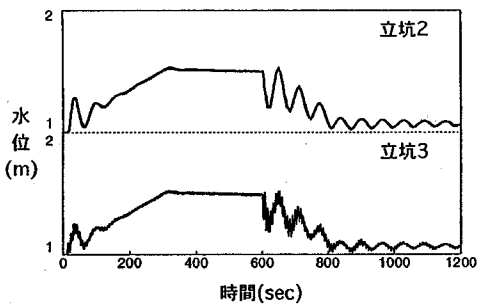
ここで,  $A_{S1}$  および  $A_{S2}$  は, それぞれ立坑 I と立坑 II の断面積,  $A$  はトンネルの断面積,  $L$  はトンネル部の長さ,  $h_1$  および  $h_2$  は, それぞれ, 立坑 I と立坑 II の水深,  $g$  は重力の加速度である. 因みに, この実験の場合に, 式 (5.1) により計算された立坑 3 に係わる振動周期の最小値は 9.1 sec である.

以上の予備的な考察に基づいて, トンネル部の流れの抵抗係数  $f$  は式 (4.6) および式 (4.7) により算定し (ただし, 相当粗度  $k_s$  は塩化ビニルの標準値 0.001 mm とする), トンネルの入口と出口の損失係数は  $f_e = f_o = 1.0$  とし, 計算時間間隔  $\Delta t$  は 1.0 sec として数値計算を行い, 計算値と実験値を比較した.

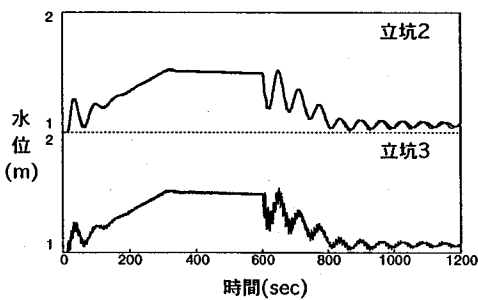
実験は, §2 で述べたように, (1) 通常の運用を想



(a) 運動方程式として式 (3.33) を用いる場合

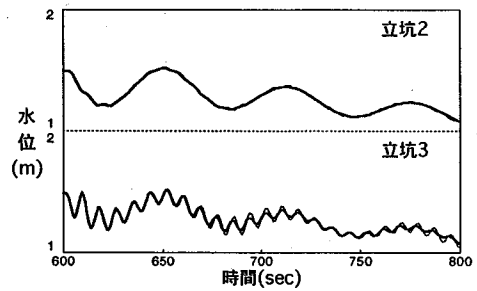


(b) 運動方程式として式 (3.35) を用いる場合

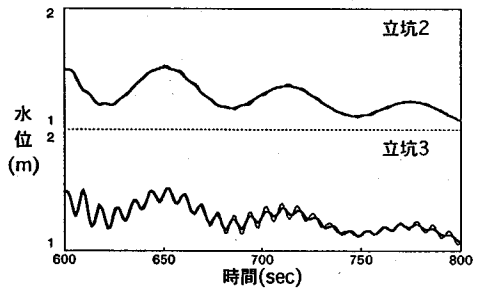


(c) 運動方程式として式 (3.13) を用いる場合

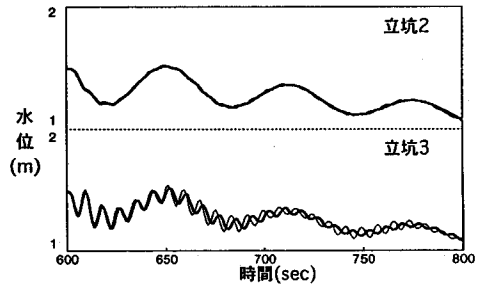
図-6 運動方程式が数値計算結果におよぼす影響の検討例 (実験ケース A-1)  
(— 計算値, — 実験値)



