

# 開水路漸拡流の水理特性量の流下方向変化 に関する実験的研究

鬼東幸樹<sup>1</sup>・浦 勝<sup>2</sup>・秋山壽一郎<sup>3</sup>  
坂本 真<sup>4</sup>・政徳克志<sup>5</sup>

<sup>1</sup>学生員 工修 九州工業大学大学院 工学研究科博士後期課程 (〒804 北九州市戸畠区仙水町1-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 九州工業大学教授 工学部設計生産工学科建設工学教室 (同上)

<sup>3</sup>正会員 Ph.D. 九州工業大学助教授 工学部設計生産工学科建設工学教室 (同上)

<sup>4</sup>学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

<sup>5</sup>正会員 工修 北九州市水道局 業務部 (〒806 北九州市八幡西区筒井町15-1)

流下方向に水路幅が緩やかに拡幅する開水路漸拡流の流速分布がX型 Hot-film 流速計によって測定された。その結果、形状損失係数のオーダーは Diffuser のものに類似していること、主流速の水平方向分布は内層では log 則によって、外層では Goertler の平面噴流式によって表現できること、主流速の鉛直方向分布は内層では log 則によって、外層では log-wake 則によって表現できること、さらに、3次元流況として、水路幅の拡幅に伴い底面渦が水平方向に伸張して主流速分布を変形させていること、乱れエネルギーが壁面より多少離れた領域で増加することなどが明らかにされた。

**Key Words :** gradually expanded open-channel flow, loss coefficient, log-wake law, secondary flow, turbulence energy

## 1. はじめに

実河川には、流下方向に水深および川幅が一定の等流や、それらが流下方向に変化する不等流が存在する。開水路等流の水理特性については、近年の乱流計測の進歩と多くの研究者の精力的な研究によって、かなり解明されたといえる。しかし、流下方向に水路幅が拡幅する開水路流の内、剥離を生じる急拡流の水理特性についてはある程度明らかにされているが、剥離の生じない漸拡流の水理特性についてはある程度明らかにされているが、剥離の生じない漸拡流の水理特性についてはあまり調べられていないのが現状である。

2次元等流においては、内層および外層の主流速分布が log-wake 則によって表現でき、wake strength parameter  $\Pi$  が Reynolds 数に依存することや乱れ強度分布が半経験式によって普遍表示可能であることが Nezu & Rodi<sup>1)</sup>によって示された。

非円形断面を有する開水路流の3次元構造についても研究がなされた。祢津・中川<sup>2)</sup>は乱れの非等方性によって発生する2次流<sup>3)</sup>が、主流速分布を歪め、アスペクト比が5以下の矩形断面開水路等流の最大流速点が2次流の影響によって自由水面下に没することを指摘した。さらに、富永・江崎<sup>4)</sup>や祢津・中川<sup>5)</sup>は乱れ強度分布および Reynolds 応力分布もまた、2次流によって歪められることを示した。この

ように、開水路等流の3次元流況は2次流の影響をかなり受けることが明らかにされた。

一方、流下方向に水路幅が拡幅する不等流においては、まず、剥離を生じる急拡流と剥離を生じない漸拡流とを明確に区別させるために、剥離の発生条件が調べられた。芦田・荒木<sup>6)</sup>は拡幅角が20°以上で剥離が生じることを示した。しかし、拡幅部に流入する Froude 数が0.65~0.71であり Froude 数の影響は考慮されていない。

開水路急拡流に関しては、芦田<sup>7)</sup>によって形状損失係数が急拡部の上流側および下流側の水深と水路幅によって求められることが明らかにされ、石原・志方<sup>8)</sup>によって主流速分布が噴流的挙動を示すことが明らかにされた。さらに、今本ら<sup>9)</sup>は Hot-film 流速計によって2次流を測定し、主流の側壁方向への拡がりに2次流による流体補給が寄与していることを示唆した。

開水路漸拡流に関しては、芦田・荒木<sup>6)</sup>が水深10cmで拡幅角8, 16および20°の場合について、水面下1cmにおける主流速の横断方向分布を Pitot 管によって測定し、側壁付近の主流速分布がやせることを指摘しているが、鉛直方向の主流速分布や乱れ量は測定されておらず、横断面内の主流速分布、2次流分布および乱れ強度分布などの基本的な水理特

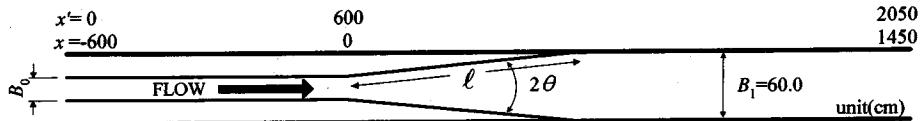


図-1 漸拡水路の平面図

性や2次流による主流速分布および乱れ強度分布への影響など、多くの不明な点が残されている<sup>10)</sup>。

本研究では、急拡流と漸拡流とを明確に区別させるために、滑面水路において、長さ比、拡幅角および流入 Froude 数を系統的に変化させた実験を行い、剥離発生条件を調べた。さらに、開水路漸拡流において水面形測定および流速分布測定を行い、壁面せん断応力、形状損失係数、主流速分布、2次流分布、乱れエネルギー分布などの水理特性を明らかにした。

## 2. 剥離の発生条件について

### (1) 剥離を発生させる要因

閉管路 Diffuser における剥離の発生要因は、a) 拡幅角  $2\theta$  , b) 長さ比  $\ell/B_0$  (漸拡長  $\ell$  と漸拡部より上流側の水路幅  $B_0$  との比) , c) 上流側の流速分布, d) Reynolds 数である<sup>11)</sup>。Diffuser に流入する流れの状態が十分発達した乱流である場合, c) と d) による影響は無視できるので、剥離の発生要因は  $2\theta$  と  $\ell/B_0$  のみとなる。Kline<sup>12)</sup>は閉管路 Diffuser において  $2\theta$  を  $5 \sim 170^\circ$  ,  $\ell/B_0$  を  $1 \sim 30$  の範囲で変化させ、剥離が発生するときの  $2\theta$  と  $\ell/B_0$  の関係を図示した。

松下<sup>13)</sup>は拡幅部始点の断面形状が台形で、拡幅部終点の断面形状が長方形の水路において、拡幅角および流入 Froude 数を系統的に変化させて、Froude 数の増加に伴い剥離が発生する拡幅角が減少することを示した。よって、水路幅の拡幅する開水路流においては、剥離の発生に  $\ell/B_0$  および  $2\theta$  だけでなく、流入 Froude 数も関係していると考えられる。

芦田・荒木<sup>6)</sup>は矩形断面水路において、 $\ell/B_0$  を  $0.54 \sim 3.87$  ,  $2\theta$  を  $4 \sim 60^\circ$  の範囲で変化させ、剥離は  $\ell/B_0$  の影響を受けずに  $2\theta$  が  $20^\circ$  以上で発生することを示した。しかし、流入 Froude 数の範囲は  $0.65 \sim 0.71$  と狭く、Froude 数の影響は考慮されていない。また、長さ比の範囲も比較的狭いこともあり、芦田・荒木の剥離発生条件には再検討する余地がある。

そこで本研究では、まず初めに、水路幅が拡幅する矩形断面水路における剥離の発生条件を解明するために、拡幅角  $2\theta$  , 長さ比  $\ell/B_0$  および流入 Froude 数を系統的に変化させた実験を行った。

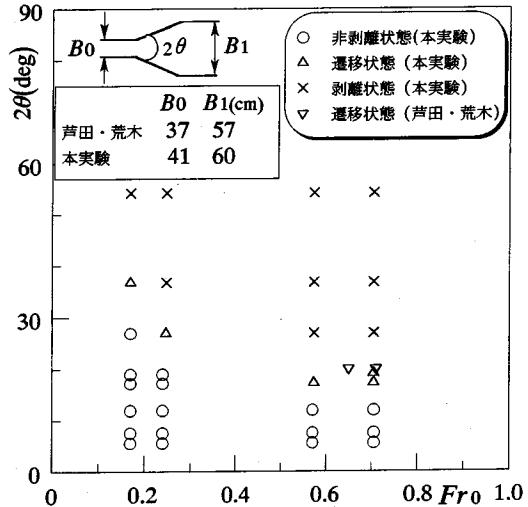


図-2 流入 Froude 数  $F_{r0}$  による流れの状態

### (2) 実験装置および実験方法

実験に用いた水路は、図-1に示すように長さ 2050cm, 水路幅  $B_1=60$ cm, 高さ 60cm の可変勾配水路の上端から 600cm の区間を水路幅  $B_0$  にし、さらにその下流側に長さ  $\ell$  の漸拡部を設置したものである。座標系としては、水路上端より流下方向に  $x'$  軸を、漸拡部始点より流下方向に  $x$  軸を、 $x$  軸に直角上向きに  $y$  軸を、水路右岸より左岸方向に  $z$  軸をとった。