(a) 運動方程式として式 (3.33) を用いる場合



(b) 運動方程式として式 (3.35) を用いる場合



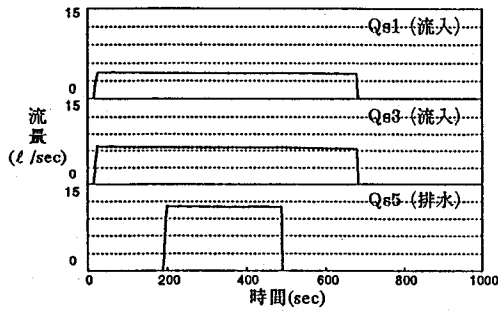
(c) 運動方程式として式 (3.13) を用いる場合

図-7 図-6の時間600~800 secの拡大図

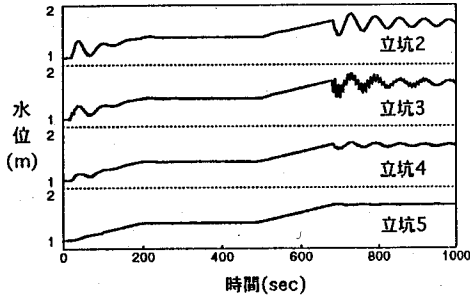
定した場合 (ケース A), (2) 排水施設の事故を想定した場合 (ケース B), および (3) 流入流量と排水流量を途中で変える場合 (ケース C) の 3 ケースについて行い, それぞれのケースについて 2 通りの実験条件に対して行った。

運動方程式の妥当性を検討するために, 運動方程式として式 (3.33), (3.35) すなわち (4.2) および式 (3.13) を用いて, 実験ケース A-1 について立坑の水位を計算し, 実験値と比較した結果を図-6 に示す。また, 時間 600~800 sec 間の計算値と実験値を拡大して図-7 に示す。

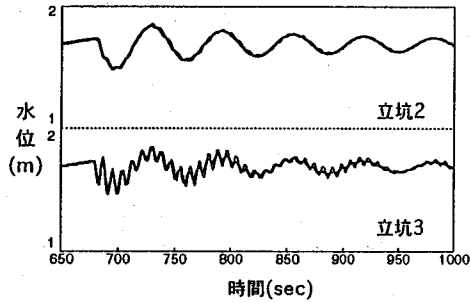
実験ケース A-1 は, 図-6 の一番上に示すように, 時間 0~600 sec に立坑 1 から 4.5 l/s, 立坑 3 から 6.7 l/s の水を流入し, 時間 300~800 sec に立坑 5 から 11.2 l/s の水を排水して行った実験である。



(a) 流入条件と排水条件

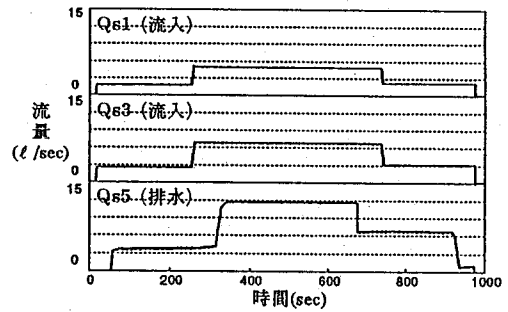


(b) 立坑の水位の計算値と実験値の比較

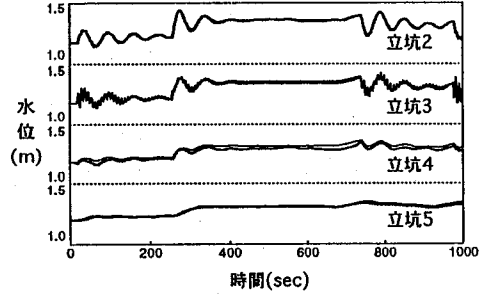


(c) 時間 600~1000 sec の拡大図

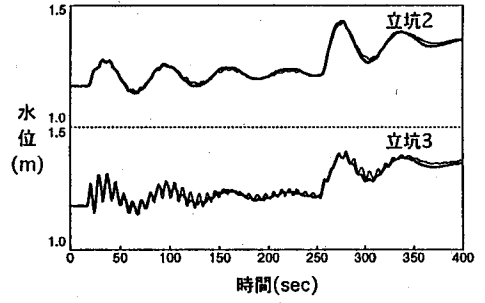
図-8 立坑の水位の計算値と実験値の比較  
(実験ケース B-1)  
(— 計算値, — 実験値)



(a) 流入条件と排水条件



(b) 立坑の水位の計算値と実験値の比較



(c) 時間 0~200 sec の拡大図

図-9 立坑の水位の計算値と実験値の比較  
(実験ケース C-1)  
(— 計算値, — 実験値)

図-6 (a) および図-7 (a) は、運動方程式として立坑内の水の運動を考慮して導かれた式 (3.33) を用いた場合の計算値と実験値を比較したものであるが、これらの図によると、計算値と実験値はよく一致していることがわかる。

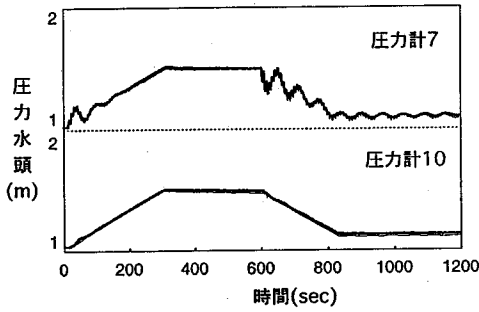
図-6 (b) および図-7 (b) は、運動方程式として立坑内の水の運動を考慮して導かれた式 (3.33) を簡略化した式 (3.35) すなわち式 (4.2) を用いた場合の計算値と実験値を比較したものであるが、これらの図によると、この場合も計算値と実験値はよく一致していることがわかる。

図-6 (c) および図-7 (c) は、運動方程式として立坑内の水の運動を無視して導かれた式 (3.13) を用いた場合の計算値と実験値を比較したものであるが、これ

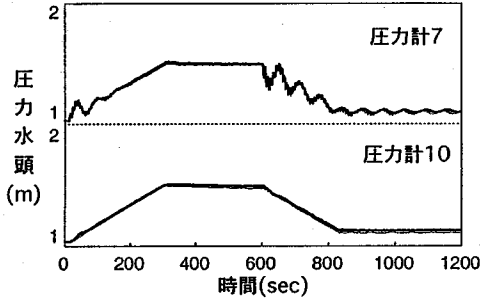
らの図によると、この場合は計算値と実験値は大局的にはほぼ一致するが、立坑3の水位が振動するところでは水位変動の波形がずれ、計算値と実験値の一致は立坑内の水の運動を考慮する場合よりも悪くなることがわかる。これは、式 (3.13) では立坑内の水の運動を無視することにより、式 (3.33) および式 (3.35) の  $L_i^*$  の代わりに  $L_i$  を用いることになるが、 $L_i < L_i^*$  であるので、式 (3.13) による振動周期の計算値が小さくなるためであると考えられる。

以上によると、地下放水路の管水路状態の流れの運動方程式としては、式 (3.33) を用いなくとも、式 (3.33) の簡略式である式 (3.35)、すなわち、式 (4.2) を用いればよいものと考えられる。そこで、各実験ケースについて式 (4.1) と式 (4.2) を用いて数値計算を行い、各



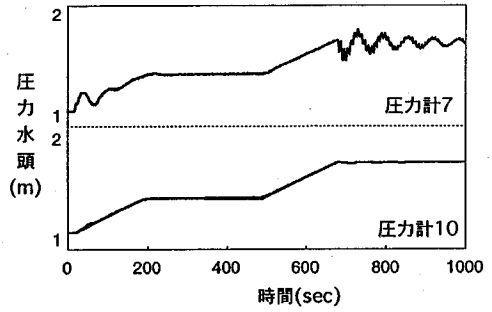


(a) 立坑内の水の運動を考慮する場合

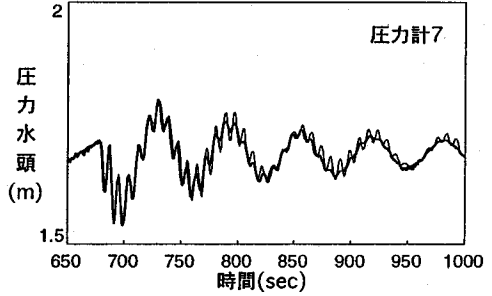


(b) 立坑内の水の運動を無視する場合

図-10 圧力水頭の計算値と実験値の比較  
(実験ケース A-1)  
(—計算値, - - -実験値)

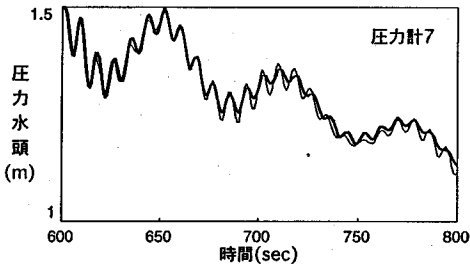


(a) 圧力水頭の計算値と実験値の比較

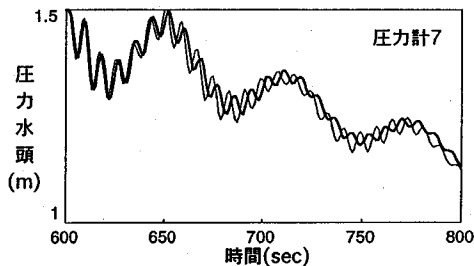


(b) 時間 600~1000 sec の拡大図

図-12 圧力水頭の計算値と実験値の比較  
(実験ケース B-1)  
(—計算値, - - -実験値)