実験条件は、長さ比  $\ell/B_0$  , 拡幅角  $2\theta$  および流入 Froude 数  $F_{r0} = U_m / \sqrt{gh_0}$  を、それぞれ  $1.1 \leq \ell/B_0 \leq 33.3$  ,  $4.5 \leq 2\theta \leq 54.3^\circ$  ,  $0.17 \leq F_{r0} \leq 0.7$  の範囲で系統的に変化するようにした。ここに、 $U_m$  は断面平均流速、 $h$  は水深、 $g$  は重力加速度であり、漸拡部始点での水深  $h_0$  は 6.0cm とした。なお、本文では漸拡部始点の諸量に添字 0 を、漸拡部終点の諸量に添字 1 をつける。

剥離の有無は、着色料（アニリンブルー）を流れに挿入し、目視によって行った。

### (3) 実験結果および考察

剥離の発生に及ぼす Froude 数の影響を示す一例として、図-2に上流側の水路幅が  $B_0=41$ cm、下流側の水路幅が  $B_1=60$ cm の場合の非剥離状態を○印で、剥離を生じ始める状態（以下、遷移状態と呼ぶ）を△印で、剥離状態を×印で示し、芦田・荒木による

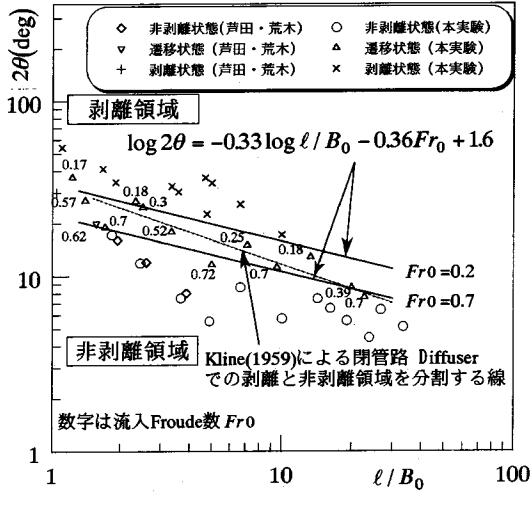


図-3 長さ比  $\ell / B_0$  と拡幅角  $2\theta$  による流れの状態

$B_0=37\text{cm}$ ,  $B_1=57\text{cm}$  の場合の遷移状態を  $\nabla$  印で示す。遷移状態を表す  $\triangle$  印および  $\nabla$  印は右下がりの分布となっており、流入 Froude 数  $Fr_0$  の増加に伴い遷移状態となる拡幅角  $2\theta$  が小さくなることを示す。この傾向は松下ら<sup>13)</sup>の結果と一致する。他の水路幅  $B_0$  の場合も同様な傾向を示した。

図-3に非剥離状態における拡幅角  $2\theta$  と長さ比  $\ell / B_0$  の関係を  $\circ$  印で、遷移状態を  $\triangle$  印で、剥離状態を  $\times$  印で示し、芦田・荒木<sup>6)</sup>によって得られた非剥離状態を  $\diamond$  印で、遷移状態を  $\nabla$  印で、剥離状態を  $+$  印で示す。なお、図中の数字は遷移状態における  $Fr_0$  であり、点線は Kline<sup>12)</sup>によって得られた閉管路 Diffuser における剥離領域と非剥離領域とを分割する線である。開水路流および閉管路 Diffuser において共に  $\ell / B_0$  の増加に伴い、遷移状態となる  $2\theta$  が小さくなる傾向があるが、開水路流においては、 $Fr_0$  によって多少の違いがある。そこで、流入 Froude 数が  $0.2 \leq Fr_0 \leq 0.7$  の範囲内の開水路流における剥離領域と非剥離領域とを分割する線を次式で近似した。

$$\log 2\theta = -0.33 \log \ell / B_0 - 0.36 Fr_0 + 1.6 \quad (1)$$

図-3に  $Fr_0$  が 0.2 および 0.7 における式(1)による  $2\theta$  と  $\ell / B_0$  の関係を実線で示す。

以上より、長さ比  $\ell / B_0$  が 1.1 ~ 33.3 で流入 Froude 数  $Fr_0$  が 0.2 ~ 0.7 の場合における開水路漸拡流は式(1)で示される角度より小さい拡幅角の流れと定義できる。

### 3. 実験条件および実験方法

拡幅角  $2\theta$  を系統的に変化させるために、図-1に

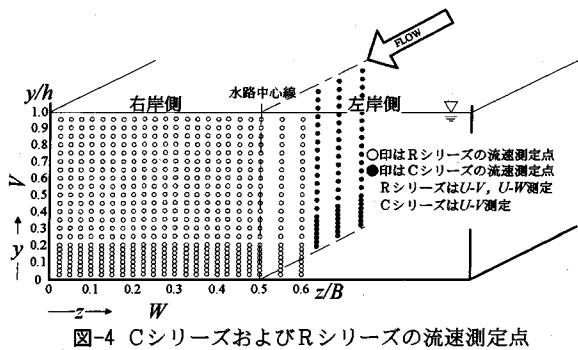


図-4 CシリーズおよびRシリーズの流速測定点

表-1 長さ比と拡幅角

| $\ell$ (cm) | $\ell / B_0$ | $2\theta$ (deg.) |
|-------------|--------------|------------------|
| 200         | 9.52         | 11.10            |
| 300         | 14.29        | 7.44             |
| 500         | 23.81        | 4.47             |

示した水路において、上流側の水路幅  $B_0$  を 21cm とし、漸拡長  $\ell$  を 2m, 3m および 5m の 3 種類に変化させた。長さ比  $\ell / B_0$  と拡幅角  $2\theta$  を表-1に示す。

実験条件は漸拡部より下流側において Froude 数が  $Fr_1=0.15$  で水深が  $h_1=8.0\text{cm}$  の等流状態になるように、流量を  $Q=6.6\ell/\text{s}$ 、水路床勾配を  $\sin \Theta=1/11000$  とした。下流側の水深  $h_1$  の微調整は水路下流端の堰によって行った。測定は、3種類の漸拡長に対し、それぞれ水面形測定 (Lシリーズ)、水路中心線上流速測定 (Cシリーズ) および横断面内流速測定 (Rシリーズ) の3シリーズとした。Lシリーズではポイントゲージとレベルを用いて水路中心線上の約 80 点において水路床高および水位を測定した。Cシリーズでは 2 方向 Hot-film 流速計を用いて図-4 に示すように、水路中心線上の  $x$  方向流速  $\tilde{u}=U+u$  および  $y$  方向流速  $\tilde{v}=V+v$  を鉛直方向に約 20 点、流下方向に 15 ~ 16 断面について測定し、Rシリーズでは 2 方向 Hot-film 流速計を 2 回使用することで、図-4 に示すような右岸側横断面内における  $x$  方向流速  $\tilde{u}=U+u$ 、 $y$  方向流速  $\tilde{v}=V+v$  および  $z$  方向流速  $\tilde{w}=W+w$  を流下方向に 6 ~ 7 の横断面について測定した。ただし、 $x$ 、 $y$  および  $z$  軸方向の瞬間流速を  $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$ 、 $\tilde{w}$ 、時間平均流速を  $U$ 、 $V$ 、 $W$ 、変動流速成分を  $u$ 、 $v$ 、 $w$  とした。CシリーズおよびRシリーズにおける流速測定では、サンプリング間隔を 0.01sec、サンプリング時間を 40.96sec とした。なお、漸拡長  $\ell$  が 2m, 3m および 5m の C シリーズの実験名をそれぞれ C 2, C 3, C 5 とし、R シリーズの実験名を R 2, R 3, R 5 とした。

表-2 R 2, R 3 および R 5 の水理諸量

| R 2 ( $\ell/B_0=9.52$ , $2\theta=11.10^\circ$ ) |             |             |             |                  |      | R 3 ( $\ell/B_0=14.29$ , $2\theta=7.44^\circ$ ) |             |             |             |                  |      | R 5 ( $\ell/B_0=23.81$ , $2\theta=4.47^\circ$ ) |             |             |             |                  |      |
|---|-------------|-------------|-------------|------------------|------|---|-------------|-------------|-------------|------------------|------|---|-------------|-------------|-------------|------------------|------|
| $x'$<br>(cm)                                    | $x$<br>(cm) | $h$<br>(cm) | $B$<br>(cm) | $Re \times 10^4$ | $Fr$ | $x'$<br>(cm)                                    | $x$<br>(cm) | $h$<br>(cm) | $B$<br>(cm) | $Re \times 10^4$ | $Fr$ | $x'$<br>(cm)                                    | $x$<br>(cm) | $h$<br>(cm) | $B$<br>(cm) | $Re \times 10^4$ | $Fr$ |
| 580   | -20         | 6.88        | 21.0        | 8.39             | 0.56 | 580   | -20         | 7.06        | 21.0        | 7.55             | 0.53 | 580   | -20         | 6.68        | 21.0        | 8.27             | 0.59 |
| 632   | 32          | 7.23        | 26.7        | 6.93             | 0.41 | 648   | 48          | 7.52        | 23.7        | 6.86             | 0.43 | 680   | 80          | 7.24        | 25.5        | 7.40             | 0.45 |
| 668   | 68          | 7.50        | 34.0        | 6.07             | 0.31 | 702   | 102         | 7.69        | 32.8        | 5.51             | 0.30 | 790   | 190         | 7.47        | 32.7        | 5.95             | 0.32 |
| 732   | 132         | 7.47        | 46.0        | 4.70             | 0.22 | 798   | 198         | 7.66        | 43.2        | 4.46             | 0.22 | 930   | 330         | 7.57        | 43.0        | 4.97             | 0.24 |
| 796   | 196         | 7.41        | 57.2        | 3.93             | 0.18 | 794   | 294         | 7.70        | 57.2        | 3.64             | 0.17 | 1090  | 490         | 7.65        | 57.8        | 3.97             | 0.17 |
| 880   | 280         | 7.62        | 60.0        | 3.78             | 0.17 | 1020  | 420         | 7.67        | 60.0        | 3.52             | 0.16 | 1300  | 700         | 7.80        | 60.0        | 3.88             | 0.16 |
|   |             |             |             |                  |      | 1800  | 1200        | 8.07        | 60.0        | 3.48             | 0.15 |   |             |             |             |                  |      |

表-3 C 2, C 3 および C 5 の水理諸量

| C 2          |             |             |             | C 3          |             |             |             | C 5          |             |             |             |
|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| $x'$<br>(cm) | $x$<br>(cm) | $B$<br>(cm) | $h$<br>(cm) | $x'$<br>(cm) | $x$<br>(cm) | $B$<br>(cm) | $h$<br>(cm) | $x'$<br>(cm) | $x$<br>(cm) | $B$<br>(cm) | $h$<br>(cm) |
| 200          | -400        | 21.0        | 7.42        | 200          | -400        | 21.0        | 7.54        | 200          | -400        | 21.0        | 7.51        |
| 400          | -200        | 21.0        | 7.13        | 400          | -200        | 21.0        | 7.32        | 400          | -200        | 21.0        | 7.03        |
| 500          | -100        | 21.0        | 7.01        | 500          | -100        | 21.0        | 7.10        | 500          | -100        | 21.0        | 6.84        |
| 580          | -20         | 21.0        | 6.86        | 580          | -20         | 21.0        | 7.08        | 580          | -20         | 21.0        | 6.81        |
| 610          | 10          | 22.9        | 7.07        | 615          | 15          | 22.5        | 7.30        | 625          | 25          | 22.0        | 7.03        |
| 620          | 20          | 24.4        | 7.27        | 630          | 30          | 24.4        | 7.41        | 650          | 50          | 23.6        | 7.19        |
| 640          | 40          | 28.5        | 7.49        | 660          | 60          | 27.7        | 7.51        | 700          | 100         | 26.7        | 7.41        |
| 680          | 80          | 36.9        | 7.61        | 720          | 120         | 34.5        | 7.58        | 795          | 195         | 33.1        | 7.42        |
| 720          | 120         | 43.0        | 7.50        | 780          | 180         | 41.1        | 7.69        | 900          | 300         | 40.9        | 7.50        |
| 760          | 160         | 51.2        | 7.58        | 840          | 240         | 49.0        | 7.70        | 1000         | 400         | 48.2        | 7.68        |
| 796          | 196         | 57.2        | 7.52        | 894          | 294         | 57.1        | 7.73        | 1090         | 490         | 56.7        | 7.70        |
| 850          | 250         | 60.0        | 7.56        | 975          | 375         | 60.0        | 7.76        | 1225         | 625         | 60.0        | 7.71        |
| 900          | 300         | 60.0        | 7.58        | 1050         | 750         | 60.0        | 7.74        | 1350         | 750         | 60.0        | 7.77        |
| 1000         | 400         | 60.0        | 7.74        | 1200         | 600         | 60.0        | 7.90        | 1600         | 1000        | 60.0        | 7.85        |
| 1400         | 800         | 60.0        | 7.95        | 1800         | 1200        | 60.0        | 8.07        | 1800         | 1200        | 60.0        | 8.03        |
| 1800         | 1200        | 60.0        | 8.02        |              |             |             |             |              |             |             |             |

#### 4. 実験結果および考察

Rシリーズで得られた各断面における水理諸量を表-2に、Cシリーズで得られた各断面における水理諸量を表-3に示す。ここに、 $Re = 4RU_m/\nu$ は Reynolds 数、 $R$ は径深、 $\nu$ は動粘性係数である。

##### (1) 粗度係数の推定

Rシリーズより得られた横断面内主流速分布より、 $50 < yU_*/\nu$ ,  $y/h \leq 0.2$  の内層において式(2)の log 則を適用させることで底面摩擦速度を算出し、同様に  $50 < zU_*/\nu$ ,  $z/B \leq 0.1$  において側壁摩擦速度を算出した。

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yU_*}{\nu} + A \quad (2)$$

ただし、 $U_*$ は摩擦速度、 $\kappa$ は Karman 定数、 $A$ は積分定数である。Nezu & Nakagawa<sup>14)</sup>は境界層流、管路流および開水路等流における Karman 定数  $\kappa$  は普遍定数であるを示し、さらに、櫛津ら<sup>15)</sup>は開水路不等流においても  $\kappa=0.41$  が成立することを示した。本研究においても  $\kappa=0.41$  を採用した。積分定数  $A$  については、次式で表される無次元圧力勾配  $\beta$

$$\beta = \frac{gh}{U_*^2} \left( \frac{dh}{dx} \cos \Theta - \sin \Theta \right) \quad (3)$$

に比例することが櫛津ら<sup>15)</sup>によって指摘されている

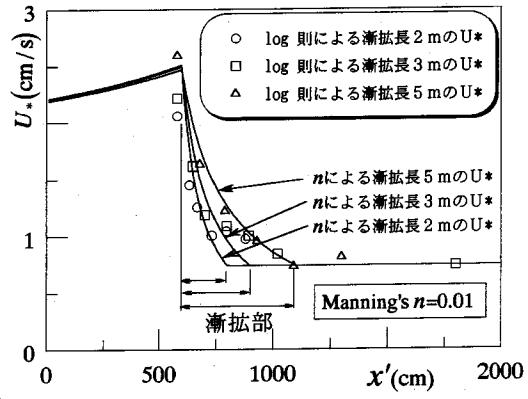


図-5 摩擦速度の流下方向変化

が、本研究で算出された  $A$  にはばらつきがあることより、等流での値  $A=5.3$  を採用した。

図-5に式(2)の log 則から求めた R 2, R 3 および R 5 における摩擦速度の渦辺平均値をそれぞれ○、□および△印で示した。また、本実験水路の等流状態における水面形測定より得られた粗度係数  $n=0.011$  から求めた摩擦速度を実線で示す。両者はかなり一致しており、等流状態での粗度係数は、同様な粗度壁面を有している漸拡流に対しても適用可能であるといえる。

##### (2) 形状損失係数の算出

開水路不等流のエネルギー損失としては、流体と壁面とのせん断による摩擦損失と断面変化によって生じる形状損失がある。形状損失を求めるには、実験より得られたエネルギー損失を摩擦損失と形状損失とに分離する必要があるが、両者を厳密に分離することは困難なため、以下に示す近似的な方法によつて、形状損失係数を求めた。

図-6に L シリーズより得られた漸拡長 5 m における水路床を鎖線で、水位を○印で示し、さらに R シリーズより得られた横断面内流速分布よりエネルギー補正係数  $\alpha$  を求めることで算出されたエネルギーの実測値を●印で示している。図-6より、エネルギーの実測値が流下方向に減少することがわかる。この損失は摩擦損失と形状損失を加算したものである。静水圧分布を仮定すると次式のエネルギー式が得られる。