(a) 立坑内の水の運動を考慮する場合



(b) 立坑内の水の運動を無視する場合

図-11 図-10の時間 600~800 sec の拡大図

立坑の水位を計算し、実験値と比較し、運動方程式として式(4.2)を用いることの妥当性を検討した。その結果の例を図-8および図-9に示す。これらの図によると、計算値と実験値はよく一致することがわかる。した

がって、地下放水路の管水路状態の流れは式(4.1)と式(4.2)に基づいて解析することができるものと考えられる。

トンネル部の圧力水頭は、立坑の水位およびトンネル部の流量の計算値を用いると、立坑内の水の運動を考慮する場合は式(3.38)、立坑内の水の運動を無視する場合は式(3.16)により計算することができる。実験ケースA-1について、図-2に示した圧力測定点7および10の位置における圧力水頭を計算し、実験値と比較した結果を図-10に示す。また、時間600~800 sec間の計算値と実験値を拡大して図-11に示す。図-10(a)および図-11(a)は、立坑内の水の運動を考慮する場合として、トンネル部の流れの運動方程式として式(4.2)を用いて計算された立坑の水位およびトンネル部の流量を用いて式(3.38)により計算された圧力水頭と実験値を比較したものである。なお、式(3.38)による圧力水頭の計算では、微分項は中心差分で近似した。図-10(b)および図-11(b)は立坑内の水の運動を無視する場合として、トンネル部の流れの運動方程式として式(3.13)を用いて計算された立坑の水位およびトンネル部の流量を用いて式(3.16)により計算された圧力水頭と実験値を比較したものである。

図-10(a)および図-11(a)によると、立坑内の水の運動を考慮する場合は、圧力水頭の計算値と実験値

はほぼ一致することがわかる。

図-10 (b) および図-11 (b) によると、立坑内の水の運動を無視する場合は、圧力計10のように、圧力水頭の時間変化が振動しないときは圧力水頭の計算値と実験値はよく一致すること、および圧力計7のように圧力水頭の時間変化が振動するときには、圧力水頭の計算値と実験値は大局的にはほぼ一致するが、振動する部分で計算値の波形は実験値の波形とずれ、計算値と実験値の一致は立坑内の水の運動を考慮する場合より悪くなることがわかる。

各実験ケースについて、立坑内の水の運動を考慮して圧力水頭を計算し、実験値と比較した。その一例を図-12に示す。図-12によると、圧力水頭の計算値は実験値とほぼ一致することがわかる。

## 6. スロットモデル

スロットモデルは、管路において生ずる開水路状態と管路状態を遷移する流れを解析するために、Preissmannによって提案されたモデルである<sup>3)</sup>。

スロットモデルの概要は次のようである。開水路の流れの支配方程式は次のように表わされる。

$$\text{連続方程式: } \frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{A}{B} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (6.1)$$

$$\text{運動方程式: } \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (6.2)$$

ここで、 $h$  は水深、 $v$  は流速、 $A$  は流水断面積、 $B$  は水面幅、 $S_0$  は水路床勾配、 $S_f$  は摩擦勾配、 $g$  は重力の加速度である。

管路の流れの支配方程式は次のように表わされる。

$$\text{連続方程式: } \frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (6.3)$$

$$\text{運動方程式: } \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (6.4)$$

ここで、 $H$  は圧力水頭、 $a$  は管路の水中を伝わる疎密波の伝播速度である。

式(6.2)、(6.4)の摩擦速度  $S_f$  は次式で算定する。

$$S_f = \frac{f|v|v}{8gR} \quad (6.5)$$

ここで、 $f$  は抵抗係数、 $R$  は径深である。

スロットモデルでは、図-13に示すように、管路の頂部に幅  $B_s$  のスロットをとりつけた仮想断面を考え、管路の流れを開水路の流れとして扱う。そうすると、管路の流れの圧力水頭  $H$  は水深  $h$  と考えることができ、運動方程式は管路の流れと開水路の流れとで同じになる。また、スロットの幅  $B_s$  を