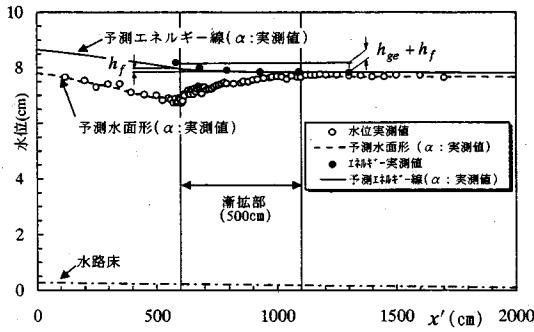


図-6 漸拡長 5 m の水面形およびエネルギー線

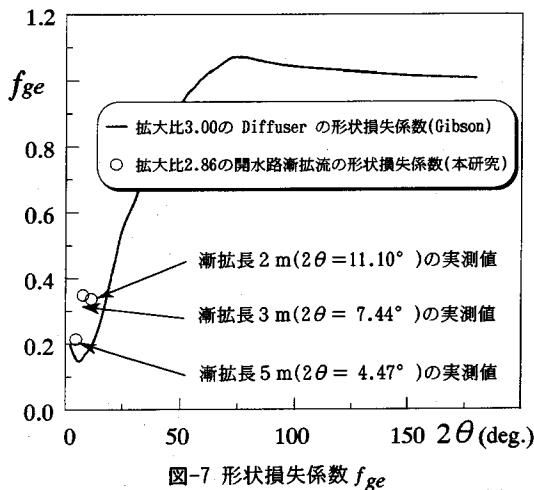


図-7 形状損失係数  $f_{ge}$

$$h_{ge} + h_f = \left( \frac{\alpha U_m^2}{2g} + y_B + h \right)_0 - \left( \frac{\alpha U_m^2}{2g} + y_B + h \right)_1 \quad (4)$$

ここに、 $h_{ge}$  は形状損失水頭、 $h_f$  は摩擦損失水頭、 $y_B$  は水路床高である。一方、摩擦損失水頭  $h_f$  については、次式を数値積分して求められるエネルギー線の流下方向変化より算出することができる。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\sin \Theta - n^2 R^{-4/3} \left( \frac{Q}{Bh} \right)^2 + \frac{\alpha Q^2}{gB^3 h^2} \frac{db}{dx}}{\cos \Theta - \frac{\alpha Q^2}{gB^2 h^3}} \quad (5)$$

ただし、 $\alpha$  は実測値を用い、 $n$  は 0.011 とした。図-6 中の点線は式(5)による予測水面形で、実線は予測エネルギー線である。よって、形状損失水頭  $h_{ge}$  は、漸拡部始点から終点の間における実測されたエネルギー損失水頭  $h_{ge} + h_f$  から、予測されたエネルギー損失水頭  $h_f$  を減ずることによって算出される。形状損失水頭  $h_{ge}$  が算出されると、次式より形状損失係数  $f_{ge}$  が得られる。

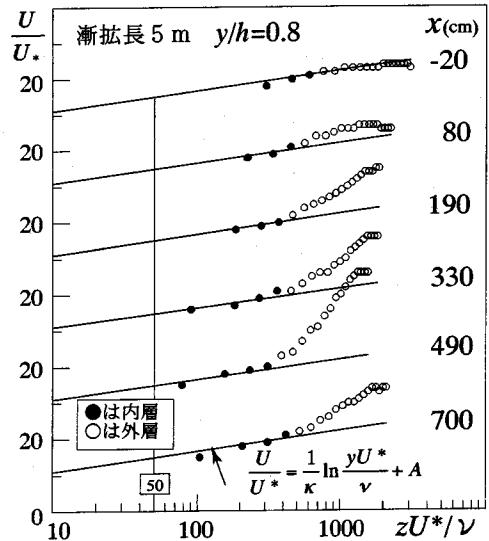


図-8 漸拡長 5 m の水平方向主流速分布 ( $y/h=0.8$ )

$$f_{ge} = h_{ge} \frac{2g}{(U_{m0} - U_{m1})^2} \quad (6)$$

図-7 に本実験で得られた拡大比 ( $B_1/B_0$ ) が 2.86 の場合の形状損失係数  $f_{ge}$  を○印で、Gibson<sup>16)</sup>によって得られた拡大比 3.0 の閉管路 Diffuser の形状損失係数を実線で示す。本実験で算出された開水路漸拡流の形状損失係数は、Diffuser の値より多少大きな値を示している。これは、形状損失水頭を求めるために算出された摩擦損失水頭が、粗度係数  $n$  の見積もり誤差の影響を強く受けるためである。しかし、オーダーとしては閉管路 Diffuser のものと一致する。

### (3) 主流速の水平方向分布

主流速の水平方向分布の流下方向変化の一例を図-8 に示す。図中に●印で示された内層 ( $50 < zU_* / \nu, z/B \leq 0.1$ ) の主流速分布は、直線で示された log 則で表現できるが、○印で示された外層では log 則より高流速側にずれており、log 則では表現できない。

図-9 に最大主流速  $U_{max}$  と半幅  $b$  によって無次元化された  $y/h=0.8$  における水平方向主流速分布の流下方向変化を示す。ただし、 $z'$  軸は最大流速点より右岸に向かう座標であり、次式で得られる。

$$z' = z_{max} - z \quad (7)$$

ここに、 $z_{max}$  は最大流速点の  $z$  座標である。また、図中の実線は式(8)で示される Goertler<sup>17)</sup>の平面噴流に対する半経験式である。

$$\frac{U}{U_{max}} = 1 - \tanh^2 \left( 0.88 \frac{z'}{b} \right) \quad (8)$$

図-9 より、漸拡長 2 m における × 印 ( $x=32\text{cm}$ ) と

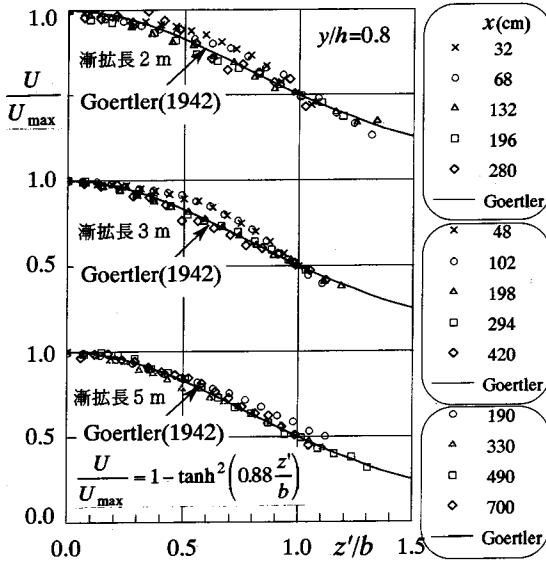


図-9 漸拡長 5 m の水平方向主流速分布 ( $y/h=0.8$ )

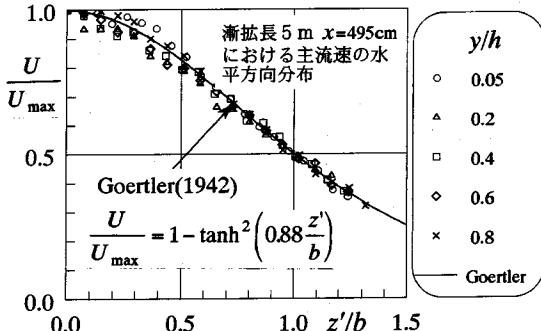


図-10 漸拡長 5 m の水平方向主流速分布の鉛直方向変化

○印 ( $x=68\text{cm}$ ) および漸拡長 3 m における × 印 ( $x=48\text{cm}$ ) と ○ 印 ( $x=102\text{cm}$ ) は  $z'/b < 1.0$  において Goertler の平面噴流式より高速側に位置する。これは、漸拡部より上流側の流れの履歴を受けるためである。しかし、おおよそ  $x=130\text{cm}$  以降の  $y/h=0.8$  における水平方向主流速分布は Goertler の平面噴流式に適合している。

図-10に漸拡長 5 m の  $x=495\text{cm}$  における水平方向主流速分布の鉛直方向変化を示す。図中の実線は式(8)の Goertler の平面噴流式である。すべての鉛直位置において水平方向主流速分布が Goertler の平面噴流式によって近似できる。

#### (4) 主流速の鉛直方向分布

主流速の水平方向分布は側壁の拘束が緩いため、噴流的な挙動を示すが、鉛直方向分布は底面の影響を強く受けるので、開水路等流と同様に壁面乱流として取り扱う。水路中心線上における漸拡長 2 m の