$$B_s = \frac{gA_0}{a^2}, \quad A_0 = \frac{\pi D^2}{4} \quad (6.6)$$

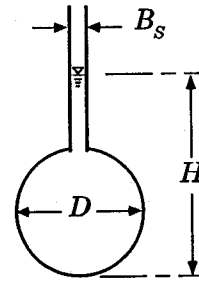


図-13 スロットモデル

となるように定めると、連続方程式も管路の流れと開水路の流れとで同じになる。したがって、連続方程式を

$$\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{A}{B} \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \quad B = \begin{cases} \text{水面幅: } h < D \\ B_s & : h \geq D \end{cases} \quad (6.7)$$

運動方程式を

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (6.8)$$

と書くと、式(6.7)および式(6.8)は管路の流れと開水路の流れの両方の流れに適用できることになる。ただし、 $h$  は  $h < D$  のときは水深、 $h \geq D$  のときは圧力水頭を表わす。

流速  $v$  の代りに流量  $Q$  を未知数とする場合は、式(6.7)および式(6.8)は、それぞれ、次のように書き換えられる。

連続方程式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0; \quad B = \begin{cases} \text{水面幅: } h < D \\ B_s & : h \geq D \end{cases} \quad (6.9)$$

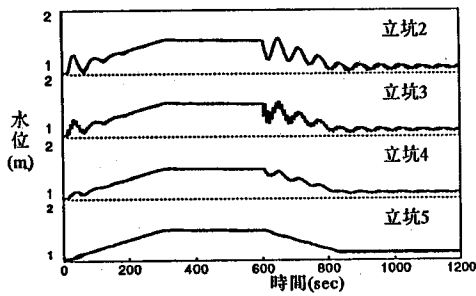
運動方程式

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left( \frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f \right) = 0 \quad (6.10)$$

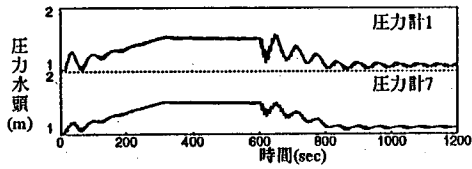
スロットモデルを地下放水路の流れに適用する場合には、立坑部の扱いが問題になるが、立坑部の連続方程式は式(4.1)で表わされる。立坑部の流れは横流入のある流れとして扱うことにすると、立坑からの流入水がトンネルに直角に流入する場合の運動方程式は式(6.10)と同じになる。

したがって、スロットモデルを適用して地下放水路の流れを解析する場合には、連続方程式としてはトンネル部では式(6.9)、立坑部では式(4.1)を用い、運動方程式としてはトンネル部および立坑部とも式(6.10)を用いればよいことになる。

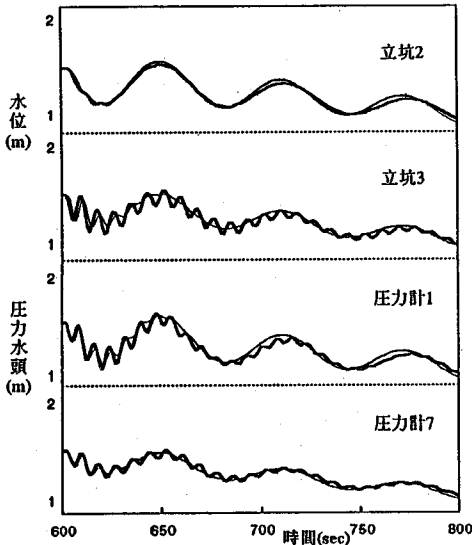
スロットモデルにより地下放水路の管路状態の流れが解析できるか否かを検討するために、スロットモデルを各実験ケースの流れに適用し、立坑の水位とトンネル部の圧力水頭について、スロットモデルによる計算値と実験値を比較した。その一例を図-14に示す。なお、スロットモデルによる数値計算は連続方程式と運動方