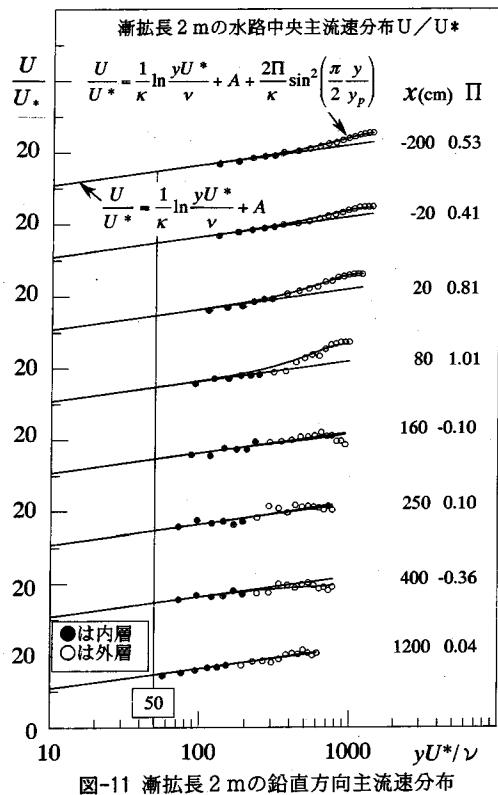


図-11 漸拡長 2 m の鉛直方向主流速分布

主流速分布の流下方向変化を図-11に示す。ただし、同図の縦軸は一番上に示した  $x=-200\text{cm}$  の場合から順に 20 づつ下にずらして表示している。図中の直線が式(2)の log 則である。●印で示された内層の主流速分布は log 則によって良好に表現できるが、外層では log 則からずれを生じる。このずれを式(9)の log-wake 則で表現した<sup>1)</sup>。

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yU_*}{\nu} + A + \frac{2\pi}{\kappa} \sin^2 \left( \frac{\pi y}{2 y_p} \right) \quad (9)$$

ここに、 $\pi$  は円周率、 $y_p$  は wake 頂点の  $y$  座標である。log 則からのずれの大きさを表す wake strength parameter  $\Pi$  は、外層の主流速分布において式(9)を適用することによって求めた。開水路等流における  $\Pi$  は Reynolds 数が  $2 \times 10^5$  以下では Reynolds 数に比例して  $0 \sim 0.2$  の間で増加し、Reynolds 数が  $2 \times 10^5$  以上では 0.2 の一定値をとることが Nezu & Rodi<sup>1)</sup> によって示されている。一方、一様幅で水深の増加する開水路減速流および水深の減少する開水路加速流における  $\Pi$  は、 $\beta$  と次式の関係があることが橋津ら<sup>15)</sup> によって示された。

$$\Pi = 0.06\beta + 0.45 \quad (10)$$

図-12に R 2, R 3 および R 5 における  $\Pi$  と  $\beta$  の関係を、それぞれ ○, □ および △ 印で示し、式(10)を実線で示す。ただし、図中の数字は漸拡部始点から

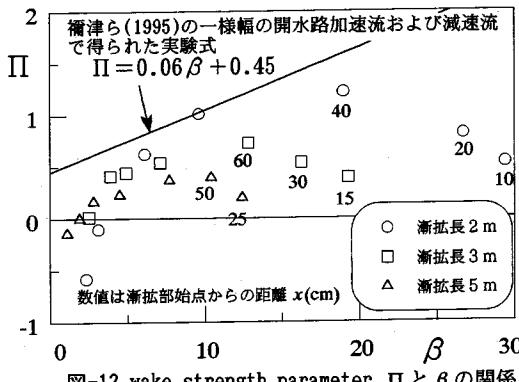


図-12 wake strength parameter  $\Pi$  と  $\beta$  の関係

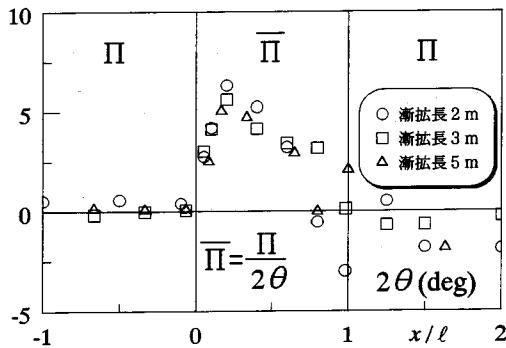


図-13 wake strength parameter  $\Pi$  の流下方向変化

の距離  $x$  (cm)を示す。漸拡部始点から約60cmの区間はいずれの場合も  $\Pi$  と  $\beta$ との間に一義的な関係は見られない。この原因は漸拡部始点から約60cmの区間では  $\Pi$  の挙動に圧力勾配だけでなく上流側からの流れの履歴が影響を与えていたためと思われる。 $x=60\text{cm}$  以降の漸拡部における  $\Pi$  の値は、式(10)には適合しないが  $\beta$ に比例する傾向がある。

一般に、流下方向に水深が変化する不等流では  $\beta$  を表す式(3)の括弧内は第1項の水面勾配が支配量となる。また、式(3)中の水面勾配は式(5)で表されるが、漸拡流では式(5)の分子3項の内、第3項の水路幅の変化率による効果が支配的である。よって、漸拡流における  $\Pi$  は拡幅角  $2\theta$  の一次関数で近似できると考えられる。そこで、次式のように  $2\theta$  の単位を radian として  $\bar{\Pi}$  を定義した。

$$\bar{\Pi} = \frac{\Pi}{2\theta} \quad (11)$$

図-13に  $x/\ell < 0$ ,  $1 < x/\ell$  における  $\Pi$  および  $0 \leq x/\ell \leq 1$  における  $\bar{\Pi}$  の流下方向変化を示す。ただし、○、□、△印はそれぞれ漸拡長 2, 3, 5 m の結果である。多少のばらつきはあるが、それぞれの場合について、漸拡部では  $\bar{\Pi}$  は急増して  $x/\ell=0.2$  付近で最大値  $\bar{\Pi}_{\max} \sim 5$  をとる。 $\bar{\Pi}$  の増加は、水路幅の拡幅によって水面勾配が負から不連続に正となり、圧力勾配が急増したことが主な原因であると思われる。

われる。 $x/\ell=0.2 \sim 1.0$  の区間では漸拡長 2 m, 3 m および 5 m における  $\bar{\Pi}$  の分布はほぼ一致していることから、本実験条件の  $2\theta$  の範囲 ( $4.47 \leq 2\theta \leq 11.10$ )において、 $\Pi$  は拡幅角  $2\theta$  を用いて基準化できると考えられる。漸拡部より下流の  $1 < x/\ell \leq 2$  では  $\Pi$  の値は等流の値 ( $\Pi=0.2$ ) と一致しないが、これは漸拡部において形成された主流速分布が等流の分布に回復するまでにかなりの遷移区間を要するためである。

### (5) 3次元流況変化

ここでは R シリーズにおける横断面内流速測定の結果を示し、検討を加える。

#### a) 主流速分布

図-14に最大主流速  $U_{\max}$  で無次元化された R 3 および R 5 の主流速分布  $U/U_{\max}$  の等流速線を示す。R 3 に着目すると、最大主流速の 80% を示す太線は、漸拡部流入直前の  $x/\ell=-0.07$  の断面で側壁および底面付近に存在し、角張った形状であるが、漸拡部では流下方向に丸みを帯びながら側壁および底面から離れていく。よって漸拡部では、壁面近傍だけでなく壁面から多少離れた領域でも速度勾配 ( $dU/dy$ ,  $dU/dz$ ) が急である。特に、半水深付近における等流速線の隅角部への張り出しが顕著である。また、 $x/\ell=0.98$  の断面ではアスペクト比  $B/h$  は 7.4 であるが、最大流速点が水面より没している。Nezu & Nakagawa<sup>14)</sup>はアスペクト比が 5 以上の開水路等流においては、最大流速点が水面に存在することを明らかにしていることから、漸拡流においてアスペクト比が 7.4 の断面で最大流速が水面下に没する現象は漸拡流特有の現象といえる。

R 5 の等流速線についても R 3 と同様な傾向が見られ、速度勾配 ( $dU/dy$ ,  $dU/dz$ ) は R 3, R 5 共にほぼ同一となる。

#### b) 2次流速分布

図-15に R 3 および R 5 の 2 次流ベクトルを示す。ただし、2次流速には、(A)拡幅角による補正、(B) X型 Hot-film のセンサ間隔による補正、(C)連続条件による補正がなされている<sup>18)</sup>。

R 3 に着目すると、 $x/\ell=-0.07$  の断面で隅角部付近に底面渦が観察される。底面渦の鉛直方向スケールは半水深程度である。漸拡部においても流下による鉛直方向スケールの変化は観察されず、半水深規模である。しかし、水平方向スケールは流下に伴い増加する。

図-14の主流速分布と照らし合わせると、2次流ベクトルの法線方向に等流速線が張り出していることが分かる。特に、等流速線の隅角部への張り出しが、そこでの隅角部に向かう 2 次流は顕著に対応している。よって、主流速分布は 2 次流によって変形を受け、等流速線は丸みを帯びた形状に変化し、さらに最大流速点が水面下に没したと考えられる。また、R 5 の 2 次流についても R 3 と類似したパターンとなっており、同様な傾向がある。