(a) 立坑の水位の計算値と実験値の比較



(b) トンネル部の圧力水頭の計算値と実験値の比較

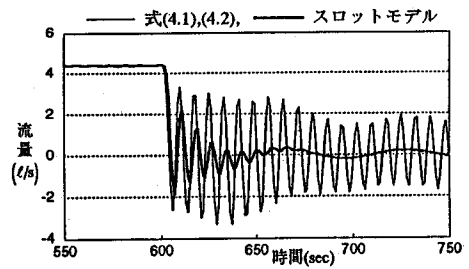


(c) 時間 600~800 sec の拡大図

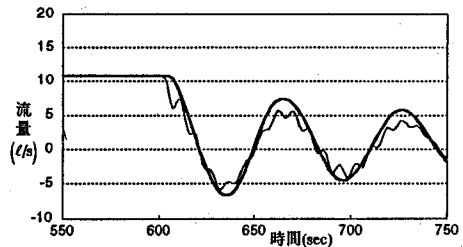
図一四 スロットモデルによる計算値と実験値の比較  
(実験ケース A-1)  
(—計算値, —実験値)

式を4点陰差分法<sup>4)</sup>により差分化して行った。計算条件は§5と同じにした。ただし、疎密波の伝播速度  $a$  はトンネルの材質および内径と壁厚から  $360 \text{ m/s}$  とした。

なお、スロットモデルでは水と管路の圧縮性を考慮して連続方程式をたてているが、疎密波の伝播速度がこのように大きい場合には、スロットの幅  $B_s$  は非常に小さくなるので、連続方程式 (6.9) の左辺の第1項は第2項にくらべ非常に小さくなり、式 (6.9) は  $\partial Q/\partial x = 0$  となる。すなわち、実際には、水と管路の圧縮性を無視して計算する場合と同じになる。



(a) トンネル1 (圧力測定点1) の流量



(b) トンネル3 (圧力測定点7) の流量

図一五 トンネル部の流量の式 (4.1), (4.2) による計算値とスロットモデルによる計算値の比較

図一四によると、スロットモデルによる計算値は、水位および圧力水頭の周期の長い変動については実験値とほぼ一致するが、スロットモデルによっては周期の短い変動は計算されていないことがわかる。

トンネル部の流量は測定していないが、実験ケース A-1 の場合について、式 (4.1) および式 (4.2) による計算値とスロットモデルによる計算値を比較して示すと、図一五のようになる。図一五によると、スロットモデルでは短い周期の変動は計算されていないことがわかる。

スロットモデルの計算値に現れる振動成分は地下放水路の両端および立坑部における流れの反射によるものと思われる。

立坑の水位の実験値に現れる振動成分の周期は約  $60 \text{ sec}$  であり、立坑3の水位変動にはその他に周期が約  $8.4 \text{ sec}$  の振動成分が含まれている。このうち、周期が約  $60 \text{ sec}$  の振動成分は地下放水路全体としてのU字管振動、周期が約  $8.4 \text{ sec}$  の振動成分は立坑3に隣接する立坑間のU字管振動によるものと推定される。地下放水路全体としてのU字管振動の場合は地下放水路の全長に対して立坑の水深は非常に小さくなるので、立坑内の水の運動は無視でき、立坑の水位変動はスロットモデルによる地下放水路の両端における反射に伴う変動とほぼ一致するようになるものと思われる。一方、隣接する立坑間のU字管振動によって生ずる周期の短い振動成分はスロットモデルでは立坑部における反射としてとら

えられるものと思われるが、立坑部の反射が弱く、図14の水位と圧力水頭および図15の流量のスロットモデルによる計算値には周期の短い振動成分が十分には現れなかったものと思われる。立坑部の計算法を工夫すれば、水位の計算値に周期の短い振動成分を生ずることができるかもしれない。しかし、スロットモデルでは立坑間のU字管振動的な水の運動は考慮されていないので、周期の短い振動成分を計算できたとしても、周期が正しく計算されず、波形は実験値とずれるものと思われる。

なお、地下放水路の開水路状態と管水路状態を遷移する流れにスロットモデルを適用し、立坑の水位とトンネル部の圧力水頭について計算値と比較した結果によると、計算値と実験値はほぼ一致する結果が得られた<sup>5)</sup>。開水路状態と管水路状態を遷移する流れでは、立坑内の水深が小さく、U字管振動的な運動が弱いために、スロットモデルによる計算値と実験値がほぼ一致したものと考えられる。

## 7. 結論

都市河川の治水対策の一つとして計画、施工されている地下放水路の管水路状態の非定常流の数値計算法について検討した結果、次のことが示された。

1) 立坑内の水の運動がトンネル部の流れの運動方程式におよぼす影響は  $(A/A_s)(h/L)$  のオーダーである。通常は、立坑の断面積  $A_s$  とトンネルの断面積  $A$  の大きさは同程度であるので、立坑内の水の運動の影響は立坑の水深  $h$  とトンネル部の長さ  $L$  の比のオーダーとなり、微小であり、その影響は二次的である。しかし、立坑内の水の運動は立坑の水位の変動およびトンネル部の流量と圧力の変動の周期に影響をおよぼし、立坑内の水の運動を無視すると、立坑の水位の変動およびトンネル部の流量と圧力の変動の周期が短く計算され、これらの変動の計算波形は実際の波形とずれることになる。

2) 立坑内の水の運動を無視して、立坑の水位およびトンネル部の圧力水頭を計算し、実験値と比較した結果によると、これらの時間変化が振動しない場合は、計算値は実験値とよく一致することが示された。しかし、これらの時間変化が振動する場合には、計算値は実験値と大局的には一致するが、計算値と実験値の波形がずれ、振動する部分では計算値と実験値は一致しないことが示された。これは立坑内の水の運動を無視することにより、振動の周期が短く計算されたためであると考えられる。

3) 立坑内の水の運動を考慮して、立坑の水位変動およびトンネル部の圧力水頭を計算し、実験値と比較した

結果によると、これらの時間変化が振動する場合にも計算値は実験値とかなりよく一致することが示された。

立坑内の水の運動を考慮する場合の運動方程式は、式(3.33)であるが、式(3.33)を簡略化した式(3.35)、すなわち、式(4.2)を用いても精度よい結果が得られた。運動方程式として、式(4.2)を用いる場合は、立坑内の水の運動の影響は式(4.3)の右辺の括弧内の第2項と第3項で表わされる。

4) トンネル部の非定常流の抵抗係数は、定常流に対して導かれた層流の理論式[式(4.6)]および乱流のColebrook式[式(4.7)]によって妥当な値が算定された。

5) トンネルの入口と出口の損失係数  $f_e$  および  $f_o$  は Gardel の式によってもほぼ妥当な値が算定されるが、 $f_e = f_o = 1.0$  とした方がよい結果が得られた。

6) 連続方程式(4.1)および運動方程式(4.2)をRunge-Kutta法で数値積分する場合の計算時間間隔  $\Delta t$  は立坑の水位変動に含まれる振動成分のうちの最小周期の1/8程度の値をとればよいと思われる。

7) スロットモデルを地下放水路の管水路状態の流れの計算に適用し、立坑の水位およびトンネル部の圧力水頭の計算値と実験値を比較した結果、地下放水路全体としてのU字管振動に相当する周期の長い変動についてはほぼ一致する結果が得られたが、スロットモデルによっては立坑間のU字管振動に相当する周期の短い変動は計算されないことが示された。これはスロットモデルではU字管振動が考慮できないことによるものと考えられる。

謝辞：実験の遂行に協力していただいた、荏原総合研究所の石井正治さん、早稲田大学大学院理工学研究科院生（当時）の原田栄さん、早稲田大学理工学部学生（当時）の磯哲也さん、田村博志さんに謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 土木学会編：水理公式集，土木学会，p.398，1980.
- 2) 土木学会編：水理公式集，土木学会，p.397，1980.
- 3) Chaudhry, M.H.: *Applied Hydraulic Transients*, Van Nostrand Reinhold, pp.422-423, 1987.
- 4) Anderson, M.G. and Burt, T.P.: *Hydrological Forecasting*, John Wiley & Sons, pp.437-503, 1985.
- 5) 野中樹夫，栗崎夏代子，鮎川 登，富田 強，大淵真志：スロットモデルによる地下放水路の流れの数値計算，第50回土木学会年次学術講演会講演概要集，pp.316-318，1995.

(1995.10.2 受付)

## NUMERICAL ANALYSIS OF PRESSURIZED FLOW IN UNDERGROUND DIVERSION CHANNEL

Noboru SUKEGAWA, Kayoko KURISAKI, Tsuyoshi TOMITA  
and Masashi OBUCHI

An underground diversion channel is composed of vertical shafts and a tunnel. The continuity and dynamic equations that describe the oscillations of the water level in the vertical shafts, and the discharge and the pressure in the tunnel are derived by considering the motion of the water in the vertical shafts. The numerical method for solving these equations are discussed. The calculated values of the oscillations of the water level in the vertical shafts and the pressure in the tunnel are agreed very well with the experimental values.