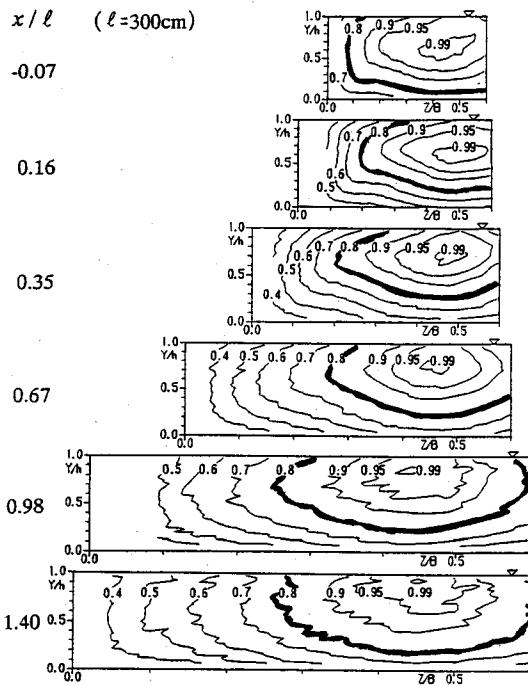


図-14(a) R 3 の主流速  $U / U_{\max}$  の分布

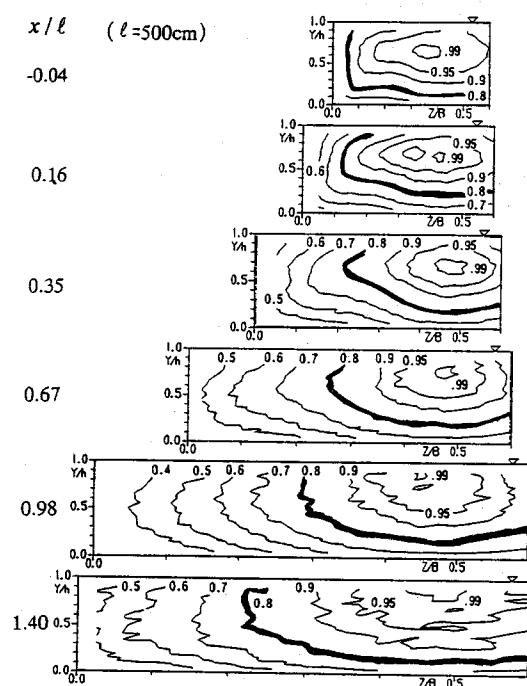


図-14(b) R 5 の主流速  $U / U_{\max}$  の分布

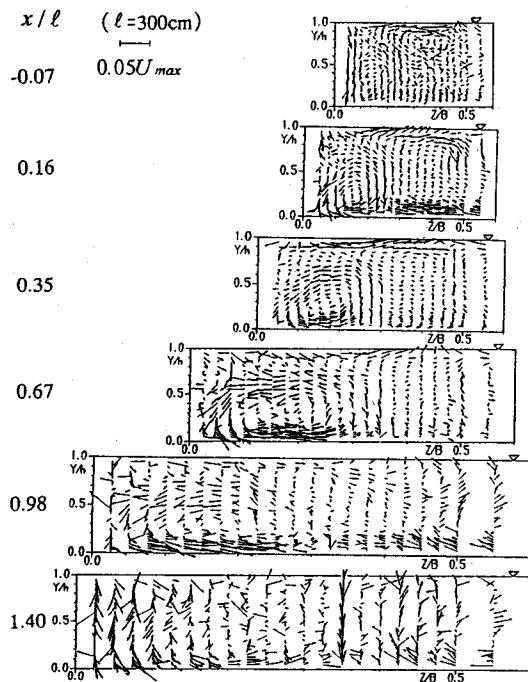


図-15(a) R 3 の2次流

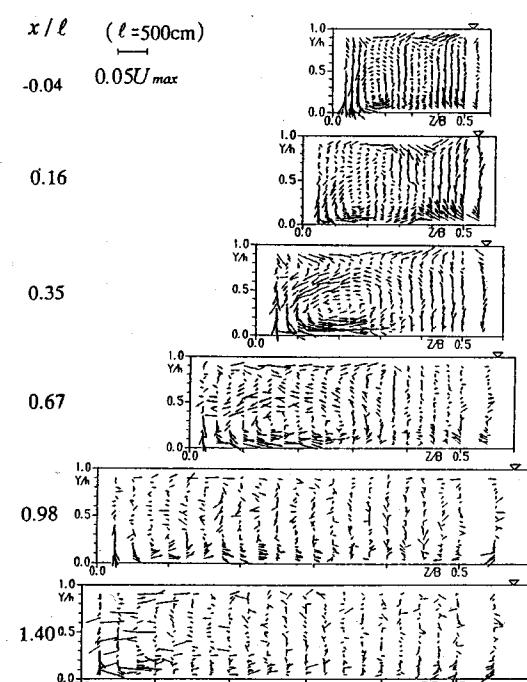


図-15(b) R 5 の2次流

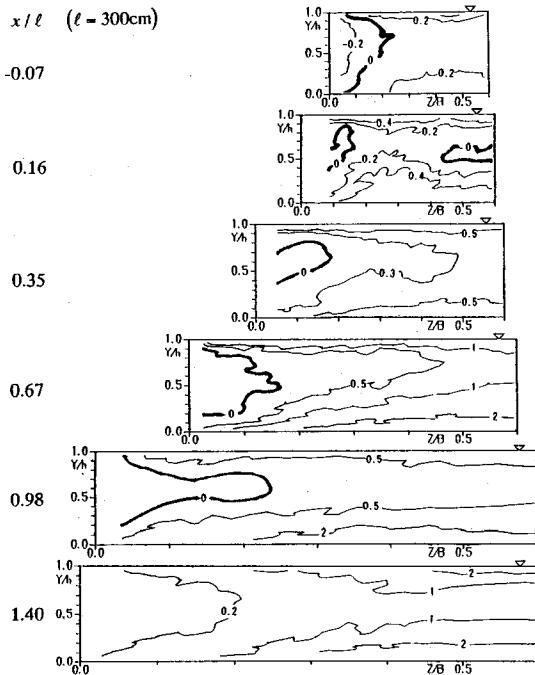


図-16 R 3 における  $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2) / U_*^2$  の分布

### c) 2次流の発生について

定常流れの渦度方程式は次式となる。

$$\left( U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} + W \frac{\partial}{\partial z} \right) \omega_x = \nu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \omega_x + \omega_x \frac{\partial U}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial U}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{v}^2 - \bar{w}^2) + \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \bar{v}\bar{w} \quad (12)$$

$$\omega_x = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \quad (13.a)$$

$$\omega_y = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \quad (13.b)$$

$$\omega_z = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \quad (13.c)$$

ここに、式(12)の右辺第1項は粘性項、第2項は平均伸張項、第3、4項は平均せん断項、第5、6、7項は Reynolds 応力項である。Prandtl<sup>13)</sup>は第3、4項による渦度の形成を第1種、さらに、第5、6、7項による渦度の形成を第2種と名付けた。乱流の等流では左辺の括弧内の第1項、右辺第2、3、4、5項が消去される。さらに、壁面から離れた領域では右辺第1項が無視できるので、乱流の等流では式(12)の右辺は第6項と7項だけとなる。Nezu & Nakagawa<sup>19)</sup>は底面に突起物を設けた流れにおいて流速測定を行い、等流では第6項と第7項がほぼバラ

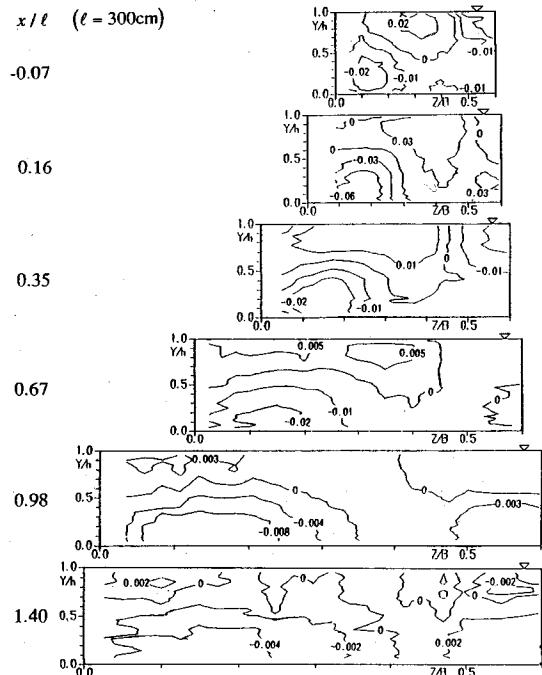


図-17 R 3 における  $\omega_x \partial U / \partial x$  の分布

ンスしており、渦度を発生させる主な原因是第6項の乱れの非等方性にあることを明らかにした。

図-16にR 3における  $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2) / U_*^2$  の分布を示す。 $x/\ell=1.40$ の断面を除くと、側壁付近に負となる領域が存在する。これは、側壁の存在により水平方向の乱れが抑制されたことを示す。また、側壁から水深の約2倍程度離れた領域までは、等値線が側壁や底面と平行ではないため、式(12)の右辺第6項が値をもち、ここで渦度が発生する。特にこの傾向は隅角部付近で顕著である。また、 $x/\ell=0.98, 1.40$ の断面における水路中央領域では、等値線が底面とほぼ平行になっているため式(12)の右辺第6項はほぼゼロとなり、渦度は発生しない。

一方、漸拡流の場合では、式(12)の右辺第2、3、4および5項が存在する。図-17にR 3における式(12)の右辺第2項  $\omega_x \partial U / \partial x$  の分布を示す。図-17と図-15を比較すると、 $\omega_x \partial U / \partial x$  の等値線の接線方向と2次流ベクトルの向きとが一致していることや  $\omega_x \partial U / \partial x$  の極大値および極小値をとる点と2次流の中心とがほぼ一致していることが分かる。また、 $\omega_x \partial U / \partial x$  の等値線の絶対値は流下方向に減少していることから、渦度の発生に及ぼすこの項の影響は流下方向に小さくなるといえる。

式(12)の右辺第3項および4項については、本実験精度では式(13.b)の右辺第2項や式(13.c)の右辺第1項の評価が困難なために算出できないが、有限

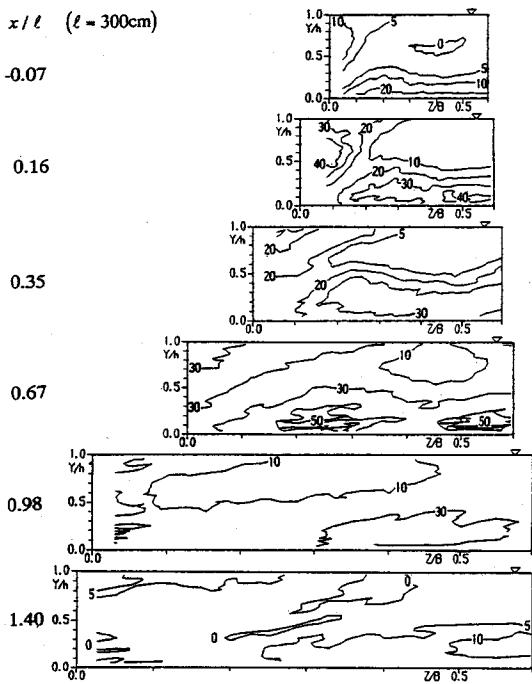


図-18(a) R 3 の乱れの生成強度分布

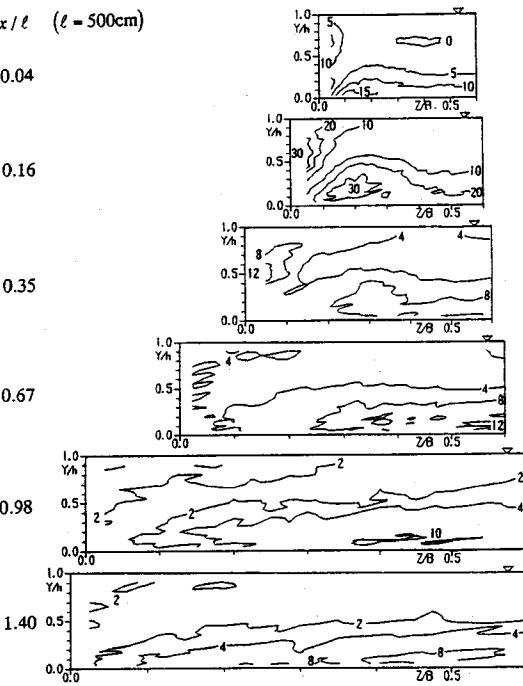


図-18(b) R 5 の乱れの生成強度分布

の値をとることは明瞭に推測できる。よって、漸拡流における2次流の発生には、乱れの非等方性だけでなく、主流の平均伸張や、主流の平均せん断も寄与している。

#### d) 乱れの生成強度

図-18にR 3 およびR 5 の乱れの生成強度  $G =$

$$\left( \frac{-uu}{dx} \frac{du}{dy} \frac{du}{dz} \right) \frac{h}{U_*^3} \text{ の分布を示す。 } R 3$$

の分布図に着目すると、 $x/l=-0.07$ の断面において乱れの生成強度は底面および側壁付近で極大値をとり、水路中央の最大流速点付近に向かって減少傾向を示しており、等流の分布と定性的に一致している。漸拡部の $x/l=0.16, 0.35$ の断面では極大値が壁面より多少離れた領域に存在し、等流の分布とは著しく異なる分布となる。漸拡部より十分下流では再び等流の分布へと漸近する。

R 3 と R 5 の乱れの生成強度の分布形状は類似しているが、R 3の方がR 5より大きな値を示している。これは、a)で示したように速度勾配 ( $dU/dy$ ,  $dU/dz$ ) はR 3とR 5はほぼ同様な値をとり、摩擦速度および水深も同様な値をもつが、Reynolds応力 ( $-uv$ ,  $-uw$ ) はR 5よりR 3の方が大きいためである。

#### e) 乱れエネルギー分布

図-19にR 3 およびR 5 の乱れエネルギー  $k =$

$$(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) / U_*^2 \text{ の分布を示す。 } R 3$$

の分布図に着目すると、 $x/l=-0.07$ の断面において乱れエネル

ギーは底面および側壁付近で極大値をとり、水路中央の最大流速点付近に向かって減少しており、等流の分布と定性的に一致している。 $x/l=0.16, 0.35$ の断面では極大値が壁面より多少離れた領域に存在し、乱れの生成強度分布とほぼ対応している。また、乱れエネルギーの比較的小さな領域が水路中央の水面付近から隅角部にかけて存在する。この領域は2次流の流線方向と一致している。このため、この領域で乱れエネルギーが比較的小さな原因としては、乱れの生成強度が小さいことだけでなく、2次流によって水路中央の水面付近における乱れエネルギーの小さな流体が運ばれたことも考えられる。漸拡部より十分下流では再び等流の分布に漸近する。

乱れエネルギー分布はR 3とR 5は定性的に一致するが、R 3の方がR 5よりも大きな値を示すといった、乱れの生成強度と同様な傾向を示す。

#### (6) 乱れ生成量の基準化

乱れの生成強度は既に示したように、R 5よりR 3の方が大きな値を示す。さらに、R 2はより大きな値を示すので、乱れ生成量は拡幅角  $\theta$  に依存すると考えられる。そこで、乱れの生成量を次式で評価した。

$$\bar{G} = \frac{1}{2\theta B_0 h_0} \int_0^{B/2} \int_0^h G dy dz \quad (14)$$

$\bar{G}$ の流下方向変化を図-20に示す。ただし、R 2は○印で、R 3は□印で、R 5は△印で示されている。R 2, R 3 およびR 5 の乱れの生成量は漸拡部の

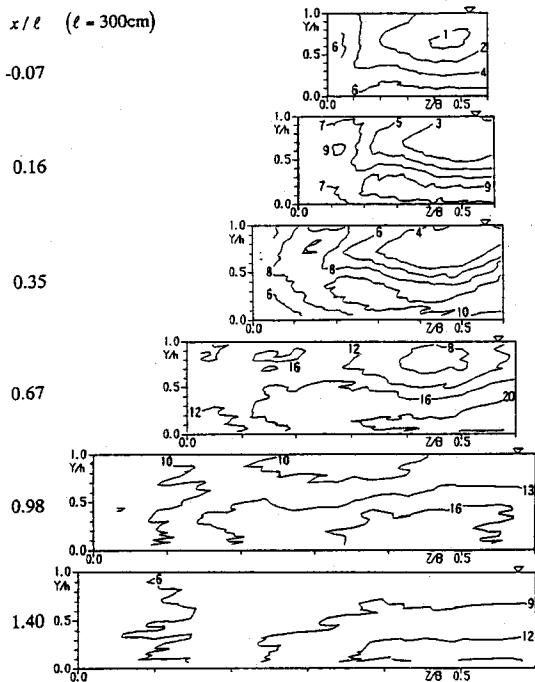


図-19(a) R 3 の乱れエネルギー分布

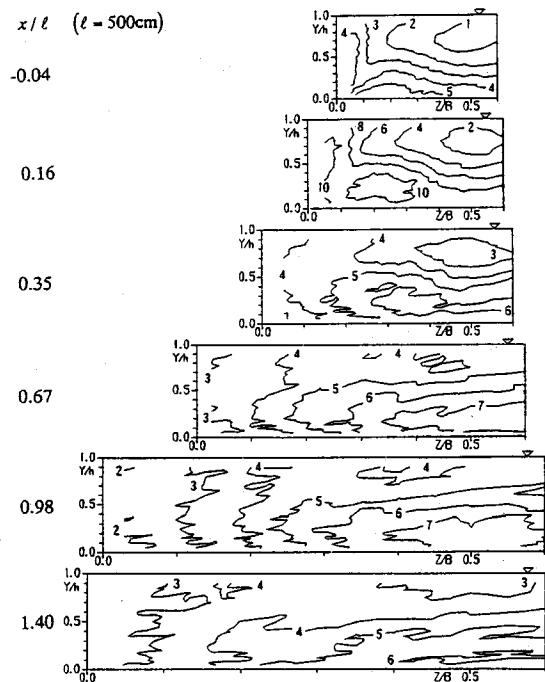


図-19(b) R 5 の乱れエネルギー分布

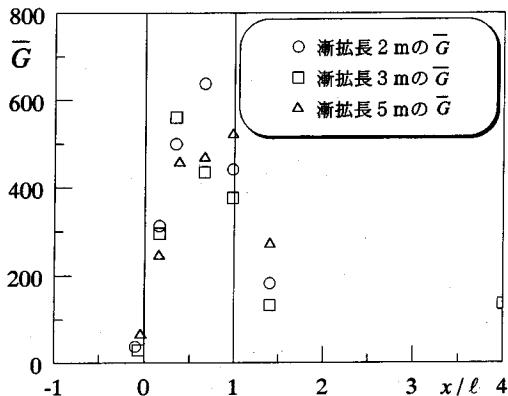


図-20 乱れ生成量の流下方向変化

$x/l=0.5$ 付近まで増加し、最大値  $\bar{G}_{\max} = 500$ 程度をとり、その後減少する傾向を示す。漸拡部より十分下流では等流の値に漸近する。

#### (7) 乱れエネルギーの基準化

(6)と同様な考察より乱れエネルギーを次式で評価した。

$$\bar{k} = \frac{1}{2\theta B_0 h_0} 2 \int_0^{B/2} \int_0^h k dy dz \quad (15)$$

$\bar{k}$ の流下方向変化を図-21に示す。ただし、R 2 は○印で、R 3 は□印で、R 5 は△印で示されている。いずれの場合も乱れエネルギー量は漸拡部において流下方向に増加して漸拡部終点の  $x/l=1.0$ で最大値

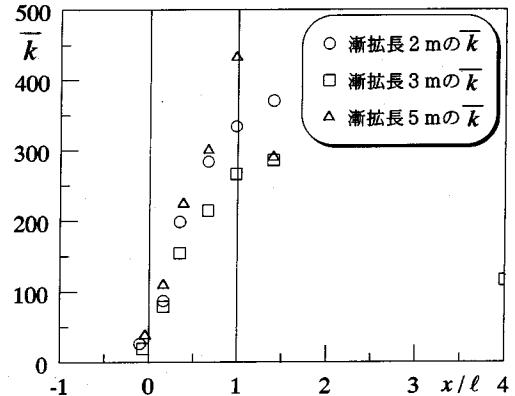


図-21 乱れエネルギー量の流下方向変化

$\bar{k}_{\max} = 350$ 程度をとる傾向を示す。図-20と比較すると、乱れの生成強度が最大となる位置よりも下流において乱れエネルギーの最大値が発生する。これは、任意の断面内で生成された乱れ量がその断面内で散逸される乱れ量よりも多いために、流下方向に乱れエネルギーが増加したことを表す。

#### 5. おわりに

開水路漸拡流において、水面形測定および流速分布測定を行い、以下のような知見が得られた。

- (1) 剥離を生じない拡幅角は式(1)で与えられる。
- (2) 形状損失係数は閉管路 Diffuser のものとほぼ

同オーダーである。

- (3) 内層における水平および鉛直方向の主流速分布は log 則によって表現できる。
- (4) 外層における水平方向主流速分布は Goertler の平面噴流式によって表現できる。一方、外層における鉛直方向主流速分布は log-wake 則によって表現でき、wake strength parameter  $\Pi$  は拡幅角によって基準化できる。
- (5) 底面渦は流下に伴う水路幅の拡幅により、水平方向に伸張する。
- (6) 2 次流の発生に乱れの非等方性だけでなく、主流の平均伸張や、主流の平均せん断も寄与している。
- (7) 横断面内主流速分布は 2 次流によって変形され、等流速線は丸みを帯び最大流速点は水面下に没する。
- (8) 横断面内の乱れの生成強度および乱れエネルギー分布も主流速分布と同様に、2 次流によって歪められる。
- (9) 拡幅角および入口断面積で基準化された乱れの生成量は  $x/\ell = 0.5$  付近で最大値  $G_{\max} = 500$  程度となり、乱れエネルギー量は  $x/\ell = 1.0$  付近で  $k_{\max} = 350$  程度をとる。

**謝辞：**本研究を行うに当たり、実験及び解析に協力いただいた当時本学大学院生、松岡定和氏（建設技術研究所）に謝意を表す。また、多くの実験に協力いただいた、当時本学卒論生、堅田憲司（和歌山県庁）、堺博幸（熊谷組）、峯崎晃洋（本学大学院）および技術補佐員の白神晴崇の諸氏に謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) Nezu, I. and Rodi, W. : Open-channel flow measurements with a laser doppler anemometer, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.112, No.5, May, pp.335-355, 1986.
- 2) 術津家久、中川博次：直線開水路乱流の三次元流れに関する実験的研究、第29回水理講演会論文集、pp.769-774、1985。
- 3) Prandtl, L. : *Proceedings of 2nd Internatiol Congress Appl. Mech.*, Zürich, Ges. Abh., pp.62-75, 1926.
- 4) 富永晃宏、江崎一博：長方形断面開水路流の三次元乱流構造に関する実験的研究、土木学会論文集、No.357/II-3, pp.81-88, 1985.
- 5) 術津家久、中川博次：一樣開水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究、土木学会論文集、No.369/II-5, pp.89-98, 1986.
- 6) 芦田和男、荒木民哉：開水路断面急拡部の水理に関する研究(1)、土木研究所報告、101号、pp.99-112, 1958.
- 7) 芦田和男：開水路断面急拡部の水理とその適用に関する研究、京大防災研年報、第5号、pp.223-251, 1962.
- 8) 石原藤次郎、志方俊之：開水路急拡部の水理学的性状に関する研究、土木学会論文集、第128号、pp.12-28, 1966.
- 9) 今本博健、藤井良啓、藤井義文：開水路断面変化部における流れの水理特性について(2)、京大防災研年報、第20号 B-2, pp.309-329, 1977.
- 10) 鬼束幸樹、浦 勝、秋山壽一郎、政徳克志：開水路漸拡流の水理特性について、水工学論文集、第39巻、pp.397-402, 1995.
- 11) 田古里哲夫、荒川忠一：流体工学、東京大学出版会、1989.
- 12) Kline, S. J. : On the nature of stall, *Journal of Basic Engineering*, ASME, pp.305-319, 1959.
- 13) 松下玄：開水路常流の拡大移行部の流れ、農業土木研究、第25巻、第2号、pp.113-117, 1958.
- 14) Nezu, I. and Nakagawa, H. : *Turbulence in Open-Channel Flows*, IAHR-Monograph, Balkema, Rotterdam, 1993.
- 15) 術津家久、門田章宏、戸田孝史、中川博次：加速流および減速流の解析方法とその乱流特性、土木学会論文集、No.509/II-30, pp.89-87, 1995.
- 16) Gibson, A. H. : *Hydraulics*, Constable & Company, p.91, 1952.
- 17) Goertler, H. : Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Naherungsansatzes, *Z.A.M.M.* Vol.22, pp.244-254, 1942.
- 18) 鬼束幸樹、浦 勝、秋山壽一郎、政徳克志：開水路横断面内流速測定の自動化と X 型 Hot-film による 2 次流測定値の補正、水工学論文集、第38巻、pp.715-720, 1994.
- 19) Nezu, I. and Nakagawa, H. : Cellular secondary currents in straight conduit, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.110, No.2, pp.173-193, 1984.

(1995. 8. 16 受付)

## EXPERIMENTAL STUDY ON THE FLOW CHARACTERISTICS OF A GRADUALLY EXPANDING OPEN CHANNEL FLOW

Kouki ONITSUKA, Masaru URA, Juichiro AKIYAMA,  
Shin SAKAMOTO and Katsushi SEITOKU

Flow fields of gradually expanded rectangular open channel flows are investigated experimentally. The trend of loss coefficient against divergence is similar to Gibson's results for Diffusers. Mean velocity profiles along the spanwise direction and the vertical direction can be, respectively, expressed by Goertler's equation for 2-D jets and the log-wake law. The wake strength parameter  $\Pi$  increases in the flow direction. The secondary flow affects the distributions of a mean velocity, production of turbulence and intensity of turbulent energy.